

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

ISSN 0453-7998

ISSN 0233-9889

# ВЕСТНИК



Харьковского  
политехнического  
института

---

2'92

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА  
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

---

Выпуск II

ХПИ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

В Е С Т Н И К

Харьковского  
Политехнического  
Института

№ 2

---

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

---

Основан в 1979 г.

В Ы П У С К    II

Харьков  
ХПИ  
1992

В вестнике рассматриваются вопросы управления разворотом твердых тел (космических аппаратов), идентификации и автоматизации сложных технических систем. Решаются задачи распределения ресурсов и календарного планирования. Предложены методы формирования микрокодов и автоматизации микропрограммирования.

Списки литературы даны в конце статей.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1991 г.

Для научных работников и аспирантов, специализирующихся в области идентификации, автоматизации управления, исследования операций.

Редакционная коллегия: д-р техн. наук, проф. Е. Г. Голоскоков (отв. ред.), канд. техн. наук Н. И. Безменов (отв. секр.), д-р техн. наук, проф. А. В. Дабагян, д-р техн. наук, проф. Ю. Т. Костенко, канд. техн. наук, доц. В. Л. Лисицкий, канд. техн. наук, доц. В. А. Фролов.

Адрес редакционной коллегии:

310002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, политехнический институт, инженерно-физический факультет, тел. 40-00-56.

Поскольку настоящее издание прекращено издательством "Основа" при ХТУ изменяется порядковая нумерация выпусков.

Последующие выпуски будут осуществляться Харьковским политехническим институтом с № 1.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНВАРИАНТНОСТИ НОРМЫ  
В ЗАДАЧЕ О БЫСТРОДЕЙСТВИИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Идея сведения произвольной стационарной линейной системы управления к системе с инвариантной нормой, по-видимому, впервые высказанная А.М.Летовым<sup>\*</sup>, является весьма многообещающей, однако не получившей, как нам кажется, должного развития.

В настоящей статье предлагается способ выбора матрицы, обеспечивающей инвариантность нормы преобразованной системы, на основе решения некоторой оптимизационной задачи. Доказано, что в задаче о быстродействии имеет место не субоптимальное, а оптимальное управление.

Рассмотрим задачу об оптимальном быстродействии для системы

$$\dot{x} = Ax + u, \quad x(t_0) = x_0, \quad x(T) = 0; \quad (1)$$

$$J = \int_{t_0}^T dt \rightarrow \min, \quad \|u\| \leq m, \quad m > 0. \quad (2)$$

Представим матрицу  $A$  в виде

$$A = B + C \quad (3)$$

и потребуем, чтобы матрица  $B$  обеспечивала инвариантность нормы решения уравнения

$$\dot{x} = Bx, \quad (4)$$

а именно,

$$\frac{d\|x\|}{dt} = 0 \quad \text{или} \quad x^T Bx = 0. \quad (5)$$

Соотношения (3) и (5) не определяют однозначно матрицу  $B$ . В упомянутой работе не приводятся какие-либо рекомендации по ее выбору. Естественно поступить так, чтобы матрица  $B$  минимальным образом отличалась от матрицы  $A$  при условии (5).

\* Летов А.М. Динамика полета и управление. - М.: Наука, 1969. - 359 с.



В соответствии с этим решим следующую задачу минимизации:

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [a_{ij} - b_{ij}]^2 \rightarrow \min, \quad x^T B x = 0, \quad (6)$$

$\{b_{ij}\}$

где  $a_{ij}, b_{ij}$  - элементы матриц  $A$  и  $B$  соответственно.

Воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа:

$$L_1 = L + \lambda x^T B x \rightarrow \min_{\{\lambda, b_{ij}\}}, \quad (7)$$

откуда имеем

$$\frac{\partial L_1}{\partial b_{ij}} = -2(a_{ij} - b_{ij}) + \lambda x_i x_j = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} x_i x_j = 0. \quad (9)$$

Умножая выражения (8) на  $x_i x_j$ , а затем суммируя эти соотношения по  $i$  и  $j$  от 1 до  $n$ , получим

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{x^T A x}{\|x\|^4}. \quad (10)$$

Тогда из соотношений (8) и (10) имеем

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{x^T A x}{\|x\|^4} x_i x_j \quad (11)$$

и, следовательно, элементы матрицы  $C$  будут

$$c_{ij} = \frac{x^T A x}{\|x\|^4} x_i x_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

Определим произведение

$$Cx = \frac{x^T A x}{\|x\|^4} \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 x_2 & \dots & x_1 x_n \\ x_2 x_1 & x_2^2 & \dots & x_2 x_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n x_1 & x_n x_2 & \dots & x_n^2 \end{bmatrix} x = \frac{x^T A x}{\|x\|^2} x. \quad (13)$$

Таким образом, в результате подстановки (3) в уравнение (1) получим

$$\dot{x} = Bx + v, \quad (14)$$

где

$$v = Cx + u. \quad (15)$$

Составим гамильтонианы для уравнений (1) и (14):

$$H = -1 + \Psi^T (Ax + u), \quad (16)$$

$$H_1 = -1 + \Psi_1^T (Bx + v),$$

максимизируя которые, получим

$$u = m \frac{\Psi}{\|\Psi\|}, \quad v = \rho \Psi_1, \quad \rho > 0. \quad (17)$$

Можно показать, что сопряженному уравнению

$$\dot{\Psi}_1 = -B^T \Psi_1 \quad (18)$$

удовлетворяет вектор

$$\Psi_1 = -\frac{x}{\|x\|}, \quad (19)$$

и поэтому

$$v = -\rho \frac{x}{\|x\|}. \quad (20)$$

Следовательно, получено управление по быстродействию в функции состояния системы. Параметр  $\rho$  определяется из уравнения (15) с учетом (17) и (19):

$$\left[ \rho + \frac{x^T Ax}{\|x\|} \right] \frac{x}{\|x\|} = -m \frac{\Psi}{\|\Psi\|}. \quad (21)$$

Это равенство будет выполнено, если положим

$$\rho = m - \frac{x^T Ax}{\|x\|}, \quad (22)$$

$$\frac{\Psi}{\|\Psi\|} = -\frac{x}{\|x\|}.$$

Поэтому вектор управления  $u$  примет вид

$$u = -m \frac{x}{\|x\|} \quad (23)$$

Так как управление (20) удовлетворяет принципу максимума, а уравнение (14) имеет единственное решение, то (20) является оптимальным по быстродействию.

Следует отметить, что как (20), так и (23) получены в функции от состояния систем. При этом управление (23) совпадает с оптимальным управлением по быстродействию системой с инвариантной нормой в исходной постановке, т.е. при  $x^T A x = 0$ . В этом случае  $C = 0$ ,  $\rho = m$  и

$$v = -m \frac{x}{\|x\|} \quad (24)$$

Как следует из принципа максимума, а также из уравнения

$$\frac{d\|x\|}{dt} = \frac{x^T A x}{\|x\|} - m = -\rho, \quad (25)$$

быстрейшее приведение управляемой системы в начало координат будет происходить при  $\rho > 0$ , определяемом первой формулой (22). Условие  $\rho > 0$  выполняется в любой момент времени, если  $A$  - неположительно определенная матрица.

Удовлетворение условия  $\rho > 0$  зависит не только от матрицы  $A$ , но и от величины  $m$ , а также от текущего состояния системы  $x(t)$ , поэтому, очевидно,  $\rho > 0$ , если

$$m > \frac{x^T(t) A x(t)}{\|x(t)\|}, \quad \forall t \in [t_0, T]. \quad (26)$$

Неравенство (26) будет выполняться при достаточно малой норме  $\|x\|$ .

Как показывает расчет для вполне управляемой системы с параметрами

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.1 & 1 \end{bmatrix}, \quad m = 0.1, \quad x_1(0) = x_2(0) = 1,$$

нулевое равновесное состояние которой неустойчиво, приведение ее в начало координат происходит за 11,45 с. Этот результат получен как при интегрировании уравнения (I) с управлением (23),

так и при интегрировании уравнения (14) с управлением (20), не смотря на то, что в последнем случае величина  $\rho$  в процессе управления дважды принимала отрицательные значения.

В заключение отметим, что искусственное введение свойства инвариантности норм позволило для произвольной линейной системы синтезировать оптимальное управление в виде функции фазового состояния системы (23).

УДК 62-50

Л. М. Любчик, канд. техн. наук  
В. И. Дорофеев

### ДВУХУРОВНЕВАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ВЫХОДОВ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В основе построения систем управления сложными многосвязными динамическими объектами лежит принцип декомпозиции. Исходная система расчленяется на ряд взаимосвязанных подсистем меньшей размерности; управление каждой из них формируется с использованием регуляторов двух уровней – локального и глобального. Локальные регуляторы, использующие измерения выходных переменных отдельных подсистем, обеспечивают их стабилизацию и придание им заданных динамических свойств; глобальные, использующие измерения сигналов взаимосвязей между подсистемами, обеспечивают компенсацию влияния взаимосвязей. При этом достигнутое за счет децентрализации уменьшение размерности обеспечивает упрощение как процедуры синтеза, так и технической реализации регуляторов.

В [1] предложена процедура синтеза двухуровневой стабилизации, основанная на минимизации степени взаимосвязи между подсистемами. Указанный подход не гарантирует устойчивости синтезированной замкнутой системы, что является следствием влияния остаточных некомпенсированных взаимосвязей. Полная компенсация может быть достигнута на основе принципа автономного управления [2]. Построение динамических компенсаторов, обеспечивающих полную автономность отдельных подсистем, связано с обращением передаточной матрицы объекта, что для многомерных систем сложно.

В настоящей работе предложена допускающая эффективную алгоритмизацию методика синтеза двухуровневых стабилизирующих регуляторов,

основанная на концепции обратных динамических моделей [3].

Рассмотрим многосвязную динамическую систему, представленную в декомпозированной форме:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_i x_i(t) + \sum_{j \neq i}^N A_{ij} x_j(t) + B_i u_i(t), \\ y_i(t) &= C_i x_i(t), \quad i = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_i(t)$  - векторы состояния отдельных подсистем;  $u_i(t)$  - векторы управляющих воздействий;  $y_i(t)$  - векторы выходных измеряемых переменных;  $N$  - число подсистем. Предположим, что размерности векторов  $u_i(t)$ ,  $y_i(t)$  совпадают. Матрицы  $A_i$  отражают собственные динамические свойства подсистем, а матрицы связей  $A_{ij}$  - их взаимное влияние. В большинстве практических случаев последние могут быть представлены в виде произведения двух прямоугольных матриц  $A_{ij} = D_i E_{ij}$ , при этом переменные  $z_i(t) = \sum_{j \neq i}^N E_{ij} x_j(t)$  размерностью меньшей, чем  $x_i(t)$ , являются сигналами взаимосвязей. Задача двухуровневой стабилизации по выходу состоит в нахождении децентрализованного закона управления, обеспечивающего асимптотическое стремление к нулю переменных  $y_i(t)$  при выполнении заданных требований к качеству переходных процессов.

Управляющие воздействия ищем в виде  $u_i(t) = u_i^c(t) + u_i^N(t)$ , где стабилизирующие составляющие  $u_i^c(t)$  формируются локальными регуляторами на основе измерений выходных сигналов подсистем  $y_i(t)$ , а компенсирующие - глобальным регулятором, использующим измерения сигналов взаимосвязей  $z_i(t)$ . Стабилизирующую составляющую сформируем по принципу отрицательной обратной связи по состоянию и выходу  $u_i^c(t) = -K_i \hat{x}_i(t) - M_i y_i(t)$ , при этом оценки векторов состояния подсистем  $\hat{x}_i(t)$  вычисляются с помощью динамических наблюдателей:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) &= A_i \hat{x}_i(t) + B_i u_i(t) + D_i z_i(t) + \\ &+ L_i [y_i(t) - C_i \hat{x}_i(t)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Матрицы коэффициентов усиления локальных регуляторов и наблюдателей  $K_i$ ,  $L_i$  находятся известными методами модального управления [1] из условия обеспечения заданного расположения собственных чисел матриц  $A_i^0 = A_i - B_i K_i$ ,  $\hat{A}_i^0 = A_i - L_i C_i$ .

Для получения компенсирующей составляющей управляющего воздействия найдем оценку вынужденной составляющей реакции подсистем, обусловленной сигналами взаимосвязей:

$$\dot{\bar{x}}_i(t) = A_i^0 \bar{x}_i(t) + D z_i(t), \quad \bar{y}_i(t) = C_i \bar{x}_i(t). \quad (3)$$

Соотношение (3) фактически представляет собой уравнение прогнозирующей модели скорректированной подсистемы. Управляющий сигнал, компенсирующий влияние  $z_i(t)$  на выход подсистемы, получим путем подачи прогнозируемого значения реакции  $\bar{y}_i(t)$  с обратным знаком на вход обратной динамической модели скорректированной подсистемы [3]:

$$\dot{\tilde{x}}_i(t) = \Pi_i A_i^0 \tilde{x}_i(t) - B_i (C_i B_i)^{-1} \dot{\bar{y}}_i(t), \quad (4)$$

$$u_i^*(t) = -(C_i B_i)^{-1} [\dot{\bar{y}}_i(t) + C_i A_i^0 \tilde{x}_i(t)]$$

где  $\tilde{x}_i(t)$  - вектор состояния обратной модели,

$\Pi_i = I - B_i (C_i B_i)^{-1} C_i$  - проекционная матрица,  
 $I$  - единичная матрица соответствующей размерности.

Из уравнений (3), (4) получим уравнения глобального регулятора:

$$\dot{\xi}_i(t) = \Pi_i A_i^0 \xi_i(t) + \Pi_i D_i z_i(t), \quad (5)$$

$$u_i^*(t) = -(C_i B_i)^{-1} C_i [A_i^0 \xi_i(t) + D_i z_i(t)],$$

где  $\xi_i(t) = \bar{x}_i(t) + \tilde{x}_i(t)$  - вектор состояния  $i$ -го канала глобального регулятора.

Проанализируем свойства замкнутой системы. Из выражений (1), (5) следует, что

$$\dot{\theta}_i(t) = -B_i M_i y_i(t) + A_i^0 \theta_i(t) + B_i K_i \xi_i(t), \quad (6)$$

$$\dot{y}_i(t) = -C_i B_i M_i y_i(t) + C_i A_i^0 \theta_i(t) + C_i B_i K_i \xi_i(t),$$

где  $\theta_i(t) = x_i(t) - \xi_i(t)$ , а ошибка оценивания вектора состояния  $\varepsilon_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$  удовлетворяет, как следует из (2), автономному уравнению  $\dot{\varepsilon}_i(t) = A_i^0 \varepsilon_i(t)$ . Таким образом, имеет место разделимость динамических свойств ошибок оценивания  $\varepsilon_i(t)$  и регулируемых переменных  $y_i(t)$ , а также полная компенсация влияния на выходные переменные сигналов взаимосвязей.

Стабилизация по выходу будет достигнута при обеспечении устойчивости наблюдателей (2), глобального регулятора (5) и замкнутой системы (6). Устойчивость наблюдателя обеспечивается вследствие выполнения условий разделимости, независимым выбором матриц параметров  $L_i$ . Уравнение замкнутой системы (6) может быть представлено в эквивалентной форме

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i(t) &= (A_i^0 - B_i M_i C_i) \theta_i(t) + B_i K_i \varepsilon_i(t) \\ y_i(t) &= C_i \theta_i(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Из уравнений (7) следует, что имеет место возможность раздельного и независимого установления желаемых динамических свойств скорректированных локальных подсистем путем выбора матричных коэффициентов усиления локальных регуляторов  $K_i$  и динамических свойств выходных регулируемых переменных  $y_i(t)$  за счет выбора матриц обратных связей по выходам  $M_i$ .

Устойчивость глобального регулятора, гарантирующая ограниченность компенсирующих управляющих воздействий, определяется собственными числами матриц динамики обратных моделей  $\Pi_i A_i^0$ . Как следует из теории обратных систем [4], полюсы глобального регулятора (5) совпадают с нулями передаточных функций локальных подсистем по каналам управляющих воздействий. Таким образом, устойчивость предложенного глобального регулятора имеет место лишь в том случае, когда локальные подсистемы являются минимально фазовыми. При нарушении этого условия возможно использование предложенной в [5] методики синтеза обратных моделей с заданными динамическими свойствами.

Л и т е р а т у р а: 1. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем. - М., 1985. - 361 с. 2. Рей У. Методы управления технологическими процессами /Пер. с англ. - М., 1983. - 367 с. 3. Лубчик Л.М. Применение обратных систем в задаче воспроизведения заданных законов движения при наличии возмущений

//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. - 1990. - № 277: Техн. кибернетика и ее прил. - Вып. 10. - С. 9-12. 4. Яаксоо Ю. К теории дискретных обратных систем. //Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. - 1990. - № 5. - С. 165-168. 5. Любчик Л. М. Синтез обратных динамических систем методом инвариантного оценивания //Вестн. Харьк. политехн. ин-та. - 1990. - № 277: Техн. кибернетика и ее прил. - Вып. 10. - С. 5-9.

УДК 681.5/2

С. А. Сьтник

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ СОСТОЯНИЯ В ИЗБЫТОЧНЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЯХ

Инерциальные измерители в системах управления летательными аппаратами (СУЛА) применяются для определения параметров состояния летательного аппарата, представляющих собой векторы (например, векторы скорости и угловой скорости). В зависимости от условий и специфики определения параметров состояния летательного аппарата существует минимальное число инерциальных измерителей. Для определения, например, угловой скорости летательного аппарата необходимы три инерциальных измерителя [ 2 ]. Но, как правило, такое количество измерителей не позволяет решить задачу повышения эффективности (точности, готовности, надежности) СУЛА. Один из перспективных научных и технических методов - применение избыточных инерциальных измерителей. В данном случае под избыточными инерциальными измерителями понимается такое их количество, которое превышает число инерциальных измерителей, минимально необходимое для определения параметров состояния летательного аппарата. Вполне очевидно, что задачи определения параметров состояния и обнаружения состояния отказа инерциальных измерителей тесно взаимосвязаны. Как показано в [ 1 ], для идентификации состояния отказа необходимо построить  $m$  уравнений сравнения, где  $m = C_N^4$ , а  $N$  - число избыточных инерциальных измерителей. Число уравнений, в которых нарушено равенство, в зависимости от числа отказов измерителей  $N$  обозначим  $l$ . Тогда максимальное число идентифицируемых отказов определяется из условия

$$l < m.$$



Методы идентификации, изложенные в [1], позволяют решить задачу обнаружения отказа в избыточных инерциальных измерителях. Но при увеличении избыточных измерителей существенно усложняются вычисления, связанные с обнаружением отказа. Выходная величина измерителя изображается в виде вектора, направленного по измерительной оси инерциального измерителя. В данной работе предлагается один из методов, позволяющих значительно упростить алгоритм решения задачи обнаружения состояния отказа в избыточных инерциальных измерителях.

Идея данного метода заключается в следующем: три измерительные оси трех инерциальных измерителей проектируются на четвертую измерительную ось четвертого инерциального измерителя. Если сумма проекций векторов по трем осям на четвертую измерительную ось совпадает с вектором четвертой измерительной оси, то отказавших измерителей (отказа) нет; если равенство не выполняется, существует отказ.

Проиллюстрируем указанный метод на примере избыточных инерциальных измерителей. Рассмотрим СУДА, в которой измерительные оси инерциальных измерителей (их количество равно шести) ориентированы по образующим конуса через равные углы  $\beta = 60^\circ$ , ось симметрии - ось  $Ox$ , угол полураствора конуса равен  $\alpha$ . Величина  $a$  соответствует выходной величине, измеренной измерителем  $A$ ,  $b$  - измерителем  $B$ ,  $c$  - измерителем  $C$ ,  $e$  - измерителем  $E$ ,  $d$  - измерителем  $D$ ,  $f$  - измерителем  $F$ .

Результаты измерений соответствуют векторно-матричному уравнению

$$(abcdef)^T = P \cdot V,$$

$$P = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \cos \alpha & \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha & \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \end{pmatrix},$$

где  $P$  - матрица направляющих косинусов в системе координат  $Oxyz$ ;  $V$  - вектор угловой скорости с координатами  $V_x, V_y, V_z$ .  
 Для определения состояния отказа спроектируем измерительные оси измерителей  $A, B, D$  на измерительную ось измерителя  $E$ :

$$(a \ b \ d)^T = P_1 \cdot V, \quad e = P_2 \cdot V$$

или

$$e = P_2 \cdot P_1^{-1} (a \ b \ d)^T, \quad (1)$$

где  $P_2 = (\cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)$ ,

$$P_1 = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \cos \alpha & \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \end{pmatrix},$$

или, вычисляя правую часть выражения (1), получаем

$$e = a + d - b. \quad (2)$$

Выражение, аналогичное (2), можно получить, вычисляя координаты вектора  $V$ ; для этого достаточно измерений по трем измерительным осям трех инерциальных измерителей. Соответственно, по показаниям измерителей  $A, B, D, E$ , получим  $C_4^3 = 4$ , значения вектора угловой скорости:

$$\begin{aligned} (a \ b \ d)^T &= P_1 \cdot V_1, \\ (a \ b \ e)^T &= P_2 \cdot V_2, \\ (a \ d \ e)^T &= P_3 \cdot V_3, \\ (b \ d \ e)^T &= P_4 \cdot V_4, \end{aligned} \quad (3)$$

где матрицы  $P_i$  ( $i = 1, 4$ ) строятся выбором из матрицы  $P$  строк, соответствующих сочетанию инерциальных измерителей, используемых для определения вектора угловой скорости.

Разрешая равенства (3) относительно  $V_i$ , получим:

$$\begin{aligned} V_{x1} &= (a + d) / (2 \cos \alpha), \\ V_{y1} &= (a - d) / (2 \sin \alpha), \\ V_{z1} &= (-3a + 2b - d) / (4 \sin \alpha \sin \beta), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{x2} &= (b+e)/(2 \cos \alpha), \\
V_{y2} &= (2a-b-e)/(2 \sin \alpha), \\
V_{z2} &= (-2a+3b-e)/(4 \sin \alpha \sin \beta), \\
V_{x3} &= (a+d)/(2 \cos \alpha), \\
V_{y3} &= (a-d)/(2 \sin \alpha), \\
V_{z3} &= (a+3d-4e)/(4 \sin \alpha \sin \beta), \\
V_{x4} &= (b+e)/(2 \cos \alpha), \\
V_{y4} &= (b+e-2d)/(2 \sin \alpha), \\
V_{z4} &= (-b+4d-3e)/(4 \sin \alpha \sin \beta).
\end{aligned} \tag{4}$$

Рассмотрим координаты  $V_{xi}$  ( $i = 1, 4$ ) в системе (4). Когда отказа в измерителях нет, то  $V_{x1} = V_{x2} = V_{x3} = V_{x4}$ . Следовательно,

$$(a+d)/(2 \cos \alpha) = (b+e)/(2 \cos \alpha) \tag{5}$$

Нетрудно заметить, что полученное выражение (5) совпадает с ранее полученным выражением (2).

В общем случае

$$e = k_1 a + k_2 c + k_3 f,$$

где  $(k_1, k_2, k_3) = P_e \cdot P_{acf}$ ,

а  $P_e$  - матрица-строка направляющих косинусов измерительной оси  $E$ ;

$P_{acf}$  - матрица направляющих косинусов измерительных осей  $A, C, F$ .

Полученное выражение (2) позволяет определить состояния измерителей по отношению к отказу выбранного сочетания инерциальных измерителей без дополнительных сложных вычислений. Данный метод позволяет для идентификации состояния отказа инерциальных измерителей существенно сэкономить память ЦВК, не ухудшая готовности, точности и надежности СУЛА.

Л и т е р а т у р а: 1. Епифанов А.Д. Избыточные системы управления летательными аппаратами. - М., 1978. 2. Сейдж Э.П., Мелса Д.Л. Идентификация систем управления. - М., 1979.

УДК 62-50

Д.К. Овчарова, канд. техн. наук

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ КИНЕТИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ ГИРОДИНОВ В РЕЖИМЕ УПРАВЛЕНИЯ

В процессе управления разворотом летательного аппарата (ЛА) системой гиродинов (ГД) возможна ситуация, когда модули собственных кинетических моментов ГД не равны номинальному значению и их необходимо определить. При решении данной задачи будем предполагать, что "связка ЛА - система ГД" замкнутая, кинетические моменты гиродинов  $h_i$  изменяются медленно, т.е. являются квазистационарными.

Пусть для управления разворотом ЛА используются четыре гиродина, организованные в компланарную систему с попарно параллельными осями прецессии [1]. Если за сравнительно небольшой интервал времени, в течение которого  $h_i$ ,  $i = \overline{1,4}$  можно считать постоянными, произведено  $N$  измерений вектора угловой скорости летательного аппарата  $\vec{\omega}(t)$  и углов прецессии гиродинов  $\beta_i(\psi)$ ,  $i = \overline{1,4}$ , то полученному набору измерений можно сопоставить  $3N$  уравнений вида

$$h_1 \cos \beta_{1n} - h_2 \cos \beta_{2n} = -J_1 \omega_{1n}; \quad h_2 \cos \beta_{2n} - h_4 \cos \beta_{4n} = -J_2 \omega_{2n}; \quad h_4 \cos \beta_{4n} - h_3 \cos \beta_{3n} = -J_3 \omega_{3n}, \quad n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где  $J_1, J_2, J_3$  - главные центральные моменты инерции ЛА;  $\omega_{1n}, \omega_{2n}, \omega_{3n}$  - проекции угловой скорости ЛА в момент времени  $t_n$  на оси  $x, y, z$  системы координат, связанной с ГД;  $\beta_{1n}, \beta_{2n}, \beta_{3n}, \beta_{4n}$  - углы прецессии ГД в момент времени  $t_n$ .

Опишем систему уравнений (1) матричным уравнением

$$BH = U, \quad (2)$$

в котором вектор неизвестных параметров гиродинов  $H = (h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4)^T$ ; матрица коэффициентов  $B$  и вектор правых частей  $U$  в развернутой форме имеют вид

$$B = \begin{bmatrix} \cos \beta_{11} & 0 & -\cos \beta_{31} & 0 \\ \cos \beta_{12} & 0 & -\cos \beta_{32} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos \beta_{2N} & 0 & -\cos \beta_{3N} & 0 \\ 0 & \cos \beta_{21} & 0 & -\cos \beta_{41} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \cos \beta_{2N} & 0 & -\cos \beta_{4N} \\ \sin \beta_{11} & \sin \beta_{21} & -\sin \beta_{31} & -\sin \beta_{41} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sin \beta_{1N} & \sin \beta_{2N} & -\sin \beta_{3N} & -\sin \beta_{4N} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} -\gamma_1 \omega_{11} \\ -\gamma_1 \omega_{12} \\ \dots \\ -\gamma_2 \omega_{21} \\ \dots \\ -\gamma_2 \omega_{2N} \\ -\gamma_3 \omega_{31} \\ \dots \\ -\gamma_3 \omega_{3N} \end{bmatrix}.$$

Критерием качества идентификации согласно методу наименьших квадратов [2] является величина

$$E = \|BH - U\|^2. \quad (3)$$

В соответствии с определением нормы вектора (3) в евклидовом пространстве имеем

$$E = (BH - U)^T (BH - U); \quad (4)$$

эта величина является расширенной квадратической формой вектора  $H = (h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4)^T$  и имеет единственный минимум при условии, что

$$B^T (BH - U) = 0. \quad (5)$$

Запишем уравнение (5) в виде

$$B^T B H = B^T U. \quad (6)$$

Уравнение (6) описывает систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая имеет единственное решение, если матрица  $B^T B$  невырожденная.

Численное моделирование задачи идентификации показало, что при специально организованном движении гиридинов СЛАУ (6) получается хорошо обусловленной, и оценку неизвестных  $h_i$ ,  $i = \overline{1,4}$  при отсутствии шума можно получить по измерениям в два различных

момента времени, решая уравнения (6) на ЭВМ с обычной точностью. К числу таких специально организованных движений можно отнести изменение на  $5-10^{\circ}$  углов прецессии первого и третьего гиридинов при неизменных углах прецессии второго и четвертого гиридинов.

В естественных условиях маневра переориентации ЛА, когда все гиридины движутся одновременно и углы прецессии  $\beta_i$  при последовательных измерениях различаются всего на  $1-3^{\circ}$ , СЛАУ (6) может оказаться плохо обусловленной. Однако и в этом случае можно получить удовлетворительные результаты идентификации в условиях отсутствия шума при небольшом числе измерений, если расчеты на ЭВМ производить с повышенной точностью. При наличии шума и случайных ошибок для получения удовлетворительных результатов идентификации при расчете на бортовой ЭВМ с невысокой точностью необходимо произвести больше трех измерений в такие моменты времени, чтобы углы прецессии  $\beta_i$  при последовательных измерениях различались не меньше, чем на  $5^{\circ}$ .

Результаты численного эксперимента показали возможность использования предлагаемого алгоритма идентификации в реальных условиях управления движением летательного аппарата.

Л и т е р а т у р а: И. Голоскоков Е.Г., Успенский В.Б. Экстенсивное управление разворотом твердого тела с помощью минимально избыточной системы гиридинов //Вестн.Харьк.политехн. ин-та. - 1989. - № 263: Техн.кибернетика и ее прил. - Вып.9. - С.3-7. 2. Гроп Д. Методы идентификации систем. - М., 1979. - 302 с.

УДК 619.681

Л.Г.Раскин, канд.техн.наук

#### ОБ ОДНОМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОМ СВОЙСТВЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО РЕСУРСА

При решении задачи рационального распределения ограниченного многономенклатурного ресурса между потребителями практически полезной может быть следующая теорема, устанавливающая структуру решения и позволяющая построить соответствующий вычислительный алгоритм. Введем

$C^T = (c_1, c_2, \dots, c_m)$  - набор ограниченных ресурсов;

$X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$  - набор ресурсов, предназначенных  $j$ -му потребителю,  $j = 1, 2, \dots, n$ ;

$F_j(X_j)$  - выпуклая вверх функция, определяющая величину выигрыша, получаемого при выделении  $j$ -му потребителю ресурсов, задаваемых  $X_j$ .

Справедлива следующая теорема:

$$X^{(a)} = (X_1^{(a)}, X_2^{(a)}, \dots, X_n^{(a)}) \quad (1)$$

Пусть

$$X^{(a)} = (X_1^{(a)}, X_2^{(a)}, \dots, X_n^{(a)}) = \operatorname{argmax}_{X \in G_A} \sum_{j=1}^n F_j(X_j)$$

$$G_A = \{(X_1, X_2, \dots, X_n) : \sum_{j=1}^n X_j = A, X_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n\}$$

Тогда  $X^{(b)} = (X_1^{(b)}, X_2^{(b)}, \dots, X_n^{(b)})$

$$X^{(b)} = (X_1^{(b)}, X_2^{(b)}, \dots, X_n^{(b)}) = \operatorname{argmax}_{X \in G_B} \sum_{j=1}^n F_j(X_j) \quad (2)$$

$$G_B = \{(X_1, X_2, \dots, X_n) : \sum_{j=1}^n X_j = B, X_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n, B > A\}$$

Теорема обладает следующим свойством:

$$X_j^{(b)} \geq X_j^{(a)}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Доказательство. Предположим противное, т.е. пусть в наборе  $X_1^{(b)}, X_2^{(b)}, \dots, X_n^{(b)}$  имеется некоторое количество векторов, для которых неравенство (3) не выполняется. Тогда множество  $M$  номеров всех векторов разбивается на два подмножества  $M^+$  и  $M^-$ , для которых

$$M^+ = \{j : j \in M, X_j^{(b)} \geq X_j^{(a)}\}$$

$$M^- = \{j : j \in M, X_j^{(b)} < X_j^{(a)}\}$$

При этом ясно, что множество  $M^+$  не пусто.

Предположим сначала, что множество  $M$  содержит ровно один элемент, например, с номером  $j_0$ , т.е.

$$X_{j_0}^{(b)} < X_{j_0}^{(a)}, \quad X_j^{(b)} \geq X_j^{(a)}, \quad j \neq j_0.$$

Пусть

$$X_{j_0}^{(a)} - X_{j_0}^{(b)} = D. \quad (4)$$

Введем набор векторов  $Z$  таких, что

$$X_j^{(a)} \leq Z_j \leq X_j^{(b)}, \quad j \neq j_0, \quad (5)$$

$$\sum_{j \neq j_0} Z_j - \sum_{j \neq j_0} X_j^{(a)} = D. \quad (6)$$

а также набор векторов  $V$ , таких, что

$$X_j^{(a)} \leq V_j \leq X_j^{(b)}, \quad j \neq j_0, \quad (7)$$

$$\sum_{j \neq j_0} X_j^{(b)} - \sum_{j \neq j_0} V_j = D. \quad (8)$$

При этом из выражений (4) и (6) следует, что

$$\text{или} \quad \sum_{j \neq j_0} Z_j - \sum_{j \neq j_0} X_j^{(a)} = X_{j_0}^{(a)} - X_{j_0}^{(b)}$$

$$\sum_{j \neq j_0} Z + X_{j_0}^{(b)} = \sum_{j \neq j_0} X_j^{(a)} + X_{j_0}^{(b)} = A. \quad (9)$$

Одновременно из уравнений (4) и (8)

$$\sum_{j \neq j_0} X_j^{(b)} - \sum_{j \neq j_0} V_j = X_{j_0}^{(a)} - X_{j_0}^{(b)}$$

или

$$\sum_{j \neq j_0} V_j + X_{j_0}^{(a)} = \sum_{j \neq j_0} X_j^{(b)} + X_{j_0}^{(a)} = B. \quad (10)$$

Так как набор векторов  $X_j^{(a)}$  удовлетворяет (I), то из (9) следует, что



$$\sum_{j \neq j_0} F_j(Z_j) + F_{j_0}(X_{j_0}^{(0)}) \leq \sum_{j=1}^n F_j(X_j^{(a)}); \quad (11)$$

аналогично из (2) и (10)

$$\sum_{j \neq j_0} F_j(V_j) + F_{j_0}(X_{j_0}^{(a)}) \leq \sum_{j=1}^n F_j(X_j^{(0)}). \quad (12)$$

Суммируя неравенства (11) и (12) почленно, имеем

$$\sum_{j \neq j_0} F_j(Z_j) + \sum_{j \neq j_0} F_j(V_j) \leq \sum_{j \neq j_0} F_j(X_j^{(a)}) + \sum_{j \neq j_0} F_j(X_j^{(0)}). \quad (13)$$

С другой стороны, в силу выпуклости вверх функций  $F_j(X_j)$  для всех  $j$ , используя (5) и (7), получаем неравенства

$$F_j(Z_j) \geq \lambda F_j(X_j^{(a)}) + (1-\lambda) F_j(X_j^{(0)}),$$

$$F_j(V_j) \geq (1-\lambda) F_j(X_j^{(a)}) + \lambda F_j(X_j^{(0)}),$$

$$\lambda \in [0, 1], \quad j \neq j_0,$$

откуда

$$F_j(Z_j) + F_j(V_j) \geq F_j(X_j^{(a)}) + F_j(X_j^{(0)}). \quad (14)$$

Суммируя почленно неравенства (14) для всех  $j \neq j_0$ , получим

$$\sum_{j \neq j_0} F_j(Z_j) + \sum_{j \neq j_0} F_j(V_j) \geq \sum_{j \neq j_0} F_j(X_j^{(a)}) + \sum_{j \neq j_0} F_j(X_j^{(0)}),$$

что противоречит (13).

Таким образом, предположение о несправедливости теоремы приводит к противоречию.

Доказательство очевидным образом распространяется на случай, когда множество  $M^-$  содержит более чем один элемент.

Доказанная теорема устанавливает следующее важное характеристическое свойство оптимальных решений задачи распределения ограниченного ресурса: если каким-то образом получено оптимальное решение задачи для некоторого набора ресурсов и требуется решить эту же задачу для другого набора, покомпонентно мажорирующего первый, то в новой задаче нет необходимости осуществлять

полное перераспределение, а нужно лишь оптимально дораспределить приращения ресурсов по каждой из компонент.

УДК 519.681

С.Л.Раскин, С.В.Перунова

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАЦИОНАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ОГРАНИЧЕННОГО МНОГОИМЕНКЛАТУРНОГО РЕСУРСА

Задача распределения ограниченного многоименклатурного ресурса формулируется следующим образом: найти

$$X = (X_{ij}) = \underset{x \in G}{\operatorname{argmax}} \left\{ \Phi(X) = \sum_{j=1}^n F_j(X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{mj}) = \sum_{j=1}^n F_j(X_j) \right\}, \quad (1)$$

$$G = \left\{ X: \sum_{j=1}^n X_{ij} = C_i; X_{ij} \geq 0; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \right\}. \quad (2)$$

Заметим, что в таких задачах обычно все компоненты целевой функции  $\Phi(X) = \sum_{j=1}^n F_j(X_j)$  выпуклы вверх. В частности, в задачах

распределения производственных ресурсов часто используется мультипликативная функция

$$\Phi(X) = \sum_{j=1}^n \alpha_j X_{1j}^{\beta_{1j}} X_{2j}^{\beta_{2j}} \dots X_{mj}^{\beta_{mj}}, \quad 0 < \beta_{ij} < 1, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, m,$$

$$j = 1, 2, \dots, n,$$

обладающая требуемым свойством.

Сформулированная задача является оптимизационной со смешанными ограничениями, что затрудняет возможность непосредственного использования для ее решения традиционных методов условной оптимизации, например, метода множителей Лагранжа. Даже в предельно упрощенной постановке этой задачи с единственным ограничением равенством при ее решении возникают известные трудности, связанные с необходимостью отыскания корней трансцендентного уравнения. В самом деле, в этом случае соответствующая (2)–(3) функция Лагранжа имеет вид

$$\varphi(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j^{\beta_j} - \lambda \left( \sum_{j=1}^n x_j - c \right).$$

Как легко видеть, дальнейшее решение задачи приводит к не-тривиальному уравнению относительно  $\lambda$  :

$$\sum_{j=1}^n \left( \frac{\lambda}{\alpha_j \beta_j} \right)^{\frac{1}{\beta_j-1}} = c.$$

Возврат к многономенклатурной ситуации еще более усложняет вычислительную процедуру.

Иной подход к решению задачи (1)-(2) связан с использованием методов штрафных функций. При этом исходная задача условной оптимизации (1)-(2) преобразуется к задаче безусловной оптимизации следующего вида: найти

$$\underline{x}^* = \underset{\underline{x}}{\operatorname{argmax}} \left\{ \sum_{j=1}^n F_j(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}) - \sum_{i=1}^m M_i \left( \sum_{j=1}^n x_{ij} - c_i \right)^2 \right\} - \quad (4)$$

$$- M_{m+1} \left[ \min(0, x_{11}, x_{12}, \dots, x_{m1}) \right].$$

При использовании для решения этой задачи стандартных методов приемлемая точность обеспечивается только многократным итерационным повторением вычислительной процедуры с все возрастающими значениями штрафных коэффициентов  $M_1, M_2, \dots, M_{m+1}$ .

Задача заметно упрощается при переходе к целочисленной постановке. Тогда для ее решения целесообразно использовать метод последовательного распределения. Решение задачи достигается применением блочной релаксации по наборам переменных, соответствующих различным видам распределяемого ресурса.

На первой итерации оптимизация проводится по набору  $(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$  при фиксированных значениях остальных переменных  $x_{ij} = c_i/n, i=2, 3, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ . Получаемый в результате проведения этой итерации набор используется во второй итерации для оптимизации по набору  $(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n})$  и т.д. Решение продолжается, пока значения целевой функции на двух соседних наборах различаются более чем на некоторое предварительно заданное достаточно малое число  $\varepsilon$ .

Наконец, еще большее упрощение вычислительной процедуры обеспечивается, если метод последовательного распределения распространить на рассматриваемый здесь случай векторного аргумента. Для этого используем результат, полученный в [1], из которого непосредственно вытекает важное для приложений следствие. Пусть

$$\underline{X}^{(a)} = \operatorname{argmax}_{\underline{X} \in G_A} \left\{ \sum_{j=1}^n F_j(x_j) \right\},$$

$$G_A = \left\{ \underline{X} : \sum_{j=1}^n x_j = A; \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \right\},$$

и, кроме того,  $\underline{B} = A + \underline{1}_{i_0}$ ,

где  $\underline{1}_{i_0}$  - вектор-столбец, все элементы которого равны 0, за исключением элемента, лежащего в строке  $i_0$ , равного 1.

Тогда

$$\underline{X}^{(B)} = \operatorname{argmax}_{\underline{X} \in G_B} \left\{ \sum_{j=1}^n F_j(x_j) \right\},$$

$$G_B = \left\{ \underline{X} : \sum_{j=1}^n x_j = B, \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \right\}$$

обладает следующим свойством:

$$x_{ij}^{(B)} = \begin{cases} x_{ij}^{(a)}, & i \neq i_0, \\ x_{ij}^{(a)}, & i = i_0, j \neq j_0, \\ x_{ij}^{(a)} + 1, & i = i_0, j = j_0 \end{cases}$$

где

$$j_0 = \operatorname{argmax}_j \left\{ F_j(x_{i_0 1}, x_{i_0 2}, \dots, x_{i_0 j} + 1, \dots, x_{i_0 n}) - F_j(x_{i_0 1}, x_{i_0 2}, \dots, x_{i_0 j}, \dots, x_{i_0 n}) \right\}.$$

Справедливость следствия очевидна.

Теперь решение задачи может быть получено путем последовательного распределения по одной единице заданного многономенклатурного ресурса с добавлением этой единицы всякий раз именно тому элементу матрицы  $(x_{ij})$ , для которого приращение соответствующей компоненты целевой функции максимально. Понятно, что точное решение задачи будет достигнуто за число шагов  $N = \sum_{i=1}^m c_i$ .

Л и т е р а т у р а: И. Раскин Л.Г. Об одном характеристическом свойстве оптимальных решений задачи распределения многономенклатурного ресурса //Вестн. Харьк.политехн.ин-та № 278. - Харьков: Основа, 1992.

УДУ 658.012

Н.И.Безменов, канд. техн. наук

ГРАФОВЫЙ ПОДХОД К ВЫДЕЛЕНИЮ КООРДИНИРУЮЩИХ ПЕРЕМЕННЫХ  
ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СХЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ  
ОПТИМИЗАЦИИ

Во многих практических случаях приходится решать задачу оптимизации вида

$$F(X) \rightarrow \min, D(X) \geq 0, \quad (1)$$

где  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ,  $D(X) = (d_1(X), d_2(X), \dots, d_m(X))^T$ .

При большой размерности задачи зачастую единственный способ ее решения - многоуровневая (в частности, двухуровневая) оптимизация. При этом задача (1) должна обладать определенными свойствами. Например, иерархическая оптимизация может быть использована при решении следующей задачи:

$$F(X) = \sum_{i=1}^K \phi_i(x^i, V) \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$D_1(x^1, V) \geq 0, \dots, D_K(x^K, V) \geq 0, H(V) \geq 0$$

где  $\{x^1, x^2, \dots, x^K, V\}$  - разбиение множества переменных, образующих вектор  $X (x^i = (x_1^i, \dots, x_{n_i}^i)^T, i = \overline{1, K}; V = (x_1^V, \dots, x_{n^V}^V)^T)$ ,

$\{D_1, D_2, \dots, D_K, H\}$  - разбиение множества функций, образующих вектор-функцию  $D$ . Считая  $V$  вектором переменных координации,

для решения задачи (2) можно воспользоваться двухуровневой оптимизацией. При этом задача (2) заменяется  $K$  задачами вида

$$\varphi_i(x^i, V) \rightarrow \min, D_i(x^i, V) \geq 0. \quad (3)$$

На верхнем уровне вычисляются значения переменных координации (с учетом ограничений задачи (2)) в предположении, что векторы  $x^i, i = \overline{1, K}$  зафиксированы, а на нижнем решаются  $K$  задач (3) при условии фиксации координат вектора  $V$ , вычисленных на верхнем уровне.

Если задача (1) представлена в форме задачи (2), то возможно использовать методы теории графов, а именно выделить группы сочленения в специальном образом построенном графе, понимая под группой сочленения множество вершин графа минимальной мощности, исключение которых делает граф несвязным [1, 2].

$$\text{Пусть } F(X) = \sum_{j=1}^S f_j(\tilde{x}^j, V), \text{ где } \tilde{x}^j = (\tilde{x}_1^j, \tilde{x}_2^j, \dots, \tilde{x}_r^j)^T, j = \overline{1, S}$$

( $S$  - максимальное число слагаемых, сумма которых образует функционал  $F$ ), причем различные  $\tilde{x}^j$  могут содержать одинаковые переменные. Очевидно, что в этом случае лагранжиан задачи (1) представим в виде

$$L = \{f_1, f_2, \dots, f_s, d_1, d_2, \dots, d_m\}. \quad (4)$$

Определим бинарное отношение  $R$  следующим образом: переменные  $x_p$  и  $x_k$  находятся в отношении  $R$  друг с другом, если они одновременно входят в выражение хотя бы одной функции из (4). Бинарному отношению  $R$  соответствует граф  $G$ , в котором можно выделить группу сочленения  $V$  и получить разбиение его вершин  $\{x^1, x^2, \dots, x^K, V\}$ . Тогда  $\varphi_i(x^i, V) = \sum_{x^i \in V} f_j(\tilde{x}^j, V)$  а  $D_i(x^i, V) = (d_{i1}(\tilde{x}^1, V), \dots, d_{iM_i}(\tilde{x}^{M_i}, V))^T$ , где  $\tilde{x}^k \in x^i, k = \overline{1, M_i}, i = \overline{1, K}$ .

Для построения матрицы смежности вершин  $U = (u_{\alpha\beta})_{n \times n}$  графа  $G$  лагранжиана задачи (1) сформируем сначала матрицу вхождения  $A$  размера  $n \times (s+m)$  по следующему правилу:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \in f_j (j \in s) \text{ или } x_i \in d_\ell (j = s+l, \ell = \overline{1, m}), \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $E$  - знак вхождения переменной в функцию. Поскольку  $u_{ek} = 1$  тогда и только тогда, когда  $x_e$  и  $x_k$  одновременно входят хотя бы в одну из функций (4), т.е. когда имеет место соотношение  $(a_{ej} = 1) \wedge (a_{kj} = 1) = 1$ , то элементы матрицы  $U$  можно определить по формуле

$$u_{ek} = \bigvee_{j=1}^{s+m} a_{ej} \wedge a_{kj}, \quad e, k = \overline{1, n}.$$

Пример. Пусть решается задача

$$F = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_2 x_3 + x_4 x_5 + x_1^2 \rightarrow \min, \quad (5)$$

$$d_1(x_1, x_2, x_3) \geq 0, \quad d_2(x_3, x_4, x_5) \geq 0, \quad d_3(x_2, x_3) \geq 0.$$

Введем следующие обозначения:  $\tilde{x}^1 = (x_1)$ ,  $\tilde{x}^2 = (x_2)$ ,  $\tilde{x}^3 = (x_3)$ ,

$$\tilde{x}^4 = (x_4), \quad \tilde{x}^5 = (x_5), \quad \tilde{x}^6 = (x_2 x_3)^T, \quad \tilde{x}^7 = (x_4 x_5), \quad \tilde{x}^8 = (x_1).$$

Тогда  $f_1(\tilde{x}^1) = x_1$ ,  $f_2(\tilde{x}^2) = x_2$ ,  $f_3(\tilde{x}^3) = x_3$ ,  $f_4(\tilde{x}^4) = x_4$ ,

$$f_5(\tilde{x}^5) = x_5, \quad f_6(\tilde{x}^6) = x_2 x_3, \quad f_7(\tilde{x}^7) = x_4 x_5, \quad f_8(\tilde{x}^8) = x_1^2.$$

$L = \{f_1, f_2, \dots, f_8, d_1, d_2, d_3\}$ . Матрицы вхождения и смежности вершин имеют вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Применяя алгоритм выделения группы сочленения [2], получаем:  $V = (x_3)$ ,  $x^1 = (x_1, x_2)^T$ ,  $x^2 = (x_4, x_5)^T$ .

В результате задача (5) распадается на две подзадачи:

$$\Phi_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_2 x_3 + x_1^2 \rightarrow \min, \quad d_1(x_1, x_2, x_3) \geq 0, \quad d_3(x_2, x_3) \geq 0;$$

$$\Phi_2 = x_4 + x_5 + x_4 x_5 \rightarrow \min, \quad d_2(x_3, x_4, x_5) \geq 0.$$

с координирующей переменной  $x_3$ .

Таким образом, группа сочленения графа, вершины которого соответствуют переменным, описывающим систему, а дуги — связям между ними, может выступать в качестве множества координирующих переменных при синтезе иерархической системы управления. Данный подход может быть использован при оптимизации сложного технологического процесса в соответствии с некоторой аддитивной целевой функцией при определенных требованиях к параметрам продукции и ограничениях на параметры технологического процесса.

Л и т е р а т у р а: Берж К. Теория графов и ее применения //Пер. с фр. — М., 1962. — 319 с. 2. Костенко Д.Т., Безменов Н.И., Серокуров В.Е. О применении теории графов при структурном анализе сложных систем //Вестн.Харьк.политехн.ин-та. — 1979. — № 148: Прикл.механика и процессы упр. — Вып. I. — С.48—51.

УДК 65.012

О.С.Мельников

#### АЛГОРИТМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ ПО КАЛЕНДАРНЫМ ПЕРИОДАМ

Важная задача календарного планирования — объемно-номенклатурное распределение производственной программы по календарным периодам. Высокая трудоемкость задачи обуславливается противоречивостью предъявляемых к формируемому распределению требований равномерности производства и соблюдения сроков договорных поставок. Описанные в литературе методы решения данной задачи либо пренебрегают последним требованием [1], либо рассматривают возможность линейной свертки критериев [2], что практически тяжело реализовать в силу их несопоставимости. Предложенный в работе [3] метод оптимизации по критерию минимума отклонений от директивных сроков недостаточно эффективен в системах с сильными штрафами за невыполнение сроков поставок. Предлагаемый метод решения задачи основан на коррекции системы ограничений исходной задачи.

Модифицируем предложенную в работе [3] модель для случая "жестких" ограничений по договорным срокам. Подлежащая распределению производственная программа сформирована и задается



вектором  $u$ , где  $u_i$  - план выпуска по  $i$ -му типу изделий,  $i \in I$ .

Задано множество ресурсов  $J$ , интенсивность потребления которых определяется матрицей  $A$ , где  $a_{ij}$  - норма потребления  $j$ -го ресурса на выпуск единицы продукции  $i$ -го типа. Требуется распределить программу  $u$  на  $R$  периодов, сформировав матрицу разбиения  $V$ , в которой  $v_i^t$  - выпуск продукции  $i$ -го типа в  $t$ -м периоде. Ограничения по ресурсам представляются матрицей  $F$ , где  $f_j^t$  - лимит потребления  $j$ -го вида ресурса в  $t$ -м периоде.

Определяемые договорными обязательствами сроки поставок продукции задаются множеством директивных ограничений  $G$ :

$$g \in G \langle i_g, t_g^1, t_g^2, d_{ig}, w_g \rangle,$$

где  $i_g$  - тип изделия, выпуск которого регламентирует  $g$ -е директивное требование;

$d_{ig}$  - обусловленный им выпуск продукции за период  $[t_g^1, t_g^2]$

Будем считать, что штраф за невыполнение  $g$ -го требования пропорционален объему недовыпуска продукции с коэффициентом  $w_g$ .

На формируемое распределение  $V$  накладываются следующие ограничения:

условие выполнения производственной программы

$$\sum_{t=1}^R v_i^t = u_i, \quad i \in I; \quad (1)$$

условие равномерности использования ресурсов

$$\sum_{i \in I} a_{ij} v_i^t / f_j^t \leq \min(\alpha l_j, 1), \quad j \in J, t = \overline{1, R}, \quad (2)$$

где  $l_j$  - средняя интенсивность использования  $j$ -го ресурса:

$$l_j = \sum_{i \in I} a_{ij} u_i / \sum_{t=1}^R f_j^t.$$

$\alpha$  - коэффициент допустимого превышения локальной интенсивности потребления ресурсов над средней за период планирования;

условие выполнения договорных обязательств

$$\sum_{t=t_g^1}^{t_g^2} v_{i_g}^t \geq d_{ig} \quad \forall g \in G. \quad (3)$$

Система ограничений (1)-(3) может оказаться несовместной.

Сматчим ограничения (3), введя дополнительные переменные невязки

$$\begin{aligned} \mu_{ig}: \quad & \sum_{t=t_g}^t v_{ig}^t \geq dig - \mu_{ig}; \\ & 0 \leq \mu_{ig} \leq dig \quad \forall g \in G. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда коррекция исходной системы (1)–(3) реализуется путем решения аппроксимирующей задачи линейного программирования с ограничениями (1), (2), (4) и критерием

$$W(\mu) = \sum_{g \in G} w_g \mu_{ig} \Rightarrow \min. \quad (5)$$

Обозначим  $G^+ = \{g \in G : \mu_{ig} = 0\}$ .

При рассмотрении задачи (1), (2), (4), (5) как параметрической относительно  $\alpha$ , будем называть систему директивных ограничений  $G$  корректной, если

$$\exists \alpha, G^+(\alpha) = G \Leftrightarrow W(\mu^*, \alpha) = 0.$$

В случае корректности множества  $G$  имеет место задача обеспечения максимально равномерного распределения производственной программы:

$$\text{найти } \alpha^* = \min \{ \alpha : G^+(\alpha) = G \}.$$

Границы поиска  $\alpha^*$  в силу нелинейности правой части ограничений (3) определяются интервалом  $[1, \min(t/l_j)]$ ,  $j \in J$ . Поскольку функция  $W(\mu^*, \alpha)$  – неубывающая функция от  $\alpha$ , для поиска  $\alpha^*$  можно использовать метод дихотомии. Отметим также, что блочная структура ограничений (3) позволяет эффективно применять для решения задачи (2), (3), (6), (7) декомпозиционные методы [5].

Описанный выше метод программно реализован на языке Фортран-77 ЕС ЭВМ. Корректность исходной системы ограничений была достигнута при  $\alpha^* = 1,06$ . Время просчета контрольного примера при значениях  $\|I\| = 14$ ,  $\|J\| = 10$ ,  $R = 6$ ,  $\|G\| = 14$  составило 22 с процессорного времени.

Л и т е р а т у р а: 1. Первозванский А.А. Математические модели в управлении производством, – М., 1975. – 616 с. 2. Автоматизация управления / В.А.Абчук, А.Л.Лифшиц, А.А.Федулов и др. – М., 1984. – 264 с. 3. Нечипуренко В.И., Мельников О.С. Распределение производственной программы по календарным периодам в условиях

ГПС //Методологические и организационно-экономические проблемы формирования гибких автоматизированных производств: Обл.науч.-практ.конф.: Тезисы докл. - Харьков, 1989. - С.304-306.  
 4. Еремин И.И. Противоречивые задачи оптимального планирования. М.: 1988. - 160 с. 5. Муртаф Б. Современное линейное программирование. - М., 1984. - 224 с.

УДК 681.326

А.В.Ардальян, В.Ф.Прокопенков

### АЛГОРИТМ УЧЕТА ФОРМАТНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ УПАКОВКИ МИКРОКОДА

Создание трансляторов с языков микропрограммирования высокого уровня предусматривает разработку способов упаковки горизонтальных микрокоманд, которые допускают одновременное размещение нескольких микроопераций в рамках одного формата.

Микропрограмма представляет собой последовательность микрокоманд (МК), хранимую в управляющей памяти. В процессе исполнения микропрограммы из этой памяти извлекается по одной микрокоманде.

Каждое отдельное действие машины, указываемое в МК, называется микрооперацией (МО). Таким образом, МК можно охарактеризовать как набор МО. Микрокоманда в процессе исполнения - управляющее слово машины. Поле представляет собой множество разрядов управляющего слова, обеспечивающее управление простейшими действиями вычислителя. Для своего исполнения МО требует использования одного из нескольких полей. Формат управляющего слова определяет, сколько и каких МО может быть размещено в микрокоманде. Ниже приведены форматы микрокоманд.

#### Формат # I

Код Ф	Поле 1 МО группы 1	Поле 2 МО группы 2	Поле 3 МО группы 3	Поле 4 МО группы 4	Поле 5 МО группы 5
3 2 3 1 0	2 2 8 7 6 2 5 2 4	2 2 2 2 1 0 9 1 8	1 1 1 1 1 4 1 3 2	1 1 0 0 9 0 8 0 7	0 0 0 0 4 0 3 0 0 1

Формат №2

Поле 1      Поле 2      Поле 3      Поле 6

Код Ф	МО группы 1				МО группы 2				МО группы 6				МО группы 7																		
3 2	3 1	3 0	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5	2 4	2 3	2 2	2 1	1 0	1 9	1 8	1 7	1 6	1 5	1 4	1 3	1 2	1 1	1 0	0 9	0 8	0 7	0 6	0 5	0 4	0 3	0 2	0 1

Формат №3

Поле 7      Поле 3      Поле 4      Поле 5

Код Ф	МО группы 8								МО группы 3				МО группы 4				МО группы 5														
3 2	3 1	3 0	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5	2 4	2 3	2 2	2 1	1 0	1 9	1 8	1 7	1 6	1 5	1 4	1 3	1 2	1 1	1 0	0 9	0 8	0 7	0 6	0 5	0 4	0 3	0 2	0 1

Формат №4

Поле 7      Поле 6

Код Ф	МО группы 8								Пустое поле				МО группы 7																		
3 2	3 1	3 0	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5	2 4	2 3	2 2	2 1	1 0	1 9	1 8	1 7	1 6	1 5	1 4	1 3	1 2	1 1	1 0	0 9	0 8	0 7	0 6	0 5	0 4	0 3	0 2	0 1

Формат №5

Поле 1      Поле 2      Поле 6

Код Ф	МО группы 1				МО группы 2				Пустое поле				МО группы 8																		
3 2	3 1	3 0	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5	2 4	2 3	2 2	2 1	1 0	1 9	1 8	1 7	1 6	1 5	1 4	1 3	1 2	1 1	1 0	0 9	0 8	0 7	0 6	0 5	0 4	0 3	0 2	0 1

Формат №6

Поле 7      Поле 6

Код Ф	МО группы 8								Пустое поле				МО группы 8																		
3 2	3 1	3 0	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5	2 4	2 3	2 2	2 1	1 0	1 9	1 8	1 7	1 6	1 5	1 4	1 3	1 2	1 1	1 0	0 9	0 8	0 7	0 6	0 5	0 4	0 3	0 2	0 1

Предположим, задана микропрограмма, представленная в виде последовательности МО. Микрооперации должны быть помещены в МК таким образом, чтобы время исполнения микропрограммы было минимальным. При этом микрокоманды должны быть семантически эквивалентны исходной последовательности МО. Выражение "семантически эквивалентны" означает, что при исполнении обеих последовательностей одинаковые входы всегда приведут к одинаковым выходным результатам. Исходная последовательность МО не может быть исполнена в том виде, в котором представлена, но она становится исполнимой при размещении каждой МО в отдельную МК. Некоторые МО могут быть размещены в той же МК, что и предшествующие. Проще говоря, задача заключается в "упаковке" программы в малое пространство памяти.

Для достижения семантической эквивалентности формируемой микропрограммы исходной последовательности МО необходимо, чтобы при упаковке МО не были нарушены связи по данным, которые образуют первую группу ограничений, налагаемых на размещение МО в микропрограмме. Вторую группу образуют ограничения на одновременное использование ресурсов вычислителя различными МО. Третья группа - форматные ограничения. После того как определено, в какой МК должна быть размещена МО с учетом ее связей по данным и ресурсных ограничений, следует определить, содержит ли формат данной МК поле, соответствующее размещаемой МО и, если содержит, свободно ли это поле.

Множеством допустимых форматов микрооперации будем называть совокупность таких форматов, которые содержат поле, необходимое для размещения данной МО. Обозначим это множество  $M_i$ , где  $i$  - номер группы МО. Например,  $M_3$  - множество допустимых форматов МО третьей группы, состоящее из первого и третьего форматов.

Существуют МО, допускающие размещение в различных полях. Например, МО восьмой группы могут быть размещены и в седьмом, и в шестом полях. Множеством допустимых полей МО будем называть группу полей, в которых данная МО может быть размещена. Обозначим это множество  $P_i$ . Так, например,  $P_8$  - множество допустимых полей МО восьмой группы, которое включает в себя шестое и седьмое поля. Для всех остальных групп МО множества допустимых полей состоят из одного поля. После того, как МО размещена, она занимает одно из полей множества  $P_i$ . Обозначим это поле  $Q_i$ .

Микрокоманду можно охарактеризовать множеством  $K_j$  допустимых форматов, где  $j$  - номер МК. Пока  $j$ -я микрокоманда пуста,

$W_j$  содержит все форматы. После размещения МО в  $j$ -й МК из  $W_j$  должны быть исключены факторы, которые не содержат поля, соответствующее этой микрооперации. Например, если в пустой МК разместить МО первой группы, то множество допустимых форматов этой МК будет состоять из первого, второго и пятого форматов. Если ни один из форматов множества  $W_j$  не содержит необходимого для размещения МО поля, необходимо попытаться разместить МО в следующей МК, и так до тех пор, пока МО не будет размещена.

При упаковке МО надо учитывать, свободно ли необходимое для ее размещения поле, поскольку даже если формат допускает размещение МО в МК, необходимое для этого поле может быть уже занято одной из предыдущих МО. Введем в рассмотрение множество  $Z_j$  занятых полей микрокоманды, которое содержит поля, занятые ранее размещенными МО.

При размещении  $i$ -й МО в  $j$ -й МК форматные ограничения учитываются по следующему алгоритму.

1. Если  $W_j \cap M_i \neq \emptyset$  и  $P_i \notin Z_j$ , т.е. множество допустимых форматов  $j$ -й МК содержит по крайней мере один формат, в котором имеется необходимое для размещения  $i$ -й МО поле, и в  $j$ -й МК свободно хотя бы одно поле из множества допустимых полей  $i$ -й МО, перейти к п.3.

2. Положить  $j = j + 1$  и перейти к п.1.

3. Положить  $W_j = W_j \cap M_i$ , т.е. исключить из множества допустимых форматов  $j$ -й МК форматы, которые не содержат необходимого для размещения  $i$ -й МО поля.

4. Положить  $Z_j = Z_j \cup P_i$ , т.е. добавить занятое  $i$ -й МО поле к множеству занятых полей  $j$ -й МК.

В рассматриваемом примере можно выделить 12 различных множеств допустимых форматов МК -  $W_j^k$  ( $k = \overline{1, 12}$ ):  $W_j^1 = (N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6)$ ;  $W_j^2 = (N_1, N_2, N_5)$ ;  $W_j^3 = (N_3, N_4, N_6)$ ;  $W_j^4 = (N_1, N_3)$ ;  $W_j^5 = (N_2, N_4)$ ;  $W_j^6 = (N_5, N_6)$ ;  $W_j^7 = (N_1)$ ;  $W_j^8 = (N_2)$ ;  $W_j^9 = (N_3)$ ;  $W_j^{10} = (N_4)$ ;  $W_j^{11} = (N_5)$ ;  $W_j^{12} = (N_6)$ .

Эти множества получены следующим образом. Любую МК можно условно разбить на две группы разрядов: в первую из них входят 1 - 17-й разряды, во вторую - 18 - 32-й. Если МК пуста, то ей соответствует множество  $W_j^1$ , которое содержит все форматы МК.

В разрядах с 18-го по 32-й можно разместить МО первой, второй и восьмой групп. Если размещается МО первой или второй групп, то множество  $W_j$  должно содержать форматы, которые имеют первое и второе поля, т.е. форматы  $N1, N2$  и  $N5$ . Таким образом, получаем множество  $W_j^2$ . Если размещается МО восьмой группы в разрядах с 18-го по 32-й, то  $W_j$  должно содержать форматы  $N3, N4$  и  $N6$ . Так получается множество  $W_j^3$ . Никаких других множеств допустимых форматов МК при размещении любой МО в разрядах с 18-го по 32-й возникнуть не может, поскольку мы рассмотрели все возможные варианты.

Рассмотрим теперь разряды с 1-го по 17-й. В этих разрядах могут быть размещены МО третьей, четвертой, пятой, шестой, седьмой и восьмой групп. При размещении МО третьей, четвертой или пятой групп в пустой МК получается множество  $W_j^4$ . При размещении МО седьмой группы -  $W_j^5$ . При размещении МО восьмой группы -  $W_j^6$ . При размещении МО шестой группы -  $W_j^8$ . Никакие другие множества допустимых форматов МК при размещении любой МО в разрядах с 1-го по 17-й не возникают.

Множества  $W_j^7, W_j^9, W_j^{10}, W_j^{11}, W_j^{12}$  возникают в тех случаях, когда в каждой из двух групп разрядов размещено, по крайней мере, по одной МО. Эти множества содержат по одному формату МК.

Возможность размещения МО в МК позволяет определить табл. I.

Таблица I

Группы МО	Множества допустимых форматов МК											
	$W_j^1$	$W_j^2$	$W_j^3$	$W_j^4$	$W_j^5$	$W_j^6$	$W_j^7$	$W_j^8$	$W_j^9$	$W_j^{10}$	$W_j^{11}$	$W_j^{12}$
1	-I	I	0	-I	-I	-I	I	I	0	0	I	0
2	-I	I	0	-I	-I	-I	I	I	0	0	I	0
3	-I	-I	-I	I	0	-I	I	0	I	0	I	0
4	-I	-I	-I	I	0	0	I	0	I	0	0	0
5	-I	-I	-I	I	0	0	I	0	I	0	0	0
6	-I	-I	0	0	-I	0	0	I	0	0	0	0
7	-I	-I	-I	0	0	0	0	I	0	I	0	0
8	-I	-I	-I	-I	-I	-I	0	0	I	I	I	I

В табл.1 минус I означает, что МО можно разместить в МК, не проверяя, свободно или занято соответствующее поле. Например, минус I на пересечении первой строки и четвертого столбца означает, что в МК с  $W_j^4$  разряды с 18-го по 32-й пусты и, следовательно, МО первой группы можно размещать в этой МК. Единица означает, что МО может быть размещена в МК, если соответствующее ей поле свободно. Так, МО первой группы может быть размещена в МК с  $W_j^2$  лишь в том случае, если в этой МК еще нет другой МО первой группы. Ноль означает невозможность размещения МО в МК. Например, МО первой группы не может быть размещена в МК с  $W_j^3$ , поскольку ни один из допустимых форматов этой МК не содержит первого поля.

После размещения МО необходимо определить, как изменилось множество допустимых форматов МК (табл.2).

Т а б л и ц а 2

Группы МО	Множества допустимых форматов МК					
	$W_j^1$	$W_j^2$	$W_j^3$	$W_j^4$	$W_j^5$	$W_j^6$
1	2	2	-	7	8	8
2	2	2	-	7	8	8
3	4	7	9	4	-	-
4	4	7	9	4	-	-
5	4	7	9	4	-	-
6	8	8	-	-	8	-
7	5	8	10	-	-	-
8	3	11	12	9	10	12

В табл.2 число указывает номер множества допустимых форматов МК при размещении МО в текущей МК. Так, например, размещение МО третьей группы в МК с  $W_j^3$  приводит к тому, что множество допустимых форматов этой МК становится  $W_j^9$ . Прочерк означает невозможность размещения МО данной группы в МК с таким множеством допустимых форматов. Таблица содержит сведения только для  $W_j^k$ ,  $k = 1, 6$ , поскольку размещение МО в МК с  $W_j^k$ ,  $k = 7, 12$ , не приводит к изменению множества допустимых форматов МК.



Предложенные таблицы позволяют упростить программную реализацию алгоритма учета форматных ограничений.

УДК 661.32

Д. С. Шахновский

### ФОРМИРОВАНИЕ МИКРОКОДА С ПОМОЩЬЮ ПРАВИЛА, ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО ПОРЯДОК ВКЛЮЧЕНИЯ ОПЕРАЦИЙ

В задаче упаковки микрокода качество упакованной программы сильно зависит от порядка включения в решение операций элементарных действий программиста. Это объясняется тем, что более раннее начало выполнения одних операций приводит к задержке других и наоборот. Причиной этого см. в [1].

Будем считать, что нам задана начальная последовательность операций, написанная программистом, и есть возможность по ней восстановить граф зависимости по данным (ГЗД) [2]. Этот граф описывает ограничения:

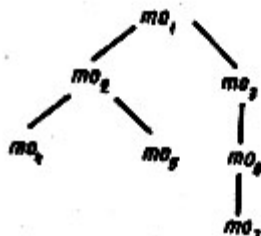
на последовательность включения операций, выражающиеся в том, что операцию  $mo_i$  нельзя включать в составленную часть решения раньше, чем включены все операции, из которых в ГЗД идут дуги в операцию  $mo_i$ ;

на взаимное положение операций, связанных дугами зависимостей, проявляющиеся в том, что в упакованной программе операция, в которую заходит дуга, должна размещаться не ранее, чем через некоторое время после операции, из которой дуга выходит.

В работе [3] предполагается раньше включать в решение те операции, у которых более длинная цепочка зависящих по данным операций. На рисунке из операций  $mo_2$  и  $mo_3$  раньше в решение включается операция  $mo_3$ .

Это правило эффективно действует, если минимальные допустимые разности между моментами начал операций, связанных одной дугой, равны между собой для всех дуг графа.

Встречаются вычислители, операции которых имеют следующие свойства:



минимальные допустимые разности между моментами начал операций, связанных дугой, различны; величины этих разностей зависят от моментов начал других, ранее размещенных операций.

Для упаковки программы вычислителей с такими свойствами предлагается следующий алгоритм.

1. Присвоить моментам начал всех операций программы времени  $t_i = L$ , где  $L$  - число, заведомо большее длительности упакованной программы.

2. Положить  $i = N$ , где  $N$  - число операций в программе.

3. Уменьшать время начала операции  $t_i$  до тех пор, пока ее положение относительно всех зависящих от нее операций не станет допустимым. При этом не учитываются ограничения типа описанных в работе [1].

4. Положить  $i = i - 1$ ; если  $i > 0$ , перейти к п.3.

5. Выбрать из всех операций, не имеющих предшественников в ГЗД, ту, которая имеет наименьшее время начала. Пусть это операция с номером  $j$ .

6. Разместить операцию  $j$ . Для этого положить  $t_j = 0$ , а затем увеличивать время размещения операции до тех пор, пока операция  $j$  не будет размещена корректно относительно операций, размещенных ранее с точки зрения как ограничений, задаваемых дугами ГЗД, так и ограничений, описанных в [1].

7. Удалить из ГЗД операцию  $j$  и все выходящие из нее дуги.

8. Если в ГЗД есть еще операции, перейти к п.5.

9. Остановиться.

При условии, что ГЗД не меняется, микрокод, полученный данным алгоритмом, не зависит от порядка записи операции в исходной программе.

Л и т е р а т у р а: 1. Ардьян А.В., Прокопенков В.Ф.

Алгоритм учета форматных ограничений при решении задачи упаковки микрокода // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. - 1982. - № 278.

2. Handzskov D., Davidson S., Shriver B., et's local microcode compaction technique // Comput Survey. 1980. 12. №3. P. 261-294.

3. Fisher J.A. Tease Scheduling:

A Technique for global microcode compaction

// IEEE Transaction on computers. 1981. C-30.

N7. P. 478-490.

АЛГОРИТМ СОКРАЩЕНИЯ ИЗБЫТОЧНОСТИ  
ЦИФРОВОЙ ВИДЕОИНФОРМАЦИИ

Алгоритм сокращения избыточности цифровой информации разработан для систем цифровой обработки визуальной информации и передачи ее по каналу связи.

Рассмотрим задачу сокращения избыточности цифрового двумерного многоградационного изображения, т.е. задачу построения алгоритма работы кодера, сокращающего избыточность. Основным требованием к решению задачи считаем его обратимость, которую будем понимать как возможность восстановления изображения в его исходном виде. Отметим, что требование обратимости процесса сокращения избыточности делает невозможным применение таких эффективных методов, как дифференциальная импульсно-кодовая модуляция (ДИКМ) или кодирование с преобразованием, которые основаны в большей степени на сокращении физиологической (психовизуальной) избыточности изображения. Задача сокращения избыточности цифрового изображения сводится, таким образом, к сокращению статистической избыточности источника.

Дополнительным требованием к решению считаем ограниченное использование заломниающих устройств в алгоритме кодера, что, учитывая растровый характер изображения, приводит к "одномерному" алгоритму.

Цифровая форма представления видеoinформации

Рассмотрим исходное полутоновое изображение, представляющее собой массив элементов размерностью  $N \times N$   $x_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N$ ), яркость которых квантована на  $2^k$  уровней (обычно  $k = 6$  или  $k = 8$ ). При использовании импульсно-кодовой модуляции (ИКМ) такой массив яркостей кодируется  $k$ -разрядными словами, т.е. объем информации составляет  $k \cdot N^2$  бит.

Такое изображение можно представить как  $k$  бинарных (двухградационных) изображений размером  $N \times N$ :

$$Z_{ijl} \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (I)$$

где  $l = 1, \dots, k$  - номер изображения, причем  $l=1$  соответствует младшему биту в  $k$ -разрядном слове,  $l=k$  - старшему биту.

Код яркости элемента бинарного изображения  $Z_{i,j,l}$  может принимать значения 0 или 1 и может быть выражен (исходя из описанного представления) через код яркости исходного элемента многоградационного изображения  $x_{i,j}$ :

$$Z_{i,j,l} = x_{i,j} \wedge 2^{l-1}, \quad (2)$$

где  $\wedge$  - поразрядная операция "И".

Коды яркостей элементов исходного изображения могут быть восстановлены по кодам яркости элементов бинарных изображений:

$$x_{i,j} = \sum_{l=1}^K Z_{i,j,l} \cdot 2^{l-1}. \quad (3)$$

Полученные таким образом  $K$  бинарных изображений можно обработать с помощью известных алгоритмов сокращения избыточности бинарных изображений (например, алгоритма статистического кодирования длин серий), чем достигается уменьшение по сравнению с ИИМ объема передаваемой информации на 30 - 40 %.

Анализируя полученные бинарные изображения, можно видеть, что изображения двух любых соседних уровней  $l$  и  $l+1$  значительно коррелированы между собой, причем корреляция увеличивается с ростом  $l$ . Наличие подобной корреляции говорит о дублировании информации на соседних уровнях, что приводит к избыточности не только самих бинарных уровней (в дальнейшем - внутренняя избыточность), но и совокупности бинарных изображений в целом (в дальнейшем - совместная избыточность).

Кодируя отдельно взятые бинарные изображения, можно в принципе ликвидировать только их внутреннюю избыточность.

Можно, видимо, найти преобразование (должно быть обратимым), после применения которого кодирование отдельно взятых бинарных изображений сокращает не только их внутреннюю избыточность, но и совместную. В качестве такого преобразования была опробована поразрядная операция "исключающее ИЛИ" между соседними парами бинарных изображений.

Описание алгоритма

(А) Считывается с приемного устройства полутоновое изображение  $N \times N \times K$  бит.

(Б) Производится разложение полутонового изображения на  $K$  бинарных изображений  $N \times N$  элементов по формуле (3).

(В) В целях сокращения совместной избыточности бинарных изображений к ним применяется простое преобразование, описываемое формулой

$$Z'_{i,j,l} = Z_{i,j,l} \oplus Z_{i,j,l+1}; \quad i, j = 1, \dots, N; \quad l = 1, 2, \dots, k-1 \quad (4)$$

где  $Z'_{i,j,l}$  -  $i, j$ -й элемент  $l$ -го бинарного изображения после преобразования, а  $\oplus$  обозначает поразрядную операцию "исключающее ИЛИ".

Из формулы (4) видно, что бинарное изображение старшего уровня (т.е.  $k$ -е бинарное изображение) остается без изменений, что делает преобразование (4) обратимым. В этом случае преобразование, обратное преобразованию (4), описывается формулой

$$Z_{i,j,m} = Z'_{i,j,m} \oplus Z'_{i,j,m+1}; \quad i, j = 1, \dots, N; \quad m = k-1, \dots, 2, 1. \quad (5)$$

Обратный порядок пересчета индекса  $m$  говорит о порядке восстановления бинарных изображений.

В заключение описания этапа отметим, что преобразование (4) было выбрано из чисто эмпирических соображений и поэтому, видимо, не оптимально. Однако хорошие результаты его применения, а также простота аппаратной реализации позволяют оставить задачу поиска оптимального преобразования в качестве резерва улучшения алгоритма.

(Г) При разложении полутонового изображения на бинарные, как это описано в пункте (Б), получаем трехмерную структуру  $k \times N \times N$  двоичных чисел, которая затем подвергается преобразованию (4).

Далее полученная структура разбивается на блоки размером  $2 \times 2 \times 2$  элемента, причем первые два измерения располагаются в плоскости бинарного изображения, а третье связано с его номером. Такие блоки могут принимать  $2^3 = 256$  состояний, каждому из которых можно поставить в соответствие 8-разрядное слово (байт). Выбрав определенный порядок перебора блочных элементов в структуре изображения, тем самым формируем  $k/2$  потоков данных для алгоритма статистического кодирования.

(Д) Потоки данных поступают на кодер, реализующий алгоритм Хаффмена или родственные ему алгоритмы (при тестировании применялся усовершенствованный алгоритм Зива - Лемпеля - Уолша)

В заключение отметим, что существует по крайней мере два пути улучшения эффективности описанного алгоритма:

- поиск оптимального преобразования бинарных уровней изображения в целях сокращения их совместной избыточности;
- введение в алгоритм кодера предсказателя.

При реализации описанного алгоритма сокращения избыточности цифровой видеоинформации на ЭВМ было установлено, что его коэффициент сокращения избыточности выше, чем у "чистого" алгоритма Хаффмена, или же алгоритма Хаффмена с предсказанием.

УДК 681.3.019

Л. Б. Кащеев, канд. техн. наук  
В. С. Щепенюк

### РАЗРАБОТКА МУЛЬТИМЕДИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В настоящее время наметился новый качественный скачок в развитии программного обеспечения - мультимедиа. В программах, опирающихся на этот принцип, информация представляется пользователю в наиболее привычной форме - в виде многокрасочных динамических изображений с синхронным звуковым и текстовым сопровождением. В ряде случаев такое представление более приемлемо для принятия решения, так как обработка визуально-ассоциативных связей человеком более эффективна, чем больших объемов алфавитно-цифровой информации. Иногда это единственный приемлемый путь информационного обмена (обучение, реклама, диспетчерские и картографические системы).

Развитие мультимедиа у нас во многом сдерживается аппаратной частью наиболее распространенных IBM PC и им подобных ПК, тогда как для воспроизведения графики и звука идеология ПК *MACINTOSH*, *APPLE*, *NEXT* предпочтительна. Например, для приемлемого синтезирования сложных звуков на одноканальном спикере IBM PC известная программа *Speech Tracker* требует до 80 % машинных ресурсов. Однако объективные трудности не могут служить основанием для отказа от данного направления работ.

Основываясь на своих исследованиях, авторы выделяют в разработке мультимедиальной системы следующие задачи: эффективная организация хранения большого количества изображений, решение

вопроса анимации фрагментов и всего изображения в целом, объединение графических изображений и других типов данных в структуры, аналогичные используемым в базах данных.

Первая задача представляется наиболее важной, поскольку ее решение определяет эффективность мультимедиальной системы, так как дисковое пространство наиболее распространенных AT 286 лимитирует количество сохраняемых изображений и фрагментов.

Для решения задачи был проведен анализ распространенных форматов графических файлов; выбраны наиболее характерные цветные графические изображения: тест 1 - точка на однотонном фоне; тест 2 - шахматка; тест 3 - многокрасочное изображение типа пейзажного слайда. Тесты проводились в формате 640 x 480 x 16 цветов. Данные тестовые картинки конвертировались во всевозможные форматы, после чего сопоставлялись их размеры (см. таблицу).

Сравнительный объем графических файлов  
(размер PCX-файла принят за единицу)

Формат файла (графический пакет)	Тесты		
	1	2	3
<i>PCX (Zsoft, PC Paintbrush)</i>	1,000	1,000	1,000
<i>BNG (Broderbund, Fantvision)</i>	0,999	1,001	1,003
<i>CAP (IBM, Storyboard+)</i>	0,889	0,318	1,161
<i>GIF (CompuServe Graphic System)</i>	0,186	1,127	0,918
<i>IMG (GEM, Ventura Publisher)</i>	0,329	0,564	1,032
<i>LBM (Delux Paint II Enhanced)</i>	0,647	1,127	0,918
<i>PIC (IBM, Storyboard+)</i>	0,888	0,317	1,148
<i>PIC (Mouse Sys., PC Paint+)</i>	0,055	1,238	1,012
<i>SCR (RIX, EGA/UGA Paint)</i>	25,883	7,234	1,953
<i>TIFF (IBM, Storyboard+)</i>	51,746	14,476	3,908
<i>WPG (Word Perfect Gr. Format)</i>	0,508	0,523	0,786

В результате анализа для хранения графической информации был выбран формат **GIF**. При этом учитывалась скорость и простота воспроизведения слайдов и возможность использования внешних утилит и базовых графических возможностей языков программирования.

Задача компактного хранения совокупности файлов изображений не решена в большинстве графических пакетов. Основные разработчики

систем мультимедиа используют аппаратно реализованные алгоритмы упаковки и распаковки файлов. У нас такой путь недоступен, а используемые архиваторы в состоянии запаковать лишь неоптимальные графические форматные файлы. В своей системе авторы используют способ хранения большого количества изображений в одном файле, что позволяет сэкономить место на диске за счет отсутствия большого количества недописанных кластеров. При показе некоторого видеоряда используется единый графический режим для всех его кадров. В таком случае возможно отдельное хранение заголовка видеоряда и палитры, что тоже экономит дисковое пространство и увеличивает скорость вывода его на экран.

Разработанные утилиты на данном этапе работ используются в создаваемой мультимедиальной системе, являющейся базой данных и объединяющей видеоряды графических изображений, библиотеки спрайтов и простейших звуковых комбинаций, алфавитно-цифровую информацию. Дальнейшим направлением работ является интегрирование в эту среду принципов гипертекста.

УДК 51В

В. П. Северин, канд. техн. наук

#### ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ МАТРИЧНОЙ ЭКСПОНЕНТЫ И ИНТЕГРАЛА МАТРИЧНОЙ ЭКСПОНЕНТЫ

Математические модели различных технологических процессов представляют собой жесткие системы дифференциальных уравнений. Эффективными методами решения таких систем являются матричные методы, основанные на вычислении матричной экспоненты или ее интеграла [1-3]. Точность и трудоемкость матричных методов существенно зависит от точности и трудоемкости вычисления матричной экспоненты или ее интеграла. Исследуем влияние значений параметров алгоритмов вычисления матричной экспоненты и ее интеграла на точность и трудоемкость вычислений.

Матричная экспонента представляет собой равномерно сходящийся матричный ряд

$$\varphi(A) = e^A = E + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots, \quad (1)$$



где  $A$  - квадратная матрица;  
 $E$  - единичная матрица.

Для ускорения сходимости ряда при большой норме матрицы  $\|A\|$  зададим  $\varepsilon > 0$ , определим положительное целое

$$\ell = \min \{k \mid \|A\| / 2^k < \varepsilon\} \quad (2)$$

и перейдем к матрице

$$B = A / 2^\ell, \quad (3)$$

для которой  $\|B\| < \varepsilon$ .

Тогда, вычислив матричную экспоненту  $\varphi_0 = \varphi(B)$  и применив рекуррентную формулу

$$\varphi_k = \varphi(2^k B) = \varphi_{k-1}^2 \quad (k = \overline{1, \ell}), \quad (4)$$

получим искомую матричную экспоненту  $\varphi(A) = \varphi_e$ . Применение формулы (4) при больших значениях  $\ell$  приводит к существенному накоплению погрешности [1, 2]. Для уменьшения погрешности округления вводят матричную функцию  $\psi(A) = \varphi(A) - E$ . В этом случае, задавая  $\delta > 0$  и ограничиваясь конечным числом членов матричного ряда, вычислим

$$\psi_0 = \psi(B) = \sum_{i=1}^m B^i / i!, \quad (5)$$

где

$$m = \min \{i \mid \|B^i / i!\| / \|\psi_0\| < \delta\}. \quad (6)$$

Учитывая формулу (4), получим рекуррентное соотношение

$$\psi_k = \psi_{k-1} (2E + \psi_{k-1}), \quad k = \overline{1, \ell}, \quad (7)$$

где  $\psi_k = \varphi(2^k B) - E$ . Тогда

$$\varphi(A) = E + \psi_e. \quad (8)$$

На основании выражений (2), (3), (5)–(8) составим алгоритм вычисления матричной экспоненты по заданным квадратной матрице  $A$ , положительным числам  $\delta$  и  $\varepsilon$ , определяющим объем и точность вычислений.

Шаг I. Если  $\|A\| > \varepsilon$ , то определить

$$\ell = \min \{k \mid \|A\| / 2^k < \varepsilon\},$$

иначе положить  $\ell = 0$ .

Шаг 2. Вычислить  $\theta = A/2^\ell$ .

Шаг 3. Вычислить

$$\phi_0 = \sum_{i=1}^m \theta^i / i!, \text{ где } m = \min \{ i \mid \|\theta^i / i!\| / \|\phi_0\| < \delta \}.$$

Шаг 4. Если  $\ell > 0$ , то вычислить

$$\psi_k = \psi_{k-1} (2E + \psi_{k-1}), \quad k = \overline{1, \ell}.$$

Шаг 5. Вычислить  $\varphi(A) = E + \psi_\ell$ .

Подставляя в выражение (1)  $At$  вместо  $A$  и интегрируя, получим матричный ряд для интеграла матричной экспоненты:

$$\Phi(A, h) = \int_0^h e^{At} dt = h \left[ E + \frac{Ah}{2!} + \frac{(Ah)^2}{3!} + \frac{(Ah)^3}{4!} + \dots \right]. \quad (9)$$

Для ускорения сходимости этого ряда при большой норме  $\|Ah\|$  зададим  $\varepsilon > 0$ , определим положительное целое число

$$\ell = \min \{ k \mid \|Ah\| / 2^k < \varepsilon \} \quad (10)$$

и обозначим  $s = h/2^\ell$ . Задавая  $\delta > 0$  и учитывая конечное число слагаемых матричного ряда (9), вычислим

$$\phi_0 = \Phi(A, s) = s \sum_{i=0}^m (As)^i / (i+1)!, \quad (11)$$

где

$$m = \min \{ i \mid \|(As)^i / (i+1)!\| / \|\phi_0\| < \delta \}. \quad (12)$$

Перейдем от матрицы  $\phi_0 = \Phi(A, s)$  к матрице  $\phi_\ell = \Phi(A, h)$  по рекуррентным соотношениям [3]:

$$\phi_k = \phi_{k-1} (E + \psi_{k-1}), \quad \psi_k = \psi_{k-1}^2, \quad k = \overline{1, \ell}, \quad (13)$$

где

$$\phi_k = \Phi(A, 2^k s), \quad \psi_k = \varphi(A \cdot 2^k s) = e^{A 2^k s}.$$

На основании выражений (10)–(13) составим алгоритм вычисления интеграла матричной экспоненты по заданной квадратной матрице  $A$ ,

верхнему пределу интегрирования  $h$ , положительным числам  $\delta$  и  $\varepsilon$ , определяющим объем и точность вычислений.

Шаг 1. Если  $\|A\|h > \varepsilon$ , то определить

$$l = \min \{k \mid \|A\|h/2^k < \varepsilon\},$$

иначе положить  $l = 0$ .

Шаг 2. Вычислить  $s = h/2^l$ ,  $B = A \cdot s$ .

Шаг 3. Вычислить

$$\phi_0 = s \cdot \sum_{i=0}^m B^i / (i+1)!, \text{ где } m = \min \{i \mid \|B^i / (i+1)!\| / \|\phi_0\| < \delta\}.$$

Шаг 4. Вычислить  $\phi_0 = E + A \cdot \phi_0$ .

Шаг 5. Если  $l > 0$ , то вычислить

$$\phi_k = \phi_{k-1} (E + \phi_{k-1}), \phi_k = \phi_{k-1}^2, k = \overline{1, l}.$$

В результате работы алгоритма получим интеграл матричной экспоненты  $\Phi_e = \Phi(A, h)$ .

По приведенным алгоритмам автором составлены подпрограммы на Алголе 68 для ЕС 1061, в которых задана норма матрицы

$$\|A\|_\infty = n \cdot \max_{i,j} |a_{ij}|,$$

где  $n$  - размерность матрицы  $A$  с элементами  $a_{ij}$ . Для исследования алгоритмов возьмем матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

имеющую собственные значения  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = \lambda_3 = 2$ , для которой матричная экспонента и ее интеграл получены аналитически:

$$\varphi(A) \cdot e^A = \begin{bmatrix} 2e^2 & -e^2 & e^2 \\ 2e^2 - e & e - e^2 & e^2 \\ e^2 - e & e - e^2 & e^2 \end{bmatrix},$$

$$\Phi(A, t) = \int_0^t e^{At} dt = \begin{bmatrix} e_2 + e_3 & -e_3 & e_3 \\ e_2 + e_3 - e_1 & e_1 - e_3 & e_3 \\ e_2 - e_1 & e_1 - e_2 & e_2 \end{bmatrix},$$

где

$$e_1 = e^{-t}, \quad e_2 = (e^2 - 1)/2, \quad e_3 = (e^2 + 1)/4.$$

Трудоёмкость работы алгоритмов оценим числом перемножений матриц  $K = \ell \cdot m - 1$ , а точность — нормой разности вычисленных и полученных аналитически матриц  $\Delta$ . Результаты работы алгоритмов, соответствующие представлению матрицы вещественных чисел с 16 десятичными знаками, приведены в таблице. По этим результатам можно сделать вывод, что оптимальные по точности и трудоёмкости значения  $\delta \in [10^{-15}; 10^{-7}]$ ,  $\epsilon \in [10^{-3}; 1]$ .

$\lg \delta$	$\lg \epsilon$	$\ell$	$m$	$K$	$\lg \Delta$	
					$\varphi(A)$	$\Phi(A, h)$
-5	-1	7	4	10	-7	-7
"	-2	10	3	12	-7	-7
"	-3	14	3	16	-10	-10
"	-4	17	3	19	-12	-9
-7	1	0	15	14	-7	-7
"	0	4	7	10	-8	-8
"	-1	7	5	11	-9	-9
"	-2	10	4	13	-10	-10
"	-3	14	3	16	-10	-10
"	-4	17	3	19	-12	-9
-9	1	0	17	16	-8	-9
"	0	4	8	11	-10	-10
"	-1	7	6	12	-12	-12
"	-2	10	4	13	-10	-10
"	-3	14	4	17	-12	-10
"	-4	17	3	19	-12	-9

## Продолжение

$\lg \delta$	$\lg \epsilon$	$l$	$m$	$N$	$\lg A$	
					$\varphi(A)$	$\Phi(A, A)$
-II	1	0	19	18	-10	-II
"	0	4	9	12	-12	-12
"	-1	7	6	12	-12	-12
"	-2	10	5	14	-12	-II
"	-3	14	4	17	-12	-10
"	-4	17	4	20	-12	-9
-13	1	0	21	20	-12	-13
"	0	4	10	13	-13	-12
"	-1	7	7	13	-12	-12
"	-2	10	6	15	-12	-II
"	-3	14	5	18	-12	-10
"	-4	17	4	20	-12	-9
-15	1	0	23	22	-13	-14
"	0	4	11	14	-13	-12
"	-1	7	8	14	-12	-12
"	-2	10	6	15	-12	-II
"	-3	14	5	18	-12	-10
"	-4	17	4	20	-12	-9

Л и т е р а т у р а: 1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Учеб. пособие. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 600 с. 2. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭЕМ: Справ. пособие. - Киев: Наук. думка, 1986. - 584 с. 3. Ракитский Ю.Ф., Устинов С.М., Черноуцкий И.Г. Численные методы решения жестких систем. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. - 208 с.

УДК 519.6

В.В.Иванова, канд. физ.-мат. наук,  
Д.А.ПугинКРИТЕРИЙ СТАЦИОНАРНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА  
РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ЭРДИНГЕРА

Для исследования эволюции формы импульса в нелинейной дис-

двухмерной среде применяется солитоноподобное уравнение для комплекснозначной функции  $q(z, x)$ , которое называется уравнением Шредингера (НУШ). Оно имеет в простейшем случае вид

$$i \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + |q|^2 q \quad (I)$$

с условиями:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} q(z, x) = 0, \quad q(z, x)|_{z=0} = q_0(x),$$

где  $q_0(x)$  — некоторая заданная комплекснозначная функция.

При конструировании алгоритма нахождения численного решения уравнения (I) методом сеточной аппроксимации центральное место занимает вопрос устойчивости этого алгоритма.

В правой части уравнения (I) второе слагаемое не влияет на устойчивость алгоритма, так как в узлах сетки его можно вычислять точно. В работе [1] описан критерий устойчивости численного алгоритма решения линейного параболического дифференциального уравнения вида:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = a \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}.$$

Для исследования устойчивости решения НУШ необходимо выделить и проанализировать в уравнении (I) параболическую часть, для чего уравнение (I) запишем в виде

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + i|q|^2 q.$$

Введем в области

$$-\infty < x < +\infty, \quad 0 \leq z \leq T < \infty \quad (2)$$

вспомогательную функцию  $u(x, z)$ , удовлетворяющую начальному условию

$$u(x, 0) = u_0(x).$$

Рассмотрим вспомогательное параболическое дифференциальное уравнение для функции  $u(x, z)$ :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Наличие мнимой единицы в этом уравнении указывает на его двухкомпонентность, т.е.  $u = R + iJ$ . Поэтому после разделения на реальную и мнимую части получим систему:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial z} &= -\frac{a}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial J}{\partial z} &= \frac{a}{2} \frac{\partial^2 R}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Выберем прямоугольную сетку и заменим исходную область (2) сеточной областью  $D$ , координаты узлов которой определяются по правилу:

$$\begin{aligned} x_m &= mh, \quad m = 0; \pm 1; \dots; \pm M; \\ z_n &= n\sigma, \quad n = 0; 1; \dots; N. \end{aligned} \quad (4)$$

Можно показать [2], что дифференциальные операторы в (3) аппроксимируются следующими разностными выражениями:

$$\begin{aligned} R_{n+1,m} - R_{n,m} &= (-a\sigma/2k^2)(J_{n,m+1} - 2J_{n,m} + J_{n,m-1}), \\ J_{n+1,m} - J_{n,m} &= (a\sigma/2k^2)(R_{n,m+1} - 2R_{n,m} + R_{n,m-1}). \end{aligned}$$

Возникающая в выражении (4) ошибка аппроксимации имеет порядок  $O(\sigma + h^2)$ .

Введем в качестве одной из возможных форм решения двухкомпонентный вектор-столбец  $f(R, J)$ . Эту функцию можно разложить в виду суммы волн Фурье. Положим, что функция  $f(R, J)$  периодична вне области (4) по обоим переменным. Рассмотрим некоторую  $K$ -ую моду Фурье этой функции:

$$f_K(z) = F_K(z) \exp(ikx) \quad (5)$$

где  $F_K(z)$  - временная амплитуда моды. Тогда для вектор-функции  $F_K(z)$  получим

$$F_K(n\sigma + \sigma) = M F_K(n\sigma).$$

Возникшая при этом  $(2 \times 2)$  - матрица перехода  $M$  равна

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

где

$$\alpha = (2a\sigma/k^2) \cdot \sin^2(kh/2).$$

Собственные числа этой матрицы равны  $\lambda_{1,2} = 1 \pm i\delta$ , поэтому  $|\lambda_{1,2}| > 1$ . Следовательно, с возрастанием индекса  $n$ , когда  $F_X(n\sigma) = M^n F_X(0)$ , процесс всегда неустойчив. Если же обратить ход этого процесса,  $n = 0; -1; -2; \dots; -N$ , то получим

$$F_X(n\sigma - \sigma) = M F_X(n\sigma).$$

Этот процесс устойчив, поскольку собственные числа  $\mu_{1,2}$  матрицы  $M$  равны  $\mu_{1,2} = (1 \pm i\delta)^{-1}$  и поэтому

$$|\mu_{1,2}| < 1.$$

Обратный ход индекса  $n$  отвечает эволюционному процессу, ход которого начинается с  $Z = 0$  и заканчивается в точке  $Z = -N\sigma$ . С физической точки зрения рассматривается эволюция стартового состояния "назад". Ясно, что полученное решение для  $Z = -N\sigma$  эквивалентно решению для  $Z = N\sigma$ .

Уравнение (I) и его редуцированный аналог обладает свойствами уравнения Фоккера - Планка [3,4]. Это уравнение описывает поток вероятности соответствующего марковского стационарного процесса. Диффузионная дисперсия и полная вероятность этого процесса являются постоянными величинами. Поэтому у решения ЮШ (I) существует по крайней мере один инвариант:

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} dx |q(z, x)|^2 = const,$$

значение которого не изменяется вдоль оси  $Z$ .

Отсюда следует, что решение уравнения (I) должно обладать свойством стационарности. Этим же свойством обязан обладать и его сеточный аналог - аппроксимация на узлах прямоугольной сетки. Для исследования этой стационарной устойчивости запишем разностный оператор в следующем виде:

$$\begin{aligned} L(u_{k,\sigma}) &= \frac{\partial}{\partial t} u_{k,\sigma} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u_{k,\sigma} \\ &= (1/2\sigma) [u(x_m, z_{n+1}) - u(x_m, z_{n-1})] - \\ &- (i/2k^2) [u(x_{m+1}, z_n) - 2u(x_m, z_n) + u(x_{m-1}, z_n)]. \end{aligned}$$



Переходя в редуцированном уравнении

$$\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial z} u(x, z) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, z)$$

к одной из Фурье-мод, согласно (5) получим для амплитуды  $K$ -ой моды следующее разностное выражение:

$$U_{K+1} - U_{K-1} = (i\sigma/h^2) \cdot 4 \sin^2(\kappa h/2) \cdot U_K.$$

Иначе, если обозначить

$$\alpha = (2\sigma/h^2) \cdot \sin^2(\kappa h/2), \quad (6)$$

имеем

$$U_{K+1} - 2i\alpha U_K - U_{K-1} = 0. \quad (7)$$

Общее решение этого разностного уравнения имеет вид

$$U_K = U_0 \xi^K. \quad (8)$$

Это решение в зависимости от величины  $|\xi|$  будет неограниченно возрастать или убывать. Стационарность решения будет иметь место при условии  $|\xi| = 1$ . Для определения возможности этого решения подставим (8) в (7);

$$\xi^2 - 2i\alpha \xi - 1 = 0.$$

Решение этого характеристического уравнения:

$$\xi_{1,2} = i\alpha \pm \sqrt{1 - \alpha^2}.$$

Для обеспечения стационарности необходимо

$$\alpha \leq 1,$$

тогда  $|\xi| = 1$ . Поэтому из выражения (6) имеем

$$(2\sigma/h^2) \sin^2(\kappa h/2) \leq 1.$$

Выбирая максимальное значение синуса, получим

$$2\sigma/h^2 \leq 1,$$

или окончательно

$$\sigma \leq 0,5 \cdot h^2. \quad (9)$$

Условие (9) и есть искомым условием, обеспечивающим стационарную устойчивость. При его выполнении возможно найти численное стационарное решение НУШ.

С помощью программного средства, имеющего своей целью нахождение численного решения нелинейного уравнения Шредингера, можно осуществлять исследования эволюции импульсов в нелинейных диспергирующих средах, например, в оптических волноводах.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Лисица М.П., Бережинский Л.И., Валах М.Я. Волоконная оптика. - Киев, 1982. - 278 с. 2. Додд Р., Гиббон Дж., Эндбек Дж., Моррис К. Солитоны и нелинейные волновые уравнения /Пер. с англ. - М., 1976. - 694 с. 3. Найфе А. Методы возмущений /Пер. с англ. - М., 1976. - 454 с. 4. Ахманов С.А., Выходин В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. - М., 1988. - 309 с.

УДК 658.512

А.В.Макаренко, канд.техн.наук

#### ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДУЛЕЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СЕМЕЙСТВ МАШИН

Функциональные узлы (блоки) одного наименования (назначения) могут использоваться при компоновке машин (систем) различных типов (типоразмеров). Для семейства машин можно рассматривать несколько унифицированных наборов модулей соответственно их функциональному назначению. Например, для вычислительных машин разрабатывается набор модулей памяти, которыми комплектуются блоки запоминающих устройств.

Разрабатывая семейство машин, можно на основе данных о потребностях в каждом типоразмере машины сформировать требования к каждому типу функционального узла (блока) одного наименования, например, установить потребности в наборе блоков оперативной памяти разной емкости.

Рассмотрим задачу выбора ограниченного количества типов из всех возможных типоразмеров модулей (они соответствуют всем требуемым типам блоков). Эти типы можно различать по значению основного параметра или просто по номерам, предполагая, что блок с

большим номером может комплектоваться из модулей с меньшими номерами.

При оценке модулей и блоков по критерию веса (стоимости) увеличение основной функциональной характеристики с ростом номера происходит быстрее соответствующего весового критерия; например, для модуля памяти удвоение емкости приводит к меньшему увеличению веса.

Если считать оптимальным такой набор модулей, который для блоков одного наименования обеспечивает комплектацию всех требуемых типов блоков при минимальном суммарном весе (стоимости), то потребность в блоке каждого типа будет обеспечиваться модулями с такой же функциональной характеристикой.

Проблема оптимизации набора модулей связана прежде всего с тем, что количество разрабатываемых типов модулей резко ограничивается, а вес унифицированного набора модулей превышает вес требуемого набора блоков (специализированного набора модулей).

Обозначим через  $n$  количество типов блоков одного наименования (функционального назначения). Типоразмеры блоков различаются значениями одного или нескольких функциональных параметров.

Вектор, компоненты которого равны требуемому количеству блоков типа  $j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , обозначим через  $q$ . Вектор стоимостей одного блока типа  $j$  или равного ему модуля типа  $i$ ,  $i = \overline{1, n}$  обозначим через  $c$ .

Блок типа  $j$  может быть заменен любым модулем типа  $i \geq j$ , поэтому матрица компоновок блоков модулями содержит элементы, равные 1, на главной диагонали и ниже; выше главной диагонали в каждой строке с увеличением номера блока увеличивается количество комплектующих его модулей.

После умножения элементов каждой строки матрицы компоновок на элементы вектора числа требуемых блоков получим матрицу

$$(a_{ij}), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

элементы которой соответствуют количеству модулей  $i$  (номер строки), необходимых для обеспечения потребностей в блоках  $j$  (номер столбца).

Матрица

$$(b_{ij}) = (c_i \cdot a_{ij}), \quad i, j = \overline{1, n} \quad (2)$$

содержит стоимости модулей типа  $i$  при комплектации ими всех блоков типа  $j$ .

Для упрощения дальнейшей формализованной записи считаем, что блок типа  $j$  может быть сконструирован из модулей только одного типа  $i$ . Тогда неизвестными являются булевы переменные

$$(x_{ij}), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

которые указывают, какой тип модуля входит в оптимальный набор.

Так как требуется укомплектовать все блоки,

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Стоимость блока типа  $j$

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^n b_{ij} x_{ij}, \quad (5)$$

а стоимость всех блоков набора

$$\sigma = \sum_{j=1}^n \sigma_j. \quad (6)$$

Стоимостной критерий (6) достигает минимума при тривиальном решении, соответствующем диагонали матрицы (3),

$$\sigma_n = \sum_{i=1}^n b_{ii}, \quad (7)$$

так как на главной диагонали матрицы (2) находятся минимальные элементы.

Таким образом, если не накладывать ограничений на число типов модулей, решением является адекватное использование всех возможных типов модулей соответственно каждому типу блока.

Количество  $u$  создаваемых типов модулей должно быть ограничено,  $u < n$ .

Окончательная формализованная постановка задачи оптимизации набора модулей, комплектующих заданную совокупность блоков одного наименования (функционального назначения): найти матрицу (3), в которой есть 1 в каждом столбце - ограничение (4), а количество строк с ненулевыми элементами равно  $u$ , минимизирующую критерий (6) с подстановкой (5).

Матрица стоимостей (весов) (2) обладает свойством связности, т.е. для любых  $i' < n$  при монотонном возрастании  $j$  разность элементов строк  $i'$  и  $n$  столбца  $j$  отрицательна при  $j \leq i'$

и положительна, начиная с некоторого  $j \leq k$ . Это означает, что для всякой пары номеров модулей можно указать такую границу в множестве номеров блоков, при которой слева от нее используется модуль с меньшим номером, а справа - с большим.

Благодаря свойству связности матрицы стоимостей (весов) задача минимизации суммарной стоимости (веса) ограниченного набора модулей преобразуется к задаче о ближайшем соседе [1]:

Найти оптимальный набор целых чисел

$$1 \leq z_1 < z_2 < \dots < z_u = n, \quad (8)$$

минимизирующей целевую функцию

$$G = \sum_{k=1}^u f(z_{k-1}, z_k). \quad (9)$$

Применительно к данной задаче

$$f(x, y) = \min_{i=\overline{1, n}} \sum_{j=x+1}^y v_{ij}. \quad (10)$$

Особенность задачи заключается в том, что искомые элементы оптимального набора (9) соответствуют номерам блоков. Требуется также найти оптимальный набор номеров модулей  $i_1 < i_2 < \dots < i_u$ , в котором модуль с номером  $i_k$  комплектует блоки с номерами от  $z_{k-1} + 1$  до  $z_k$ .

Задача решается методом динамического программирования с дополнительным расчетом номеров модулей на каждом шаге прямого хода. В результате обратного хода для  $u$  типов модулей находятся номера блоков (8), разбивающие весь комплект из типов блоков на  $u$  частей, и устанавливаются номера модулей  $i_k, k=\overline{1, u}$ , комплектующих блоки в этих диапазонах.

Расчеты при фиксированном числе требуемых типов блоков показали, что уменьшение количества типов модулей приводит к увеличению суммарной стоимости (веса) унифицированного набора.

На основе оптимальных наборов модулей всех наименований предварительно комплектуются машины семейства. Для каждого типоразмера машины требуется обеспечить заданный уровень надежности за счет резервирования или использования новых материалов и технологий производства модулей. Критерием оптимальности резервирования модулей и повышения надежности машины за счет оптимального увеличения

надежности модулей может являться стоимость (вес) машины.

Задачи оптимизации резервирования и минимизации стоимости машины при внутреннем повышении надежности приводятся к задаче о ранце с целочисленными переменными. Программно реализованные методы оптимального резервирования изложены в [2].

Оптимизационная задача нахождения уровней надежности модулей, обеспечивающих заданный уровень надежности машины при минимальной суммарной стоимости мероприятий по повышению надежности, решается модифицированным методом динамического программирования. Процесс оптимизации разбивается на этапы, каждому из которых соответствует композиция (объединение) подсистем (модулей) и формирование доминирующей последовательности.

При нескольких десятках наименований модулей, входящих в состав системы (машины), и уровнях стоимости - надежности модулей число элементов подсистемных доминирующих последовательностей на заключительных этапах прямого хода может достигать тысяч. Поэтому алгоритм был дополнен анализом и исключением части элементов последовательности на всех этапах. При осуществлении прямого хода с целью экономии памяти на каждом этапе программная реализация потребовала хранить результирующую доминирующую последовательность в двумерных массивах целых чисел - номеров уровней стоимости - надежности очередного модуля (узла) и эквивалентного узла (элементов результирующей последовательности на предыдущем этапе).

После установления на последнем этапе минимальной стоимости (веса) машины в результате обратного хода по номерам уровней отыскиваются оптимальные значения стоимости и надежности всех модулей, комплектующих машину. В результате оптимизации состава машин каждого типа, входящего в семейство, окончательно формируются наборы модулей всех наименований.

Программы оптимизации написаны на алгоритмическом языке СИ и реализованы в операционной системе МС ДОС на персональных ЭВМ.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Вереснев В.Л., Гимади Э.Х., Деметьев В.Т. Экстремальные задачи стандартизации, - Новосибирск: Наука, 1978. - 333 с. 2. Проектирование модульных вычислительных систем для АСУ ТП /А.В.Дабаян, А.В.Макаренко, И.В.Мезенцев и др. //Проблемы стандартизации и повышения технического уровня

автоматизированных систем различного назначения: Тезисы докл. на Всесоюз. науч.-техн. конф., 6-7 дек. 1988 г. - Минск. - С.92-93.

УДК 621.192

А.Е.Голоскоков, канд. техн. наук  
А.С.Пономарев, канд. техн. наук  
В.Ф.Кривоус, канд. техн. наук  
Л.А.Мокринская

### ПРОГНОЗ ЭВОЛЮЦИИ СОСТОЯНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ МАШЗАЛА АЭС ПО ТРЕНДОВЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

В процессе эксплуатации технологического оборудования машзала АЭС происходит изменение его состояния вследствие изнашивания деталей и узлов, коррозии, накопления пластических и усталостных повреждений, ухудшения свойств материалов и ряда других факторов. Это приводит к тому, что параметры, характеризующие состояние системы, дрейфуют во времени. Дрейф параметров может быть быстрым, соответствующим аварийной ситуации, или медленным, наблюдаемым в основном при постепенном износе оборудования и его составных элементов. Проведение в таких условиях ремонтно-профилактических работ "по плану" неэффективно. Эксплуатация же оборудования по индивидуальному техническому состоянию и организация обслуживания и ремонта "по состоянию" открывает дополнительные резервы для повышения ресурса, показателей надежности и безопасности систем. Следовательно, неотъемлемой частью современных диагностических средств должен быть блок прогноза, позволяющий определять оценку остаточного ресурса сложных систем.

Данная статья посвящена вопросам алгоритмического обеспечения подсистемы "ПРОГНОЗ", разрабатываемой совместно с ПО "Монолит" в составе автоматизированной системы контроля и диагностики АСУД для технологического оборудования машзала АЭС.

Основной функциональной группой машзала энергоблока АЭС является турбоагрегат, т.е. система с вращающимися элементами. Техническое состояние таких систем достаточно полно характеризуется вибрационными сигналами, снимаемыми с опор подшипников в трех взаимно перпендикулярных направлениях. Износ ротора и вкладышей, коррозия, появление микротрещин обуславливают рост уровня

вибрации, который со временем может привести к появлению аварийной ситуации. Таким образом, уровень вибрации является параметром, наиболее информативно отображающим состояние объекта, и его целесообразно использовать для определения оценки остаточного ресурса турбоагрегата. Для этого необходимо с датчиков, установленных на опорах подшипников турбоагрегата осуществить сбор статистической информации, и на ее основе произвести выделение тренда как монотонного изменения среднего уровня вибрации. Затем, экстраполируя тренд, установить момент пересечения его с линией предельного состояния. Полученный результат представляет собой усредненную оценку остаточного ресурса. Выделение тренда осуществляется для каждого подшипника, что позволяет проводить упреждающую диагностику. Для этого в полученной с помощью прогноза выборке оценок остаточного ресурса по каждому подшипнику выбирается наименьшее значение, и проверяется гипотеза о принадлежности элемента к выборке. Если гипотеза не подтверждается, необходимо обратить внимание на  $i$ -й подшипник и привлечь для получения окончательного диагноза дополнительную информацию. Проведенная процедура определения оценки остаточного ресурса реализована в виде алгоритмического обеспечения подсистемы "ПРОГНОЗ" АСКД, состоящего из четырех модулей.

С помощью первого модуля, предназначенного для проведения предварительного анализа статистической информации, проверяются гипотезы о наличии тренда и однородности выборки, анализируются выбросы и определяются законы распределения.

Второй модуль предназначен для построения моделей тренда. Сложность структуры материальных, информационных и энергетических связей, одновременное действие большого числа факторов делают целесообразным формализацию процесса изменения уровня вибрации с помощью вида

$$y_i = f_i(\bar{a}, \bar{x}, t) + \xi_i, \quad (1)$$

где  $y_i$  - текущее значение показания датчика на  $i$ -ой опоре подшипника;

$\bar{a}$  - вектор коэффициентов модели;

$\bar{x}$  - вектор входных параметров;

$t$  - время;

$\xi$  - случайный параметр, характеризующий ошибки измерений, а также действия неучтенных и неконтролируемых факторов.



Поскольку модель (1) описывает медленно меняющийся процесс, происходящий без скачков, то ее можно, используя разложение в ряд Тейлора, представить в виде полинома  $\varepsilon$ -ой степени. Существенную роль на формирование процедуры построения модели тренда оказывает тип плотности распределения вероятностей параметра  $\xi$ , довольно часто описываемого нормальным законом или законом Лапласа. Законом Гаусса описывают ошибки, которые возникают при измерениях, проводимых в одних и тех же условиях. Условия измерения определяют величину дисперсии  $\sigma^2$ . Законом Лапласа описывают ошибки, обусловленные меняющимися условиями измерений. Следовательно, выбор законов Гаусса или Лапласа зависит от того, являются ли условия измерений абсолютно стабильными или наиболее нестабильными. Однако в реальных задачах крайние случаи наблюдаются нечасто, и параметр  $\xi$  описывается моделью смеси распределений или "грубых" ошибок

$$F(\xi, \theta) = (1 - \varepsilon)P(\xi, \theta) + \varepsilon H(\xi, \theta), \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  - интенсивность "грубых" ошибок,  $P(\xi, \theta)$  - истинная функция распределения;  $H(\xi, \theta)$  - функция распределения "грубых" ошибок. В зависимости от вида закона распределения случайной величины  $\xi$  в модуле используются различные методы определения оценок параметров уравнения регрессии (1). Если распределение подчиняется закону Гаусса, применяется метод наименьших квадратов, если закону Лапласа - метод наименьших модулей. В случае закона смеси наиболее употребляем алгоритм Хобера.

Сложность выделения тренда обусловлена тем, что неизвестна структура его модели. Следовательно, применение регрессионного анализа не всегда позволит получить требуемую точность прогноза. В связи с этим для формирования модели тренда (2) в третьем модуле используется метод группового учета аргументов (МГУА), суть которого заключается в том, что для задачи прогноза целесообразно снизить точность определения оценок параметров тренда, но за счет этого придать ему большую точность прогноза. Поскольку основной задачей является определение минимума не на известных точках измерений уровня вибрации, а на новых, МГУА позволяет получить оптимальное описание модели любой сложности, рассчитанное на отдельной проверочной последовательности измерений. Таким образом, высокая точность прогноза достигается за счет оптимизации структуры модели. В подсистеме "ПРОГНОЗ" используется модифицированный

МГУА, суть которого заключается в использовании алгоритма Хюбера на нижнем уровне решения подзадач, эта модификация делает МГУА устойчивым к нарушению условий классического регрессионного анализа.

Для обеспечения надежности прогноза с помощью приведенных выше методов структурной и параметрической идентификации в модуле формируется множество моделей тренда. Затем эти модели подвергаются статистическому анализу. Проверяются гипотезы о значимости коэффициентов модели и ее адекватности реальному процессу. Устанавливаются доверительные интервалы для функции отклика и параметров модели. После проведения статистического анализа синтезируется обобщенная модель тренда и для нее также проводится статистический анализ.

В четвертом модуле реализована процедура определения оценки остаточного турбоагрегата, основанная на экстраполяции обобщенной модели тренда. В качестве критерия использовано время достижения трендовой кривой предельно допустимого значения уровня вибрации  $Y_{gr}$  на  $i$ -ой опоре подшипника. Оптимистические  $t_{on}$  и пессимистические  $t_{pn}$  оценки устанавливаются с помощью доверительных интервалов.

Если очередной срок планируемых работ по обслуживанию турбоагрегата  $t_{os}$  меньше  $t_{pn}$ , то нецелесообразно проводить профилактику. Если  $t_{pn} \leq t_{os} \leq t_{on}$ , то работы по обслуживанию системы следует проводить в плановые сроки. Если  $t_{os} > t_{on}$ , то дальнейшая эксплуатация оборудования с большой вероятностью может привести к аварийной ситуации. Оценка остаточного ресурса поступает на пульт оператору управления турбиной, который и принимает окончательное решение.

Алгоритмическое обеспечение программно реализовано на языке СИ для ПЭВМ РС/АТ и прошло тестовую апробацию с использованием реальных виброграмм перемещений опор подшипников турбины К-500-65/3000.

УДК 62-50

В.Б. Успенский, канд. техн. наук  
Д.А. Фролов, канд. техн. наук

#### СТАБИЛИЗАЦИЯ ПРОГРАММНОГО ВРАЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Настоящее исследование посвящено задаче стабилизации программных вращений твердого тела и связано с разработкой

эффективных алгоритмов управления ориентацией космических аппаратов. Существующие алгоритмы предназначены, как правило, либо для стабилизации неподвижного объекта, либо для поддержания программной угловой скорости аппарата. В данном случае рассматривается задача совместной реализации как программной ориентации объекта, так и его программной угловой скорости. В [1] достаточно полно исследован кинематический аспект такой задачи. Ниже приводится ее решение в динамической постановке.

Под программным движением понимается вращение определенным образом ориентированного твердого тела вокруг своего центра масс с постоянной угловой скоростью. Пусть угловое положение опорного базиса  $Z$ , участвующего в программном вращении, относительно инерциального базиса  $I$  задается собственным кватернионом

$$\Lambda^n(t) = \cos \frac{\omega_Z^n t}{2} + \text{sin} \frac{\omega_Z^n t}{2} \frac{\omega_Z^n}{\omega_Z^n}$$

в котором  $\omega_Z^n$  — постоянный вектор программной угловой скорости в проекциях на оси базиса  $Z$ ;  $\omega_Z^n$  — его модуль;  $t$  — текущее время, отсчитываемое от момента совмещения базисов  $I$  и  $Z$ . Текущему положению и скорости вращения базиса  $E$ , связанного с твердым телом, относительно базиса  $I$  отвечают кватернион  $\Lambda(t)$  и вектор угловой скорости  $\omega_E(t)$ , записанный в проекциях на связанные оси. Все упомянутые выше величины считаются известными.

В соответствии с [1], введем кватернион рассогласования

$$\Lambda^*(t) = \Lambda^n(t) \cdot \Lambda(t), \quad (1)$$

определяющий взаимное расположение базисов  $Z$  и  $E$ , и вектор рассогласования угловой скорости

$$\omega_E^*(t) = \omega_E(t) - \tilde{\Lambda}^*(t) \cdot \omega_Z^n \circ \Lambda^*(t). \quad (2)$$

В дальнейшем индекс, обозначающий принадлежность к базису, будем опускать, подразумевая, что во всех случаях, кроме специально оговоренных, векторы используются в проекциях на оси базиса  $E$ . С учетом введенных обозначений сформулируем задачу стабилизации.

Требуется синтезировать вектор управляющих моментов

$$M \in \{R^3 \mid |M| \leq m\}, \quad (3)$$

обеспечивающих в соответствии с уравнениями вращения твердого тела

$$\dot{\Lambda}^* = \frac{1}{2} \Lambda^* \circ \omega^*, \quad (4)$$

$$Y \dot{\omega}^* + (\omega^* Y \omega) = M, \quad (5)$$

в которых  $Y$  - матрица моментов инерции, приведение вектора состояния  $\{\omega^*, \Lambda^*\}$  к нулевому значению  $\{\omega_k^* = 0, \Lambda_k^* = (0, 0, 0)\}$ . Отметим, что выполнение указанных конечных условий в силу (1), (2) означает совмещение базиса  $E$  с базисом  $Z$  как по положению, так и по угловой скорости, что и является целью задачи стабилизации программного вращения.

В основу решения сформулированной задачи полагаем закон управления в виде

$$M = -J(2\kappa_1 \omega^* + \kappa_2 \lambda_0^* \lambda^*) - J(\omega^* \times \omega^*) + (\omega^* Y \omega), \quad (6)$$

где  $\lambda_0^* = \text{scal } \Lambda^*$ ,  $\lambda^* = \text{vect } \Lambda^*$ ,  $\omega^* = \tilde{\Lambda}^* \circ \omega_z^* \circ \Lambda^*$ ,

$\kappa_1, \kappa_2$  - параметры, подлежащие определению.

С учетом (1), (2), (6) уравнение (5) приводится к виду

$$\dot{\omega}^* = -2\kappa_1 \omega^* - \kappa_2 \lambda_0^* \lambda^*. \quad (7)$$

Сделаем естественное для задач стабилизации предположение о малости величин  $\omega^*$  и  $\lambda^*$ . В этом случае линеаризация уравнений (3), (7) приводит к системе

$$\dot{\theta}^* = \omega^*, \quad \dot{\omega}^* = -2\kappa_1 \omega^* - \kappa_2 \theta^*/2, \quad (8)$$

в которой  $\theta^* = 2 \arccos \lambda_0^* \lambda^* / \lambda^*$  - по терминологии, принятой в [1], вектор истинного поворота.

Исследование свойств устойчивости системы (8) выявило область вариаций параметров  $\kappa_1, \kappa_2$ , при которых обеспечивается эффективная стабилизация положения равновесия. В частности, для асимптотической устойчивости точки равновесия системы (8) необходимо и достаточно, чтобы  $\kappa_1 > 0$  и  $\kappa_2 > 0$ . Кроме того, анализ полученных решений  $\omega^*(t), \theta^*(t)$  показал, что, начиная с некоторого момента времени, "функция рассогласования"  $f = (\omega^*, \omega^*) + (\theta^*, \theta^*)$  наиболее быстро убывает при соотношении параметров

$$\kappa_2 = 2\kappa_1^2 \quad (9)$$

Доказательство этого факта вследствие значительного объема выкладок здесь опущено. Отметим только, что при выполнении соотношения (9) решение системы (8) отвечает случаю кратных корней соответствующего характеристического уравнения и имеет вид

$$\begin{aligned} \omega^*(t) &= (-\kappa_1 (\omega_0^* + \kappa_1 \theta_0^*) t + \omega_0^*) e^{-\kappa_1 t}, \\ \theta^*(t) &= ((\omega_0^* + \kappa_1 \theta_0^*) t + \theta_0^*) e^{-\kappa_1 t}, \end{aligned} \quad (10)$$

в котором  $\omega_0^*$ ,  $\theta_0^*$  - начальные значения одноименных переменных. На основании изложенного выше выбор параметра  $\kappa_2$  целесообразно подчинить правилу (9).

Что касается выбора параметра  $\kappa_1$ , то из уравнений (10) видно, что скорость убывания вектор-функций  $\omega^*(t)$ ,  $\theta^*(t)$  существенно зависит от его величины. Поэтому увеличение  $\kappa_1$  является желательным с точки зрения качества стабилизации. С другой стороны, ограничение (3), определяющее возможность реализации момента (6) реальными исполнительными устройствами, ограничивает величину параметра  $\kappa_1$ . Оценить аналитически эту величину оказывается затруднительным, поэтому параметр  $\kappa_1$  предлагается выбирать с помощью конечного алгоритма подбора, который состоит в "дроблении" величины  $\kappa_1$  по схеме  $\kappa_1 = \kappa_1 / 2$  до тех пор, пока не выполнится условие (3). В итоге найденное значение параметра  $\kappa_1$ , использованное совместно с (9) в (6), обеспечивает асимптотическую устойчивость "в малом" программного вращения и не противоречит условию (3).

Синтезированный закон управления (6), помимо асимптотической устойчивости "в малом", обеспечивает и устойчивость программного вращения "в большом". Для доказательства этого факта используем функцию Ляпунова  $V = (\omega^*, \omega^*) + \kappa_2 (1 - \lambda_0^*)$ . Ее производная, полученная с учетом (4)-(6), всюду неположительно определена и имеет вид  $\dot{V} = -\kappa_1 (\omega^*, \omega^*)$ , что свидетельствует об устойчивости "в большом" точки  $\{\omega^* = 0, \lambda^* = (1, 0, 0, 0)\}$ .

В заключение перечислим некоторые особенности практического использования синтезированного закона управления в режиме стабилизации. При малых отклонениях от программного вращения в выражении (6) можно исключить слагаемое  $-\mathcal{J}(\omega^* - \omega^n)$ , так как в этих условиях оно не оказывает существенного влияния на величину  $M$  а вместо вектора  $\omega^*$  можно использовать вектор  $\omega^{**} = \omega - \omega_2^n$ , что несколько упрощает алгоритм управления.

Предложенный алгоритм управления предназначен для использования в электромаховичных и гироскоповых системах стабилизации космических аппаратов. Работоспособность алгоритма подтверждается численным моделированием.

Л и т е р а т у р а: 1. Вранец В.Н., Шалгевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. - М., 1973. - 320 с.

УДК 631.385

Л.В.Витулина, канд.техн.наук  
Н.В.Серета, канд.техн.наук  
Т.Я.Червинская

### АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ МИНИМАЛЬНО ИЗЫТОЧНОЙ ГИРОДИННОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ РАЗВОРОТАХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

В настоящей статье рассматривается управление разворотом космического аппарата (КА) с помощью системы четырех силовых гироскопов - гиродинов (ГД).

Угловое движение КА описывается системой динамических и кинематических уравнений и ставится задача перевода КА из начального состояния  $(\Lambda_0, \bar{\omega}_0)$  в конечное  $(\Lambda_T, \bar{\omega}_T)$  за минимальное время  $T$ . Для построения разворота вводится сферическая опорная модель в кватернионной форме, по которой в каждый текущий момент времени  $t$  определяется производная потребного кинетического момента  $\dot{H}_n(t)$ , обеспечивающая движение КА по опорной траектории. В этих условиях необходимо находить управляющие скорости прецессии гиродинов, создающие суммарный вектор собственных кинетических моментов  $\vec{H}_\Sigma(t)$  и его производную  $\dot{\vec{H}}_\Sigma(t)$  равную расчетной  $\dot{H}_n(t)$ .

При компоновке четырех гиродинов в компланарную систему с попарно параллельными осями прецессии [1] изменение суммарного вектора кинетических моментов ГД определяется зависимостями:

$$\begin{aligned} \dot{H}_{x1} &= -\dot{\beta}_1 \sin \beta_1 + \dot{\beta}_3 \sin \beta_3, \\ \dot{H}_{y1} &= -\dot{\beta}_2 \sin \beta_2 + \dot{\beta}_4 \sin \beta_4, \\ \dot{H}_z &= \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 - \dot{\beta}_3 \cos \beta_3 + \dot{\beta}_2 \cos \beta_2 - \dot{\beta}_4 \cos \beta_4, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\dot{H}_{x_1}, \dot{H}_{y_1}, \dot{H}_z$  - проекции  $\dot{H}_0(t)$ ;  $\beta_i, i = \overline{1,4}$  - углы отклонения кинетических моментов ГД от плоскости осей прецессии  $x_1, y_1$ ;  $\dot{\beta}_i$  - угловые скорости прецессии ГД;  $x_1, y_1$  - оси прецессии ГД, расположенные под углом  $45^\circ$  к связанным осям  $x, y$  КА.

Решение недоопределенной системы (I) - число неизвестных  $\dot{\beta}_i, i = \overline{1,4}$  на единицу превышает число уравнений - связано либо с трудоемкими вычислениями методами линейной алгебры, либо на эвристическом доопределении системы уравнений (I) линейными относительно  $\dot{\beta}_i$  выражениями, либо построением равномодульного управления [2].

В настоящей статье предлагается новый алгоритм управления гиросистемой, исключая случай вырождения системы и позволяющий уменьшить время  $T$  разворота КА. В основу алгоритма полагается доопределение системы (I) соотношением

$$\dot{\beta}_4 - \dot{\beta}_2 = K(\beta_3 - \beta_2), \quad (2)$$

которое при  $K=1$  выражает равномодульное приращение углов между кинетическими моментами ГД каждой пары на такте управления  $\Delta t$ . Выполнение условия (2) приводит к тому, что при вырождении уравнений одной пары ГД (при угле между кинетическими моментами ГД, равном нулю или  $180^\circ$ ) управление осуществляется в основном второй парой, за счет чего первая пара быстро проходит критическую точку.

Разрешая систему уравнений (I) и (2) относительно  $\dot{\beta}_i$ , получаем управляющие скорости прецессии гиросинов:

$$\dot{\beta}_1 = \frac{1}{\Delta} \{ \dot{H}_{x_1} [K \sin(\beta_4 - \beta_2) + \cos \beta_3 (\sin \beta_4 - \sin \beta_2)] + \dot{H}_{y_1} \sin \beta_3 (\cos \beta_4 - \cos \beta_2) + \dot{H}_z \sin \beta_3 (\sin \beta_4 - \sin \beta_2) \}.$$

$$\dot{\beta}_2 = \frac{1}{\Delta} \{ \dot{H}_{x_1} K \sin \beta_4 (\cos \beta_3 - \cos \beta_1) + \dot{H}_z K \sin \beta_4 (\sin \beta_3 - \sin \beta_1) + \dot{H}_{y_1} [\sin(\beta_3 - \beta_1) + K \cos \beta_4 (\sin \beta_3 - \sin \beta_1)] \}.$$

$$\begin{aligned} \beta_3 &= \frac{1}{\Delta} \{ \dot{H}_{x1} [ \kappa \sin(\beta_4 - \beta_2) + \cos \beta_1 (\sin \beta_4 - \sin \beta_2) ] + \\ &+ \dot{H}_{y1} \sin \beta_1 (\cos \beta_4 - \cos \beta_2) + \dot{H}_z \sin \beta_1 (\sin \beta_4 - \sin \beta_2) \} \\ \beta_4 &= \frac{1}{\Delta} \{ \dot{H}_{x1} \kappa \sin \beta_2 (\cos \beta_3 - \cos \beta_1) + \dot{H}_z \kappa \sin \beta_2 (\sin \beta_3 - \\ &- \sin \beta_1) + \dot{H}_{y1} [ \sin(\beta_3 - \beta_1) + \kappa \cos \beta_2 (\sin \beta_3 - \sin \beta_1) ] \} \\ \Delta &= \kappa \sin(\beta_4 - \beta_2) (\sin \beta_3 - \sin \beta_1) + \sin(\beta_3 - \beta_1) (\sin \beta_4 - \sin \beta_2) \end{aligned} \quad (3)$$

Для уменьшения модуля  $\beta_i$  на такте управления  $\Delta t$ , а следовательно, уменьшения времени  $T$  разворота КА, необходимо минимизировать определитель  $\Delta$ , что достигается выбором постоянной  $\kappa$  по закону

$$\kappa = 1 \cdot \text{sign} \{ [ \sin(\beta_4 - \beta_2) (\sin \beta_3 - \sin \beta_1) ] \cdot [ \sin(\beta_3 - \beta_1) (\sin \beta_4 - \sin \beta_2) ] \} \quad (4)$$

Определение  $\beta_i$  из системы уравнений (3) возможно при начальной выставке гиридинов, удовлетворяющей условию

$$\sin(\beta_3 - \beta_1) \neq 0, \quad \sin(\beta_4 - \beta_2) \neq 0. \quad (5)$$

При этом условие (5) выполняется на протяжении всего процесса управления в силу особенностей овязки пар гиридинов (2) и система (3) не вырождается ( $\Delta \neq 0$ ).

Ввиду того, что скорости прецессии ГД ограничены

$$|\dot{\beta}_i| \leq \beta_m, \quad i = 1, 4, \quad (6)$$

алгоритм определения  $\beta_i$  реализуется в такой последовательности:

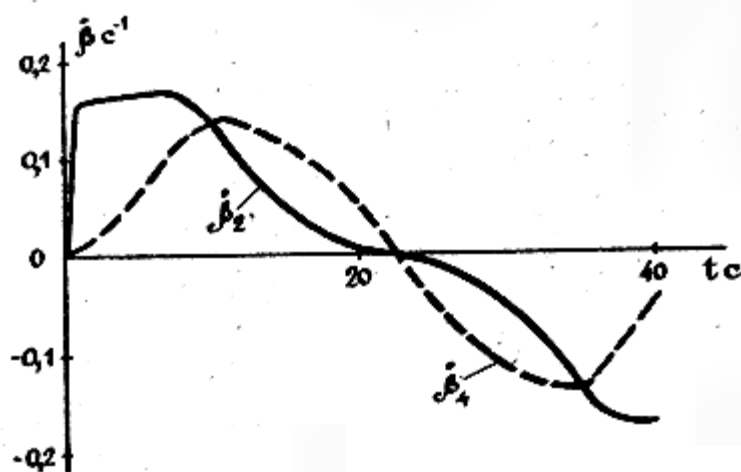
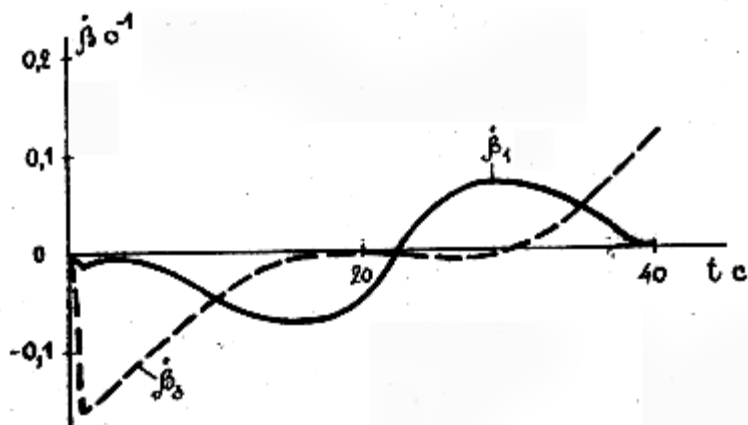
1. Определение  $\beta_i$  по (3) и проверка ограничения (6). В случае выполнения (6) - переход к следующему такту управления, в противном случае - переход к п. 2.

2. Возвращение к предыдущему такту и переход на новую опорную модель или увеличение времени разворота  $T$  и повторение расчета по прежней опорной модели с начального момента времени.



Проведено численное моделирование для апробирования предложенного алгоритма на различных режимах разворота КА. Получено уменьшение времени разворота и модулей  $\dot{\beta}_i$ , что уменьшает энергозатраты на управление. При этом изменение знака постоянной  $K$  по (4) повлияло на уменьшение времени разворота только для части режимов, но вызвало скачкообразное изменение скоростей прецессии ГД в отдельные моменты времени.

Изменение управляющих скоростей прецессии гироскопов для одного из режимов разворота КА при  $K = \pm f$  приведено на рисунке. Время разворота по новому алгоритму сократилось на 10 с и уменьшились модули  $\dot{\beta}_i$ , не достигающие граничных значений  $\dot{\beta}_{\text{пр}}$ . При этом конечное состояние КА обеспечивается с заданной точностью.



Л и т е р а т у р а: I. Карпачев В.А., Павловский М.А.,  
 Равномодульное управление минимально избыточной компланарной  
 структурой гироскопов с ортогонально ориентированными осями под-  
 веса гироскопов //Механика гироскопических систем. - Киев. -  
 1986. - № 5.

УДК 62-50

И. М. Лемиденко

### ЗАДАЧА АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТОРОВ ТЕРМОУПРАВЛЯЕМОГО СОСТОЯНИЯ ИЗОТРОПНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Современные технические объекты относятся к сложным много-  
 критериальным системам. Задача синтеза таких систем весьма ак-  
 туальна.

Одна из таких задач - создание температурного поля, опре-  
 деляющего заданные температурные напряжения и деформации объекта.  
 Она возникает, например, при регулировании радиальных зазоров в газо-  
 турбинных двигателях или при стендовых испытаниях изделий на  
 термпрочность. При этом, как правило, достаточно управлять термо-  
 напряжениями в фиксированных точках объекта.

Рассмотрим процесс управления нагревом изотропного твердого  
 тела, температурное поле которого, в силу своей симметрии и по-  
 стоянства теплофизических характеристик, может быть описано одно-  
 мерным уравнением теплопроводности, характеризующим распределение  
 тепла по сечению изделия,

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < R, \quad 0 < t < T \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} Q(x, 0) &= Q_0(x); \\ \gamma \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \alpha_1 (\omega(t) - Q(0,t)); \\ \gamma \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=R} &= \alpha_2 (Q(R,t) - u(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

где  $Q(x,t)$  - температура в точке  $x$  в момент времени  $t$ ;  $\omega(t)$  - внешнее  
 возмущение, температура рабочей среды, омывающей объект;  $u(t)$  -  
 управление, температура охлаждающего воздуха;  $\alpha_1, \alpha_2, a, \gamma$  - по-  
 стоянные теплофизические характеристики.

Связь между полем термонапряжений  $\sigma(x, t)$  и полем температур  $Q(x, t)$  определяется выражением

$$\sigma(x, t) = -\frac{\beta E}{1-\theta} Q(x, t) + \frac{\beta E}{2R(1-\theta)} \int_0^R Q(x, t) dx, \quad (3)$$

где  $\beta$  - коэффициент линейного температурного расширения;  
 $E$  - модуль упругости;  
 $\theta$  - коэффициент Пуассона.

Функция  $u(\theta)$  - кусочно-непрерывная, принимающая значения из области  $U$ :

$$U \equiv \{u: u \leq u(t) \leq \bar{u}, u, \bar{u} - \text{const}\}. \quad (4)$$

О внешнем возмущении  $w(t)$  известно, что

$$w(t) \in W: \left\{ \int_0^T (w(\tau) - A)^2 d\tau \leq \Delta \right\}. \quad (5)$$

Требуется перевести объект из состояния  $\theta(x, \theta)$  в состояние  $\theta(x, t)$  за конечный промежуток времени  $[0, T^*] \subset [0, T]$ , чтобы удовлетворить неравенствам

$$-\delta \leq \sigma(x_k, t) - \bar{\sigma}_k \leq \delta, \quad k = \overline{1, n}, \quad T^* \leq t \leq T. \quad (6)$$

где  $\bar{\sigma}_k, A, \delta, \Delta$  - некоторые заданные величины,  $x_k$  - координаты фиксированных точек, в которых осуществляется управление нагревом.

Решив уравнение (1) с начальными и граничными условиями (2) методом Фурье и подставив результат в (3), получим уравнение термонапряженного состояния объекта в фиксированных точках:

$$\begin{aligned} \sigma(x_k, t) = & -\frac{\beta E}{1-\theta} \sum_{i=1}^{\infty} \left[ e^{-a^2 \lambda_i^2 t} \varphi_i + a^2 \int_0^t e^{-a^2 \lambda_i^2 (t-\tau)} \right. \\ & \left. \cdot \left( \frac{d_2}{\gamma} u(\tau) X_i(R) - \frac{d_1}{\gamma} w(\tau) X_i(0) \right) d\tau \right] \cdot \\ & \cdot (X_i(x_k) - \int_0^R X_i(x) dx), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\varphi_i$  - коэффициенты разложения функции  $Q_0(x)$  в ряд Фурье

$$Q_0(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i X_i(x), \quad \varphi_i = \int_0^R Q_0(x) X_i(x) dx.$$

$\{X_i(x)\}$  - полная ортонормированная в  $L_2(0,R)$  система собственных функций краевой задачи

$$X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0; \quad X'(x)|_{x=0} = -\frac{\alpha_1}{\gamma} X(0);$$

$$X'(x)|_{x=R} = \frac{\alpha_2}{\gamma} X(R).$$

Введем функционалы:

$$J_1 = \frac{\sigma(x_R, t) - \sigma_K + \delta}{2\delta};$$

$$J_2 = \frac{-\sigma(x_R, t) + \sigma_K - \delta}{2\delta}.$$

Искомое управление должно быть таким, чтобы при любых возмущениях  $w(t)$ , удовлетворяющих (5), значения термонапряжений  $\tilde{\sigma}(x_R, t)$ , определяемых (7), начиная с некоторого момента  $T^*$ , принадлежали области (6).

Решение поставленной задачи существует, если

$$\Gamma_0 \leq 1, \tag{8}$$

где

$$\Gamma_0 = \min_{u \in U} \Gamma, \quad \Gamma = \max_S \max_{w \in W} J_S, \quad S = 1, 2. \tag{9}$$

Воспользовавшись методом функций Лагранжа, найдем

$$\max_{w \in W} J_1 = J_1^0, \quad w = w_1^0(\tau) = J_1^0;$$

$$\max_{w \in W} J_2 = J_2^0, \quad w = w_2^0(\tau) = J_2^0,$$

где

$$w_1^0(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} e^{-\alpha^2 \lambda_i^2 (t-\tau)} \chi_i(0) (\chi_i(x_r) - \int_0^R \chi_i(x) dx)}{\sqrt{\frac{1}{\Delta} \int_0^t \left( \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\alpha^2 \lambda_i^2 t(t-\tau)} \chi_i(0) (\chi_i(x_r) - \int_0^R \chi_i(x) dx) \right)^2 dt}} + A;$$

$$w_2^0(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} e^{-\alpha^2 \lambda_i^2 (t-\tau)} \chi_i(0) (\chi_i(x_r) - \int_0^R \chi_i(x) dx)}{\sqrt{\frac{1}{\Delta} \int_0^t \left( \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\alpha^2 \lambda_i^2 t(t-\tau)} \chi_i(0) (\chi_i(x_r) - \int_0^R \chi_i(x) dx) \right)^2 dt}} + A.$$

Так как  $\gamma_1^0, \gamma_2^0$  - линейные по  $u(t)$  функции на выпуклом множестве  $U$ , то их экстремальные значения достигаются на границе области  $U$  (4).

Выбирая управление из условия (9), получим

$$u_0(t) = \begin{cases} u, & \text{если } \Gamma = \gamma_1^0 \\ u, & \text{если } \Gamma = \gamma_2^0 \\ u, & \text{если } \Gamma = \gamma_2^0 \\ u, & \text{если } \Gamma = \gamma_1^0 \end{cases} \begin{cases} \text{sign} \left( \sum_{i=1}^{\infty} (\chi_i(x_r) - \int_0^R \chi_i(x) dx) \right) \times \\ \times \chi_i(R) \frac{t - e^{-\alpha^2 \lambda_i^2 t}}{-\alpha^2 \lambda_i^2} - 1; \\ \text{sign} \left( \sum_{i=1}^{\infty} (\chi_i(x_r) - \int_0^R \chi_i(x) dx) \right) \times \\ \times \chi_i(R) \frac{t - e^{-\alpha^2 \lambda_i^2 t}}{-\alpha^2 \lambda_i^2} = -1. \end{cases} \quad (10)$$

Для решения исходной задачи разобьем интервал  $[0, T]$  на  $m$  участков  $\Delta t$ , достаточно малых. Будем последовательно вычислять  $\gamma_1^0, \gamma_2^0$  при  $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$  и выбирать  $u^0(t)$  согласно (10), проверяя в каждый момент времени условие (8). Если при некотором  $T^* \in [0, T]$  это условие выполняется, следовательно, задача имеет решение и полученное управление гарантирует выполнение неравенств (6) при наиболее неблагоприятной помехе  $w(t)$  с другой стороны,

$$\min_{w \in W} \gamma_1 = \gamma_1, w = w_2^0(\tau); \quad \min_{w \in W} \gamma_2 = \gamma_2, w = w_1^0(\tau).$$

Если при том же управлении  $u^*(t), t \in [a, T^*]$  в момент времени  $T^*$

$$\max_s \min_{u \in W} \delta_s > 1, \quad s = 1, 2,$$

то допустимое отклонение  $\delta$  реальных напряжений  $\sigma(x_k, t)$  от заданных величин  $\sigma_k$  мало по сравнению с областью  $W$  и, следовательно, реализовать программное управление процессом невозможно.

Если выполнено условие

$$\max_s \min_{u \in W} \delta_s \leq 1, \quad s = 1, 2,$$

то осуществление программного управления возможно. Тогда продолжим решение задачи при  $t = T^* + \Delta t, \dots, T$  и строим закон управления из (8).

Полученное управление вида (10) будет решением задачи; оно означает, что, начиная с некоторого момента времени  $T^*$ , система войдет в область, задаваемую неравенствами (6). С этого момента до момента времени  $T$  будет происходить последовательное переключение управления с  $u$  на  $\bar{u}$ , так, что состояние системы будет удовлетворять неравенствам (6) при любом возмущении из области  $W$ .

УДК 62-5:518.5

Э.А. Пикур, канд. техн. наук  
В.Ю. Роженко, канд. техн. наук  
С.Д. Герасимов

#### К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ И ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СЛЕДУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ МОЩНЫХ ПАРОВЫХ ТУРБИН

В настоящее время накоплен положительный опыт оптимизации управления мощных энергоблоков с использованием электрогидравлических систем регулирования (ЭГСР) турбин. Актуальность оснащения ЭГСР турбин, имеющих традиционные чисто гидравлические схемы управления и регулирования (ГСР), стала предметом исследований, результаты которых приведены в данной статье. Рассмотрена задача разработки и исследования схем электрогидравлического управления и регулирования, имеющих минимальное число элементов, работающих параллельно со штатной ГСР и обеспечивающих возможность реализации с

высокой точностью команд электронных регуляторов мощности энергоблока, давления пара в главном паровом коллекторе. Исследовались параметры предложенных схем ЭГСП при различных длинах трубопроводов гидравлических линий управления и при различном содержании воздуха в трубопроводе линии первого усиления.

Принципиальная схема исследуемого гидравлического следящего привода представлена на рис. 1 и состоит из электромеханического преобразователя (ЭМП), отсечного золотника (ОЗ), сервомотора (СМ), датчиков положения (ДП) отсечного золотника и сервомотора. Линия первого усиления выполнена в виде трубопровода длиной  $l = 22$  м, диаметром  $d_T = 5$  см. Для исследования влияния наличия воздуха в рабочем теле (масле) к линии первого усиления подключен баллон с воздухом и манометрической трубкой (МТ), которая служит для определения количества воздуха. Объем воздуха регулируется вентилем В2, вентиль В1 отключает баллон от линии первого усиления. Длинный трубопровод первого усиления и воздушная полость в баллоне позволяют моделировать условия, близкие к стационарным. Давление масла на входе системы  $P_H = 2,4$  МПа.

Предлагаемая структурная схема следящего привода приведена на рис. 2. Объект регулирования – турбина и электронные регуляторы при этом реализовывались электронной аналоговой моделью, электрогидравлический контур управления – ЭП, золотники сервомотор, датчики, гидравлические линии управления являлись натурными.

Было проведено сравнение переходных процессов гидравлического и электрогидравлического следящих приводов. При этом переход от электрогидравлического следящего привода (ЭГСП) к гидравлическому (ГСП) производился путем задания соответствующих значений коэффициентов  $K = 1$ ,  $K_0 = \alpha_M = \tau_M = \alpha_U = 0$  и замене звена с передаточной функцией  $(K+1)/K$  звеном с передаточной функцией, равной единице. Переходный процесс в полученном таким образом ГСП представлен кривой 1, а переходный процесс в ЭГСП со значениями параметров  $K = 5$ ,  $K_0 = 0,3$ ,  $\alpha_U = \tau_M = 0$ ,  $\alpha_M = 1$  при отключенном баллоне (вентиль закрыт) представлен кривой 2 на рис. 3, где  $\mu$  – относительная координата сервомотора,  $\mu = 1$  соответствует полному ходу. Как видно из сравнения этих переходных процессов, время регулирования на закрытие сервомотора в ЭГСП составляет 0,4 с, что в 10 раз меньше, чем в ГСП. Кроме того, точность обработки сигнала и поддержание заданного его значения в ЭГСП значительно выше.

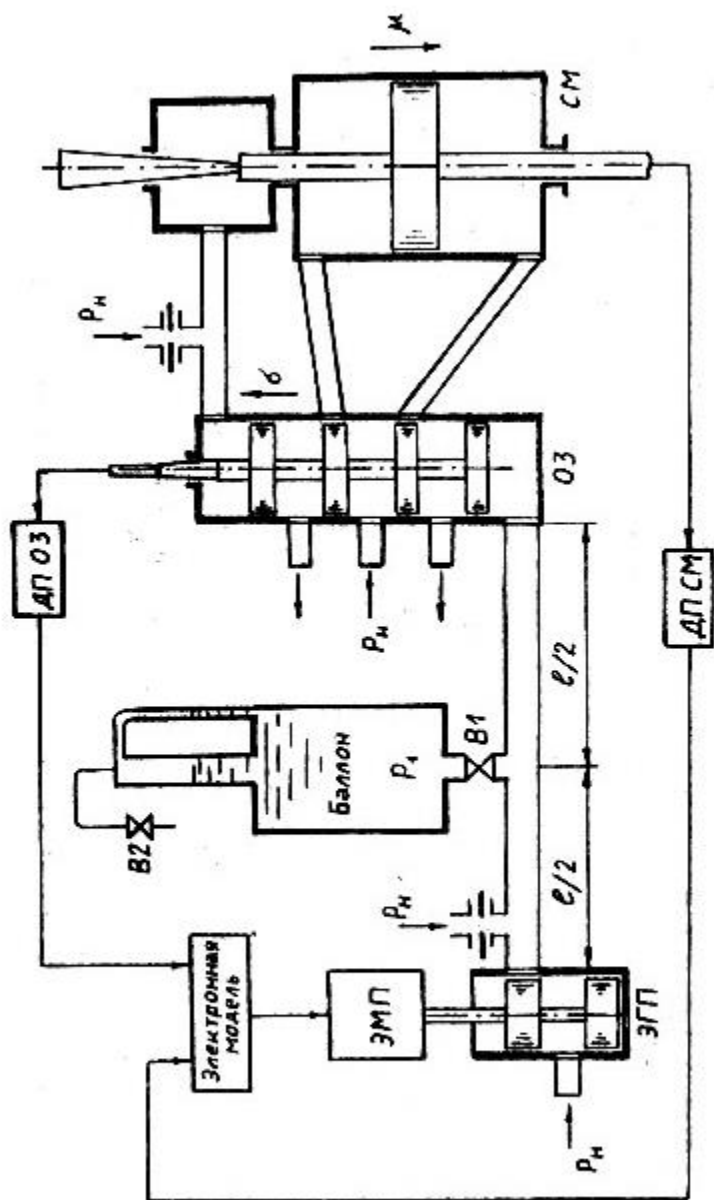


Рис. I



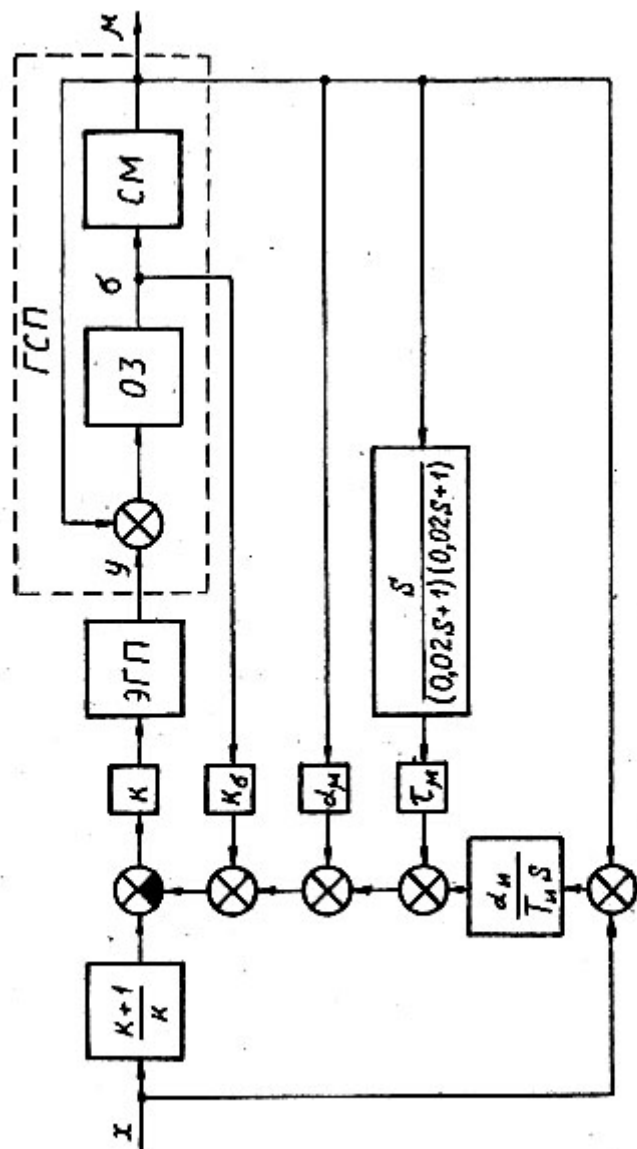


Рис. 2

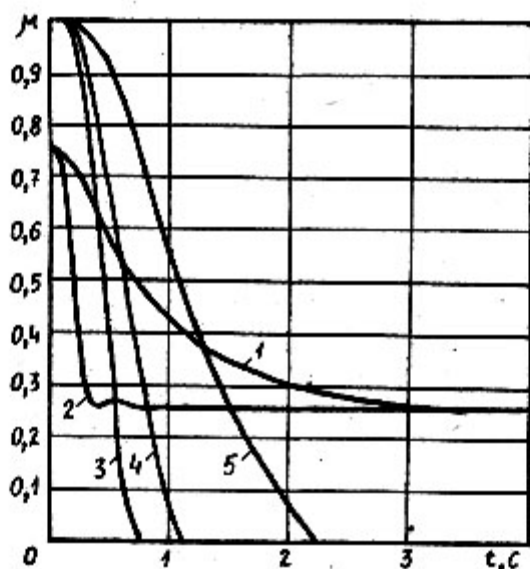


Рис. 3

Проведено также исследование влияния количества воздуха в линии первого усиления на две динамические характеристики ЭГСП в переходных процессах – быстродействие и устойчивость. Объем масла, находящегося в баллоне и масла в трубопроводе линии первого усиления примерно одинаково. Поэтому подключение баллона, полностью заполненного маслом, эквивалентно увеличению воздуха в линии первого усиления в два раза. В дальнейшем указывается только дополнительное количество воздуха в баллоне, измеряемое манометрической трубкой при давлении  $P_1 = 1 \text{ МПа}$  и отнесенное к объему масла линии первого усиления в процентах –  $\delta\delta$ . Быстродействие оценивалось по переходному процессу при подаче на вход ЭМП тока  $I = -0,95 \text{ А}$  и при начальных условиях  $I_0 = 0,2 \text{ А}$ ,  $M_0 = 1$ . Этот процесс аналогичен переходному процессу в режиме сброса полной нагрузки с подачи на вход форсирующего воздействия.

На рис.3 представлены переходные процессы при различных объемах воздуха в линии первого усиления (кривые 3,4,5 для  $\delta g = 1\%, 3\%; 8\%$  соответственно). С увеличением количества воздуха время регулирования увеличивается. Основная причина этого - изменение объема воздуха при изменении давления, что требует дополнительного расхода в линию первого усиления, это замедляет движение, а при больших объемах воздуха является причиной остановки золотника главного сервомотора. Вторая причина замедления движения золотника при его движении в сторону закрытия сервомотора - уменьшение силового давления масла при больших значениях скорости поршня сервомотора. Однако это же уменьшение давления масла увеличивает скорость золотника при его движении в сторону открытия сервомотора, являясь в этом случае паразитной положительной обратной связью.

Исследование влияния количества воздуха в линии первого усиления на устойчивость проводилось путем определения при различных положениях золотника предельного коэффициента усиления  $K$  внутреннего контура (см.рис.2), который в основном определяет устойчивость ЭП. Наибольший предельный по устойчивости коэффициент усиления  $K_{пред}$  наблюдался при положительном значении  $\sigma$  (относительной координате положения золотника) в зоне действия конуса самовыключения  $0 < \sigma < 0,15$ . При отрицательном значении  $-0,55 < \sigma < 0$  в зоне действия конуса самовыключения  $K_{пред}$  меньше, однако зависимость его величины от количества воздуха такая же, как и при  $-0,15 < \sigma < 0$ . Эта зависимость характеризуется также тем, что при значении  $\delta g = 0$ , соответствующем отсутствию воздуха в баллоне,  $K_{пред}$  минимален. В зонах золотника, где конус самовыключения переходит в цилиндр ( $\sigma < -0,55, \sigma > 0,15$ ), с увеличением воздуха в масле значение  $K_{пред}$  уменьшается до нуля. Из вышесказанного следует, что увеличения  $K_{пред}$  при наличии длинных трубопроводов и больших объемов воздуха в них можно добиться за счет увеличения конуса самовыключения золотника и выбора его оптимальной формы.

Таким образом, проведенные исследования ЭГСП с переменным давлением в линии первого усиления при параллельно включенном контуре ГСП позволяют сделать следующие выводы:

1. Переход с ГСП на смешанную ЭГСП возможен и целесообразен только как модернизация существующих ГСП.

2. Существенный недостаток смешанных систем, ограничивающий их применение, — большая протяженность трубопроводов линии первого усиления и наличие в них воздуха, что приводит к существенному запаздыванию передачи сигнала.

3. Достоинства предлагаемого ЭСП:

значительное увеличение быстродействия "на закрытие" (ориентировочно в 10 раз);

увеличенный запас ЭСП устойчивости при работе турбогенератора в режимах регулирования частоты и мощности;

обеспечение возможности реализации частичных сбросов нагрузки, приводимых в режимах обработки команд противоаварийной автоматики энергосистемы;

обеспечение значительного по сравнению с ГСР увеличения точности задания значения регулируемой величины.

4. Повышение коэффициента усиления ( $K \gg 2$ ) возможно при использовании конуса самовыключения золотника сервомотора с большой крутизной и оптимальной конструкцией (ход золотника на открытие должен быть минимальным).

УДК 62-50

В.А. Пляксий

#### АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ В КВАТЕРНИОНАХ ДЛЯ СЛУЧАЯ РЕГУЛЯРНОЙ ПРЕЦЕССИИ ОБЪЕКТА

Выбор эффективного алгоритма определения ориентации на этапе проектирования БИНС является актуальной задачей, так как позволяет уменьшить загрузку автономного вычислителя в условиях приемлемой точности определения параметров. При этом эффективность конкретного алгоритма определяется оценкой его математической сложности на такте вычислений и оценкой точности в виде дрейфа [1]. Получение корректной оценки дрейфа основано на использовании математической модели вращения объекта в той или иной форме. Наиболее просто она находится, если модель представима в аналитической форме, т.е. когда имеется аналитическое решение кинематического уравнения, выраженное в терминах вектора кажущегося поворота [1]. Такое решение может быть получено для весьма ограниченного числа частных случаев вращения. Приведем его вывод для одного из характерных режимов вращения твердых тел — регулярной прецессии.

Пусть имеет место регулярная прецессия с угловыми скоростями:

$$\omega_x = a \cos(\kappa t + \psi), \quad \omega_y = -a \sin(\kappa t + \psi), \quad (1)$$

$$\omega_z = \omega_z(0) = \text{const},$$

где  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  - проекции вектора угловой скорости  $\omega$  на связанные оси,  $a = (\omega_x^2(0) + \omega_y^2(0))^{1/2}$ ,  $\kappa = (1 - \xi_2) \omega_z(0)$

$$\xi_2 = I_z / I_x, \quad \cos \psi = \omega_x(0) / a, \quad \sin \psi = -\omega_y(0) / a,$$

$I_x, I_y, I_z$  - главные моменты инерции твердого тела, причем  $I_x = I_y > I_z$ ,  $t$  - время. Положим, что в начальный момент  $t=0$  одноименные оси связанной и некоторой опорной систем координат совпадают, т.е.

$$\Lambda(0) = (1, 0, 0, 0)^T. \quad (2)$$

Для кинематического уравнения

$$\frac{d\Lambda(t)}{dt} = 1/2 \Lambda(t) \cdot \omega(t), \quad (3)$$

не уменьшая общности при нахождении частного решения, будем рассматривать отрезок  $[0, \Delta t]$ . Преобразуя результат, приведенный в [2], получим для кватерниона ориентации  $\Lambda(\Delta t) = (\lambda_0(\Delta t), \lambda_1(\Delta t), \lambda_2(\Delta t), \lambda_3(\Delta t))^T$  выражения:

$$\begin{aligned} \lambda_0(\Delta t) &= \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \tau \sin \alpha_1 \sin \alpha_2, \\ \lambda_1(\Delta t) &= a \sin \alpha_2 \cos(\alpha_1 + \psi) / v, \\ \lambda_2(\Delta t) &= -a \sin \alpha_2 \sin(\alpha_1 + \psi) / v, \\ \lambda_3(\Delta t) &= \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \tau \cos \alpha_1 \sin \alpha_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где обозначено  $v = (a^2 + \xi_2^2 \omega_z^2(0))^{1/2}$ ,  $\tau = \xi_2 \omega_z(0) / v$

$$\alpha_1 = 1/2 \kappa \Delta t, \quad \alpha_2 = 1/2 v \Delta t.$$

Интегрируя (1) на отрезке  $[0, \Delta t]$ , получим какющиеся повороты:

$$\nabla \theta_x^* = 2a \sin \alpha_1 \cos(\alpha_1 + \psi) / v,$$

$$\nabla \theta_y^* = -2a \sin \alpha_1 \sin (\alpha_1 + \psi) / \kappa,$$

$$\nabla \theta_z^* = \omega_z(0) \Delta t.$$

Отсюда, в предположении, что  $\sin \alpha_1 \neq 0$ , найдем

$$\cos (\alpha_1 + \psi) = 1/2 \kappa \nabla \theta_x^* / (a \sin \alpha_1),$$

$$\sin (\alpha_1 + \psi) = 1/2 \kappa \nabla \theta_y^* / (a \sin \alpha_1).$$

Подстановка последних равенств в (4) окончательно дает

$$\lambda_0 (\nabla \theta^*) = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - R \sin \alpha_1 \sin \alpha_2,$$

$$\lambda_1 (\nabla \theta^*) = 1/2 \alpha_1 \sin \alpha_2 \nabla \theta_x^* / (\alpha_2 \sin \alpha_1), \quad (5)$$

$$\lambda_2 (\nabla \theta^*) = 1/2 \alpha_1 \sin \alpha_2 \nabla \theta_y^* / (\alpha_2 \sin \alpha_1),$$

$$\lambda_3 (\nabla \theta^*) = \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + R \cos \alpha_1 \sin \alpha_2,$$

где  $R = 1/2 \xi_2 \nabla \theta_z^* / \alpha_2$ ,  $\alpha_1 = \frac{1}{2} (1 - \xi_2) \nabla \theta_z^*$ ,  
 $\alpha_2 = 1/2 (\alpha_1^2 (\nabla \theta_x^{*2} + \nabla \theta_y^{*2}) / \sin^2 \alpha_1 + \xi_2^2 \nabla \theta_z^{*2})^{1/2}$ . (6)

В полученное частное решение кинематического уравнения (3), выраженное в терминах вектора кажущегося поворота, входит величина  $\xi_2$ , что отражает факт влияния формы твердого тела на его вращение. При  $\alpha_1 = 0$  имеет место вращение с постоянными угловыми скоростями  $\omega_x = a \cos \psi$ ,  $\omega_y = -a \sin \psi$ ,  $\omega_z = \omega_z(0)$ , для которого известно, что поворот на шаг  $\Delta t$  определяется кватернионом с компонентами  $\lambda_0 (\nabla \theta^*) = \cos(\frac{\nabla \theta^*}{2})$ ,  
 $\lambda (\nabla \theta^*) = \nabla \theta^* \sin(\frac{\nabla \theta^*}{2}) / \nabla \theta^*$ .

Решение (5)-(6) целесообразно использовать в качестве модельного для сравнения алгоритмов определения ориентации и

получения аналитических оценок их точности.

Получим локальные (на такте) оценки дрейфа для алгоритма второго формального порядка с преобразованием поворота [1]

$$\begin{aligned} \lambda_0(\nabla\theta^*) &= 1 - \nabla\theta^{*2}/8, \\ \lambda(\nabla\theta^*) &= 1/2 \nabla\theta^*, \end{aligned} \quad (7)$$

дробно-рационального алгоритма, приведенного в [3]

$$\begin{aligned} \lambda_0(\nabla\theta^*) &= (16 - \nabla\theta^{*2}) / (16 + \nabla\theta^{*2}), \\ \lambda(\nabla\theta^*) &= 8 \nabla\theta^* / (16 + \nabla\theta^{*2}) \end{aligned} \quad (8)$$

и его модификации, не содержащей операции деления

$$\begin{aligned} \lambda_0(\nabla\theta^*) &= 1 - \nabla\theta^{*2}/8 + \nabla\theta^{*4}/128, \\ \lambda(\nabla\theta^*) &= 1/2 \nabla\theta^* (1 - \nabla\theta^{*2}/16). \end{aligned} \quad (9)$$

Следует [1], найдем кватернион рассогласования:

$$\Delta \Lambda = \Lambda^* \circ \tilde{\Lambda} = \cos \frac{\Delta\theta}{2} + e \sin \frac{\Delta\theta}{2},$$

где  $\Lambda^*$  - кватернион преобразования поворота, соответствующего выбранному алгоритму;

$\tilde{\Lambda}$  - кватернион, сопряженный кватерниону точного решения;

$e$  - единичный вектор;

$\Delta\theta$  - малый угол, характеризующий величину дрейфа:

$$\Delta\theta = 2 \arctg (\Delta\lambda_1 / \Delta\lambda_0). \quad (10)$$

Здесь  $\Delta\lambda_0, \Delta\lambda$  - скалярная и векторная части кватерниона рассогласования. Для алгоритма с преобразованием поворота (7) имеем:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_0 &= 1 + \nabla\theta^{*4} / 128, \\ \Delta\lambda_1 &= \frac{1}{48} (\nabla\theta_x^* (\nabla\theta^{*2} - 2\kappa_2 \nabla\theta_z^{*2}) + \kappa_2 \nabla\theta_x^* \nabla\theta_y^* \nabla\theta_z^*), \\ \Delta\lambda_2 &= \frac{1}{48} (\nabla\theta_y^* (\nabla\theta^{*2} - 2\kappa_2 \nabla\theta_z^{*2}) - \kappa_2 \nabla\theta_y^* \nabla\theta_x^* \nabla\theta_z^*), \\ \Delta\lambda_3 &= \frac{1}{48} (\nabla\theta_z^{*2} + 2\kappa_2 (\nabla\theta_x^{*2} + \nabla\theta_y^{*2})), \end{aligned}$$

где  $\nabla \theta^* = \nabla \theta^* / \theta^*$ ,  $k_2 = 1 - \xi_2$ .

Отсюда с учетом выражения (10) получим, что дрейф характеризуется величиной

$$\Delta \theta = \frac{\nabla \theta^{*3}}{24} (1 + 2k_2^2 \nabla \theta_z^{*2} (\nabla \theta_x^{*2} + \nabla \theta_y^{*2}) / \nabla \theta^{*4}). \quad (11)$$

Алгоритмы с преобразованиями поворота (8) и (9) приводят к одинаковому кватерниону рассогласования:

$$\Delta \lambda_0 = 1 - \nabla \theta^{*6} / 6144,$$

$$\Delta \lambda_1 = -\nabla \theta_x^{*4} (\nabla \theta^{*6} + 4k_2 \nabla \theta_z^{*2}) / 96,$$

$$\Delta \lambda_2 = -\nabla \theta_y^{*4} (\nabla \theta^{*6} + 4k_2 \nabla \theta_z^{*2}) / 96,$$

$$\Delta \lambda_3 = -\nabla \theta_z^{*4} (\nabla \theta^{*6} - 4k_2 (\nabla \theta_x^{*2} + \nabla \theta_y^{*2})) / 96.$$

Для них локальная оценка дрейфа имеет вид

$$\Delta \theta = \frac{\nabla \theta^{*3}}{96} (1 + 8k_2^2 \nabla \theta_z^{*2} (\nabla \theta_x^{*2} + \nabla \theta_y^{*2}) / \nabla \theta^{*4}). \quad (12)$$

Из сравнения выражений (11) и (12) видно, что на регулярной прецессии рассматриваемые алгоритмы имеют одинаковый формальный порядок точности, причем точность алгоритмов (8) и (9) выше точности алгоритма (7). При этом в оценках имеется составляющая, зависящая от формы твердого тела, одинаковая для приведенных алгоритмов. Величина этой составляющей убывает с приближением формы тела к шарообразной.

Л и т е р а т у р а: 1. Бранец В.Н., Шытлевский И.Л. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. - М., 1973. - 320 с. 2. Дурье А.И. Аналитическая механика. - М., 1961. - 824 с. 3. Фролов В.А., Пипулина Л.В. Согласованные методы интегрирования кинематических уравнений вращения. - Харьков, 1961. - 18 с. Деп. в ВИНТИ 28.05.81, № 2575-81.



ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ТОЧЕЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ  
 ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Рассмотрим экстремальную самонастраивающуюся систему, свободные движения которой заданы уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + x &= -z, \\ y &= -0,5x^2, \\ h &= \text{sign} \frac{dy}{dx}, \\ \frac{dz}{dt} &= h. \end{aligned} \quad (1)$$

Первые два уравнения описывают поведение объекта, третье - уравнение логического элемента, четвертое уравнение - исполнительного механизма.

Исходную систему преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + x &= -z, \\ h &= -\text{sign} x, \\ \frac{dz}{dt} &= h. \end{aligned} \quad (2)$$

Решая систему уравнений (2), находим

$$z(t) = z_0 + ht, \quad (3)$$

$$x(t) = (x_0 + z_0 - h)e^{-t} - z_0 - ht + h. \quad (4)$$

Здесь  $h$  принимает два значения:  $h = -1$  при  $x > 0$  и  $h = 1$  при  $x < 0$ .

Для получения уравнения фазовых траекторий сложим выражения (3) и (4):

$$x + z - h = (x_0 + z_0 - h)e^{-t}. \quad (5)$$

Логарифмируя (5), получим

$$t = \ln \frac{x_0 + z_0 - h}{x + z - h}. \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) в (3), находим искомое уравнение фазовых траекторий:

$$z = z_0 + h \ln \frac{x_0 + z_0 - h}{x + z - h} \quad (7)$$

Возможный вариант фазового портрета системы изображен на рис. I.

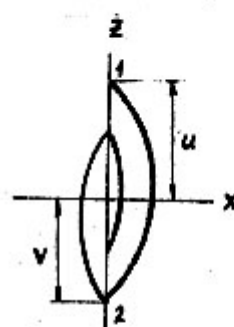


Рис. I

Линия переключения в верхней полуплоскости совпадает с положительным, а в нижней с отрицательным отрезком оси координат.

В соответствии с теорией, для получения уравнения точечных преобразований при симметричной нелинейной характеристике достаточно рассмотреть переход изображающей точки из положения I в положение 2\*

Сопоставляя уравнение (7) и фазовый портрет системы (рис. I), получим

$$-v = u - h \ln \frac{u+1}{-v+1}$$

откуда находим уравнение точечных преобразований

$$(1-v)e^v = (1+u)e^{-u} \quad (8)$$

Очевидно, что если  $u > v$ , то колебания в системе затухают, если  $u < v$ , то колебания нарастают. Если же  $u = v$ , то имеет место предельный цикл.

Представим уравнение (8) в виде

$$F_1(v) = F_0(u) \quad (9)$$

где  $F_1(v)$  и  $F_0(u)$  - функции точечных преобразований.

Определим граничные значения этих функций:

$$F_0(0) = 1; F_1(0) = 1;$$

$$F_0(1) = 2e^{-1}; F_1(1) = 0.$$

\* Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. - М.: Физматгиз, 1969. - 915 с.

Таким образом,  $F_0(0) = F_1(0)$ , а  $F_0(1) > F_1(1)$ .

Найдем первые и вторые производные этих функций:

$$\frac{dF_0}{du} = -ue^{-u}; \quad \frac{d^2F_0}{du^2} = -(1-u)e^{-u};$$

$$\frac{dF_1}{dv} = -ve^v; \quad \frac{d^2F_1}{dv^2} = -(1+v)e^v.$$

Первые и вторые производные функции отрицательны; следовательно, обе функции уменьшаются с ростом аргументов и имеют выпуклость вверх. Функции с такими свойствами могут пересекаться только в одной точке.

Проведенные исследования позволяют качественно построить диаграмму точечных преобразований (рис. 2). Из диаграммы следует, что при любом начальном отклонении выходной координаты объекта процесс сходится и положение равновесия, соответствующее началу координат, является устойчивым.

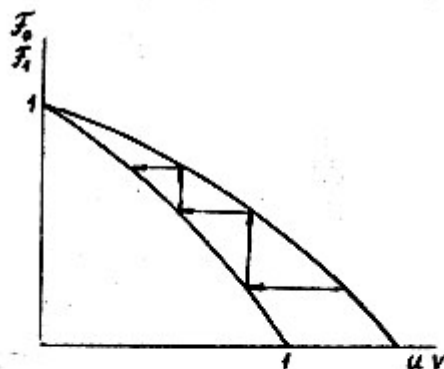


Рис. 2

НАСТРАИВАЕМАЯ СИСТЕМА АВТОМАТИЗАЦИИ МИКРОПРОГРАММИРОВАНИЯ  
МАТРИЧНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЯ

Для разработки микропрограммного обеспечения матричного *SIMD* вычислителя, состоящего из 64-х процессорных элементов, разработана система автоматизации микропрограммирования, представляющая пользователю возможность как вертикального, так и горизонтального программирования. При вертикальном программировании исходная микропрограмма (МП) представляется в виде линейной записи микроопераций (МО) в терминах языка вертикального микроассемблера. Система преобразует исходную вертикальную МП в семантически эквивалентную горизонтальную с учетом всего спектра ресурсных ограничений, присущих объекту вычислителя. Режим горизонтального программирования предусматривает разработку МП на языке горизонтального микроассемблера. При этом формирование МП осуществляется путем заполнения вручную форматов горизонтальных микрокоманд (МК) объектного вычислителя.

В состав программного обеспечения разработанной системы входят следующие подсистемы (рис. 1): транслятор с языка вертикального микроассемблера, упаковщик горизонтальных МК, транслятор с языка горизонтального микроассемблера и подсистема формирования загрузочных модулей.

Вертикальный микроассемблер допускает применение псевдоопераций и библиотеки макроопределений, обрабатываемых препроцессором. Подсистема вертикальной трансляции является настраиваемой на синтаксис МО, мнемоники полей символических записей МО. На вход этой подсистемы поступает исходная вертикальная МП. Объектным кодом вертикальной трансляции является промежуточное представление исходной МП в виде последовательности моделей; каждая из которых представляет собой табличное выражение временной диаграммы использования ресурсов отдельной МО.

Все МО объектного вычислителя разбиты на непересекающиеся классы, каждому из которых соответствует некоторая редуцированная

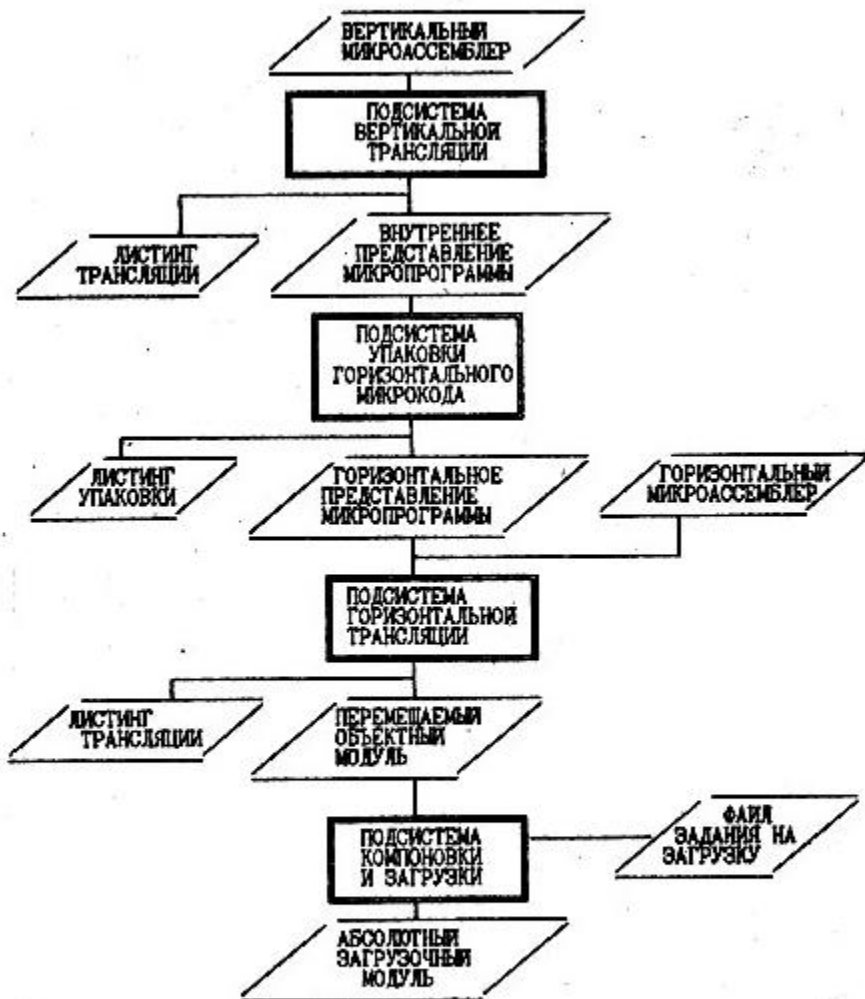


Рис. 1

модель. Полная модель МО формируется на этапе вертикальной трансляции путем ее дополнения необходимыми входными и выходными ресурсами, которые непосредственно указываются в символической записи МО. Вертикальная последовательность моделей МО поступает на вход подсистемы упаковки горизонтального микрокода. В рамках этой подсистемы осуществляются оптимизационные преобразования каждого линейного участка МП с целью отыскания наиболее предпочтительного для процесса упаковки порядка использования общих ресурсов различными потоками данных, составляющих МП.

Собственно процесс упаковки горизонтальных МК сводится к решению многоэкстремальной комбинаторной задачи математического программирования с трудно находимым допустимым решением. Последнее обуславливается разнообразной по составу системой ограничений, определяющих область допустимых решений задачи.

В целом процедура упаковки микрокода ориентирована на класс вычислителей, обладающих следующими характеристиками: одно- или многоформатное микропрограммное управление, полифазный машинный цикл, фиксированная фаза начала выполнения в общем случае многоцикловых МО, конвейерное исполнение МК, многоформатная и конвейерная реализация команд МП БИС, на которых построены каналы обработки данных объектного *SIMD* вычислителя. Подсистема упаковки микрокода на уровне моделей МО может быть настроена на любой микропрограммируемый вычислитель указанного класса.

Очевидная сложность используемой системы ограничений определила применение однократного пошагового метода формирования допустимого решения задачи упаковки. Критерием оптимальности является минимум общего числа упакованных горизонтальных МК. При этом в ходе решения задачи используются 10 приоритетных правил в качестве оценок, применяемых в процессе принятия решения о размещении очередной МО в пошагово формируемом решении. Фактически в границах подсистемы упаковки задача построения горизонтальных МК последовательно реализуется 10-ю алгоритмами, из которых выбирается решение с наилучшей оценкой качества.

Горизонтальная, т.е. упакованная МП поступает на вход подсистемы трансляции горизонтальных МП. Поскольку в эту подсистему могут подаваться и вручную написанные горизонтальные МП, транслятор осуществляет также проверку правильности заполнения горизонтальных МК, что достигается учетом практически всего набора

D:\USER\MIC\SIST\VERTRAN.EXE ST.med P=2  
Начало работы транслятора вертикального языка 13:21:12 28:03:91

ИМЯ ФАЙЛА: ST.med

НОМЕР  
МО

		МОДУЛЬ ЗАПОЗУ
		НАЧАЛО
1		Н-О, ВСЕ
2		Н-А, ВСЕ
3		Н-Г, ВЫКЛ
4		К, ОБН, (=АК)
5		К, ЧТКО, 0111В, (=АК)
6		К, ПЕА, (АК=МДЮ)
7		ЗАОМ
8		КЛК
9		М, ЧТКО, 0000В, (=АКЮ)
10	м1	М, ПЕА, Б, (АКМ=МДЮ)
11		ЗОМ
12		КЛМ
13		ИАСБ
14		К, ВЧЕ, (АК=АК), ВСК
15		У, ПУ, м1, ТРН
16		СТОП
		.КОНЕЦ

5

Конец работы транслятора вертикального языка

d:\user\mic\sist\GLPER.EXE ST -11 -w  
Начало работы упаковщика микрокода 13:21:29 28.03.91

ИМЯ ФАЙЛА: ST

Номер  
МК

		МОДУЛЬ ЗАПОЗУ
		НАЧАЛО
1		К, ОБН, (=АК)/М, ЧТКО, 0000В, (=АКМ)/Н-А, ВСЕ
2		К, ЧТКО, 0111В, (=АК)
3		К, ПЕА, (АК=МДЮ)
4		ЗАОМ/КЛК
5	м1:	М, ПЕА, Б, (АКМ=МДЮ)/Н-А, ВСЕ/К, ВЧЕ, (АК=АК), ВСК
6		ЗОМ/Н-О, ВСЕ/Н-Г, ВЫКЛ/КЛМ/ИАСБ/У, ПУ, м1, ТРН
7		СТОП
		.КОНЕЦ

КОЛ-ВО МК: 7

Конец работы упаковщика микрокода

Рис. 2

форматных ограничений, встречающихся в вычислителях с горизонтальным управлением. Аналогично вертикальному, горизонтальный транслятор обеспечивает настройку на синтаксис и мнемоники используемых МО; он также обладает настраиваемым кодогенератором и препроцессором обработки макроопределений и вседоопераций.

Затем объектный код горизонтальной МП в относительных адресах загрузки поступает на подсистему формирования загрузочных модулей, которая выполняет функции компоновщика и загрузчика МП. Управление режимами работы этой подсистемы осуществляется путем составления задания на сборку и загрузку по указанным адресам. При этом может быть реализована как непрерывная, так и разрывная загрузка модулей, составляющих МП. Выходом подсистемы являются загрузочные модули, готовые для прожига ПЗУ или для загрузки управляющего ОЗУ стенда отладки объектного вычислителя.

Для удобства работы с системой разработана интегрированная оболочка, обеспечивающая настройку параметров и запуск системы автоматизации микропрограммирования.

На рис. 2 представлены листинги вертикальной трансляции и процесса упаковки горизонтальных МК.

УДК 62.50

Е. В. Незнамова

#### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ПЛЕНОЧНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

При создании перспективных элементов защиты первой стенки реакторной камеры реактора-токамака используются текущие пленки жидкого металла [1]. Пленка предохраняет активные элементы установки от воздействия высокоинтенсивных тепловых потоков, недоступных непосредственному измерению. Для создания системы стабилизации толщины пленки необходимо получить оценки величины теплового потока в реальном масштабе времени по измерениям температуры на заданных участках пленки. В настоящей работе предлагается решение задачи с использованием метода восстановления входных сигналов динамических систем [2].

Рассмотрим плоскопараллельное течение жидкометаллической пленки по наклонной подложке под углом наклона  $\theta$  к горизонту.



Пленка течет в магнитное поле, вектор которого  $\mathbf{B}$  направлен перпендикулярно плоскости течения. На поверхность пленки падает поток тепла с плотностью мощности  $q(t)$ . Рассматривается изменение температуры пленки на участке  $[0, d]$  в следующих предположениях: в начале участка температура пленки  $T_2$ ; в конце — постоянная; между подложкой с температурой  $T_1$  и пленкой происходит теплообмен.

В этих предположениях уравнение теплопроводности принимает вид

$$\rho c_v \left( \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tau} + V(\tilde{x}) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial y^2} \right);$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} = \frac{\alpha}{\lambda} (\tilde{T} - T_1), y=0; \quad \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \frac{f'(\tilde{x})}{\sqrt{1+f'^2}} + \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \frac{1}{\sqrt{1+f'^2}} = \frac{q}{\lambda}, y=f(\tilde{x});$$

$$\tilde{T} = T_2, \tilde{x}=0; \quad \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0, \tilde{x}=d; \quad \tilde{T}(\tilde{x}, y, 0) = T_0,$$

где  $\rho, c_v, \lambda$  — плотность, коэффициенты теплоемкости и теплопроводности;

$\tilde{T}$  — температура;

$V(\tilde{x})$  — скорость течения пленки;

$\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;

$f(\tilde{x})$  — толщина пленки.

В предположении, что градиент температуры по толщине пленки мал, усредним исходную краевую задачу аналогично [3]. Введем усредненную функцию температуры  $T^*(\tilde{x}, \tau) = \frac{1}{f(\tilde{x})} \int_0^{f(\tilde{x})} \tilde{T}(\tilde{x}, y, \tau) dy$ .

В результате получим:

$$\rho c_v \frac{\partial T^*}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 T^*}{\partial \tilde{x}^2} + \left( \lambda \frac{f'(\tilde{x})}{f(\tilde{x})} - \rho c_v V(\tilde{x}) \right) \frac{\partial T^*}{\partial \tilde{x}} + \frac{\sqrt{1+f'^2}}{f(\tilde{x})} q -$$

$$- \frac{\alpha T^*}{f(\tilde{x})} + \frac{\alpha T_1}{f(\tilde{x})};$$

$$T^* = T_2, \tilde{x}=0; \quad \frac{\partial T^*}{\partial \tilde{x}} = 0, \tilde{x}=d; \quad T^*(\tilde{x}, 0) = T_0.$$

Для упрощения задачи предположим, что толщина пленки постоянна, а скорость течения равна средней скорости течения пленки:

$$f(\bar{x}) = h; \quad V(\bar{x}) = \bar{V} = \frac{\rho g \sin \theta}{\mu Na^2} (Na - 1) Na,$$

где  $g$  - гравитационная постоянная;  
 $Na = \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} B$  - число Гартмана;  
 $\sigma, \mu$  - коэффициенты электропроводности и динамической вязкости пленки.

Тогда, переходя к безразмерным переменным  $x = \frac{\bar{x}}{d}$ ,  
 $T = \frac{T^* - T_1}{T_1}$ ,  $t = \frac{\tau z}{\rho c_v d^2}$ ,  $w = \frac{q}{q_{max}}$ , получим:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - Gz \frac{\partial T}{\partial x} - Bi_k T - Ki_k w(t), \quad (1)$$

$$T = \frac{T_2 - T_1}{T_1}, \quad x = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = 1; \quad T(x, 0) = \frac{T_0 - T_1}{T_1},$$

где  $Gz = \frac{V d \rho c_v}{\lambda}$  - число Грэтца;

$$Bi_k = \frac{\alpha d}{\lambda} - \text{критерий Био}; \quad k = \frac{d}{h};$$

$Ki_k = \frac{q_{max} d}{\lambda T_1}$  - критерий Кирпичева;  $q_{max}$  - максимальное значение плотности теплового потока.

Представим функцию температуры в виде

$$T(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} z_k(t) \frac{\varphi_k(x)}{\|\varphi_k(x)\|^2}, \quad z_k(t) = \int_0^1 T(x, t) \varphi_k(x) dx.$$

Применяя к уравнению (1) конечное интегральное преобразование

[4] с ядром  $\varphi_k(x) = e^{\frac{Gz}{2} x} \sin \alpha_k x$ , где  $\alpha_k = \sqrt{\lambda_k^2 - \frac{Gz^2}{4}}$   
 удовлетворяет уравнению  $\frac{tg \alpha_k}{\alpha_k} = \frac{2}{Gz}$ , получим матричное уравнение для  $z_k(t)$ ,  $k = 1, N$ :

$$\dot{\bar{z}}_k(t) = A \bar{z}_k(t) + B w(t) + F, \quad (2)$$

где  $\bar{z}_k(t) = (z_1(t), \dots, z_N(t))^T$ ,

$$B = Kik \left( \frac{a_1}{\lambda_1^2}, \dots, \frac{a_N}{\lambda_N^2} \right)^T, \quad A = \begin{pmatrix} -\lambda_1^2 - Bik & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -\lambda_N^2 - Bik \end{pmatrix},$$

$$F = \frac{T_2 - T_1}{T_1} (a_1, \dots, a_N)^T.$$

Предположим, что в точках  $x_1^*, \dots, x_m^*$  измеряется температура  $T^*$ . Используя конечное интегральное преобразование с ядром  $\varphi_N(x)$ , получим связь между измеряемой величиной и вектором состояния  $Z_N(t)$ :

где  $r(t) = (r_1(t), \dots, r_m(t))^T$ ,  $r(t) = Cz(t)$ , (3)

$$C = \begin{pmatrix} \frac{Gz}{2} x_1^* \sin a_1 x_1^* & \dots & \frac{Gz}{2} x_1^* \sin a_N x_1^* \\ \frac{1}{2} + \frac{Gz}{4\lambda_1^2} & \dots & \frac{1}{2} + \frac{Gz}{4\lambda_N^2} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{Gz}{2} x_m^* \sin a_1 x_m^* & \dots & \frac{Gz}{2} x_m^* \sin a_N x_m^* \\ \frac{1}{2} + \frac{Gz}{4\lambda_1^2} & \dots & \frac{1}{2} + \frac{Gz}{4\lambda_N^2} \end{pmatrix}$$

Уравнения (2), (3) задают модель объекта в переменных состояниях. Алгоритм оценивания нестационарного теплового потока с использованием обратных динамических систем получим в виде:

$$\dot{\hat{z}}(t) = (CB)^+ [z - CA\hat{z} - CF], \quad (4)$$

$$\hat{z} = PA\hat{z} + B(CB)^+ z - B(CB)^+ CF, \quad (5)$$

где  $P = I - B(CB)^+ C$  - проекционная матрица;  $+$  - знак псевдообращения;  $z$  - вектор состояния обратной системы.

Оценки  $\hat{z}$ , полученные с помощью алгоритма (4), (5), могут быть использованы для компенсации возмущений при стабилизации толщины пленки.

Л и т е р а т у р а: И. Муравьев Е.В. Контактные устройства диверторных и лимитерных систем реакторов-токамаков. I. Устройства

- с жидкометаллической рабочей поверхностью //Вопр. атомной науки и техники. Термодерный синтез. - 1980. - Вып. 2. - С. 57-64.
2. Любчик Л.М. Синтез обратных динамических систем методом инвариантного оценивания //Вести Харьк. политехн. ин-та. - 1990. - № 277: Техн. кибернетика и ее прил. - Вып. 10. - С. 5-9.
3. Костенко В.Т., Любчик Л.М., Незнамова Е.В. Модификация метода конечных элементов для расчета температурных полей, усредненных по одной из координат //ИЖ. - 1989. - Т. 57. - № 6. - С. 1016-1022.
4. Мартыненко Н.А., Пустыльников Л.М. Конечные интегральные преобразования и их применение к исследованию систем с распределенными параметрами. - М., 1986. - 303 с.

УДК 519.6

М.Д. Годлевский, канд. техн. наук  
Н.П. Черяшлева

#### УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ АВИАКОМПАНИИ НА ОСНОВЕ RPD-АЛГОРИТМА СИСТЕМНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В условиях плановой экономики задача управления развитием технических средств транспортных систем решалась на уровне отрасли. Большинство работ посвящено именно этому вопросу. С переходом на рыночные условия хозяйствования транспортные предприятия приобрели самостоятельность. В результате возникла задача разработки систем поддержки принятия решения управления развитием отдельными транспортными предприятиями с точки зрения их интересов. Данная задача - особо актуальна для авиакомпании.

Будем считать заданными объемы работ по авиакорреспонденциям и авиалиниям, на которые претендует авиакомпания. Горизонт планирования - 5-10 лет. Возникает задача определения структуры парка воздушных судов (ВС) авиакомпании по годам рассматриваемого периода, маршрутизации авиакорреспонденций и расстановки парка ВС по авиалиниям. Управляющими воздействиями, влияющими на динамику изменения количества ВС по типам, будем считать: закупки новых типов ВС, аренду ВС, сдачу в аренду своих ВС, продление ресурса ВС.

Введем ряд обозначений: индекс  $t$  обозначает год планового периода,  $\delta$  - квартал,  $i$  - тип ВС,  $\nu$  - маршрут,  $g$  - авиа-

корреспонденцию или отдельное звено авиалинии. Пусть  $\theta^t$  - множество рассматриваемых звеньев;  $G_1^t, \theta_2^t$  - множества немаршрутизируемых и маршрутизируемых авиакорреспонденций;  $\theta_g^{tr}$  - оценки прогнозируемых объемов работ;  $\theta_g^t$  - множество вариантов маршрутов потока пассажиров на  $g$ -й авиакорреспонденции,  $g \in G_2^t$ ;  $\xi_v^{tr}$  - величина потока пассажиров,  $v \in \theta_g^t$ . Тогда естественным является ограничение

$$\sum_{v \in \theta_g^t} \xi_v^{tr} \leq V_g^{tr}, \quad g \in G_2^t, \quad \gamma = \overline{1,4}, \quad t = \overline{1, T}, \quad (1)$$

где  $[T, T]$  - рассматриваемый плановый период. Условие, обеспечивающее обслуживание потока пассажиров  $\xi_v^{tr}$  ВС авиакомпании, записывается в виде

$$\xi_v^{tr} \leq \sum_{i \in I_v^t} \nu_{iv}^{tr} \ell_i \pi_{iv} \zeta_{iv}^{tr}, \quad v \in \theta^t, \quad \gamma = \overline{1,4}, \quad t = \overline{1, T}, \quad (2)$$

где  $I_v^t$  - множество типов ВС;

$\zeta_{iv}^{tr}$  - количество ВС;

$\pi_{iv}$  - максимальное число пассажиров, которое может взять на борт ВС;

$\nu_{iv}^{tr}$  - количество рейсов в прямом и обратном направлениях.

Условие, обеспечивающее обслуживание потоков на немаршрутизируемых авиакорреспонденциях, имеет вид

$$\bar{\xi}_g^{tr} + \sum_{v \in R_g^t} \xi_v^{tr} \leq \sum_{i \in E_g^t} \bar{\nu}_{ig}^{tr} \ell_i \bar{\pi}_{ig} \bar{\zeta}_{ig}^{tr} + \quad (3)$$

$$+ \sum_{v \in R_g^t} \sum_{i \in I_v^t} \nu_{iv}^{tr} \ell_i \pi_{iv} \zeta_{iv}^{tr}, \quad g \in G_1^t, \quad \gamma = \overline{1,4}, \quad t = \overline{1, T}.$$

$$\bar{f}_g^{tr} = v_g^{tr}, \quad g \in G_1^t, \quad t = \overline{1, T}, \quad (4)$$

где  $\bar{f}_g^{tr}$  - величины потоков пассажиров,  $g \in G_1^t$ ;

$R_g^t$  - множество маршрутов, проходящих через  $g$ -е звено;

$E_g^t$  - множество типов ВС; количество рейсов в прямом и обратном направлениях,  $g \in G_1^t$ ;

$\bar{n}_{ig}^{tr}$  - максимальная загрузка пассажирами ВС;

$\bar{s}_{ig}^{tr}$  - количество ВС. Ограничение на пропускную способность функциональных подсистем аэропортов по обслуживанию  $i$ -го типа ВС авиакомпании имеет вид

$$\sum_{g \in \Gamma_K^t} (\bar{v}_{ig}^{tr} + \sum_{v \in R_g^t} v_{iv}^{tr}) \leq \bar{\lambda}_{ki}^{tr}, \quad (5)$$

$K \in N_t, \quad i \in I^t, \quad t = \overline{1, T},$

где  $\Gamma_K^t$  - множество звеньев, принадлежащих к  $K$ -му аэропорту, в которых эксплуатируются ВС авиакомпании;

$\bar{\lambda}_{ki}^{tr}$  - оценка количества взлетно-посадочных операций ВС, которое гарантирует обслужить  $K$  - аэропорт в наиболее напряженном  $i^*$  квартале;

$I^t$  - множество типов ВС авиакомпании. Ограничение на пропускную способность аэровокзальных комплексов аэропортов по обслуживанию пассажиров, перевозимых авиакомпанией

$$\sum_{g \in \Gamma_K^t} (\bar{f}_g^{tr} + \sum_{v \in R_g^t} f_{gv}^{tr}) \leq \bar{\lambda}_K^{tr}, \quad (6)$$

$K \in N_t, \quad t = \overline{1, T}.$

где  $\lambda_x^{t\delta^*}$  - оценки количества пассажиров авиакомпании, которое гарантирует обслужить  $K$ -й аэропорт. Дополнительно на переменные  $\xi_{i\delta}^{t\delta^*}, \bar{\xi}_{i\delta}^{t\delta^*}, \zeta_{i\delta}^{t\delta^*}, \bar{\zeta}_{i\delta}^{t\delta^*}$  накладываются условия неотрицательности.

С точки зрения идеологии системной оптимизации ограничения (I)-(6) и условия неотрицательности переменных определяют пересечение директивной области  $D_0^d$  и областей, определяемых оценками переменных других функциональных служб. В данном случае это оценки  $\lambda_x^{t\delta^*}$  и  $\lambda_x^{1t\delta^*}$  пропускной способности аэропортов. Исходная область допустимых вариантов функционирования авиакомпании  $D_0$  определяется ограничениями на количество ВС каждого типа:

$$\sum_{v \in \theta^t} \xi_{i\delta}^{t\delta^*} + \sum_{g \in G_i^t} \bar{\xi}_{i\delta}^{t\delta^*} \leq b_i, \quad (7)$$

$i \in I^t, t = \overline{1, T}$ .

где  $b_i$  - количество ВС  $i$ -го типа на начало рассматриваемого планового периода. В том случае, если  $D_0^d \cap D_0 \neq \emptyset$ , то целевая функция модели функционирования авиакомпании, определяющая ее прибыль от эксплуатации парка ВС, записывается следующим образом:

$$F_0(\xi, \bar{\xi}) = \sum_{t=1}^T D_t^w \alpha_t \rho_t, \quad (8)$$

где  $D_t^w$  - величина, равная разности выручки от продажи билетов и расходов на обеспечение самолето-вылетов, коммерческого обслуживания в аэропортах и других предприятиях ГА, аэронавигационное обслуживание полетов. Коэффициент  $\alpha_t$  определяет прибыль авиакомпании от эксплуатации парка ВС, как некоторый процент от дохода  $D_t^w$ ;  $\rho_t$  - коэффициент, учитывающий степень значимости расходов в  $t$ -м году. Если  $D_0 \cap D_0^d = \emptyset$  возникает задача коррекции областей  $D_0$  и  $D_0^d$ , осуществляемой путем варьирования правых частей ограничений (7):

$$\Delta b_i = \sum_{t=1}^{t-1} (x_i^{1t} - v_i^{0t}) + \delta_1 x_i^{1t} - \delta_2 v_i^{0t} + x_i^{2t} + x_i^{3t} + x_i^{4t},$$

(9)

$$i \in I, \quad t = \overline{1, T}$$

где  $x_i^{1t}$  - количество закупаемых ВС;

$x_i^{2t}$  - количество ВС, у которых продлевается ресурс;

$x_i^{3t}$  - количество арендованных ВС;

$x_i^{4t}$  - количество ВС, сдаваемых в аренду;

$v_i^{0t}$  - плановое списание ВС по исчерпанию ресурса.

Коэффициенты  $\delta_1, \delta_2$  определяют приведение поставок и списания ВС к средним значениям в  $t$ -м году. На вектор  $x = \{x_i^{1t}\}$

накладывается ряд ресурсных ограничений, основным из которых является балансное соотношение расходов и доходов. Варьирование правых частей ограничений (7) осуществляется на основе минимизации затрат на поставку новых ВС, аренду и продление ресурса ВС с учетом возможности сдачи в аренду части своего парка. Для решения поставленной задачи управления развитием авиакомпании используется алгоритм системной оптимизации [1].

Л и т е р а т у р а: Г. Годлевский М.Д. *КРД* - алгоритмы системной оптимизации развивающихся систем в задачах линейного программирования большой размерности //Кибернетика. - 1990. - № 2. - С. 53-56.

УДК 681.3

Л.В.Нестеров

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММНО-ТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНОЛОГИЯ  
ЕГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Обеспечение высокой надежности, безопасности и экономичности энергетических объектов, особенно энергоблоков АЭС, выдвигает



целый ряд специфических требований к АСУ ТП этих объектов. Содержание их функционирования можно условно разделить на три группы функций [ I ]:

информационные, к которым относят: контроль, измерение и первичное преобразование технологических параметров; расчет косвенно определяемых показателей объекта; регистрацию и документирование информации; технологическую сигнализацию; диагностику состояния технологического оборудования; обмен информацией со смежными подсистемами и с другими АСУ;

управляющие функции, содержанием которых является выработка на основе имеющейся информации управляющих воздействий на ТОВ и их реализация; к ним относят: дистанционное управление исполнительными механизмами; автоматическое регулирование технологических параметров; автоматические защиты технологического оборудования; блокировки, предназначенные для предотвращения аварийных ситуаций; логическое управление в пусковых и остановочных режимах;

вспомогательные, которыми считаются функции АСУ ТП, обеспечивающие решение внутрисистемных задач и предназначенные для обеспечения нормального функционирования системы.

В соответствии с функциональной структурой АСУ при разработке программно-технического комплекса (ПТК) автоматизированного управления турбоустановками АЭС совокупность математического обеспечения (МО) и программного обеспечения (ПО) была подразделена на три относительно самостоятельных комплекса: общее ПО (ОПО), функциональное ПО (ФПО) и технологическое ПО (ТПО).

ОПО предназначено для организации вычислительного процесса в вычислительном комплексе (ВК), обеспечения взаимодействия составных частей ВК между собой, контроля и управления, реализации информационных функций; оно включает следующие основные программные субкомплексы:

операционные системы (ОС) ПТК, обеспечивающие организацию вычислительного процесса в центральных ВК (ОС ЦВК) и периферийных микропроцессорах (ОС ММП), включая прием и первичную обработку поступающей с объекта информации, регистрацию событий, выдачу управляющих воздействий и обмен информацией между структурными составляющими ВК;

стандартные проблемно-ориентированные пакеты программы (стандартные ПП), обеспечивающие решение часто встречающихся задач по

обработке и преобразованию информации, непосредственному осуществлению автоматического управления и регулирования и другим информационным и управляющим функциям;

системное ПО информационно-распределительной вычислительной системы (ИРВС), обеспечивающее реализацию информационных функций ВК по регистрации, документированию и отображению информации, ведению единого астрономического времени, контролю ВК, а также диалог оператора с системой; в состав системного ПО ИРВС входит ПО информационно-распределительной и контролирующей системы (ИРКС) и ПО информационного вычислительного комплекса (ИВК).

Функциональное программное обеспечение предназначено для реализации информационных и управляющих функций в соответствии с алгоритмами управления, разработанными предприятием изготовителем технологического оборудования. ФПО разрабатывается в соответствии с конкретной алгоритмической документацией заказчика-технолога под конкретный проект индивидуального турбоагрегата. Задача разработчика ФПО – обеспечение полного соответствия входящих в него программ алгоритмам управления этим конкретным объектом. Если аппаратура и СМО могут быть неизменными для различных объектов автоматизации, то ФПО может существенно меняться при проектировании АСУ ТП для следующего объекта даже одного и того же типа.

Технологическое МО предназначено для автоматизации процесса разработки и отработки алгоритмов и программ, что значительно повышает надежность ПО в период пусконаладочных работ при определенных изменениях технологических процессов, а следовательно, и алгоритмического обеспечения. В состав ТМО входят системы автоматизации проектирования и отладки программ (САПО), ТМО стендов отладки алгоритмического и программного комплекса АСУ ТП, система оперативной коррекции МО (СМО).

В практике разработки комплекса ПО ВК используются следующие САПО: кросс-система автоматизации на ЭВМ БЭСМ-6, кросс-система автоматизации на ЭВМ ИЗОТ IOBO (аналог *mini-VAX*), система автоматизации разработки ЯМО, системы автоматизации разработки базы данных информационных функций.

ТМО стендов обеспечивает автоматизацию процесса обработки и испытаний составных комплексов программ. В настоящее время в состав ТМО входят: МО исследовательского стенда, предназначенного для отладки алгоритмов и программ с использованием математических моделей объекта и системы управления им; МО комплексного стенда, обеспечивающего автоматизацию отработки ПО и проведения

приемо-сдаточных испытаний комплекса программного обеспечения.

САПО предназначена для обеспечения возможности оперативного внесения изменений в алгоритмы и программы. В ее состав входят САПО инструментальных ЭВМ и САПО функциональных задач.

В процессе проектирования перечисленных программных комплексов с целью обеспечения высокой их надежности традиционно используются такие методы, как применение алгоритмических языков высокого уровня; создание различных видов САПО, ориентированных на определенную инструментальную базу; двойное программирование с последующим сравнением результатов [2].

Специфика автоматизации управления энергетическим оборудованием требует поиска и разработки новых технологий проектирования ПО АСУ ТП. Одна из особенностей этих систем - децентрализация управления и регулирования, обусловившая децентрализацию средств автоматизации. Так, вся совокупность технологического оборудования мажзала АЭС структурно делится на ряд функциональных групп, принципы работы которых с точки зрения математического описания объекта управления и регулирования одинаковы, хотя физические процессы в них могут существенно различаться. Например, логика управления дроссельно-регулирующей арматурой, насосами и другими механизмами собственных нужд практически одинакова. Поэтому возможна разработка унифицированных стандартных модулей, общих для всех функциональных групп. Их применение не только уменьшает время на разработку, отладку и тестирование программного продукта, но и существенно повышает надежность комплекса программных средств.

Существенное улучшение в технологию проектирования ПО АСУ ТП энергетических объектов вносит разработка формы представления алгоритмической документации и своеобразного языка технолога, своего рода макроассемблера, облегчающего работу технолога с ПО техническими средствами АСУ. Еще одна новинка, примененная при проектировании ППК для АСУ турбоустановок АЭС, - создание условной, так называемой контрольной функциональной группы, на которой проверяются и согласовываются проектные решения в области алгоритмического представления процессов управления между разработчиком турбины, заказчиком и разработчиком ППК.

Итогом такого комплексного подхода к автоматизации технологического процесса проектирования ПО стала полная гарантия его

соответствия алгоритмам рассматриваемого класса. Аналогичная работа проведена по автоматизации проектирования ПО функций регулирования технологических параметров и ПО информационных функций. Для обеспечения требуемого качества программных комплексов создана система автоматического формирования тестов, проверяющих готовый программный продукт в процессе его генерации.

Описанная технология позволила скомпоновать из различных САПО систему коррекции программного обеспечения, которая дает возможность оперативному или технологическому персоналу станции самостоятельно корректировать тот или иной алгоритм в условиях пуска-наладочных работ или эксплуатационных режимов, генерировать необходимые дополнительные модули ЭМО с помощью инструментальной ЭВМ, входящей в состав ПТК. Принятая технология проектирования ПО и описанные ее возможности обеспечивают существенное повышение не только надежности и безотказности объектов ядерной энергетики, но и их экономической эффективности.

Л и т е р а т у р а: 1. Плотинский В.И., Погорелов В.И. Автоматическое управление и защита тепловыделительных установок АЭС. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 296 с. 2. Липаев В.В. Проектирование программных средств. - М.: Высш.шк., 1990. - 303 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Голоскоков Е.Г. Использование инвариантности нормы в задаче о быстродействии произвольной линейной системы.....	3
Любчик Л.М., Дорофеев Ю.И. Двухуровневая стабилизация выходов сложных динамических систем .....	7
Сытник С.А. Идентификация состояния в избыточных инерциальных измерителях.....	11
Овчарова Д.К. Идентификация кинетических моментов гидродинамов в режиме управления.....	15
Раскин Л.Г. Об одном характеристическом свойстве оптимальных решений задачи распределения многономенклатурного ресурса.....	17
Раскин С.Л., Перунова С.В. Методика решения задачи рационального распределения ограниченного многономенклатурного ресурса...	21
Безменов Н.И. Графовый подход к выделению координирующих переменных при формировании иерархической схемы решения задачи оптимизации .....	24
Мельников О.С. Алгоритм распределения производственной программы по календарным периодам.....	27
Ардельян А.В., Прокопенков В.Ф. Алгоритм учета форматных ограничений при решении задачи упаковки микрокода.....	30
Шахновский В.С. Формирование микрокода с помощью правила, определяющего порядок включения операций.....	36
Белов А.И., Мазур П.Г. Алгоритм сокращения избыточности цифровой видеоинформации .....	38
Кашеев Л.В., Щепенюк В.С. Разработка мультимедиальной системы.	41
Северин В.П. Исследование алгоритмов вычисления матричной экспоненты и интеграла матричной экспоненты .....	43
Иванова В.В., Пугин Д.А. Критерий стационарной устойчивости численного алгоритма решения нелинейного уравнения Бреддингера...	45
Макаренко А.В. Оптимизация параметров модулей при проектировании семейств машин.....	53
Голоскоков А.Е., Пономарев А.С., Крацов В.Ф., Мокринская Л.А. Прогноз эволюции состояния оборудования машзала АЭС по трендовым характеристикам.....	56

Успенский В.В., Фролов Д.А. Стабилизация программного вращения твердого тела .....	61
Шипулина Л.В., Серeda Н.В., Червинская Т.Я. Алгоритмы управления минимально избыточной гидродинной системой при разворотах космических аппаратов .....	65
Демиденко И.М. Задача аналитического конструирования регуляторов термонапряженного состояния изотропного твердого тела..	69
Пикур Э.А., Рожженко В.Ю., Герасимов С.Л. К вопросу разработки и исследования электрогидравлической следящей системы регулирования мощных паровых турбин .....	73
Плаксий Д.А. Аналитические оценки точности алгоритмов определения ориентации в кватернионах для случая регулярной прецессии объекта .....	79
<b>Ермоленко В.М.</b> Применение метода точечных преобразований для исследования экстремальных систем .....	84
Кожин Ю.Н., Малых О.Н., Прокопенков В.Ф., Шаповаловский Ю.С. Настраиваемая система автоматизации микропрограммирования матричного вычислителя .....	87
Незнамова Е.В. Идентификация процессов теплопереноса в пленочных течениях .....	91
Годлевский М.Д., Чернышева Н.П. Управление развитием авиакomпани на основе <i>RPD</i> -алгоритма системной оптимизации .....	95
Нестеров Л.В. Математическое обеспечение программно-технических комплексов систем управления энергетическими объектами и технология его проектирования .....	99

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 2

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

ВЫПУСК II

Ответственный за выпуск Н.И.Везменов,  
канд. техн. наук

Редактор Т.М.Кашина

Технический редактор Т.Ф.Рыжикова  
Корректоры Л.А.Дьякова  
О.Г.Неро

Н/К

Подп.к печ. 07.08.92. Формат 60x84 1/16. Бумага тип. №1.  
Печать офсетная. Усл.печ.л.6,28. Усл.кр.-отт.6,51.Уч.-изд.л.5,68.  
Изд. № 1147. Тираж 150 экз. Зак. № 2452. Цена 3 р.69 к.

---

ХПИ. 310002 Харьков, ул.Фрунзе, 21.

---

Харьковское межвузовское арендное полиграфическое предприятие  
310093, Харьков, ул.Свердлова, 115.