

ВЕСТНИК



Харьковского
Политехнического
Института

252 '88

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

В Ы П У С К 8

»ВИЩА ШКОЛА«

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ВЕСТНИК

Харьковского политехнического института

№ 252

**ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Основан в 1979 г.

ВЫПУСК 8

Харьков
Издательство при Харьковском
государственном университете
издательского объединения
«Выща школа»
1988

В вестнике рассмотрены вопросы математического описания динамических систем, оценивания их параметров и оптимального управления. Предложены методы моделирования гибких производственных систем и решения распределительных задач. Описано построение оптимальных типоразмерных рядов изделий.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1988 г.

Для преподавателей, научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: д-р техн. наук проф. *Е. Г. Голоскоков* (отв. ред.), *Н. И. Безменов* (отв. секр.), д-р техн. наук проф. *В. Б. Гринев*, д-р техн. наук проф. *А. В. Дабагян*, канд. техн. наук доц. *Ю. Т. Костенко*, канд. техн. наук доц. *В. Л. Лисицкий*, канд. техн. наук доц. *Ю. А. Фролов*

Ответственный за выпуск *Н. И. Безменов*

Адрес редакционной коллегии: 310002 Харьков-2, ул. Фрунзе, 21, политехнический институт, инженерно-физический факультет, тел. 40-04-75, 40-00-56

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией *Л. А. Гаврилова*

Издано по заказу Харьковского политехнического института

**ОПТИМАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ПОНИЖЕННОГО ПОРЯДКА
ДИСКРЕТНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

При решении задачи определения динамических характеристик диффузионного процесса необходимо разработать математическую модель объекта в переменных состояниях. Вектор состояния данной модели имеет большую размерность, что предъявляет высокие требования к разрядности и быстродействию цифровых устройств, применяемых для получения информации о системе в реальном масштабе времени. В целях снижения вычислительных затрат целесообразно использовать математическую модель с меньшим числом переменных состояний. Такие модели пониженного порядка называются редуцированными по отношению к исходной системе. Опишем алгоритмы вычисления оптимальных параметров редуцированной модели по заданной системе большой размерности.

Рассмотрим стационарную дискретную систему $x(k+1) = Ax(k) + B\xi(k)$ (1). Здесь $\xi(k)$ — p -мерный вектор, обладающий свойствами белого шума с матрицей ковариации $E[\xi(i)\xi^T(j)] = Q\delta_{ij}$, где E — знак математического ожидания, δ_{ij} — символ Кронекера; $x(k)$ — n -мерный вектор состояния объекта, распределенный по нормальному закону с заданной ковариационной матрицей в начальный момент времени

$$E[x(0)x^T(0)] = P_x(0), \quad E[x(k)\xi^T(k)] = 0.$$

Пусть модель пониженного порядка имеет вид $\theta(k+1) = F\theta(k) + G\xi(k)$ (2). Здесь $\theta(k)$ — m -мерный вектор состояния модели ($m \leq n$). Отметим, что в начальный момент времени состояния исходной и упрощенной систем связаны соотношением $\theta(0) = Lx(0)$, где L — так называемая матрица агрегирования.

Рассмотрим l -мерный вектор $\epsilon(k)$, являющийся разностью между линейными комбинациями переменных состояния исходной и агрегированной систем: $\epsilon(k) = Rx(k) - H(k)\theta(k)$ (3). Задача состоит в том, чтобы при заданной системе высокого порядка, определяемой матрицами A, B, R , найти систему пониженного порядка с матрицами F, G, H из условия минимизации критерия

$$J(k+1) = \text{trace } E(\epsilon(k+1)\epsilon^T(k+1)). \quad (4)$$

Минимизация следа матрицы $\text{trace } E(\epsilon(k+1)\epsilon^T(k+1))$ осуществляется путем определения градиентов $J(k+1)$ по матрицам F, G, H . Для этого преобразуем функционал (4) в вид, удобный для дифференцирования.

Используя (1), (2), (3), выводим равенство

$$\varepsilon(k+1) = H(k+1) R A x(k) - H(k+1) F(k) \theta(k) + \\ + (RB - H(k+1) G(k)) \xi(k).$$

Подстановка выражения для $\varepsilon(k+1)$ в (4) позволяет получить критерий качества, зависящий явным образом от матриц $F(k)$, $G(k)$, $H(k+1)$. Тогда

$$J(k+1) = \text{trace } H(k+1) F(k) P_0(k) F^T(k) H^T(k+1) - \\ - 2 \text{trace } H(k+1) F(k) P_{0x}(k) A^T R^T + \text{trace } R A P_x(k) A^T R^T + \\ + \text{trace } (H(k+1) G(k) - RB) Q (H(k+1) G(k) - RB)^T,$$

где $P_0(k) = E(\theta(k) \theta^T(k)); P_{0x}(k) = E(\theta(k) x^T(k));$
 $P_{x\theta}(k) = E(x(k) \theta^T(k)); P_x(k) = E(x(k) x^T(k)).$

В результате оптимизации находим необходимые условия минимума в виде двух матричных уравнений

$$H(k+1) G(k) = RB \quad (5); \quad H(k+1) F(k) = R A P_{x\theta}(k) P_0^{-1}(k) \quad (6).$$

Система уравнений (5), (6) имеет бесчисленное множество решений относительно $F(k)$, $G(k)$, $H(k+1)$.

Для определенности допустим, что $G(k) = LB \quad (7)$. Тогда из равенств (5) и (7) следует, что

$$F(k) = L A P_{x\theta}(k) P_0^{-1}(k) \quad (8); \quad H(k+1) = R A P_{x\theta}(k) (L A P_{x\theta}(k))^{-1} \quad (9).$$

Воспользовавшись уравнениями (7) — (9), легко показать справедливость равенств $H(k+1)L = R$, $F(k)L = LA$, которые идентичны соотношениям, полученным при агрегировании детерминированных систем*.

Таким образом, выражения (5) — (7) полностью определяют оптимальные на каждом шаге параметры модели пониженного порядка по заданной системе высокой размерности. Для реализации предложенного алгоритма расчета $F(k)$, $G(k)$, $H(k+1)$ необходимо получить рекуррентные соотношения для ковариационных матриц. С помощью (1), (2) находим

$$P_0(k+1) = F(k) P_0(k) F^T(k) + G(k) Q G^T(k);$$

$$P_{x\theta}(k+1) = A P_{x\theta}(k) F^T(k) + B Q G^T(k);$$

$$P_{x\theta}(k) = P_{x\theta}^T(k); \quad P_x(k+1) = A P_x(k) A^T + B Q B^T$$

с начальными условиями $P_{x\theta}(0) = P_x(0) L^T$; $P_0(0) = L P_x(0) L^T$.

* *Commault C. Optimal choice of modes for aggregation//Automatica, 1981. 17, N 2. P. 397—399.*

Мерой близости исходной и упрощенной систем служит оптимальное значение критерия качества

$$J_0(k+1) = \text{trace } R A (P_x(k) - P_{x0}(k) P_0^{-1}(k) P_{0x}(k)) A^T R^T. \quad (10)$$

Если предположить, что матрица A устойчива, то из выражения для функционала (10) очевидно убывание значения величины $J(k+1)$ с ростом k . Физической интерпретацией этого результата является близость выходов большой системы и редуцированной модели при $k \rightarrow \infty$.

Поступила в редколлегию 13.11.86

УДК 62-50

Л. М. ЛЮБЧИК, канд. техн. наук,
С. В. ТОЛСТОПЯТОВА

ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ ДИСКРЕТНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Проблема оценивания входных сигналов динамических систем возникает при решении широкого круга задач автоматического управления и измерительной техники, таких, как коррекция динамических погрешностей измерительных преобразователей, синтез инвариантных регуляторов, восстановление зависимостей по косвенным измерениям. Известные подходы к решению указанных задач, при которых применяются методы оптимальной фильтрации, реализуются только по получении достаточно полной априорной информации об оцениваемом входном сигнале для описания его с помощью формирующего фильтра [1]. На практике столь полная информация обычно отсутствует. В этом случае для решения задачи оценивания входных сигналов можно использовать теорию инвариантных наблюдателей [2], обобщенную для систем со случайными воздействиями [3].

Рассмотрим дискретную динамическую систему вида

$$x(n+1) = Ax(n) + bu(n); \quad y(n) = c^T x(n) + v(n). \quad (1)$$

Здесь A , b , c — матрица и векторы соответствующих размерностей; $x(n)$ — вектор состояния системы в момент времени n ; $u(n)$ — неизвестный входной сигнал; $y(n)$ — скалярный выходной сигнал, доступный измерению; t — знак транспонирования. Предполагаем, что помеха измерений распределена по нормальному закону с параметрами $Mv(n) = 0$; $Mv(n)v(n+k) = \sigma^2 \delta_{nk}$, где δ_{nk} — символ Кронекера.

Для получения оптимальной оценки входного сигнала $u(n)$ рассмотрим предварительно задачу оценивания вектора состояния

системы (1). Для этого используем динамический наблюдатель вида

$$\begin{aligned}\hat{x}(n) &= z(n) + hy(n); \\ z(n+1) &= F(n)z(n) + gy(n).\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь $z(n)$ — вектор состояния наблюдателя, размерность которого совпадает с размерностью $x(n)$.

При выборе параметров наблюдателя (2) по формулам

$$\begin{aligned}h &= (c^T b)^{-1} b; \quad g = (c^T b)^{-1} \Pi A b; \quad F(n) = \Pi A - d(n) c^T; \\ \Pi &= I - (c^T b)^{-1} b c^T,\end{aligned}$$

где $d(n)$ — произвольный вектор; I — единичная матрица, ошибка оценивания $\varepsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n)$ удовлетворяет стохастическому разностному уравнению $\varepsilon(n+1) = F(n)\varepsilon(n) - \xi(n+1)$; $\xi(n+1) = d(n)v(n) + hv(n+1)$.

Таким образом, ошибка оценивания не зависит от неизвестного входного сигнала $u(n)$, а ее статистические свойства определяются варьируемым вектором $d(n)$. При этом ковариационная матрица ошибок оценивания $P_\varepsilon(n)$ удовлетворяет разностному уравнению

$$\begin{aligned}P_\varepsilon(n+1) &= \Pi A P_\varepsilon(n) A^T \Pi^T + (\alpha(n) - \sigma^2)^{-1} d(n) d^T(n) - \\ &- \Pi A r(n) d^T(n) - d(n) r^T(n) A^T \Pi^T + \sigma^2 h h^T.\end{aligned}$$

Здесь $\alpha(n) = c^T P_\varepsilon(n) c$, $r(n) = P_\varepsilon(n) c - \sigma^2 h$.

Из уравнения (1) следует, что $bu(n) = \hat{x}(n+1) - A\hat{x}(n) + \eta(n+1)$; $\eta(n+1) = \varepsilon(n+1) - A\varepsilon(n)$. Тогда оптимальную в среднеквадратическом смысле оценку входного сигнала $\hat{u}(n)$ запишем в виде

$\hat{u}(n) = (b^T P_\eta^{-1}(n+1) b)^{-1} b^T P_\eta^{-1}(n+1) (\hat{x}(n+1) - A\hat{x}(n))$, (3)
где ковариационная матрица $P_\eta(n+1)$ определится соотношением

$$\begin{aligned}P_\eta(n+1) &= (\Pi - I) A P_\varepsilon(n) A^T (\Pi - I)^T - \\ &- (\Pi - I) A r(n) d^T(n) - d(n) r^T(n) A^T (\Pi - I)^T + \\ &+ (\alpha(n) - \sigma^2)^{-1} d(n) d^T(n) + \sigma^2 h h^T.\end{aligned}$$

Для получения максимальной точности оценивания выберем вектор $d(n)$ из условия $\text{Sp } P_\eta(n+1) \rightarrow \min$. Решив соответствующую задачу квадратичного программирования, получим выражение для оптимального вектора параметров наблюдателя (2) $d^*(n) = (\alpha(n) - \sigma^2)^{-1} (\Pi - I) A r(n)$. При этом

$$\begin{aligned}P_\eta(n+1) &= (\Pi - I) A (P_\varepsilon(n) - (\alpha(n) - \sigma^2)^{-1} \times \\ &\times r(n) r^T(n)) A^T (\Pi - I)^T + \sigma^2 h h^T,\end{aligned}\quad (4)$$

а ковариационная матрица ошибок оценивания $P_e(n)$ будет удовлетворять разностному уравнению типа Риккати

$$P_e(n+1) = \Pi A P_e(n) A^T \Pi^T + (\alpha(n) - \sigma^2)^{-1} \times \\ \times (A r(n) r^T(n) A^T - \Pi A r(n) r^T(n) A^T \Pi^T) + \sigma^2 h h^T. \quad (5)$$

Уравнения (2)–(5) образуют рекуррентный алгоритм оптимального оценивания входного сигнала динамической системы $u(n)$ по ее выходному сигналу, измеряемому со случайной помехой.

Отметим, что оценка $\hat{u}(n)$ запаздывает на один шаг по отношению к измерениям, что является следствием некорректности задачи обращения системы (1).

Цифровое моделирование подтвердило эффективность предложенной методики при восстановлении существенно нестационарных сигналов.

Список литературы: 1. Венгеров А. А., Шаренский В. А. Прикладные вопросы оптимальной линейной фильтрации. М., 1982. 192 с. 2. Kurek J. Observation of the state vector of linear systems with unknown inputs//Intern. J. Control. 1982. 36. Р. 511–515. 3. Костенко Ю. Т., Любчик Л. М. Синтез оптимальных стохастических наблюдателей для систем с неизмеряемым входом//X Всесоюз. совещ. по пробл. упр.: Тез. докл. М., 1986. Кн. 1. С. 231–232.

Поступила в редколлегию 13.11.86

УДК 62-50

А. И. КИРИЧЕНКО, канд. техн. наук,
О. Ю. ХАРЧЕНКО

УПРАВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВЫМ СОСТОЯНИЕМ ДИСКРЕТНОГО ЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА С НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА УПРАВЛЕНИЕ

При решении ряда задач управления испытаниями элементов конструкций возникает необходимость стабилизировать требуемое состояние объекта управления на протяжении некоторого интервала времени. Рассмотрим стационарный управляемый объект, описываемый уравнением

$$x(n+1) = Ax(n) + Cu(n) + D, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где $x(n) \in R^m$ — вектор состояния объекта в момент времени n , причем R^m — m -мерное векторное пространство; A — постоянная матрица размера $m \times m$; C, D — m -мерные постоянные вектора; $u(n)$ — скалярное управляющее воздействие.

Пусть $u(n) = u = \text{const}$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Тогда для каждого u найдется состояние $x \in X$, где X — подпространство пространства R^m ,

его элементами являются установившиеся состояния объекта при постоянных управлениях,

$$x = x(n) = x(n+1) = (I - A)^{-1}(Cu + D), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Подпространство X не совпадает с R^m вследствие скалярного характера управления. Состояние x^* назовем относительно неустойчивым, если $x^* \notin X$.

Сформулируем задачу: для заданного относительно неустойчивого состояния x^* определить такую последовательность управлений, при которой имеет место выполнение условия $x(n) = x^*$, $n \geq N \geq m$ (3).

Следует заметить, что, если система полностью управляема [1], можно найти последовательность управлений $u(0), u(1), \dots, u(N-1)$, удовлетворяющую требованию $x(N) = x^*$.

Исследуем возможность выполнения условия (3) при различных методах управления. В случае постоянных управлений выполнение (3) невозможно, так как $x^* \notin X$. Выберем состояние $x_n \in X$, наиболее близкое к x^* . Введя матрицу $F = (I - A)^{-1}$, по методу наименьших квадратов получим

$$x_n = FC\alpha(x^*) + FD; \quad \alpha(x^*) = (C^T F^T F C)^{-1} C^T F^T (x^* - FD). \quad (4)$$

Определим ближайшее к x^* установившееся состояние при локально-оптимальном управлении [2]. В основу данного метода управления положено требование наибольшего приближения на каждом шаге состояния объекта к требуемому: $\|x(n+1) - x^*\| \rightarrow \min$.

Для объекта (1) имеем $x(n+1) = ZAx(n) + (C^T C)^{-1} C C^T x^*$, где $Z = I - (C^T C)^{-1} C C^T$. Тогда установившееся состояние находится из выражений

$$x_n = FC\beta(x^*) + FD; \quad \beta(x^*) = (C^T F C)^{-1} C^T (x^* - FD). \quad (5)$$

Нетрудно заметить, что $x_n \in X$, так как выражения (4) и (5) совпадают с выражением (2), differing только параметрами α и β . Поэтому локально-оптимальное управление не дает лучшего результата по сравнению с постоянными управлениями.

В работе [3] предложен способ создания в системе периодического режима, обеспечивающего получение квазистационарного состояния, в среднем за период достаточно близкого к требуемому и основывающегося на методе циклического управления. Критерием качества управления является минимум функционала

$$J = N^{-1} \sum_{n=0}^{N-1} \|x(n) - x^*\|^2.$$

Здесь N — количество интервалов квантования в цикле.

Дополним уравнение (1) ограничениями на управление вида $0 \leq u(n) \leq 2r$, $n = 0, N-1$. Вектор последовательности управляющих воздействий, осуществляющих периодическое изменение состояния объекта (1), может быть определен по формуле

$$u^* = H[(I - A^N)x(0) - M] + (I - HG)u_0,$$

где u^* — искомый вектор, $u^* = (u(0), u(1), \dots, u(N-1))^T$; $G = (A^{N-1}C; \dots; AC; C)$ — матрица размера $m \times N$; R — диагональная матрица размера $N \times N$ с одинаковыми элементами вида

r^2 ; $H = RG^T(GRG^T)^{-1}$; $M = \sum_{n=0}^{N-1} A^n D$ — m -мерный вектор; u_0 — N -мерный вектор, середина области ограничений; $x(0)$ — вектор состояния, соответствующий началу и концу цикла.

Вектор $x(0)$ находится из условия минимума функционала J :

$$x(0) = \left(I + \sum_{n=1}^{N-1} P_n^T P_n \right)^{-1} \left[\left(I - \sum_{n=1}^{N-1} P_n^T \right) x^* - \sum_{n=1}^{N-1} P_n^T S_n \right].$$

Здесь $P_n = A^n + A^{n-N} G_n^0 (I - A^N)$; $S_n = A^{n-N} G_n^0 \times$
 $\times [(I - HG) u_0 - HM]$; $G_n^0 = (A^{N-1}C; \dots; A^{N-n}C; \dots; 0; \dots; 0)$.

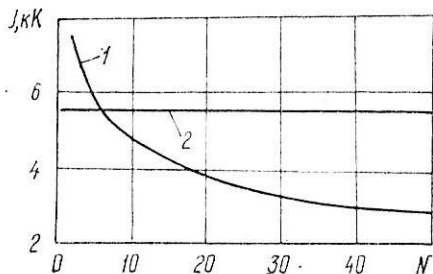
Тогда для произвольного момента времени $x(kN+n) = x(n) = P_n x(0) + S_n$, $n < N$, $k=1, 2, 3, \dots$.

Заметим, что после вычисления вектора управлений необходима проверка достаточного условия управляемости [4]:

$$(u^* - u_0)^T R^{-1} (u^* - u_0) \leq 1. \quad (6)$$

В итоге имеем следующий алгоритм программного управления относительно неустойчивым состоянием объекта: 1. Задавшись числом шагов управления N , вычислить матрицы G, R, H, M . 2. Найти вектор начального состояния объекта $x(0)$. 3. Установить последовательность управляющих воздействий для одного цикла. 4. Проверить выполнение условия управляемости. Если (6) не выполняется, следует изменить число шагов или интервал управления.

Алгоритмы изложенных методов программно реализованы на языке ФОРТРАН для ЭВМ типа ЕС. Проведен расчет управления индукционным нагревом. Кривая 1 рисунка отражает зависимость квадратичного отклонения температур в среднем за цикл от количества интервалов квантования при циклическом управлении. Видно, что с увеличением числа интервалов квантования достигается лучшее качество приближения к требуемому состоянию. Для сопоставления приведены значения отклонений ближайшего установившегося состояния объекта от требуемого при постоянных управлениях (прямая 2). Как было показано выше, прямая соответствует и результатам применения локально-оптимального управления. Таким образом, наибольшая степень близости состояний



объекта к заданному неустойчивому состоянию может быть достигнута при использовании алгоритма циклического управления. Полученное изменение температурного поля можно считать установившимся процессом.

Список литературы: 1. Браммер К., Зифлинг Г. Фильтр Калмана—Бьюси: Пер. с нем. М., 1982. 200 с. 2. Кельманс Г. К., Позняк А. С., Черницер А. В. Локально-оптимальное управление объектами с неизвестными параметрами//Автоматика и телемеханика. 1982. № 10. С. 80—93. 3. Кириченко А. И., Любчик Л. М. Синтез дискретных нестационарных регуляторов температурных полей//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1987. № 240: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 7. С. 6—8. 4. Костенко Ю. Т., Любчик Л. М. Управляемость линейных динамических систем при наличии ограничений//Там же. 1986. № 229: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 6. С. 3—6.

Поступила в редколлегию 18.11.86

УДК 62-50

Ю. А. ФРОЛОВ, канд. техн. наук

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ПО РЕШЕНИЯМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

В ряде случаев приближенные решения двухточечных краевых задач управления движением определяются на основе сложных алгоритмов. Для упрощения вычислений предлагаются методики реализаций управляемых движений по решениям вспомогательных задач, приведенных ниже.

Рассмотрим движение управляемой системы, описываемое кинематическим и динамическим уравнениями

$$\dot{x}^1 = f_1(x^1, x^2); \dot{x}^2 = f_2(x^1, x^2) + Bu, u \in U_r, r \in \{0, 1, 2\}, \quad (1)$$

где x^1, x^2, u — n -мерные векторы; B — постоянная невырожденная матрица; U_r — заданное множество управлений, такое, что при $r=0, 1, 2$ на u соответственно не накладываются ограничения, имеют место декартовы или полярные ограничения $|u^i| \leq \mu_i, |u| \leq \mu$. Для этой системы формулируются: двухточечная задача управления (ДЗУ), когда требуется найти $u(t) \in U_r$, переводящее систему (1) из $x(0)$ в $x(T)$, $x = \{x^1, x^2\}$ за время T , и аналогичная задача об оптимальном управлении (ДЗОУ), когда $u \in U_r$ выбирается из условий оптимальности критерия быстродействия $I_T(u) = T$ или одного из критериев

$$I_{pq}(u) = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^n |u^i|^p \right)^{q/p} dt, \quad (p, q) \in PQ = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2)\}. \quad (2)$$

Предполагается, что выполняются следующие условия согласования: $(p, q, r) \in PQR = \{(1, 1, 0), (1, 1, 1), (2, 1, 0), (2, 1, 2), (2, 2, 0), (2, 2, 1), (2, 2, 2)\}$.

Если ввести систему, сопряженную к (1),

$$\dot{\psi}^i = -\frac{\partial f_1^T}{\partial x^i} \psi^1 - \frac{\partial f_2^T}{\partial x^i} \psi^2, \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

то при $h = B^T \psi^2$ компоненты оптимального управления

$$u^i = h^i |h^i|^{p-2} S_{ipqr}(h); \quad S_{ipqr} \in S = \left\{ \sum_{i=1}^L b_{il} \delta(t - t_{il}), \right. \quad (4)$$

$$\left. F(p_i | h^i, |h^i|), \sum_{i=1}^L a_{il} \delta(t - t_{il}), F(p, |h|), 1, F(p_i, |h^i|), F(p, |h|) \right\}.$$

Здесь a_{il} , b_{il} — константы; $\delta(\cdot)$ — δ -функция; t_l , t_{il} — моменты времени, при которых $|h|$ и $\max\{|h^1|, \dots, |h^n|\}$ принимают на отрезке $[0, T]$ максимальные значения γ_M , h_M ; $F(\alpha, \beta) = \{q-1$, если $\beta \leq \alpha^{q-1}$; α/β , если $\beta > \alpha^{q-1}\}$; S — изоморфное PQR -множество. В задачах быстрогодействия при декартовых и полярном ограничениях

$$u^i = p_i \operatorname{sgn} h^i \quad (5); \quad u = p h / |h| \quad (6).$$

Для построения приближенных решений таких задач $u_*(t) \in U_r$ предлагаются итерационные процедуры, основанные на решениях вспомогательных задач в виде векторов управления $v(t)$ или сопряженных переменных $\varphi(t) = \{\varphi^1(t), \varphi^2(t)\}$ при краевых условиях $y(0)$, $y(T)$. По этим решениям $u_*(t)$ может определяться как проекция $v(t)$ на U_r согласно (4) при $h = B^T \varphi^2$ и в результате численного интегрирования систем (1), (3) с учетом (4) ((5) или (6)) при $\psi(0) = \varphi(0)$. Соответственно перечисленным случаям $u_*(t) \in U_r$ называем управлением по опорной модели (УПОМ), квазиоптимальным и оптимальным управлениями (КОУ, ОУ). В этих условиях на k -й итерации по $y(0) = x(0)$ и $y_k(T)$, $y_1(T) = x(T)$ находится приближенное $u_k(t) \in U_r$, которое принимается за u_* , если при заданном ε принята норма $\|x_k(T) - x(T)\| \leq \varepsilon$, где $x_k(T)$ — результат интегрирования системы (1) от $x(0)$ при $u = u_k$. В противном случае проводится $(k+1)$ -я итерация для скорректированного $y_{k+1}(T) = y_k(T) - \alpha_k(x_k(T) - x(T))$ и т. д. Здесь α_k — параметр релаксации. Использование описанных процедур оправдано только тогда, когда вспомогательная задача выбрана так, что обеспечивается эффективное решение. Наряду с задачей, описанной в работе [1], к таким задачам относятся прямая и обратная задачи (механики) — ПВЗ, ОВЗ, рассмотренные ниже.

ПВЗ представляет собой ДЗОУ для системы

$$\dot{y}^1 = y^2; \quad \dot{y}^2 = A_1 y^1 + A_2 y^2 + Bv, \quad v \in V_{r'}, \quad r' \in \{0, 1, 2\}. \quad (7)$$

Здесь A_1 , A_2 — постоянные матрицы; v — оптимальное управление по критерию $I_T(v) = T$ или $I_{p'q'}(v) = (2)$, $(p', q') \in PQ$, выбираемое с учетом свойств системы (сопряженной к (7)),

$$\dot{\varphi}^1 = -A_1^T \varphi^2; \quad \dot{\varphi}^2 = -A_2^T \varphi^2 - \varphi^1, \quad (8)$$

при которых существует уравнение $G(\varphi(0), y'(0), y(T), T) = 0$ и его единственное решение $\varphi(0)$. Целесообразно выбор проводить так, чтобы это решение имело вид явной функции $\varphi(0) = \varphi'(y(0), y(T), T)$ и, по возможности, обеспечивалась близость $A_1 x^1 + A_2 x^2$ к $f_2(x^1, x^2)$, V_r к U_r и критерия $I(v)$ к $I(u)$. В этих условиях $\varphi(t)$ определяется как интеграл системы (8), а $v(t) \in V_r$ — соответствующими равенствами вида (4) — (6), если в них заменить $u, h, (p, q, r)$ на $v, h = B^T \varphi^2, (p', q', r')$.

Достаточно простые решения ПВЗ находятся для моделей движения в однородном и бессиловом полях, когда в (7) $A_2 = 0$, а $A_1 = -\lambda^2 E$ и $A_1 = 0$, где E — единичная матрица. В этих случаях решения систем (8) представляются соотношениями

$$\begin{aligned} \varphi^1(t) &= \varphi^1(0) \cos \lambda t + \lambda \varphi^2(0) \sin \lambda t; \quad \varphi^2(t) = \frac{\varphi^1(0)}{\lambda} \sin \lambda t + \\ &+ \varphi^2(0) \cos \lambda t; \quad \varphi^1(t) = \varphi^1(0); \quad \varphi^2(t) = \varphi^1(0)t + \varphi^2(0). \end{aligned}$$

Отметим, что модель движения в бессиловом поле может рассматриваться как уравнение в кажущихся координатах.

ОВЗ имеет место для такой системы (1), которая при замене x, u на y, v может быть приведена к следующим равенствам:

$$y^2 = f_2(y^1, \dot{y}^1), \quad v = B^{-1}(\dot{y}^2 - f_2(y^1, y^2)). \quad (9)$$

Здесь $y^1 = y^1(t)$ — опорная модель (траектории), представляющая собой определенную функцию, для которой с учетом первого равенства выполняются заданные краевые условия $y(0), y(T)$, а v рассматривается как решение ДЗОУ при критерии $I_{22}(v)$ и $r' = 0$. Отметим, что такие функции могут выражаться степенными, тригонометрическими, экспоненциальными полиномами и их сплайновыми аналогами. В частности, если полином степенной, $y'(t) = a^0 + a^1 t + a^2 t^2 + a^3 t^3$. Поскольку в данном случае определяется $v(t)$, эти результаты и кладутся в основу решения задачи УПОМ.

Сопряженная система к уравнениям движения ОВЗ имеет вид равенства (3), если в них заменить x, ψ на y, φ . Следовательно, $\varphi^2 = (B^T)^{-1} \psi$, $\dot{\varphi}^2 = (B^T)^{-1} \dot{\psi}$ и в силу существования первого равенства системы (9) сопряженная система в точке $t=0$ разрешима относительно $\varphi^1(0)$. Таким образом, по решениям ОВЗ определяются $\varphi^2(t)$ и $\varphi(0)$, что обеспечивает построение процедур решения задач квазиоптимального и оптимального управлений для системы (1). Отметим, что в описанных условиях решения задач о быстродействии сводятся к преобразованиям (5) или (6) при $h=v$.

На основе приведенных решений вспомогательных задач можно реализовать и процедуры синтеза $u \in U_r$ по текущему состоянию $x(\tau)$. В этом случае вместо $x(0)$ вводится $x(\tau)$, k -я итерация рассматривается как шаг текущего времени, коррекция осуществляется по результатам прогноза $x_k(T)$, где T считается параметром адаптации.

В ряде задач порядок системы кинематических уравнений $n' > n$ при дополнительных $n' - n$ связях. В частности, это имеет место в условиях управления вращением твердого тела, когда ориентация определяется в параметрах Родрига — Гамильтона, направляющих косинусах. Если принимать во внимание данные связи, то изложенные результаты полностью применимы для решения соответствующих ДЗО и ДЗОУ. Так, для уравнений в параметрах Родрига — Гамильтона в условиях ОВЗ это учитывается введением опорных моделей [2].

Полученные результаты можно положить в основу решения задач перехвата и разгона (торможения), когда не фиксированы $x^2(T)$ или $x^1(T)$ соответственно. В этих случаях для нахождения решений вспомогательных задач на k -й итерации коррекции проводятся только для $y_k^1(T)$ или $y_k^2(T)$. Опорная модель в ОВЗ выбирается как определенная функция по t и $y^1(T)$ или $y^2(T)$.

Итак, из приведенных результатов следует, что для краевых условий $x(0)$, $x(T)$ управление вводится в форме почти всюду дифференцируемой по t и $c \in C_r$ вектор-функции $u = w(t, c)$, где $c = \varphi(0)$, а C_r определяется соответствующим множеством U_r в (1). В этой связи интеграл системы (1) эквивалентен оператору $F(x(0), x(T), c, T) = 0$, $c \in C_r$. Поскольку в (1) $f(x)$ — дифференцируемая функция x , а x дифференцируется по c , в силу теоремы о неявных функциях существует $c = c(x(T))$, если $\det(F'_c) \neq 0$, $c \in C_r$. Это неравенство определяет условия достижимости по вспомогательным решениям. В рассматриваемых условиях оно всегда выполняется при $r=0$. Отметим, что при $r=0$, $p=q=2$ из него вытекают известные условия управляемости линейной по x системы (1) при соответствующем управлении (4). Аналогичные условия разрешимости имеют место для задач перехвата и разгона. Отличие выражается только в том, что F и c имеют размерность n .

Список литературы: 1. Фролов Ю. А. Синтез квазиоптимального управления некоторыми объектами на основе решения монотонной вспомогательной задачи // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1979. № 148: Прикл. механика и процессы упр. Вып. 1. С. 28—32. 2. Фролов Ю. А., Шипулина Л. В. Синтез управления разворотом методом опорных моделей вращения // Прикладные методы кибернетики: Сб. науч. тр./Ин-т кибернетики АН УССР. К., 1984. С. 30—35.

УДК 62-50

Поступила в редколлегию 19.10.86

Е. Г. ГОЛОСКОКОВ, д-р техн. наук,
Р. Е. ЛАСЕНКО

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПО СТРУКТУРНОЙ СХЕМЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

При исследовании систем автоматического регулирования (САР) приходится решать задачу получения передаточной функции (ПФ) системы по известным отдельным звеньям и структуре

их соединения. Для построения ПФ САР высоких порядков применяют численные методы с использованием цифровых ЭВМ. Одна из групп таких методов основана на построении характеристического полинома САР по матрице Коши. Однако привлекаемые для этого методы линейной алгебры (А. Н. Крылова, Ж. Леверье, А. М. Данилевского и др.) характеризуются высокой чувствительностью к плохой обусловленности матриц высоких порядков и большим объемом вычислений [1; 2]. Другая группа методов, основанная на теории К-графов, отличается сложной программной реализацией [1].

Предлагается следующая методика получения ПФ САР по известным ПФ ее звеньев и структурной схеме их соединения с использованием цифровой ЭВМ. В основу методики положен тот факт, что каждой структурной схеме соединения двух звеньев можно поставить в соответствие математическое выражение, определяющее некоторые действия над их передаточными функциями [3]. Введя обозначения для этих действий, можно структурную схему САР представить в символическом виде строкой-формулой. Операндами в строке-формуле будут обозначения отдельных звеньев (символ «W» со следующим за ним номером звена), а операциями — символические обозначения звеньев. Для управления порядком выполнения действий в строке-формуле наряду со скобками удобно пользоваться различием в приоритете операций. Применение приоритетов операций позволяет избавиться от части скобок, которые загромождали бы строку-формулу.

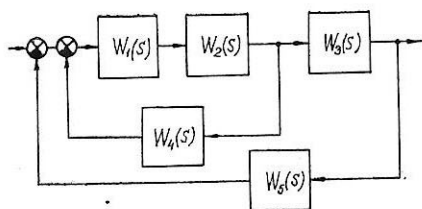


Рис. 1

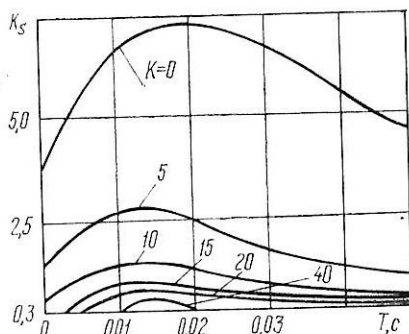


Рис. 2

В качестве обозначений операций и их приоритетов примем следующие символы: для параллельного соединения — «+», приоритет — 1; для последовательного соединения — «*», приоритет — 2; для соединения с отрицательной обратной связью — «/—/», приоритет — 3. Конец строки-формулы отмечается стоп-символом «;». Подавляющее большинство линейных САР может быть описано с помощью приведенного ряда операций.

Например, на рис. 1 показана структурная схема электрогидравлического следящего привода (ЭГСП) паровой турбины. Схеме соответствует следующая строка-формула:

$$((W1 \cdot W2) / - / W4 \cdot W3) / - / W5.$$

Предлагаемая методика была реализована на языке ПЛ/1 (О) СВМ ЕС в виде двух модификаций — численной и аналитической. Определение ПФ выполняется в два этапа. На первом этапе ЭВМ производит анализ исходной строки-формулы и построение списка*, отражающего действия над отдельными звеньями. На втором этапе по полученному списку находится общая ПФ в численном или символьном виде. В численной модификации второй этап необходимо осуществлять при каждом изменении каких-либо параметров. Аналитическая модификация определяет коэффициенты ПФ САР в общем виде — в виде арифметических выражений. Построение и обработка списка происходит с помощью базированных структур ПЛ/1.

В качестве иллюстрации рассмотрим построение диаграммы запаса устойчивости ЭГСП, структурная схема которого помещена на рис. 1. ПФ отдельных звеньев приведены ниже:

$$W_1(s) = K \frac{1 + b_1 s + b_2 s^2}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4 + a_5 s^5};$$

$$W_2(s) = \frac{1}{a_{s1}s}; \quad W_3(s) = \frac{1}{a_{m1}s}; \quad W_4(s) = K_S \frac{1 + T s}{1 + \frac{T}{\alpha} s};$$

$$W_5(s) = 1.$$

В результате работы аналитической модификации получены следующие коэффициенты ПФ ЭГСП:

$$b_{00} = K; \quad b_{01} = K \left(\frac{T}{\alpha} + b_1 \right); \quad b_{02} = K \left(b_1 \frac{T}{\alpha} + b_2 \right);$$

$$b_{03} = K b_2 \frac{T}{\alpha}; \quad a_{00} = K; \quad a_{01} = K K_S a_{m1} + K \left(\frac{T}{\alpha} + b_1 \right);$$

$$a_{02} = (a_0 a_{s1} + K K_S T + K K_S b_1) a_{m1} + K \left(b_1 \frac{T}{\alpha} + b_2 \right);$$

$$a_{03} = \left(a_0 a_{s1} \frac{T}{\alpha} + a_1 a_{s1} + K K_S b_1 T + K K_S b_2 \right) a_{m1} + K b_2 \frac{T}{\alpha};$$

$$a_{04} = \left(a_1 a_{s1} \frac{T}{\alpha} + a_2 a_{s1} + K K_S b_2 T \right) a_{m1}; \quad a_{05} =$$

$$= \left(a_2 a_{s1} \frac{T}{\alpha} + a_3 a_{s1} \right) a_{m1}; \quad a_{06} = \left(a_3 a_{s1} \frac{T}{\alpha} + a_4 a_{s1} \right) a_{m1};$$

$$a_{07} = \left(a_4 a_{s1} \frac{T}{\alpha} + a_5 a_{s1} \right) a_{m1}; \quad a_{08} = a_5 a_{s1} \frac{T}{\alpha} a_{m1}.$$

* Используется определение списка, взятое из работы [4].

На рис. 2 дана диаграмма запаса устойчивости K в плоскости параметров корректирующего звена K_S и T при таких значениях остальных параметров:

$$\begin{aligned} b_1 &= -0,00321 \text{ с}; \quad b_2 = 6,6 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2; \quad a_0 = 1; \quad a_1 = 0,0337 \text{ с}; \\ a_2 &= 2,77 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2; \quad a_3 = 1,379 \cdot 10^{-6} \text{ с}^3; \quad a_4 = 2,39 \cdot 10^{-9} \text{ с}^4; \\ a_5 &= 6,03 \cdot 10^{-12} \text{ с}^5; \quad a_{s1} = 0,1 \text{ с}; \quad a_{m1} = 0,17 \text{ с}; \quad \alpha = 20. \end{aligned}$$

При значении постоянной времени $T=0,013$ с обеспечивается максимальный коэффициент усиления K и, как следствие, минимальная статическая ошибка. Построение диаграммы на ЭВМ ЕС-1061 с помощью аналитической модификации было выполнено за 10,23 с, численной — за 50,09 с.

Предлагаемая методика построения ПФ позволяет проводить исследования САР путем построения диаграмм степени устойчивости, колебательности [5], интегральной квадратичной оценки, максимального коэффициента устойчивой работы в плоскости двух изменяемых параметров системы. Методику выгодно использовать также для решения задач оптимизации параметров систем с заданной структурой, когда предъявляются жесткие требования к скорости определения ПФ, поскольку его надо производить многократно во время итерационного процесса.

Список литературы: 1. Дидук Г. А. Машинные методы исследования автоматических систем. Л., 1983. 176 с. 2. Фадеев Д. К., Фадеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., 1963. 734 с. 3. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1975. 768 с. 4. Пратт Т. Языки программирования: разработка и реализация: Пер. с англ. М., 1979. 576 с. 5. Пикур Э. А., Ласенко Р. Е. Исследование степени устойчивости и колебательности систем автоматического регулирования численными методами// Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1986. № 229: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 6. С. 10—12.

Поступила в редколлегию 03.11.86

УДК 62-523

С. Д. ГЕРАСИМОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Необходимым условием работоспособности систем автоматического регулирования (САР) является устойчивость их работы. Рассмотрим метод определения оптимальных параметров дискретно-непрерывных САР из условия обеспечения максимальной устойчивости. В качестве минимизируемого критерия выбрано максимальное значение $|z|_{\text{макс}}$ модулей корней характеристического полинома дискретизованной системы. Важнейшую роль при опти-

мизации, особенно при большом числе варьируемых параметров, играет простота вычисления значений критерия. Для этого на базе разработанных алгоритмов создан пакет прикладных программ, в который входят программы численного определения коэффициентов передаточной функции (ПФ) непрерывной части системы по ПФ отдельных звеньев для различных видов их соединений, нахождения ПФ дискретизованной непрерывной части системы, определения дискретной ПФ всей системы, вычисления максимального значения модулей корней характеристического полинома, модифицированного метода деформируемого многогранника.

Программа определения передаточной функции линейной части САР позволяет проводить поиск непосредственно в пространстве параметров системы, не прибегая к аналитическим выкладкам, что значительно снижает затраты времени на подготовку к решению задачи оптимизации и дает возможность легко варьировать структуру системы регулирования. Программа включает в себя подпрограммы нахождения передаточных функций основных типов соединений: последовательного, параллельного, замкнутого контура.

Для получения дискретной модели непрерывной части САР, удовлетворяющей условиям сохранения устойчивости и коэффициента усиления, выбран метод Тастина [1], позволяющий осуществить переход от непрерывной ПФ $W(s) = \sum_{k=0}^m b_k s^k / \sum_{k=0}^n a_k s^k$ к дис-

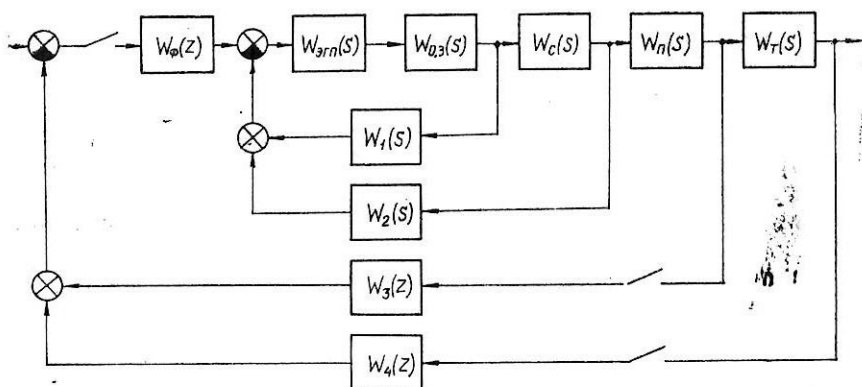
кретной $\Phi(z) = \sum_{k=0}^n c_k z^k / \sum_{k=0}^n d_k z^k$ путем подстановки $s = 2(z-1)/T \times$

$\times (z+1)$, где T — период дискретности. Разработан простой алгоритм, реализующий подстановку Тастина в виде умножения векторов и матрицы, вычисляемой однократно при фиксированной структуре системы регулирования. При этом коэффициенты $\Phi(z)$

определяются по формулам $d_k = \sum_{j=0}^n a_j (2/T)^j m_{jk}$, $c_k = \sum_{j=0}^m b_j \times$
 $\times (2/T)^j m_{jk}$, где m_{jk} — элементы матрицы размера $(n+1) \times (n+1)$, по строкам которой записаны в порядке возрастания степени z коэффициенты разложения $(z+1)^{n-i}(z-1)^i$ ($i=0, \dots, n$). При постоянном n эта матрица, а также вектор $[1, 2/T, (2/T)^2, \dots, (2/T)^n]$ при фиксированном T вычисляются однократно, что значительно снижает время расчета значения критерия.

На следующем этапе с помощью подпрограммы численно находят коэффициенты характеристического полинома дискретной ПФ всей системы $F(z) = f_0 + f_1 z + \dots + f_N z^N$ (1). Для определения $|z|_{\max}$ разработан алгоритм на основе алгебраического дискретного критерия Рауса—Шура [2] устойчивости системы на z -плоскости. Известно, что для устойчивости дискретной линейной стационарной системы необходимо и достаточно, чтобы корни характеристического полинома лежали в области $|z| < 1$ на z -плоскости. Если корни лежат на окружности $|z| = 1$, то система находится на границе устойчивости. В предлагаемом методе использовано

то, что корнями полинома $\hat{F}_1(z) = \hat{f}_0 K^N + \hat{f}_1 K^{N-1} z + \dots + \hat{f}_N z^N$ (2) являются корни (1), умноженные на K . Вначале определяется по критерию Рауса — Шура устойчивость при $K_1 = 1$ полинома (2), а следовательно, полинома (1). Если полином устойчив, K увеличивается в два раза, если неустойчив, K уменьшается в два раза (до тех пор, пока не изменится устойчивость). Затем делением пополам интервала (K_1, K_2) рассчитывается с заданной точностью $K_{гр}$, при котором система находится на границе устойчивости, и вычисляется значение критерия $J = 1/K_{гр}$, равное $|z|_{\max}$.



В качестве метода оптимизации применяется модифицированный метод деформируемого многогранника [3], не использующий производные функции цели, и являющийся, как показывает опыт решения подобных оптимизационных задач, одним из наиболее эффективных при большом числе изменяемых параметров.

Разработанные алгоритмы реализованы на языке ПЛ-1(О) для цифровых ЭВМ серии ЕС и позволяют исследовать сложные дискретно-непрерывные системы и обеспечивать их максимальную устойчивость с помощью определения оптимальных варьируемых параметров САР.

Пример. Рассмотрена паровая турбина совместно с электрогидравлическим следящим приводом и с дискретными контурами регулирования по мощности и частоте. Структурная схема исследуемой системы дана на рисунке.

Передаточные функции имеют следующий вид: для электрогидравлического преобразователя $W_{ЭГП}(s) = 10/(1 + 3,39 \cdot 10^{-2}s + 1,78 \cdot 10^{-4}s^2 + 8 \cdot 10^{-7}s^3)$, для отсечного золотника $W_{0,3}(s) = 1/(0,2s)$, сервомотора $W_c(s) = 1/(0,4s)$, обратных связей $W_1(s) = k_s(1 + 0,01s)/(1 + 0,001s)$, $W_2(s) = 1$, парового тракта $W_n(s) = (1 + 1,28s + 0,408s^2)/(1 + 3,89s + 2,29s^2 + 0,386s^3)$, турбины $W_T(s) = 0,117/s$, обратных связей по мощности и частоте $W_3(z) = 1 + T_N(1 - z^{-1})$, $W_4(z) = 1 - z^{-1}$, $W_\phi(z) = 1 - z^{-1}$.

Определялась максимальная устойчивость системы в области параметров k_s, T_N при периоде дискретности $T = 0,02$ с. Для нахождения глобального минимума в качестве начальных точек (по методу деформируемого многогранника) были выбраны узлы сетки, равномерно покрывающие область $0,5 < k_s < 1$; $0 \leq T_N \leq 2$ с на плоскости параметров. В результате оптимизации получено $|z|_{\max} = 0,894$ при $k_s = 0,87$, $T_N = 0,93$ с. Время счета на ЭВМ ЕС-1061 составило 4 мин 20 с.

Список литературы: 1. Кузовков Н. Т., Карабанов С. В., Салычев О. С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М., 1978. 222 с. 2. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления: Пер. с англ. М., 1985. 296 с. 3. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование: Пер. с англ. М., 1975. 534 с.

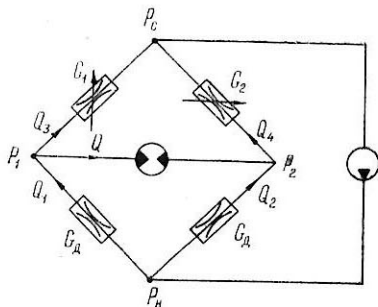
Поступила в редколлегию 04.11.86

УДК 62-5

Э. А. ПИКУР, канд. техн. наук,
В. Ю. РОХЛЕНКО, канд. техн. наук,
В. П. СЕВЕРИН, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО МОСТИКА СОПЛО-ЗАСЛОНКА

Для повышения качества систем автоматического регулирования на этапах их проектирования и исследования необходимо создание все более детальных математических моделей. В высокоэффективных электрогидравлических системах регулирования широко применяется гидравлический мостик сопло-заслонка [1; 2], гидравлическая цепь которого представлена на рисунке. Полагая, что мостик симметричен и режим течения жидкости в гидравлических дросселях турбулентный, запишем уравнения расхода жидкости в диагонали мостика



$$Q = Q_1 - Q_3, \quad Q = Q_4 - Q_2, \quad (1)$$

где

$$Q_1 = G_d \sqrt{p_n - p_1}; \quad Q_2 = G_d \sqrt{p_n - p_2}; \quad Q_3 = G_1 \sqrt{p_1 - p_c};$$

$$Q_4 = G_2 \sqrt{p_2 - p_c}; \quad (2)$$

G_d — гидравлическая проводимость постоянных дросселей; G_1, G_2 — гидравлические проводимости дросселей сопло-заслонка; p_n — давление нагнетаемой насосом жидкости; p_c — давление на сливе; p_1, p_2 — некоторые давления (см. рисунок). Воспользовавшись связью гидравлических сопротивлений и проводимостей $R_G = 1/G_G^2$, разрешим уравнения расхода (1) с учетом (2) относительно давлений:

$$p_1 - p_c = \frac{R_1}{R_d + R_1} \left[p_n - p_c + \frac{R_d - R_1}{R_d + R_1} R_d Q^2 - \right]$$

$$\begin{aligned}
& -2 \sqrt{\frac{R_d^2 Q^2}{R_d + R_1} \left(p_H - p_C - \frac{R_d R_1}{R_d + R_1} Q^2 \right)}; \\
p_2 - p_C &= \frac{R_2}{R_d + R_2} \left[p_H - p_C + \frac{R_d - R_2}{R_d + R_2} R_d Q^2 + \right. \\
& \left. + 2 \sqrt{\frac{R_d^2 Q^2}{R_d + R_2} \left(p_H - p_C - \frac{R_d R_2}{R_d + R_2} Q^2 \right)} \right]. \quad (3)
\end{aligned}$$

Представим сопротивления дросселей сопло-заслонка как последовательные соединения нерегулируемых и регулируемых сопротивлений: $R_1 = R_H + R_{P1}$; $R_2 = R_H + R_{P2}$. Регулируемые сопротивления являются функциями перемещения заслонки z [1]:

$$R_{P1} = 0,5 \zeta_{срж} / [l_c (z_0 - z)]^2; \quad R_{P2} = 0,5 \zeta_{срж} / [l_c (z_0 + z)]^2,$$

где ζ_c — коэффициент гидравлических сопротивлений; $\rho_{ж}$ — плотность жидкости; l_c — периметр сопла; z_0 — зазор между соплом и заслонкой при ее нейтральном положении ($z=0$), когда R_{P1} и R_{P2} равны

$$R_0 = 0,5 \zeta_{срж} / (l_c z_0)^2. \quad (4)$$

Введем безразмерные коэффициенты, характеризующие относительные значения гидравлических сопротивлений:

$$\alpha = R_d / R_0; \quad \beta = R_H / R_0; \quad \gamma = \alpha + \beta; \quad \delta_k^2 = (0,5 \rho_{ж} / A_c^2) / R_0, \quad (5)$$

где A_c — площадь сопла. Перейдем к относительному перемещению заслонки и используем следующие обозначения:

$$h = z / z_0; \quad h_1 = (1 - h)^2; \quad h_2 = (1 + h)^2; \quad (6)$$

$$\psi_{\beta k} = 1 + \beta h_k; \quad \psi_{\gamma k} = 1 + \gamma h_k; \quad \psi_{\delta k} = 1 + \delta h_k; \quad \varphi_k = \psi_{\beta k} / \psi_{\gamma k}, \quad k = 1, 2; \quad (7)$$

$$q = Q \sqrt{R_d}. \quad (8)$$

Учитывая введенные обозначения, после алгебраических преобразований выражений (3) получим:

$$p_1 - p_C = \varphi_1 [p_H - p_C + (1 - 2\varphi_1) q^2 - 2q \sqrt{\alpha h_1 (p_H - p_C - \varphi_1 q^2) / \psi_{\gamma 1}}]; \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
p_2 - p_C &= \varphi_2 [p_H - p_C + (1 - 2\varphi_2) q^2 + \\
& + 2q \sqrt{\alpha h_2 (p_H - p_C - \varphi_2 q^2) / \psi_{\gamma 2}}].
\end{aligned}$$

Обозначим перепад давлений в диагонали мостика через $p_d = p_1 - p_2$ (10). Равнодействующую реакций струй можно определить по формуле [1]

$$R = A_c [(\psi_{\beta 1} / \psi_{\gamma 1}) (p_1 - p_C) - (\psi_{\beta 2} / \psi_{\gamma 2}) (p_2 - p_C)]. \quad (11)$$

В окрестности точки невозмущенного состояния $z=0$, $Q=0$ функции $p_d(z, Q)$ и $R(z, Q)$ дифференцируемы и допускают линейри-

зацию. Поэтому разложим нелинейные уравнения (9) и (11) с учетом выражений (4)—(8), (10) в ряд Тейлора по переменным z и Q в окрестности точки невозмущенного состояния $z=0$, $Q=0$, ограничиваясь при этом лишь членами первого порядка малости. После алгебраических преобразований получим линеаризованные уравнения

$$p_{\dot{z}} = k_{pz}z - k_{pQ}Q; \quad R = k_{Rz}z - k_{RQ}Q, \quad (12)$$

где коэффициенты линеаризации

$$k_{pz} = \frac{4\alpha}{(1+\gamma)^2} \frac{p_H - p_C}{z_0}; \quad k_{pQ} = \frac{4\alpha(1+\beta)}{(1+\gamma)^{3/2}} \sqrt{R_0(p_H - p_C)}; \quad (13)$$

$$k_{Rz} = \frac{4(\gamma - \delta)}{(1+\gamma)^2} A_C \frac{p_H - p_C}{z_0}; \quad k_{RQ} = \frac{4\alpha(1+\delta)}{(1+\gamma)^{3/2}} A_C \sqrt{R_0(p_H - p_C)}. \quad (14)$$

Итак, при построении нелинейных моделей систем регулирования гидравлический мостик сопло-заслонка описывается системой уравнений (9), (11) с учетом выражений (4)—(8), а для линеаризованных моделей целесообразно применять уравнения (12) с учетом выражений (13), (14), (4), (5).

Список литературы: 1. Гамынин Н. С. Гидравлический привод систем управления. М., 1972. 376 с. 2. *Электрогидравлические* следящие системы/В. А. Хохлов, В. Н. Прокофьев, Н. А. Борисова и др.; Под ред. В. А. Хохлова. М., 1971. 432 с.

Поступила в редколлегию 11.11.86

УДК 681.516

Л. В. ШИПУЛИНА, канд. техн. наук,

Н. В. СЕРЕДА, канд. техн. наук,

С. А. РЫЛЬЦЕВА

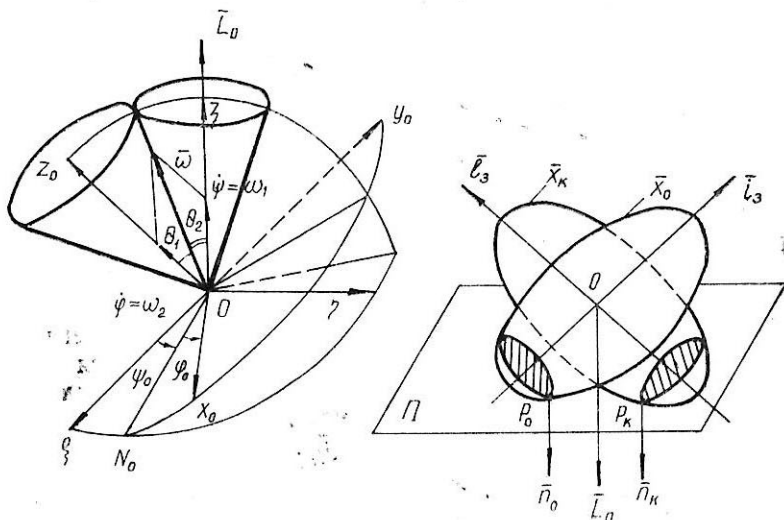
СИНТЕЗ ИНЕРЦИОННОГО РАЗВОРОТА ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ОБЪЕКТА

Чтобы реализовать синтез разворота, необходимо найти угловые скорости, требуемые для построения управляющих моментов. Рассмотрим новый подход к решению этой задачи для случая инерционного разворота осесимметричного объекта.

Считаем, что исходные данные заданы, если конечное положение объекта относительно начального определено с помощью матрицы направляющих косинусов Γ : $\bar{x}_k = \Gamma \bar{x}_0$ (1), где $\bar{x}_k$, $\bar{x}_0$ — базисы (системы координат), жестко связанные с твердым телом и в конечном и начальном положениях.

Предполагается, что в начальный момент времени твердому телу мгновенно сообщаются потребные угловые скорости. Далее тело движется по инерции до заданного конечного положения и по достижении его производится мгновенное гашение скоростей.

В этих условиях движение тела происходит по закону регулярной прецессии [1], поэтому решение задачи основано на геометрической интерпретации Пуансо для случая вращения тела по инерции (рисунок).



Неизвестны и подлежат определению вектор кинетического момента $\vec{L}_0$ и проекции угловых скоростей ω_{x0} , ω_{y0} , ω_{z0} . Для их нахождения предлагается алгоритм, который основан на такой последовательности:

1. Нормаль $\vec{n}_0 \parallel \vec{n}_k$, что позволяет установить связь между координатами полюсов $P_0(x_1, y_1, z_1)$, $P_k(x_2, y_2, z_2)$ в системе осей $x_0y_0z_0$ (см. рисунок), являющихся главными осями тела в его начальном положении.

Условие $\vec{n}_0 \parallel \vec{n}_k$ представляется в форме

$$\left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial x}\right)_{P_0} = \left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial x}\right)_{P_k}; \quad \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial y}\right)_{P_0} = \left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial y}\right)_{P_k}; \quad \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial z}\right)_{P_0} = \left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial z}\right)_{P_k}. \quad (2)$$

Здесь Φ_0 , Φ_k — уравнения эллипсоида инерции в начальном и конечном положениях тела, $\Phi_0 = A(x^2 + y^2) + Cz^2 - 1 = 0$; $\Phi_k = A[(\gamma_{11}x + \gamma_{12}y + \gamma_{13}z)^2 + (\gamma_{21}x + \gamma_{22}y + \gamma_{23}z)^2] + C(\gamma_{31}x + \gamma_{32}y + \gamma_{33}z)^2 - 1 = 0$.

Разрешая систему алгебраических уравнений (2), находим связь между координатами полюсов P_0 и P_k , например:

$$x_2 = \frac{1}{AC} \{x_1 A [(A - C) \gamma_{31}^2 + C] - y_1 A (C - A) \gamma_{31} \gamma_{32} - z_1 C (C - A) \gamma_{31} \gamma_{33}\} \quad (3)$$

Аналогично выражаются координаты y_2 и z_2 .

2. Точки P_0 и P_k лежат на одной полудии. Следовательно,

$$z_{P_0} = z_{P_k}: z_1 = \gamma_{31}x_2 + \gamma_{32}y_2 + \gamma_{33}z_2. \quad (4)$$

Из (3), (4) и уравнения эллипсоида Φ_0 следует, что координаты x_1, y_1 выражаются через z_1 :

$$x_1 = \left(\frac{\gamma_{31}}{\gamma_{32}} Cz_1 \pm d \right) k; \quad y_1 = \left(Cz_1 \mp \frac{\gamma_{31}}{\gamma_{32}} d \right) k;$$

$$k = \frac{\gamma_{32}}{A(1 + \gamma_{33})}; \quad d = \sqrt{\frac{A(1 + \gamma_{33})}{1 - \gamma_{33}} - Cz_1^2 \left[\frac{A(1 + \gamma_{33})}{1 - \gamma_{33}} + C \right]}, \quad (5)$$

т. е. искомой становится только координата z_1 .

3. Поскольку вектор кинетического момента $\bar{L}_0$ неподвижный и $\bar{L}_0 \parallel n_0$, с $\bar{L}_0$ связывается неподвижная система координат $\xi\eta\zeta$, единичные орты которой определяются выражениями

$$\bar{\zeta}_0 = \frac{\bar{L}_0}{|\bar{L}_0|} = \frac{1}{|\bar{L}_0|} (\bar{i}_1 Ax_1 + \bar{i}_2 Ay_1 + \bar{i}_3 Cz_1); \quad (6)$$

$$\bar{\xi}_0 = \frac{\overline{ON}}{|\overline{ON}|} = \frac{\bar{\zeta}_0 \times \bar{i}_3}{|\overline{ON}|} = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} (\bar{i}_1 y_1 - \bar{i}_2 x_1); \quad \bar{\eta}_0 = \bar{\zeta}_0 \times \bar{\xi}_0.$$

В этих условиях переход от системы $\bar{x}_0$ к $\bar{\xi}$ задается матрицей B : $\bar{\xi} = B\bar{x}_0$ (7), где b_{lm} ($l, m = 1, 2, 3$) — функция только одной искомой координаты z_1 полюса P_0 .

4. Соотношение между угловыми скоростями прецессии ω_1 и собственного вращения ω_2 выводится из треугольника скоростей (см. рисунок) и из закона регулярной прецессии:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\varphi - \varphi_0}{\psi} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}. \quad (8)$$

Так как $\overline{OP} = \bar{\rho} = \bar{i}_1 x_1 + \bar{i}_2 y_1 + \bar{i}_3 z_1$, имеем

$$\cos \theta_1 = \frac{\bar{\rho} \cdot \bar{i}_3}{\rho} = \frac{z_1}{\rho}; \quad \cos \theta_2 = \frac{\bar{\rho} \cdot \bar{\zeta}_0}{\rho} = \frac{1}{\rho L_0};$$

$$\sin \theta_i = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_i} \quad (i = 1, 2); \quad (9)$$

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{A}} \sqrt{1 + z_1^2 (A - C)}; \quad L_0 = \sqrt{A + Cz_1^2 (C - A)}.$$

Из (8) и (9) получаем уравнение для нахождения искомой координаты z_1 полюса P_0 :

$$\frac{\varphi - \varphi_0}{\psi} = \frac{(A - C) z_1}{\sqrt{A - Cz_1^2 (A - C)}}. \quad (10)$$

Оно является основным для решения задачи разворота. При этом углы φ , ψ , φ_0 определяются по начальному и конечному положениям твердого тела относительно неподвижной системы $\xi\eta\zeta$.

Поскольку из (1) и (7) следует, что $x_k = \Gamma_k \xi$, справедливо равенство $\Gamma_k = \Gamma B^T$ (11), причем элементы матрицы Γ_k представляют собой функцию одной искомой координаты z_1 . Так как эти элементы связаны с эйлеровыми углами определенными соотношениями [2], из последних находятся углы ψ , $\varphi - \varphi_0$:

$$\cos(\varphi - \varphi_0) = \frac{1}{A(1 + \gamma_{33})^2(1 - Cz_1^2)} \{ (\gamma_{11} + \gamma_{22}) [A(1 + \gamma_{33})(1 - Cz_1^2) - 2(Cz_1)^2(1 - \gamma_{33})] \mp 2Cz_1(\gamma_{12} - \gamma_{21})l \};$$

$$\sin(\varphi - \varphi_0) = \frac{1}{A(1 + \gamma_{33})^2(1 - Cz_1^2)} \{ (\gamma_{12} - \gamma_{21}) [A(1 + \gamma_{33})(1 - Cz_1^2) - 2(Cz_1)^2(1 - \gamma_{33})] \pm (\gamma_{11} + \gamma_{22}) 2Cz_1 l \};$$

$$\sin \psi = \mp \frac{1}{A(1 - Cz_1^2)} l \sqrt{A - Cz_1^2(A - C)};$$

$$\cos \psi = \frac{1}{A(1 - Cz_1^2)} \{ A\gamma_{33} - Cz_1^2 [(A - C)\gamma_{33} + C] \};$$

$$l = \sqrt{A(1 - \gamma_{33}^2)(1 - Cz_1^2) - (Cz_1)^2(1 - \gamma_{33})^2}.$$

На основе изложенных результатов алгоритм численной реализации решения задачи о развороте сводится к такой последовательности вычислений. Задавая конкретные значения z_1 , по формулам (10) и (12) вычисляем

$$\Delta = \frac{\varphi - \varphi_0}{\psi} - \frac{(A - C)z_1}{\sqrt{A - Cz_1^2(A - C)}}.$$

При $\Delta = 0$ соответствующее значение z_1 определяет полюдию и точку полюса P_0 по (5). Согласно (8) рассчитываются угловые скорости ω_1 , ω_2 при заданном времени разворота T или находятся искомое время T_1 по ограничению модуля скорости $\omega_{\max}$ и проекции потребных угловых скоростей:

$$T_1 = \frac{1}{\omega_{\max}} \sqrt{(\varphi - \varphi_0)^2 + \psi^2 + 2(\varphi - \varphi_0)\psi \cos \theta};$$

$$\omega_1 = \frac{\dot{\varphi}}{T_1}; \quad \omega_2 = \frac{\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_0}{T_1}; \quad \omega_{x0} = \omega_1 \sin \theta \sin \varphi_0; \quad \omega_{y0} = \omega_1 \sin \theta \cos \varphi_0;$$

$$\omega_{z0} = \omega_2 + \omega_1 \cos \theta,$$

В качестве численного примера рассмотрим перевод твердого тела с моментами инерции $A/C=5$ из начального $\Lambda_0=(1, 0, 0, 0)$ в конечное положение $\Lambda_K=(0,866; 0,288; 0,288; -0,288)$ за время $T=105$ с.

Вариант	Координаты P_0			Угловые скорости			Углы			Вектор L_0
	x_1	y_1	z_1	ω_{x0}	ω_{y0}	ω_{z0}	$\varphi - \varphi_0$	ψ	θ	
1	-0,02	-0,012	0,031	-0,041	-0,028	0,070	10,0	5,4	1,3	34,0
2	0,01	-0,001	0,054	0,008	-0,001	0,053	6,2	1,4	0,2	20,9

Получены два решения задачи разворота (таблица), из сравнения которых очевидно преимущество второго, так как при этом варианте меньше потребные угловые скорости, а следовательно, и энергозатраты.

Список литературы: 1. Бутенин Н. В., Луиц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики. М., 1979. 543 с. 2. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М., 1973. 320 с.

Поступила в редколлегию 10.10.86

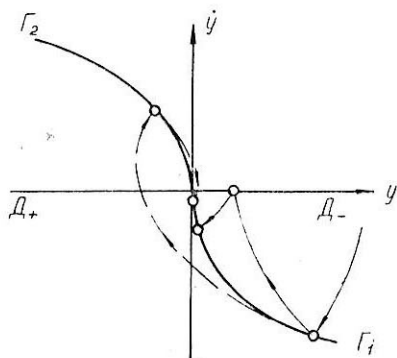
УДК 681.5.01

В. Н. ЗЕФИРОВ, канд. техн. наук,
В. А. КОВАЛЬ, Н. Т. КУЦЕНКО,
Е. Н. ПОДОЛЬСКИЙ, канд. физ.-мат. наук

ОДИН АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ С ИДЕНТИФИКАЦИЕЙ

Рассмотрим управляемую систему, описываемую дифференциальным уравнением, типичным для каналов управления механических систем: $\ddot{y} = u + f(y, \dot{y}, t)$, $|u| \leq 1$, $|f| \leq A < 1$ (1), где $f(y, \dot{y}, t)$ — произвольная медленноменяющаяся неизвестная функция. Величина $y(t)$ измеряется, начиная с момента t_0 , через равные промежутки времени длиной Δ с погрешностью, имеющей нулевое математическое ожидание и постоянную дисперсию. Искомое управление должно обеспечить скорейшее попадание фазовой точки $(y, \dot{y})$ в близкую окрестность нуля и удержание ее в этой окрестности.

В связи с предположением о функции f целесообразно заменить на малом временном интервале уравнение (1) на упрощенное: $\ddot{y} = u + F$, $|u| \leq 1$ (2). Здесь F — некоторая постоянная величина, определяемая в процессе управления. Поставим для данной



системы задачу на быстрдействие — попадание в начало координат за наименьшее время. Исходя из принципа максимума легко получить решение этой задачи: управление u выбирается равным $+1$ в области D_+ фазовой плоскости $(y, \dot{y})$ и -1 в области D_- (рисунок). Границей, разделяющей области, является кривая, состоящая из соответствующих ветвей парабол

$$\Gamma_1: y = \frac{\dot{y}^2}{2(1+F)}, \quad (\dot{y} \leq 0) \quad (3); \quad \Gamma_2: y = \frac{\dot{y}^2}{2(-1+F)}, \quad (\dot{y} \geq 0) \quad (4).$$

Для реализации такого управления необходимо знать фазовые координаты $y(t)$, $\dot{y}(t)$ и постоянную F . Так как на самом деле измеряется лишь $y(t)$, причем в дискретном множестве точек $t_j = t_0 + j\Delta$ с погрешностью δ_j , требуется разработать алгоритмы сглаживания $y(t)$, численного дифференцирования и идентификации неизвестной постоянной F . Ниже приводится алгоритм одно-временного решения этих трех задач.

Пусть t^* — текущий момент измерений, n — натуральное число, достаточно большое, чтобы по измерениям $y(t)$ в точках $t^* - j\Delta$ ($j=0, 1, \dots, n$) можно было произвести сглаживание и численное дифференцирование $y(t)$, и в то же время достаточно малое, чтобы на интервале $[t^* - n\Delta, t^*]$ функцию $f(y, \dot{y}, t)$ можно было заменять постоянной F . Пусть на промежутке $[t^* - n\Delta, t^*]$ управление u постоянно (равно 1 или -1), т. е. отрезок фазовой траектории целиком лежит в одной из областей D_+ , D_- . Тогда, по нашему предположению, правая часть дифференциального уравнения (2) равна постоянной (обозначим ее через $2c_3$), и его решение примет вид $y(t) = c_1 + c_2(t - t^*) + c_3(t - t^*)^2$ (5). По результатам измерений $y_j(t)$ в $n+1$ точках $t^* - (n-j)\Delta$ ($j=0, 1, \dots, n$) определим постоянные c_1, c_2, c_3 методом наименьших квадратов:

$$c_k = \frac{1}{\Delta^{k-1}} \sum_{j=0}^n a_{kj} y_j \quad (k=1, 2, 3), \quad (6)$$

где
$$a_{1j} = \frac{3[10j^2 - (8n-6)j + (n-1)(n-2)]}{(n+1)(n+2)(n+3)};$$

$$a_{2j} = \frac{6[30nj^2 - (28n^2 - 4n + 6)j + (n-1)n(4n-3)]}{(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)};$$

$$a_{3j} = \frac{60(6j^2 - 6jn + n^2 - n)}{(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)}.$$

Коэффициенты a_{kj} не зависят от Δ, t_j^* ; при данном n их можно вычислить заранее и хранить в памяти ЭВМ.

После текущего определения c_1, c_2, c_3 формулу (5) применяем в качестве сглаженной функции $y(t)$, а формулы $y(t) = c_2 +$

$+2c_3(t-t^*)$ (8); $F=2c_3-u$ (9) используем как приближение для производной и величины F . При переходе к следующему измерению значение t^* возрастает на Δ и все вычисления повторяются (при том же n).

Опишем алгоритм выбора управления. Примем, что управление u переключается со значения -1 на значение $+1$ в момент, когда фазовая точка (5), (8) достигает параболы Γ_1 или отрицательной полуоси Oy и переключается со значения 1 на значение -1 при достижении параболы Γ_2 или положительной полуоси Oy (на рисунке изображены две типичные фазовые траектории с тремя переключениями, обозначенными кружками). Чтобы найти момент пересечения параболы Γ_1 , достаточно подставить выражения (5), (8) для $y(t)$ и $\dot{y}(t)$ в уравнение (3). Используя обозначение $T=t-t^*$, получим для этой величины квадратное уравнение. Нас интересует больший корень (меньший соответствует пересечению с другой ветвью параболы):

$$T = -\frac{c_2}{2c_3} + \frac{1}{2|c_3|} \sqrt{(c_2^2 - 4c_1c_3)(1 + c_3)}. \quad (10)$$

Если подкоренное выражение отрицательно, надо отыскивать момент пересечения траектории с отрицательной полуосью Oy : $T = -c_2/2c_3$ (11). Если $T < 0$, в алгоритме предусмотрено немедленное переключение на $u=1$. Поскольку каждое новое измерение несет более точную информацию об изменениях $\dot{y}(y, \dot{y}, t)$, фактическое переключение целесообразно лишь при условии, что T , определяемое формулами (10) или (11), меньше Δ , т. е. следующее измерение произойдет уже после переключения. Таким образом, экстраполяция по формулам (5), (8) осуществляется фактически на длину временного отрезка, не превышающего Δ , что позволяет оценить дисперсию величин $y(t)$, $\dot{y}(t)$ с помощью формул (5)–(9).

Аналогично можно установить момент переключения управления с 1 на -1 при пересечении фазовой траектории с положительной полуосью или параболой (4).

Выше описаны действия в случае наличия $n+1$ последовательного измерения с постоянным управлением. Определим действия после каждого переключения, а также после начального момента t_0 . В момент k -го переключения t_k известны $y(t_k)$, $\dot{y}(t_k)$, вычисленные по формулам (5), (8), идентифицированная величина F_k и управление u . Поэтому известна квадратичная функция

$$y(t) = y(t_k) + \dot{y}(t_k)(t - t_k) + \frac{u_k + F_k}{2}(t - t_k)^2, \quad t \geq t_k,$$

аппроксимирующая реальную функцию $y(t)$ после момента t_k . Для работы алгоритма нужно $n+1$ измерение $y(t)$. Измерения до момента t_k непосредственно использовать нельзя. Но следует учесть,

что до момента переключения функцию $y(t)$ можно приближенно записать в виде

$$y(t) = y(t_k) + \dot{y}(t_k)(t - t_k) + \frac{u_{k-1} + F_k}{2}(t - t_k)^2, \quad t < t_k,$$

где u_{k-1} — управление до момента t_k . Тогда результаты измерений до момента t_k можно пересчитать, прибавив к ним слагаемое вида $(u_k - u_{k-1}) \frac{(t - t_k)^2}{2}$ в соответствующие моменты измерений, и использовать как обычные измерения.

В начальный момент и на всем интервале $[t_0, t_0 + (n-1)\Delta]$ неизвестны F и $\dot{y}(t)$. Поэтому предлагается искать точки пересечения не с параболлами Γ_1 и Γ_2 , а с отрицательной и положительной полуосями Oy соответственно. В частности, в начальный момент управление принимается равным $-\text{sgn } y(t_0)$. Вычисления $y(t_0 + j\Delta)$ и F начинаются с $j=n$. Если на интервале $(t_0, t_0 + n\Delta)$ имеются точки переключения, пересчет результатов измерений производится по схеме, предложенной выше.

При реализации алгоритма, по существу, допускается не более одного переключения за время Δ . Это ограничивает точность попадания в начало координат фазовой плоскости: как показывают результаты расчета на ЭВМ, начиная с некоторого момента совершаются нерегулярные колебания вокруг начала координат. Амплитуда таких колебаний зависит от Δ , дисперсии ошибки измерений и скорости изменения функции $f(y, \dot{y}, t)$. Ее можно уменьшить, если по мере приближения к началу координат снижать амплитудные значения управления (но так, чтобы выполнялось неравенство $|\dot{f}(y, \dot{y}, t)| \leq A < |u|$).

Поступила в редколлегию 26.06.86

УДК 621.039

А. Н. ПАНЧЕНКО, И. В. ХИЖНИЧЕНКО

МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ОПТИЧЕСКИ ПЛОТНЫХ СРЕД

Рассмотрим метод восстановления поля температур поперечного сечения потока сплошной среды по измеренным с помощью тепловизора значениям суммарной интенсивности собственного излучения потока. Пусть параметры течения меняются медленно по сравнению с временем формирования тепловизионного изображения и справедлива гипотеза локального термодинамического равновесия. Тогда для каждого поперечного сечения объекта существует поле температур $T(x_1, x_2, t)$, которое за время измерения меняется мало, так что можно считать $T = T(x_1, x_2)$, где x_1, x_2 — координаты в плоскости сечения. Кроме того, примем, что тепло-

визор воспринимает излучение в очень узком спектральном интервале, так что частоту излучения можно полагать фиксированной и заданной.

Произвольный луч света с прямолинейной траекторией в плоскости сечения описывается парой параметров (p, ξ) . Выбор параметров неоднозначен. Можно отождествить (p, ξ) с параметрами уравнения траектории луча на плоскости: $x_2 = \xi x_1 + p$. Суммарная интенсивность собственного излучения среды вдоль произвольной прямой в плоскости сечения [1]

$$f_\nu(p, \xi) = \frac{1}{1 + \xi^2} \int_{s_1}^{s_2} dx_1 I_{\nu p}(T(x_1 \xi x_1 + p)) \kappa(p, T, \nu) \times \quad (1)$$

$$\times \exp\left(-\frac{1}{1 + \xi^2} \int_{x_1}^{s_2} dx_1 \kappa(p, T, \nu)\right).$$

Здесь $s_1(p, \xi)$, $s_2(p, \xi)$ — точки пересечения прямой $x_2 = \xi x_1 + p$ с границей сечения; $I_{\nu p}(T)$ — функция Планка температуры T при фиксированной частоте излучения ν ,

$$I_{\nu p} = \frac{2h\nu^3}{c_0^2 \exp(h\nu/(kT) - 1)},$$

где h — постоянная Планка, c_0 — скорость света в пустоте, K — постоянная Больцмана; $\kappa(n, T, \nu)$ — коэффициент поглощения среды, являющийся функцией концентрации, температуры и частоты излучения. Если принять, что состояние среды описывается уравнением состояния идеального газа, давление в потоке известно и мало меняется поперек потока, то можно записать: $n = p/(KT)$, где p — давление в данном сечении среды, K — постоянная Больцмана. Отсюда следует, что с учетом принятых предположений $\kappa = \kappa(T)$ и выражение (1) можно рассматривать как интегральное уравнение относительно неизвестной функции $T(x_1, x_2)$ при известных $f_\nu(p, \xi)$ и p .

Предлагаемый метод решения нелинейного интегрального уравнения (1) основан на применении преобразования Радона, которое является одним из эффективных средств решения обратных задач оптической диагностики [1]. Преобразование Радона — наиболее естественное математическое выражение реальных процессов излучения и поглощения энергии, описываемых с помощью теории переноса излучения.

Прямым преобразованием Радона функции двух переменных $F(x_1, x_2)$ называется функция $f(p, \xi)$, такая, что

$$f(p, \xi) = \int_L F(x_1, x_2) ds,$$

где интеграл берется по всей прямой $x_2 = \xi x_1 + p$. Радоном была

получена формула обратного преобразования, позволяющая вычислять $F(x_1, x_2)$ по известной $f(p, \xi)$. В принятых обозначениях формула обратного преобразования Радона имеет вид [1]

$$F(x_1, x_2) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{f(p, \xi)}{(1 + \xi^2)^{3/2} (p/\sqrt{1 + \xi^2} - p_0)^2}; \quad (2)$$

$$p_0 = \frac{x_1 + \xi x_2}{\sqrt{1 + \xi^2}}.$$

Поскольку в реальных задачах размеры объекта чаще всего конечны, пределы интегрирования в (2) также становятся конечными. Интеграл в (2) понимается в смысле главного значения. При вычислениях по формуле (2) следует обходить особенность в точке p_0 [1].

Описанные в литературе [1] методы оптической диагностики, основанные на применении преобразования Радона к уравнению (1) в случае $\kappa \equiv c$, физически и математически не вполне корректны. Подынтегральная функция в (1) не является функцией двух пространственных координат даже в случае $\kappa \equiv c$. Предлагаемый метод позволяет устранить указанную трудность. Он состоит в сведении (1) к формуле прямого преобразования Радона при некоторых упрощающих предположениях. Имеющиеся в литературе выражения для коэффициента поглощения [2] получены в предположении о термодинамическом равновесии в среде. Температура, фигурирующая в выражении для κ [2], является равновесной температурой системы, одинаковой во всех ее точках. Поэтому естественно положить $\kappa = \kappa(T_0)$, где T_0 не зависит от x_1, x_2 и представляет собой «эффективную» температуру системы. Значение T_0 выбирается априори и служит частью используемой при решении обратной задачи априорной информации о состоянии системы.

После сделанных предположений уравнение (1) принимает вид

$$f(p, \xi) = \frac{\kappa(T_0)}{1 + \xi^2} \int_{s_1}^{s_2} dx_1 I_{\nu p}(T) \exp\left(-\frac{\kappa(T_0)}{1 + \xi^2} (s_2 - x_1)\right). \quad (3)$$

Сделаем в (3) замену переменных: $u = \kappa(T_0) x_1 / (1 + \xi^2)$. Тогда

$$f(p, \xi) = \kappa^2(T_0) \exp\left(-\frac{\kappa(T_0)}{1 + \xi^2} s_2\right) \int_{u_1}^{u_2} du I_{\nu p}(u, \xi u + p) \exp(u). \quad (4)$$

Будем считать, что функции $I_{\nu p}(x_1, x_2)$ ставится в соответствие функция $\tilde{I}_{\nu p}(u, v)$, так что $I_{\nu p} = \tilde{I}_{\nu p}$ для соответствующих пар (x_1, x_2) , (u, v) и прямая $x_2 = \xi x_1 + p$ переходит в прямую $v = \xi u + p$. Отсюда

$$T(x_1, x_2) = \tilde{T}(u, v); \quad I_{\nu p}(T) = \tilde{I}_{\nu p}(\tilde{T}).$$

Обозначим подынтегральное выражение в (4) через $F(u, \xi u + p)$. Тогда (4) определяет прямое преобразование Радона функции $F(u, v)$ в функцию $\tilde{f}(p, \xi) = \frac{f(p, \xi)}{\kappa^2(T_0)} \exp\left(\frac{\kappa(T_0)s_2}{1+\xi^2}\right)$. Обращая это преобразование, найдем функцию $F(u, v)$ в соответствии с (3):

$$F(u, v) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi dp \frac{\tilde{f}(p, \xi)}{(1+\xi^2)^{3/2} (p/\sqrt{1+\xi^2} - p_0)^2};$$

$$p_0 = \frac{x_1 + \xi x_2}{\sqrt{1+\xi^2}}.$$

Отсюда $I_{\nu p}(u, v) = F(u, v) \exp(-u)$. Искомое выражение для температурного поля имеет вид

$$T(u, v) = \frac{h\nu}{K} \left(\ln \frac{2h\nu^3}{c_0^2 F(u, v) \exp(-u)} + 1 \right)^{-1}.$$

Полученное выражение для температурного поля можно при необходимости уточнить. Если нет надежной оценки для T_0 , можно проделать описанные выше вычисления несколько раз, уточняя значение T_0 по найденным значениям $T(u, v)$. Сходимость такого итерационного процесса может быть обеспечена рациональным выбором начального приближения T_0 . В экспериментальных исследованиях сплошных сред в качестве начального приближения могут использоваться данные контактных измерений температуры среды.

Список литературы: 1. Преображенский Н. Г., Пикалов В. В. Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск, 1982. 240 с. 2. Несмелова Л. И., Родимова О. Б., Творогов С. Д. Контур спектральной линии и межмолекулярное взаимодействие. Новосибирск, 1986. 213 с.

Поступила в редколлегию 15.10.86

УДК 519.6

Д. К. ОВЧАРОВА, канд. техн. наук,
Н. Ю. ВАСИЛЬЕВА

О РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ВЫРОЖДЕННЫХ И ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

При решении ряда важных практических задач возникает вырожденная или плохо обусловленная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с неточно заданными параметрами.

Так, при решении уравнения Фредгольма первого рода методом квадратурных формул получается плохо обусловленная СЛАУ, определитель которой стремится к нулю при увеличении порядка системы, а незначительное варьирование параметров приводит к произвольно большим изменениям решения. Для таких задач обычно используются методы регуляризации А. Н. Тихонова и М. М. Лаврентьева [1; 2].

Рассмотрим применение данных методов для построения нормального решения вырожденной СЛАУ. Пусть вместо системы алгебраических уравнений $Az = u$ (1) имеется система с неточно заданными параметрами $\tilde{A}z = \tilde{u}$ (2). Здесь $A, \tilde{A}$ — квадратные матрицы коэффициентов; z — вектор решений; $u, \tilde{u}$ — векторы правых частей уравнений (1) и (2).

Предположим, что известно следующее: система (1) вырожденная, ее правая часть u удовлетворяет условию разрешимости; система (2) близка к системе (1), т. е. $\|\tilde{A} - A\| \leq \delta$; $\|\tilde{u} - u\| \leq \delta$. Система (2) может быть вырожденной или невырожденной, но плохо обусловленной, так как в силу малого отклонения матрицы $\tilde{A}$ от A ее определитель $\det \tilde{A}$ равен нулю или близок к нему.

Система (1) по условию разрешима и имеет бесконечно много решений. Нормальное решение вырожденной системы определяется как решение, минимизирующее определенно положительную квадратическую форму $\Phi(z) = \|z\|^2$ (3), где $\|z\|^2 = \sum_i z_i^2$; z_i — элементы вектора решений z .

Задача нахождения нормального решения системы (1) является некорректной, так как при возмущениях элементов матриц A и u в пределах любого достаточно малого значения δ получаем систему (2), которая может не иметь решения, или решение которой отличается от нормального решения системы (1) на произвольно большое значение.

Рассмотрим методы построения «приближенного решения» системы (2), близкого к решению системы (1). Согласно методу регуляризации Тихонова приближенное решение z_α должно удовлетворять уравнению [1]:

$$\alpha z_\alpha + \tilde{A}' A z_\alpha = \tilde{A}' \tilde{u}, \quad (4)$$

где $\tilde{A}'$ — транспонированная матрица коэффициентов системы (2); α — параметр регуляризации, определяемый из условия

$$\|\tilde{A} z_\alpha - \tilde{u}\| = \delta, \quad (5)$$

т. е. по невязке.

Согласно методу «умеренной порчи» Лаврентьева предлагается вместо уравнения (2), если матрица $\tilde{A}$ квадратная, решать близкое к нему уравнение

$$\alpha z_\alpha + \tilde{A} z_\alpha = \tilde{u}. \quad (6)$$

Здесь параметр α также можно выбирать из условия (5).

При численных расчетах достичь точного выполнения условия (5) зачастую не удается. Поэтому обычно от условия (5) переходят к соотношению

$$\rho(\alpha) = \|\tilde{A}z_\alpha - \tilde{u}\| - \delta = \min. \quad (7)$$

Следует отметить, что решение z_α уравнения (4), по определению метода Тихонова, минимизирует функционал (3), т. е. при $z = z_\alpha$ выполняется условие

$$\Phi(z_\alpha) = \|z_\alpha\|^2 = \min.$$

Таким образом, z_α является приближенным нормальным решением системы (1).

В отношении же решения z_α , полученного по методу Лаврентьева из уравнения (6), можно сказать, что при удачно выбранном значении α оно близко к одному из решений вырожденной системы (1), необязательно к нормальному.

Пример. Исследуем «приближенные решения» системы двух алгебраических уравнений

$$a_{11}z_1 + a_{12}z_2 = u_1; \quad a_{21}z_1 + a_{22}z_2 = u_2, \quad (8)$$

где a_{ij} ($i=1; 2, j=1; 2$) — элементы матрицы $\tilde{A}$; u_1, u_2 — элементы вектора правой части $\tilde{u}$ уравнения (2). Рассмотрим случай, когда система (8) вырожденная и невырожденная, но плохо обусловленная.

1. Система (8) вырожденная и не имеет точного решения. Пусть ее параметры $a_{11}=a_{12}=a_{21}=a_{22}=1,0$; $u_1=4,1$; $u_2=4,0$ заданы с погрешностью $\delta=0,1$ и являются δ -приближениями параметров исходной вырожденной системы, имеющей решение. В этом случае условие (7) принимает вид

$$\rho(\alpha) = |\sqrt{(z_1 + z_2 - 4,1)^2 + (z_1 + z_2 - 4,0)^2} - 0,1| = \min. \quad (9)$$

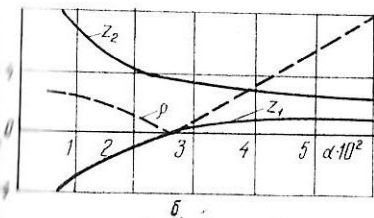
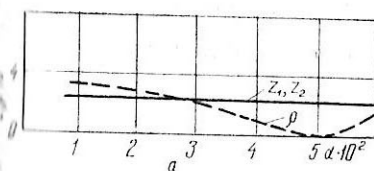


Рис. 1

При определении «приближенного решения» по методу Тихонова, решая уравнение (4) при значении $\alpha = 5 \cdot 10^{-2}$, получаем $\rho(\alpha) = 0$; $z_1 = z_2 = 2,0$. Такое решение является точным нормальным решением системы (8) с параметрами $a_{11}=a_{12}=a_{21}=a_{22}=1,0$; $u_1=u_2=4,0$.

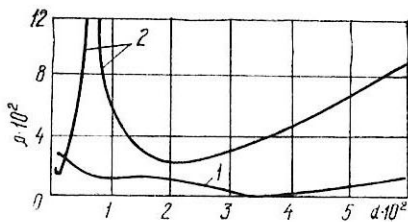


Рис. 2

Если же для нахождения «приближенного решения» системы (8) используется уравнение Лаврентьева (6), то при $\alpha = 2,5 \cdot 10^{-2}$ имеем $\rho(\alpha) = 0$; $z_1 = 0$; $z_2 = 4,0$. Такое решение также представляет собой точное решение вырожденной

системы (8) с параметрами $a_{11}=a_{12}=a_{21}=a_{22}=1,0$; $u_1=u_2=4,0$, но для него $\|z_a\|^2 \neq \min$.

Зависимости величин $\rho(\alpha)$, z_1 и z_2 от параметра α показаны на рис. 1 (а — для метода Тихонова, б — для метода Лаврентьева). Как видно из рис. 1, а, решение, полученное методом Тихонова, устойчиво к изменениям значения α в диапазоне $10^{-2} \div 6 \cdot 10^{-2}$. Решение же, полученное методом Лаврентьева, не только не является «приближенным нормальным решением» системы (8), но оно также неустойчиво к изменениям значения α в указанном диапазоне, а при $\alpha > 6 \cdot 10^{-2}$ величины z_1 , z_2 начинают медленно изменяться с увеличением значения α , а величина $\rho(\alpha)$ растет быстро. Нетрудно установить, что метод Лаврентьева вообще не позволяет найти «приближенного решения» системы (8), при котором $z_1=z_2$.

2. Система (8) невырожденная, но плохо обусловленная. Предположим, что $a_{11}=a_{12}=a_{22}=1,00$; $a_{21}=1,01$; $u_1=4,10$; $u_2=4,00$ и эти значения являются δ -приближением параметров исходной вырожденной системы ($\delta=0,1$). Точное решение системы (8) в этом случае следующее: $z_1=-10,0$; $z_2=14,1$. При построении «приближенного решения» методами регуляризации параметр α нужно выбирать так, чтобы выполнялось условие

$$\rho(\alpha) = |\sqrt{(z_1 + z_2 - 4,1)^2 + (1,01z_1 + z_2 - 4,0)^2} - 0,1| = \min.$$

Используя метод Тихонова, находим, что величина $\rho(\alpha)$ достигает минимума при $\alpha=3,8 \cdot 10^{-2}$, и тогда $\rho(\alpha)=5 \cdot 10^{-4}$; $z_1=1,998$; $z_2=2,004$. Применяя метод Лаврентьева, получаем, что функция $\rho(\alpha)$ имеет два относительных минимума в интервале $0 \leq \alpha \leq 6 \cdot 10^{-2}$: при $\alpha=2,7 \cdot 10^{-3}$ получаем $\rho(\alpha)=6 \cdot 10^{-3}$; $z_1=-24,18$; $z_2=28,35$, а при $\alpha=2,1 \cdot 10^{-2}$ — $\rho(\alpha)=2,6 \cdot 10^{-2}$; $z_1=5,74$; $z_2=-1,76$. Оба «приближенных решения» неустойчивы к малым изменениям величины α . На рис. 2 показана функция $\rho(\alpha)$ во втором случае для метода Тихонова (кривая 1) и для метода Лаврентьева (кривая 2), когда $\alpha \leq 6 \cdot 10^{-2}$. Выбор значения $\alpha > 6 \cdot 10^{-2}$ невозможен, так как приводит к сильному искажению исходного уравнения.

Следовательно, метод Лаврентьева в обоих случаях не позволяет получить «приближенного нормального решения» СЛАУ. Нормальное решение вырожденной системы линейных алгебраических уравнений, параметры которых заданы неточно, можно определить только методом регуляризации Тихонова.

Список литературы: 1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М., 1974. 223 с. 2. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Методы решения интегральных уравнений программами для ЭВМ. К., 1978. 291 с.

Поступила в редколлегию 19.09.86

УДК 681.51

И. Н. ДОМНИНА,

А. С. МАЗМАНИШВИЛИ, канд. физ.-мат. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АЛГОРИТМА ЧИСЛЕННОГО ОБРАЩЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА В УСЛОВИЯХ ПОМЕХ ВХОДНЫХ ДАННЫХ

Эффективным методом решения задач массо- и теплопереноса является преобразование Лапласа с последующим его обращением. Однако нередко решение, выраженное в терминах преобразования Лапласа, таково, что получить аналитическую запись

результата не представляется возможным (в силу, например, трансцендентного характера возникающих выражений). В таких случаях применяют лишь численные средства обращения преобразования Лапласа. Опробовано несколько алгоритмов, основанных, в частности, на преобразовании Меллина, методе Гаусса. Для решения дифференциальных уравнений параболического типа оказался приемлемым алгоритм обращения Гавера—Стефеста [1], что связано с колоколообразным характером решения рассматриваемых уравнений. Такое свойство искомых решений позволяет использовать базис, образованный из функций экспоненциального вида, что и обуславливает эффективность применения метода в области, прилегающей к максимуму решения. Согласно методу Гавера—Стефеста оригинал функции ищется по формуле

$$F(x) = \frac{\ln 2}{x} \sum_{n=1}^N V_n f\left(\frac{n}{x} \ln 2\right), \quad (1)$$

где

$$V_n = (-1)^{n+N/2} \sum_{m=L}^M \frac{(2m)! m^{N/2}}{(N/2 - m)! m! (m-1)! (n-m)! (2m-n)!},$$

$$L = (n+1)/2; M = \min(n, N/2).$$

Процедура опробована на ряде табличных функций, используемых в задачах массо- и теплопереноса. Ее применение позволило эффективно восстанавливать искомую функцию. Сравнение полученных результатов с расчетом, основанным на известном аналитическом представлении функции, показало совпадение в первых шести значащих цифрах. Оказалось удобным число базисных функций N и, соответственно, количество слагаемых в формуле обращения выбрать равным 10.

При работе с системами, подвергающимися воздействию различных случайных величин, а также при получении значений функций, являющихся результатом того или иного аппроксимирующего алгоритма, важно иметь сведения о помехоустойчивости используемой процедуры. Поэтому проведена проверка на устойчивость реализованной процедуры Гавера—Стефеста с помощью стохастической амплитудной модуляции изображения по Лапласу. Суть проверки заключалась в том, что к найденному значению функции изображения Лапласа, задаваемой аналитически, добавлялась случайная величина, отвечающая относительной модельной погрешности численного алгоритма. При проведении численных экспериментов использовался стандартный датчик случайных величин, равномерно распределенных на интервале $(0,1)$. С помощью программы вводного коэффициента (индекса модуляции) верхняя граница распределения регулировалась от $\sim 10^{-8}$ до $\sim 10^{-5}$. Исследования, выполненные для выборочных функций, показали, что увеличение индекса модуляции помехи приводит

к однопроцентной погрешности результата, начиная со значения, равного 10^{-6} .

С использованием алгоритма (1) получено семейство восстановленных зависимостей для плотности распределения вероятностей $P(J)$ интегрального квадратичного функционала

$$J = \int_0^T dt \xi^2(t),$$

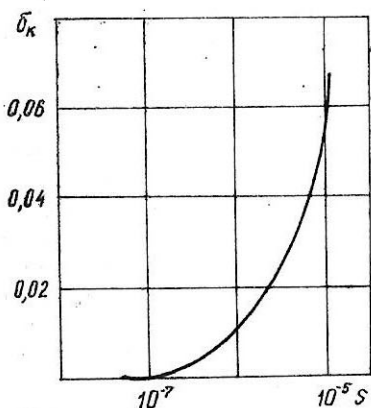
где $\xi(t)$ — однокомпонентный нормальный марковский процесс [2]. Можно показать, что изображением по Лапласу для плотности $P(J)$ является функция [3]

$$f(\lambda) = \int_0^\infty dJ \exp(-\lambda J) P(J) = \left[\frac{4rv e^{rT}}{(r+v)^2 e^{rT} - (r-v)^2 e^{-rT}} \right]^{1/2}, \quad r = (v^2 + 2\lambda v \sigma)^{1/2}. \quad (2)$$

Здесь σ , v — интенсивность и декремент процесса $\xi(t)$; T — характерный временной параметр. Поскольку изображение по Лапласу (2) представлено аналитическим выражением, функция $f(\lambda)$ была выбрана для численного моделирования. При проведении численных расчетов для восстановления $P(J)$ с помощью процедуры обращения Гавера—Стефеста использована функция

$$f_k(\lambda) = f(\lambda) (1 + z_k), \quad z_k = z \cdot 10^{-8+k/4},$$

где z — случайная величина, вырабатываемая стандартным датчиком при вычислении согласно (1). Семейству восстановленных оригиналов $P(J)$ отвечает изменение целочисленного параметра от $k=0$ до $k=8$.



Численный расчет показал высокое качество восстановления исходной функции $P(J)$ до $k \approx 3$. С дальнейшим увеличением индекса качества восстановленной функции ухудшается. Отметим, что при этом устойчивость восстановления функции $P(J)$ падает с ростом ее аргумента. По-видимому, это связано с ростом остаточного члена при разложении функции (2) в базисе функций экспоненциального

вида, который используется в алгоритме. Зависимость интегральной погрешности

$$\delta_k = \left\{ \int_0^\infty dJ [P_0(J) - P_k(J)]^2 \right\}^{1/2} / \int_0^\infty dJ P_0(J),$$

описывающей отклонение восстанавливаемой искомой функции при данном k от невозмущенной функции ($k=0$), отражена на рисунке. Из него видно, что относительно малым значениям погрешности исходных данных отвечает большое значение погрешности восстанавливаемой функции. Приблизительно искомая зависимость интегральной характеристики (3) в случае использования функции (2) может быть представлена в виде $\delta_k = s \cdot 10^{4,31}$, где s — дисперсия случайной ошибки во входных данных функций-изображения.

Полученные результаты показывают, что необходима тщательная подготовка данных изображений по Лапласу для алгоритмического восстановления функции-оригинала. Это может оказаться важным в тех случаях, когда изображение по Лапласу является результатом работы соответствующего программного алгоритма (например, при решении дифференциальных уравнений в частных производных) с погрешностью, обусловленной этим алгоритмом.

- Список литературы: 1. *Jacquot R. G., Steadman J. W., Rhodine C. N.* The Gaver—Stehfest Algorithm for Approximate Inversion of Laplace Transform// *Institution of Electrical Eng. Circuits and Systems Mag.* 1983. N 1. P. 4—8.
2. *Тихонов В. И., Миронов М. А.* Марковские процессы. М., 1977. 485 с.
3. *Лэкс М.* Флуктуация и когерентные явления: Пер. с англ. М., 1974. 299 с.

Поступила в редколлегию 08.09.86

УДК 007.5

С. В. АБАКУМОВА

МЕТОД СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ПРОСТЕЙШЕГО МАНИПУЛЯТОРА

Рабочий процесс обслуживающего промышленного робота состоит из установочных и циклических операций. Поскольку возможности выполнения операций обоих типов обусловлены структурой манипулятора, с усложнением функций растет число звеньев манипулятора, а вместе с тем и сложность управления. Однако циклические операции, представляющие собой в основном перенос детали или инструмента из одного положения в другое вокруг обслуживаемого объекта, производятся значительно чаще установочных. Поэтому распределение функций между отдельными частями робота и максимальное упрощение каждой из них может стать одним из путей реализации оперативного и простого управления. В частности, можно осуществлять циклическую операцию простейшим манипулятором в оптимальной плоскости переноса α_0 . В соответствии с этим разделение исполнительного устройства робота на передвижное устройство и манипулятор дополняется разделением манипулятора на простейший манипулятор и устройство установки его в плоскости переноса.

Рассмотрим способ определения траекторий движения звеньев простейшего манипулятора, синтеза его кинематической структуры и построения программных движений, в основу которого поло-

жены идеи проф. А. В. Дабагына. Объект, на котором осуществляется работа, вписывается в одну из геометрических фигур, вслед за чем производится сечение этой фигуры плоскостью, которая проходит через ось, соединяющую точки отправления (A) и доставки (B) переносимого предмета. Эта плоскость поворачивается до тех пор, пока не станет возможным дугу сечения фигуры, описывающуюся на прямую AB , описать дугой окружности минимальной длины. С помощью такой окружности синтезируется манипулятор и устанавливаются траектории движения его звеньев. Затем создается квазиоптимальное управление как отслеживание программных движений. Последние устанавливаются эвристически в результате анализа конкретных условий и требований к управлению.

Более подробное решение задачи можно дать в такой последовательности.

1. Заключаем обслуживаемый объект в фигуры вращения — круговой цилиндр, круговой конус или сферу — и находим точки пересечения A_1 и B_1 прямой AB и полученных фигур.

2. Определяем плоскость переноса α_0 как плоскость, содержащую дугу A_1B_1 наименьшей величины.

3. В плоскости α_0 строим окружность Q радиуса r , проходящую через точки A и B и касательную к дуге A_1B_1 в некоторой точке C . Считаем, что внутри окружности Q находится запрещенная для движения зона, обход которой возможен только со стороны дуги A_1CB_1 .

4. В точках A и B проводим касательные к окружности Q и рассматриваем два случая: их пересечение в области возможного обхода и непересечение в ней.

- 4.1. Обозначаем точку пересечения касательных через D . Тогда длина l_0 отрезков DA и DB определяет длину звена вращения однозвенного манипулятора.

Совмещаем начало координат с точкой D , а ось абсцисс направляем вдоль биссектрисы вписанного угла ADB . Направление осей выбираем таким образом, чтобы точка A находилась в первом квадранте системы. Угол θ наклона звена к оси абсцисс обуславливает положение манипулятора, а угол θ_0 , равный половине угла ADB , и угол $\theta_1 = 2\pi - \theta_0$ — соответственно начальную и конечную конфигурации манипуляционной системы. Если точку пересечения окружности радиуса l_0 с центром в точке D и оси абсцисс в допустимой области движения обозначить через E , то дуга AEB определит траекторию движения подвижного конца звена манипулятора.

- 4.2. В области возможного обхода проводим еще одну пару касательных к окружности Q из точек F , G , отстоящих на расстояние l_2 от точек A и B по касательным в этих точках. Точку их пересечения обозначаем через D_1 (рис. 1). Тогда длина l_1 отрезков D_1F и D_1G , и длина l_2 отрезков FA и GB обуславливают длины звеньев вращения двухзвенного манипулятора.

Совмещаем начало координат неподвижной системы с точкой D_1 , а ось абсцисс x направляем вдоль биссектрисы угла FD_1G . Начало координат подвижной системы помещаем в точке F , а ось абсцисс x_1 проводим вдоль перпендикуляра к отрезку D_1F . Направление осей выбираем так же, как и в п. 4.1 (см. рис. 1). Углы φ и ψ , которые соответственно образуют звено 1 длины l_1 с положительным направлением оси x и звено 2 длины l_2 с положительным направлением оси x_1 , полностью определяют положение манипулятора. Угол φ_0 , равный углу между прямой D_1F и осью x , угол ψ_0 , равный углу между прямой FA и осью

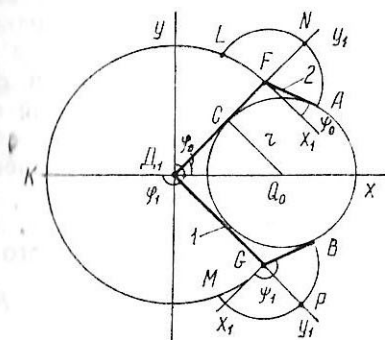


Рис. 1

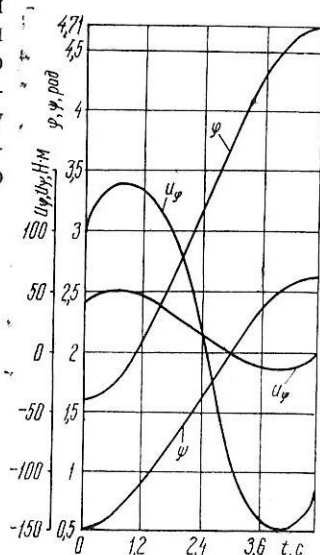


Рис. 2

x_1 , и углы $\varphi_1 = 2\pi - \varphi_0$, $\psi_1 = \pi - \psi_0$ обуславливают начальную и конечную конфигурации манипулятора. Выбор l_2 производится из условия минимума рабочей зоны манипулятора, зависящей от способа организации движения. Организуем следующие два движения.

4.2.1. Оба звена начинают и заканчивают вращение одновременно: звено 1 — вокруг неподвижной оси D_1 , 2 — вокруг подвижной оси F . Если точку пересечения окружности радиуса l_1 с центром в точке D_1 и оси x в допустимой области обозначить через K , то звено 1 при вращении займет сектор FKG , в то время как конец звена 2 будет двигаться вдоль дуги ACB . Очевидно, что минимум рабочей зоны достигается при равенстве длин звеньев: $l_1 = l_2 = l$; связь же углов φ и ψ выражается соотношением

$$\psi = \arctg \left(\frac{(l^2 + r^2 \cos 2\varphi - 2lr \cos \varphi)}{(2lr \sin \varphi - l^2 \sin 2\varphi)} \right). \quad (1)$$

4.2.2. Звено 2 начинает движение. Как только его конец попадает в сектор FKG , начинает вращение звено 1. Звено 2, поравнявшись со звеном 1, останавливается, но затем продолжает движение таким образом, чтобы в момент завершения вращения звеном 1 конец звена 2 покинул сектор FKG . Придя в конечное положение, звено 2 останавливается. Звено 1 при движении занимает

сектор FKG (см. рис. 1). Если точки входа и выхода звена 2 из этого сектора обозначить соответственно через L и M , а точки пересечения прямых D_1F и D_1G с дугами вращения звена 2 — через N и P , то звено 2 при вращении займет сектора ANL , BPM и часть сектора FKG . Чтобы установить l_2 , нужно минимизировать площадь фигуры, образованной секторами движений обеих звеньев.

Таким образом, найдены траектории движения звеньев манипулятора, синтезированного из одной или из двух вращательных пар пятого класса. Для предложенных конструкций существует возможность перепрограммирования в пределах некоторой области. Чтобы расширить последнюю, каждое вращательное звено дополняется поступательным звеном. Но так как на выполнение циклических операций изменение длин звеньев существенно не влияет, продолжим рассматривать манипулятор, состоящий из одних вращательных звеньев. Считаем, что звенья манипулятора являются абсолютно твердыми симметричными однородными стержнями, двигатели размещены в сочленениях и, как рабочий орган, представляют собой точечные массы. Вводим следующие обозначения: m_1 и m_2 — массы звеньев, m_0 и m_3 — массы сочленений, m_4 — масса рабочего органа.

5. Описываем движение манипуляционной системы с двумя звеньями вращения с помощью уравнений Лагранжа второго рода:

$$c_1 \ddot{\varphi} + c_3 (\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + c_4 \sin(\varphi - \delta) - c_5 \cos(\psi + \delta - \varphi) + F_1 = u_{\varphi};$$

$$c_2 \ddot{\psi} + c_3 \dot{\varphi} \sin \psi + c_5 \cos(\psi + \delta - \varphi) + F_2 = u_{\psi}. \quad (2)$$

Здесь c_i , $i=1..5$ — массоинерционные характеристики манипулятора; δ — угол между проекцией силы тяжести на плоскость ab и осью x ; F_1 , F_2 — функции аргументов φ , $\dot{\varphi}$, ψ , $\dot{\psi}$, характеризующие рассеяние энергии; u_{φ} , u_{ψ} — синтезируемые управления.

Для движения, рассмотренного в п. 4.2.1, сформулируем начальные условия: $\varphi(0) = \varphi_0$; $\varphi(T) = \varphi_1$; $\psi(0) = \psi_0$; $\psi(T) = \psi_1$; $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}(T) = \dot{\psi}(0) = \dot{\psi}(T) = 0$; $\ddot{\varphi}(0) = \ddot{\varphi}(T) = \ddot{\psi}(0) = \ddot{\psi}(T) = 0$. Введем ограничения на φ и ψ : $|\varphi| \leq \varphi_{\max}$; $|\psi| \leq \psi_{\max}$. Кроме того, будем считать, что законы изменения φ , $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ удовлетворяют требованиям непрерывности. Критерием управления описанным движением служит минимум времени.

Учитывая условие минимума времени и ограничение скорости $\dot{\varphi}$, вводим поэтапное изменение скорости: на первом этапе — быстрое достижение ею максимального значения, на втором — поддержание ее на граничном уровне и на третьем — быстрое уменьшение скорости до нуля. Если на первом этапе движения считать, что закон изменения φ выражается полиномом, то функцией, удовлетворяющей требованиям, будет полином третьей степени. Принимая, что в начале и конце участка движения скорость достигает экстремальных значений, получаем следующее изменение φ как функции времени t : $\varphi(t) = t^2(a_0 t + a_1)$, где $a_1 = 4\dot{\varphi}_{\max}/$

$/3\ddot{\varphi}_{\max}$; $a_0 = -16\ddot{\varphi}_{\max}^3/27\dot{\varphi}_{\max}^2$. На третьем участке движения скорость $\dot{\varphi}$ уменьшается до нуля согласно закону, повторяющему изменение $\dot{\varphi}$ на первом участке, с той разницей, что время t смещено на некоторую величину $\sigma = (\varphi_1 - \varphi_0)/\dot{\varphi}_{\max} + 3\ddot{\varphi}_{\max}^2/4\dot{\varphi}_{\max}$ и в определении коэффициентов a_0, a_1 присутствуют граничные значения $\varphi_{\max}$ противоположных знаков. По известному φ исходя из связи (1) установим закон изменения угла ψ и с помощью формул (2) — управления u_{φ} и u_{ψ} .

Для $\dot{\varphi}_{\max} = 1$ рад/с; $\ddot{\varphi}_{\max} = 1$ рад/с²; $l = 2,4$ м; $\delta = 0,8$ рад; $m_1 = 5$ кг; $m_2 = 3$ кг; $m_3 = 2$ кг; $m_4 = 1$ кг изменения φ, ψ и соответствующие им управляющие моменты изображены на рис. 2. В приведенном тестовом примере функции F_1 и F_2 из-за неопределенности не рассматривались, но при наличии необходимой информации они могут быть легко включены в алгоритм синтеза.

Список литературы: 1. Динамика управления роботами. М., 1984. 336 с. 2. Костюк В. И., Гавриш А. П., Ямпольский Л. С. Промышленные роботы: конструирование, управление, эксплуатация. К., 1985. 359 с. 3. Попов Е. П., Верещин А. Ф., Зенкевич С. Л. Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы. М., 1979. 400 с.

Поступила в редколлегию 19.11.86

УДК 681.3

О. Н. МАЛЫХ, канд. техн. наук,
А. В. АРДЕЛЬЯН, Ю. Н. КОЖИН,
Ю. С. ШАХНОВСКИЙ

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОПРОГРАММ СЕТЯМИ ПЕТРИ

Применение микропрограммируемых процессоров, допускающих одновременное управление несколькими аппаратными ресурсами, невозможно без выполнения особых требований к трансляторам для языков микропрограммирования. Процессоры с горизонтальным управлением должны содержать микропрограммы, упакованные так, чтобы обеспечивалось их высокое быстродействие. Первым этапом упаковки является упаковка линейных (т. е. не содержащих ветвлений) участков микропрограммы [1].

Опишем каждую микрооперацию mo_i с помощью ее порядкового номера, входных и выходных ресурсов: $mo_i: R1_{\text{вх}}, R2_{\text{вх}}, \dots, RL_{\text{вх}}; R1_{\text{вых}}, R2_{\text{вых}}, \dots, RM_{\text{вых}}$. Входными называем ресурсы, которые используются микрооперацией в режиме чтения, а выходными — ресурсы, необходимые для режима записи. Выразим эту модель в терминах сети Петри [2]. Микрооперацию считаем переходом и показываем на рисунке символом $\longrightarrow$, а ресурсы рассматриваем как позиции и отражаем символом $\bigcirc$ (рис. 1, а).

Микрооперация mo_i непосредственно передает данные микрооперации mo_j ($i < j$), если ресурс RL является выходным ресурсом mo_i и одновременно входным ресурсом mo_j (рис. 1, б). Один ре-

ресурсе R может быть входным для нескольких микроопераций mo_1, mo_2, mo_3 (рис. 1, а). Но если один и тот же ресурс используется в качестве выходного ресурса двумя микрооперациями mo_1 и mo_3 , то в терминах сетей Петри он описывается двумя различными позициями (рис. 1, з).

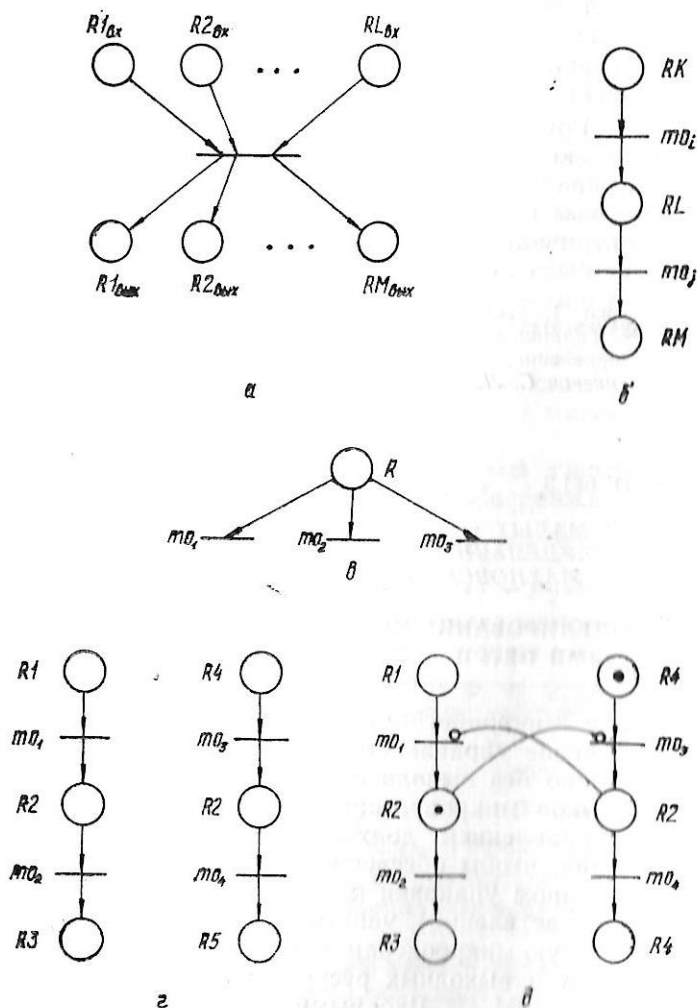


Рис. 1

Принимаем, что присутствие фишки в позиции, показываемое символом $\odot$, соответствует наличию данных на ресурсе. Переход может быть реализован, если во всех его входных позициях есть фишки. При запуске перехода из всех его входных позиций удаляется по одной фишке, а во все выходные позиции помещается столько фишек, сколько переходов используют эту позицию как входную.

Последовательность микроопераций, непосредственно передающих друг другу данные, называется потоком данных. Различные потоки данных не передают друг другу информацию, однако в силу ограниченности ресурсов они могут использовать одни и те же ресурсы. Необходимо воспрепятствовать записи в ресурс новой информации до тех пор, пока имеющаяся в нем информация не будет использована микрооперациями, которые в ней нуждаются. Для этого введем сдерживающие дуги. Такая дуга проводится от ресурса одного потока данных к микрооперации другого потока, которой требуется аналогичный ресурс в качестве выходного. Запуск перехода запрещен, если в позиции, связанной с переходом сдерживающей дугой, есть фишка. Так, в примере на рис. 1, δ переход mo_3 не может быть запущен.

В качестве примера рассмотрим следующий линейный участок микропрограммы:

mo_1 :	; R1
mo_2 : R 1	; R 1, R 2
mo_3 : R 2	; R 3, R 4, R 5
mo_4 : R 6, R 7, R 8	; R 2, R 3
mo_5 : R 2	; R 1
mo_6 : R 1	; R 3
mo_7 : R 3, R 4	; R 7
mo_8 : R 5, R 7	; R 8
mo_9 : R 4	; R 6

На рис. 2 дана сеть Петри, моделирующая этот участок. Возле номера позиции в скобках указан ресурс, отражаемый позицией. Известна начальная маркировка (точки на рис. 2) и конечная маркировка (крестики). Стрелка из 13-й позиции свидетельствует о необходимости сохранять в R1 информацию после выполнения микрооперации mo_5 до завершения последней микрооперации. Эта стрелка ведет к фиктивному переходу, который никогда не может быть реализован. Переход mo_1 не имеет входных позиций и может быть осуществлен в любой момент времени, если не мешают сдерживающие дуги. Позиции 2(R1), 4(R3) и 11(R3) соответствуют неиспользуемым записям. В результате выполнения микрооперации в такие ресурсы записывается информация, но чтение ее не производится и она может быть уничтожена следующей записью в эти ресурсы. После проведения сдерживающих дуг позиции, соответствующие неиспользуемым записям, могут быть удалены вместе со всеми входящими и исходящими дугами. Поэтому, чтобы не загромождать рисунок, на нем не изображены сдерживающие дуги, исходящие из позиций 2, 4, 11.

Аналогом выполнения линейного участка микропрограммы является достижение из начальной маркировки сети Петри конечной путем последовательного запуска всех переходов. Для одного линейного участка микропрограммы может существовать несколько последовательностей запусков переходов, позволяющих достичь

конечной маркировки. Однако после запуска некоторых переходов может возникнуть маркировка, при которой нельзя осуществить ни один из переходов. Такая маркировка называется тупиковой. Например, к тупику приводит запуск переходов $m0_1$, $m0_4$ или $m0_4$, $m0_5$, $m0_6$.

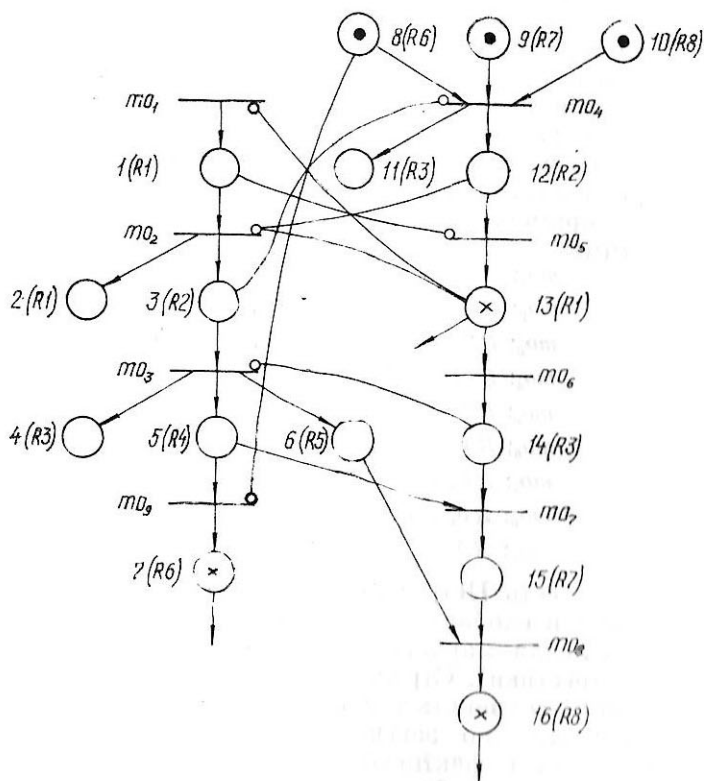


Рис. 2

Если сеть Петри не содержит тупиков, допустима любая последовательность переходов, реализованных согласно правилу. Если же тупики существуют, не все последовательности пригодны. Чтобы получить допустимую последовательность запусков переходов, из множества готовых к запуску переходов выбираются такие, запуск которых приводит к маркировке, позволяющей достичь конечную маркировку. Затем из выбранных переходов запускается один и процедура повторяется до тех пор, пока все переходы не будут запущены.

Нахождение допустимого (исходя из связи по данным) упорядочения микроопераций линейного участка микропрограммы позволяет повысить эффективность процедуры локальной упаковки микропрограммы.

Список литературы: 1. Landskov D., Davidson S., Shriver B. etc. Local micro-code compaction technique//Computer survey. 1980. 12, N 3. P. 261—294. 2. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. М., 1984. 264 с.

Поступила в редколлегию 13.09.86

УДК 658.512

А. П. СЛЕПЧЕНКО,

В. И. НЕЧИПУРЕНКО, канд. техн. наук

**ОРГАНИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫМИ
ПОТОКАМИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ГПС**

Повышение производительности труда и коэффициента загрузки оборудования, сокращение объема незавершенного производства на машиностроительных предприятиях в условиях серийного и мелкосерийного производства связано с использованием гибких производственных систем (ГПС). Материальные потоки заготовок, полуфабрикатов, обработанных деталей, комплектов крепежной оснастки и инструментов организуются в ГПС с помощью автоматизированной транспортно-складской системы (АТСС). Управление материальными потоками осуществляется подсистемой оперативно-диспетчерского управления ГПС, взаимодействующей с подсистемами планирования и группового управления оборудованием. Управление этими потоками включает в себя: выбор маршрута движения материальных объектов, координацию работы АТСС и технологического оборудования (исходя из установленной плановым заданием производственной задачи ГПС) и выдачу соответствующих команд системе управления АТСС [1].

В процессе проектирования ГПС необходимо совместно решать задачи разработки алгоритмов управления материальными потоками и выбора рациональных структур АТСС, а проверку правильности принятых решений осуществлять с помощью имитационного моделирования. Широко применяются системы имитационного моделирования, созданные с использованием универсальных языков программирования (ФОРТРАН, ПАСКАЛЬ и др.) и специальных языков моделирования (GPSS, СИМУЛА-67 и др.). Например, система MAST [2], реализованная на мини-ЭВМ RDP-11 на основе языка программирования ФОРТРАН, содержит библиотеку программ управления ГПС и позволяет исследовать различные структуры АТСС. Система имитационного моделирования АСИМПТОТА [3], реализованная на ЕС ЭВМ и использующая средства языка GPSS, позволяет рассчитывать коэффициенты загрузки оборудования и другие технико-экономические показатели эффективности функционирования ГПС; однако у нее ограничены возможности исследования различных структур АТСС при организации управления материальными потоками по схеме рабочая позиция—рабочая позиция.

Разработанные нами алгоритмы управления материальными потоками позволяют исследовать различные структуры АТСС

и организовать движение материальных потоков не только через склад, но и по схеме рабочая позиция—рабочая позиция. Алгоритмы управления материальными потоками, построенные по иерархическому принципу и имеющие модульную структуру, реализованы на языке программирования ФОРТРАН и отработаны в составе имитационной модели на мини-ЭВМ СМ-4.

Исходными данными для моделирования являются: номенклатура и объемы партий обрабатываемых деталей, технологические маршруты, времена обработки, состав групп и расположение технологического оборудования и транспорта, вместимость промежуточных накопителей и склада, скорость перемещения транспортных средств. Имитационное моделирование функционирования ГПС осуществляется в многопользовательском режиме под управлением операционной системы реального времени (ОС РВ); в результате определяются коэффициенты загрузки технологического оборудования и транспортных средств, циклограммы выполнения операций, длительность циклов выпуска и время пролеживания партий деталей [4]. Имитационная модель в системе ОС РВ СМ-4 содержит следующие модули: монитор событий, модуль системы управления материальными потоками, модули имитации работы транспортных тележек, крана-штабелера, технологического оборудования. Имитационное моделирование состоит в воспроизведении события за событием в ходе производственного процесса.

В момент начала выполнения транспортно-складских и технологических операций монитор событий обращается к модулям имитации работы оборудования ГПС, где вычисляется время окончания операций. Время окончания транспортно-складских и технологических операций вместе с кодом события и кодом объекта заносится в список выполняемых процессов. После выборки из списка очередной записи монитор событий обращается к модулю системы управления материальными потоками.

Управляющие команды формируются модулем управления материальными потоками на основании текущей информации о состоянии ресурсов ГПС и элементарных технологических процессов, связанных с обработкой и перемещением транспортных тар. Транспортная тара (R), являющаяся элементарной транспортной единицей материального потока, характеризуется набором параметров:

$$R = \langle KO, I, TD, NO, PR, RI, KS, PRT, KOS, IS \rangle,$$

где KO — код объекта, выполняющего транспортно-складскую или технологическую операцию; I — номер накопителя; TD — тип детали; NO — номер последней выполненной операции; PR — номер тары, ожидающей освобождения накопителя; RI — номер тары для инструментального комплекта; KS — код состояния тары; PRT — приоритет; KOS — код следующего по технологическому маршруту объекта; IS — номер накопителя следующего по технологическому маршруту объекта.

Предусмотрена выдача предварительной команды о завершении технологической операции. По этой команде осуществляет-

ся поиск в группе оборудования свободного для назначения работы объекта, необходимого для выполнения следующей по технологическому маршруту операции. Если свободный объект найден, то материальный поток организуется по схеме рабочая позиция—рабочая позиция, в противном случае тара перемещается на склад. В момент освобождения ресурсов ГПС (технологического оборудования, транспортных тележек, штабелера и др.) освободившемуся ресурсу назначается следующая работа в соответствии с приоритетом. Информационные массивы содержат коды рольгангов передачи и наряду с другими параметрами определяют структуру АТСС.

В момент назначения очередной транспортной тары с деталями для обработки на станке активизируются два процесса — подготовки инструментального комплекта и перемещения транспортной тары, которые могут быть приостановлены в случае занятости позиции подготовки инструмента или отсутствия требуемых ресурсов АТСС (свободных рольгангов, накопителей, транспортных тележек и штабелеров). При освобождении ресурсов активизируются процессы, стоящие в очереди на обслуживание, и в случае выполнения требуемых условий производится выдача команд для выполнения циклов «подойти» («доставить») транспортной тележкой или штабелером, осуществления обработки, выполнения операций подготовки инструментального комплекта и переналадки.

Подсистема управления материальными потоками имеет 16 программных модулей, содержащих около 600 операторов языка ФОРТРАН. Система имитационного моделирования функционирования ГПС состоит из 37 программных модулей, включающих в себя около 1300 операторов языка ФОРТРАН. Для работы с имитационной моделью требуется 27 К слов оперативной памяти и 1100 блоков на магнитном диске.

В качестве тестового примера осуществлено моделирование функционирования ГПС, имеющей в своем составе 25 единиц технологического оборудования, обслуживаемого безрельсовыми тележками с индуктивным управлением, и стеллажный склад, обслуживаемый штабелером. Технологический процесс длительностью 24 смены промоделирован менее чем за 4 мин. Результаты подтвердили работоспособность и эффективность разработанных алгоритмов управления материальными потоками.

Разработка системы имитационного моделирования функционирования ГПС показала, что создание алгоритмов и программ управления материальными потоками является трудоемкой и сложной задачей. Представляется целесообразным использовать методы теории сетей Петри [5] для автоматизации проектирования и моделирования подсистемы управления материальными потоками ГПС. Такой подход обеспечит не только возможность синтеза алгоритмов управления материальными потоками, но и обнаружение погрешностей в координации работы АТСС и технологического оборудования.

Список литературы: 1. Берман А. М., Олевский В. М., Судов Е. В. Проблемы проектирования АСУ гибкими производственными системами. М., 1986. 48 с. 2. Zenz J. E. MAST: a simulation tool for designing computerized metalworking factories//Simulation. 1983. 40, N 2. P. 51—58. 3. Азбель В. О., Егоров В. А. Гибкое автоматизированное производство. Л., 1985. 454 с. 4. Организация имитационной модели ГПС в системе ОС РВ СМ-4/В. И. Нечипуренко, А. П. Слепченко, В. И. Гаврилко, И. С. Серая//Проблемы создания средств адаптации для гибких производственных систем. М., 1986. С. 124. 5. Silva M., Martinez J. A language for description of concurrent system modelled by coloured Petri nets: application to the control of flexible manufacturing system//IEEE Workshop Lang. Automation, New Orleans, 1—3 Nov., 1984. Silver Spring, 1984. P. 72—77.

Поступила в редколлегию 31.10.86

УДК 62-50

И. В. КОНОНЕНКО, канд. техн. наук

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ И ТИПИЗАЦИЯ РАЗРАБОТОК ГИБКИХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ

Гибкие производственные системы (ГПС) являются весьма дорогостоящими объектами. Поэтому вопросы синтеза этих систем должны решаться в первую очередь исходя из минимизации затрат на разработку, производство и эксплуатацию. Оптимальная ГПС должна характеризоваться минимальными затратами на всем жизненном цикле, начиная от проектирования и заканчивая демонтажом устаревшей системы. В течение жизненного цикла ГПС развивается. При этом автоматизируется все большее число функций, внедряются новые подсистемы в АСУ ГПС, заменяется физически или морально устаревшее оборудование, внедряется новое. В связи с этим возникает задача оптимизации процессов развития ГПС, которая частично рассматривалась в работе [1].

Подход, изложенный в работе [1], требует достаточно громоздкого просмотра большого числа вариантов структур для определения оптимального плана развития. Для сокращения перебора предлагается двухэтапная процедура синтеза развивающейся структуры. На первом этапе задача решается методами целочисленного программирования, при этом учитываются основные ограничения. На втором этапе полученный вариант плана развития ГПС более детально анализируется в динамике методами имитационного моделирования. Рассмотрим динамическую модель процесса развития ГПС, ориентированную на подход, который изложен в работе [2]. Предполагаем, что на каждом j -м участке ($j=1, 2, \dots, n$) предприятия может быть внедрена ГПС, причем подсистемы ГПС, а также подсистемы или (более подробно) задачи АСУ ГПС образуют множество мощностью N . Элементы этого множества для простоты будем называть подсистемами. За счет внедрения i -й подсистемы на j -м участке в r -й год после начала разработки и внедрения ($r=1, 2, \dots, g$) предприятие получит прирост производственной мощности w_{ijr} . Для разработки и вне-

дрения i -й подсистемы на j -м участке в r -й год после начала работ над данным вариантом развития необходимы капиталовложения в сумме K_{ijr} рублей. Себестоимость эксплуатации i -й подсистемы на j -м участке в T -м году составляет C_{ij} рублей. Длительность разработки и внедрения i -й подсистемы на j -м участке, таким образом, составляет g лет и одинакова для всех i и j . Для каждого t -го года планового периода задана производственная мощность предприятия W_t , $t=1, 2, \dots, T$. Заданы также лимиты государственных капитальных вложений на техническое перевооружение и реконструкцию действующего предприятия для каждого года планового периода K_t , $t=1, 2, \dots, T$. Предполагаем, что выделенные капиталовложения, не полностью израсходованные в t -м году, могут быть использованы в $(t+1)$ -м.

Необходимо получить план внедрения подсистем, обеспечивающий минимальные приведенные затраты в плановом периоде с учетом наложенных ограничений. Введем переменные $x_{ijt} \in \{0, 1\}$. Переменная $x_{ijt}=1$, если в t -м году будет начата разработка и внедрение i -й подсистемы на j -м участке, в противном случае $x_{ijt}=0$. Модель задачи примет вид

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{A_t} [C_{ij} + E_n (K_{ij1} \alpha_t + K_{ij2} \alpha_{t+1} + \dots + K_{ijg} \alpha_{t+g-1})] x_{ijt} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$A_t = A_{t-1} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \sum_{p=t+1-g}^t w_{i,j,t+1-p} x_{ijp}; \quad (2)$$

$$A_t \geq W_t; \quad (3)$$

$$S_t = S_{t-1} + K_t - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \sum_{p=t+1-g}^t E_n K_{i,j,t+1-p} (1 + E_{n,n})^{T-t} x_{ijp}; \quad (4)$$

$$S_t \geq 0 \quad (5); \quad \sum_{t=1}^T x_{ijt} \leq 1 \quad (6);$$

$$d_{ij} x_{ijt} - \sum_{m=1}^{t-1} \sum_{l \in L} \sum_{k \in K} x_{klm} \leq 0; \quad (7)$$

$$x_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (8); \quad i=1, 2, \dots, N; \quad j=1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T,$$

где $\alpha_t = (1 + E_{n,n})^{T-t}$; $\alpha_{t+1} = (1 + E_{n,n})^{T-t-1}$; $\dots$, $\alpha_{t+g-1} = (1 + E_{n,n})^{T-t-g+1}$;

E_n — нормативный коэффициент эффективности; $E_{n,n}$ — норматив приведения (0,1); d_{ij} — количество подсистем, связанных с i -й подсистемой на j -м участке и предшествующих ей в процессе внедрения; K — множество индексов подсистем, предшествующих i -й подсистеме и внедряемых на l -м участке, индекс которого принадлежит множеству L . Предполагается, что заданы производственная мощность предприятия до начала планового периода A_0 и

неизрасходованные капиталовложения при $t=0$, т. е. величина S_0 . Ограничение (2), (3) указывает на то, что производственная мощность предприятия в t -м году (A_t) должна быть не ниже заданной. Ограничение (4), (5) означает, что в t -м году неизрасходованные капиталовложения S_t должны представлять собой неотрицательную величину (недопустимость задолженности). Ограничение (7) учитывает взаимосвязь подсистем, например информационную, которая приводит к тому, что лишь после внедрения предшествующих подсистем можно внедрять последующую.

Задача (1)–(8) относится к немарковским динамическим задачам. Для ее решения используется метод неявного перебора. Полученное решение моделируется в динамике с помощью сетей Петри. Время в сети Петри вводится путем использования дополнительных позиций. Фишка в такой позиции появляется только при совпадении текущего времени (такта) с временем (тактом) наступления некоторого события. Имитационная модель ГПС реализуется на том же управляющем вычислительном комплексе, который осуществляет управление ГПС. Это позволяет анализировать различные варианты управляющих программ на этапе создания программного обеспечения, планировать работу ГПС, а также проверять работоспособность программного обеспечения в процессе эксплуатации.

До сих пор рассматривался процесс синтеза единственной ГПС. Каждая ГПС требует разработки своей АСУ. Все ГПС, разрабатываемые и внедряемые в отраслях народного хозяйства, образуют таким образом динамическое поле заявок. Структура этого поля заявок известна на пятилетнюю перспективу. Для построения поля заявок на более отдаленную перспективу используется метод долгосрочного прогнозирования [1]. Число заявок достаточно велико и будет существенно возрастать с каждым годом. Для выделения кластеров в поле заявок применяется метод главных компонент. В результате удастся выбрать типовые ГПС. Возникает задача построения оптимального динамического типоразмерного ряда АСУ ГПС. Под типоразмером АСУ ГПС понимается комплекс математического, информационного, программного и технического обеспечения, характеризующийся вектором параметров. Оптимизация динамического типоразмерного ряда осуществляется исходя из минимизации затрат на разработку, создание и эксплуатацию всех АСУ ГПС. Для решения указанной задачи привлекаются методы, изложенные в работе [3].

Список литературы: 1. Кононенко И. В., Тарасова Е. И. Моделирование в задаче синтеза гибких систем // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1987. № 240: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 7. С. 50–53. 2. Рихтер К. Динамические задачи дискретной оптимизации: Пер. с нем. М., 1985. 136 с. 3. Дабагян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств. М., 1979. 280 с.

Поступила в редколлегию 29.09.86

**ПРЕДИКАТНОЕ ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ
ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ
РОБОТИЗИРОВАННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО
КОМПЛЕКСА**

Для роботизации производства необходима модернизация структуры технологической системы, что зачастую связано с сокращением количества производственного оборудования. Вопрос о целесообразности сокращения может быть решен путем имитационного модельного исследования функционирования системы на ЭВМ. В качестве математического аппарата описания объектов в целях моделирования служат методы теории графов и сетевого планирования, сети Петри [1; 2] и предикатное описание изменений состояния оборудования во времени [3]. Большая часть языков имитационного моделирования строится на основе теории конечных автоматов, включающей в себя алгебру предикатов.

Согласно методике предикатного описания необходима декомпозиция исследуемой робототехнической системы (РТС) на подсистемы, именуемые в языках моделирования объектами [4; 5]. Функционирующие в РТС подсистемы разбиваются на непересекающиеся классы в соответствии с различиями в свойствах — классы станков, роботов, накопителей и дополнительные классы, создаваемые пользователем. Свойства объекта, определяющие количественные и качественные характеристики входных и выходных координат, сохраняются постоянными для каждого класса на весь период моделирования. Статус объектов зависит от совокупности статусных дескрипторов (атрибутов) — внутренних и входных координат: каждому свойству объекта соответствует описатель — константа или переменная (численная либо логическая). По совокупности значений описателей фактический статус каждого объекта в модели динамически формируется по мере проведения имитационного эксперимента.

Поскольку при моделировании исследуются изменения статусов объектов РТС во времени, пространственная структура комплекса может быть представлена в виде графа, вершины которого отвечают рабочим зонам промышленного робота (ПР) у технологического оборудования (зоны обслуживания), а ребра — перемещениям ПР между зонами обслуживания. При обследовании производства становятся известными времена перемещения из зоны в зону, и в модель вводится матрица времен перемещений для полного графа.

Алгоритм моделирования, проиллюстрированный рисунком, заключается в формировании для ПР временного ряда номеров зон целеназначения (маршрут на графе). Порядок целеназначе-

ния для системы управления ПР представляется в форме ленты конечного автомата [3]:

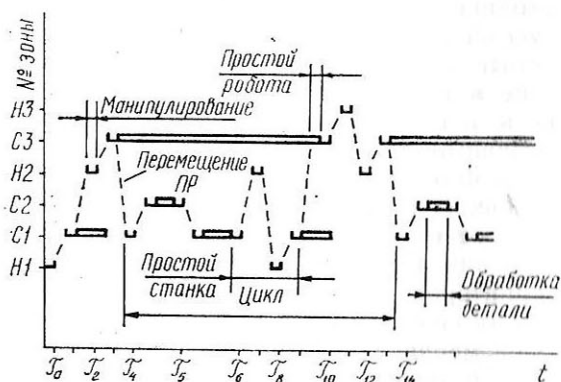
Зона целеназначения	C1	H2	C3	C1	C2	C1	H2	...
Время решения	τ_0	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	...

Здесь и на рисунке C1, C2, C3 — зоны, соответствующие станкам, а H1, H2, H3 — накопителям. В момент времени τ_i ПР начинает перемещение в зону целеназначения. Порядок зон определяется предикатом $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Перемещение ПР из зоны N в зону K целесообразно, если предикат $P(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$. Предикат

$$P = \begin{cases} 1, & \text{если } (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R, \\ 0, & \text{если } (x_1, x_2, \dots, x_n) \notin R, \end{cases}$$

где $R = ((x_1 = \text{„загружен“}) \wedge (x_2 = \text{„пустой“}) \wedge (x_3 > B) \wedge (x_4 = K)) \vee \vee ((x_1 = \text{„пустой“}) \wedge (x_2 = \text{„загружен“}) \wedge (x_3 > B) \wedge x_5)$;

x_1 — описатель состояния ПР; x_2 — описатель состояния K -го объекта; x_3 — время простоя K -го объекта; x_4 — логическая переменная поступления заявки на деталь; x_5 — индикатор наличия заявки на деталь из зоны K .



В случае многоальтернативного выбора ПР перемещается в зону, отвечающую наибольшему значению динамически определяемого приоритета.

Априорно задается отношение R , и в модели организуется имитация обслуживания по правилам FIFO, LIFO, осуществляется приоритетное обслуживание станков с наибольшим циклом обработки и т. д. Предикатное построение имитационной модели позволяет варьировать определение динамического приоритета, не только изменяя соответствующий функционал, но и задавая граничные значения описателей (например, $B=0$ — правило FIFO).

Предлагаемая модель дает возможность изучать режимы функционирования РТС, определять технико-экономические показатели, а также проводить исследования устойчивости циклограмм перемещения ПР. Проблема устойчивости связана со стохастиче-

ским характером значений целого ряда описателей. Большое число суммируемых разнородных законов распределения аппроксимируется нормальным законом (центральная предельная теорема). Таким образом, целесообразно считать, что распределение времен обработки детали на станке подчиняется нормальному закону.

Циклограммы, не оставляющие для ПР запланированных интервалов простоя, неустойчивы: их исполнение невозможно в случае непредусмотренной задержки какой-либо операции. Необходимое условие устойчивости, при котором превышения не выйдут за установленные пределы,—

$$\sum_i (T_i + 3\sigma_i) \leq \sum_i T_{0i},$$

достаточным условием является $T_i + \tau_{\max i} \leq T_{0i}$, где T_i — математическое ожидание времени простоя ПР в i -й зоне; σ_i — среднеквадратическое отклонение сроков окончания работ i -го оборудования; T_{0i} — планируемый простой ПР; $\tau_{\max i}$ — максимальное разовое отклонение во времени обработки детали.

Исследования на устойчивость позволяют выбрать на имитационной модели наиболее выгодные варианты циклограмм перемещения ПР для конкретной системы.

Список литературы: 1. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах: Пер. с англ. М., 1981. 323 с. 2. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы: Пер. с англ. М., 1984. 454 с. 3. Новиков П. С. Конструктивная математическая логика с точки зрения классической. М., 1977. 328 с. 4. Кащеев Л. Б., Мельзидинов Э. М. Имитационное моделирование функционирования роботизированных технологических комплексов // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1987. № 240: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 7. С. 54—56. 5. Киндлер Е. Языки моделирования: Пер. с чеш. М., 1985. 288 с.

Поступила в редколлегию 29.09.86

УДК 519.852

Л. Н. НАУМОВ

МОДЕЛЬ СТАТИСТИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА НА БАЗЕ СИСТЕМЫ КАМАК

Все более широкое распространение получают методы проверки функционирования цифровых фильтров (ЦФ) в условиях, близких к реальным, путем моделирования их на ЭВМ. Одной из задач моделирования является проверка принципиально возможной работоспособности и эффективности разработанных ЦФ при воздействии на них случайных сигналов с различными характеристиками. Для ее решения на вход ЦФ подается аддитивная смесь полезного сигнала, описываемого детерминированной функцией времени, и случайного процесса, имитирующего шум измерений. Качество работы ЦФ оценивается по рассчитываемым во время моделирования статистическим характеристикам погрешностей в вычисляемых параметрах путем их сравнения с теоретическими значениями [1].

Для широкого класса устройств цифровой обработки сигналов полезная информация об управляемом процессе содержится в первичных сигналах датчиков. Преобразование сигналов, представляющих случайные процессы, в типовом звене, состоящем из последовательных элементов (входной линейной системы, нелинейного элемента и выходной линейной системы), является характерным для многих электронных устройств в системах цифровой обработки сигналов.

При воздействии на вход типового звена случайным процессом часто необходимо знать выходные характеристики результирующего процесса, например функции распределения энергии. Задачи такого типа достаточно известны (см. работу [2], гл. 9). В работах [3; 4], посвященных изучению влияния помехи (широкополосной и гауссовской), удалось получить аналитические результаты и довести исследование до числовых значений функции распределения энергии E в структурах, содержащих квадратор и интегратор.

Рассмотрим структуру аппаратных средств на базе системы КАМАК и методику получения экспериментальных статистических результатов. В работе [4] дан аналитический расчет для схемы, описываемой математической моделью

$$E = \int_0^T [U(t) + S(t)]^2 dt. \quad (1)$$

Здесь $S(t)$ — детерминированная функция; T — длительность регистрации. Аналитический расчет проведен для случая воздействия широкополосной помехи (белый шум) на вход типового звена первого порядка

$$\dot{U} + \nu U = \nu f(t), \quad (2)$$

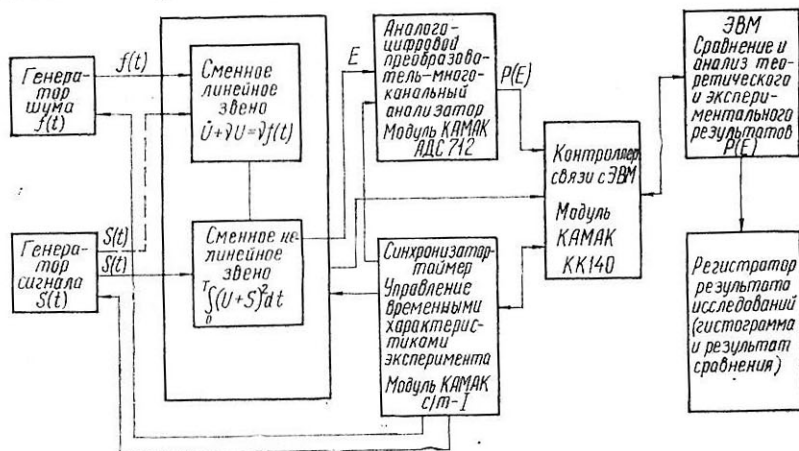
где $\nu = 1/(RC)$ — декремент случайного процесса $U(t)$, причем R и C — номинальные значения элементов дифференцирующей цепи; $f(t)$ — приложенный на вход флуктуационный δ -коррелированный процесс. Прошедший через дифференцирующую цепочку шум (случайный процесс) накладывается на полезный сигнал $S(t)$. Сумма этих процессов поступает на вход нелинейного звена, на выходе которого формируется случайная величина E . В отсутствие помехи величина E не случайна, поэтому ее плотность распределения вероятностей (ПРВ) $P(E)$ имеет следующий вид:

$$P(E) = \delta \left\{ E - \int_0^T S^2(t) dt \right\}. \quad (3)$$

В присутствии аддитивной помехи $U(t)$ ПРВ деформируется, отражая функциональные свойства энергии E .

Получение экспериментальным путем характеристик искомой ПРВ возможно на имитационной модели, представленной на рисунке. Входной случайный процесс $f(t)$ и детерминированный сигнал $S(t)$ обеспечивают генераторы, временными характери-

ками которых управляет синхронизатор-таймер. Соотношения величин, указанных в модели, отвечают выражениям (1) — (3), их формирование реализуется соответствующими модулями. Массив результатов $\{E\}$ создается в памяти ЭВМ. После завершения цикла измерения массив E анализируется с помощью программных средств. Гистограмма сравнивается с численными данными харак-



теризующих ПРВ $P(E)$, найденными на основе аналитических расчетов математической модели (1). Результаты исследования выводятся на печать.

Предлагаемую модель статистического эксперимента удобно реализовать с применением стандартных модулей КАМАК. Смена линейного и нелинейного исследуемых звеньев дает возможность изучать широкий класс элементов ЦФ. Точность измерений и метрологический контроль исследуемой аппаратуры обеспечиваются с помощью тестовой диагностики, разработанной для стандартных модулей системы КАМАК. Требуемое качество измерений достигается в реальном масштабе времени и позволяет получать значение ПРВ на канал с достаточной точностью. Так, чтобы погрешность составляла не более 1 %, при 128-канальном анализе объем массива E должен содержать $\sim 10^6$ результатов измерений.

Применение системы КАМАК для построения модели статистического эксперимента исключает трудоемкий процесс регистрации результатов исследования на специальных приборах (анализаторах) и существенно сокращает время проведения эксперимента.

Список литературы: 1. Проектирование специализированных информационных систем (Под ред. Ю. М. Смирнова. М., 1984. 359 с. 2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1969. 748 с. 3. Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С. Статистика отсчетов поля, образованного суперпозицией когерентного сигнала и броуновского шума // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. 2, № 4. С. 440—449. 4. Мазманишвили А. С. Корреляция распределения отсчетов гауссова поля при двухдетекторной регистрации // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. 2, № 9. С. 1144—1148.

Поступила в редколлегию 10.09.86

А. В. ДАБАГЯН, д-р техн. наук,
А. В. ГОРЕЛЫЙ, канд. техн. наук,
Л. В. ИВАНОВ

СОГЛАСОВАННОЕ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ В ДЕЛОВОЙ ИГРЕ «КООПЕРИРОВАНИЕ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ»

Деловые игры, предназначенные для решения задач планирования и распределения ресурсов в двухуровневых организационных системах, должны моделировать все основные этапы принятия плановых решений — подготовку и сбор информации о производственных возможностях элементов системы, выработку плановых заданий, встречных планов и дополнительных обязательств. На кафедре АСУ Харьковского политехнического института разработаны деловые игры «Распределение ресурсов» и «Кооперирование и эффективность», в которых рассматриваются перечисленные стадии процесса принятия решений о распределении ресурсов между производственными элементами (подразделениями). Данные игры обладают преемственностью: применяются единые методы формализованного описания производственных элементов. В основу игры «Распределение ресурсов» положен принцип соревнования [1], игры «Кооперирование и эффективность» — принципы соревнования и кооперирования.

Моделируемая ситуация типична для многих производственных систем — отраслей, объединений, предприятий, цехов. Главное условие заключается в том, что для выпуска различных видов продукции все подразделения используют одни и те же виды ресурсов. Чтобы обеспечить нормальное функционирование подразделений, необходимо соблюдать определенный баланс между ресурсами различных видов. Повышение эффективности работы подразделений происходит за счет выявления внутренних резервов, возникающих при объединении производственных мощностей некоторых элементов системы и их векторных ресурсов. Используемый в деловой игре принцип кооперирования, теоретической основой которого является теория кооперативных игр [2], позволяет активизировать участников процедуры принятия решений и вскрыть запасы ресурсов, имеющиеся у подразделений.

Для реализации идеи кооперирования, положенной в основу деловой игры, возникла необходимость решить следующие главные проблемы: установить объективную возможность вступления в кооперацию (коалицию); определить способ стимулирования элементов к участию в коалиции; оптимизировать производственную программу участников коалиции; выработать способ распределения дополнительных поощрений между подразделениями. Объективная возможность участия элементов системы в коалиции обусловлена наличием у подразделений запасов ресурсов, которые они не могут реализовать самостоятельно в связи с некомплект-

ностью ресурсов различных видов. Основным субъективным стимулом ко вхождению в коалицию в деловой игре «Кооперирование и эффективность» является возможность получения элементами дополнительного премиального фонда, пропорционального объему дополнительно выпущенной продукции с учетом цен на различные ее виды.

Решение задачи оптимизации производственной программы основывается на формализованном описании элементов с использованием степенных производственных функций:

$$\pi_i = a_{ij} p_{ij}^{\alpha_{ij}}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

Здесь π_i — объем производства i -го производственного элемента; p_{ij} — ресурс j -го типа, расходуемый i -м подразделением; a_{ij} , α_{ij} — параметры функции; m — общее количество ресурсов. Задание производственных функций (1) для всех j определяет одновременно баланс ресурсов:

$$p_{ij} = (a_{ik}/a_{ij})^{1/\alpha_{ij}} p_{ik}^{\alpha_{ik}/\alpha_{ij}}. \quad (2)$$

Соотношение (2) связывает между собой ресурсы j -го и k -го типов, используемые i -м подразделением.

После того как подразделения с номерами $i_1, i_2, \dots, i_k$ пожелали войти в коалицию, запасы ресурсов, которыми они располагают, суммируются и определяются объемы $P_1, P_2, \dots, P_m$ всех видов ресурсов, которые может использовать коалиция. Поскольку премиальный фонд участников пропорционален суммарному объему продукции с учетом цен на ее различные виды, при распределении ресурсов внутри коалиции необходимо максимизировать целевую функцию:

$$\sum_{i \in I_K} \beta_i \pi_i \rightarrow \max, \quad (3)$$

где $I_K = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$; β_i — цены на продукцию подразделений, $i \in I_K$. Ограничениями, накладываемыми на переменные p_{ij} , являются следующие соотношения:

$$\sum_{i \in I_K} p_{ij} \leq P_j, \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad (4)$$

$$\tilde{p}_{ij} < p_{ij} \leq \tilde{p}_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, m, i \in I_K. \quad (5)$$

В ограничениях (5) $\tilde{p}_{ij}$ представляют собой границы, обусловленные технологическими причинами, $\tilde{p}_{ij}$ — объемы ресурсов, выделенные подразделениям централизованно до начала перераспределения. Таким образом, перераспределяются только излишки ресурсов.

Из задачи (3) — (5) можно исключить часть переменных, используя балансные соотношения (2). Поскольку с математической точки зрения все ресурсы в системе равноценны, можно выбрать

в качестве независимых переменных ρ_{i1} , $i \in I_k$, а остальные величины ρ_{ij} , $j=2, 3, \dots, m$, $i \in I_k$ получить из (2), положив $k=1$. Тогда задача (3)—(5) принимает вид

$$\sum_{i \in I_K} \beta_i a_{i1} \rho_{i1}^{\alpha_{i1}} \rightarrow \max; \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I_K} \rho_{i1} \leq P_1; \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I_K} (a_{i1}/a_{ij})^{1/\alpha_{ij}} \rho_{i1}^{\alpha_{i1}/\alpha_{ij}} \leq P_j, \quad j=2, 3, \dots, m; \quad (8)$$

$$\tilde{\rho}_{i1} \leq \rho_{i1} \leq \tilde{\rho}_{i1}, \quad i \in I_K; \quad (9)$$

$$\tilde{\rho}_{ij} \leq \rho_{ij} \leq \tilde{\rho}_{ij}, \quad i \in I_K, \quad j=2, 3, \dots, m. \quad (10)$$

Ограничения (10) можно исключить, используя соотношения (2).

Задача (6)—(9) решается относительно ρ_{i1} каким-либо численным методом. При создании программного обеспечения деловой игры «Кооперирование и эффективность» эта задача была решена с помощью модифицированного метода множителей Лагранжа; для решения нелинейных уравнений применен метод дихотомии. Составленные программы апробированы на тестовых примерах. Проведение деловой игры продемонстрировало возможность применения данной методики для мобилизации всех запасов ресурсов, имеющихся у подразделений. При этом важную роль играет организация поощрений участников процедуры принятия решений.

Список литературы: 1. *Применение ЭВМ к задаче распределения ограниченного ресурса в системе коллективного принятия решений и деловой игре:* Учеб. пособие/А. В. Дабагян, А. В. Горелый, И. Н. Выпинашко и др. Х., 1983. 77 с. 2. *Нейман Дж. фон, Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение: Пер. с англ. М., 1970. 707 с.

Поступила в редколлегию 18.11.86

УДК 65.012

В. Я. ЗАРУБА, канд. техн. наук

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗАКОНОВ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА

Исходя из концепций теории активных систем [1], определим необходимые условия эффективности законов централизованного распределения ресурса в условиях получения информации о потребностях от производственных элементов. Введем следующие обозначения: R — количество ресурса, которым располагает центр; I — множество элементов; $v_i, u_i, x_i = (v_i, u_i)$ — показатели затрат ресурса, эффекта от его использования и план i -го элемента;

$X_i(d_i^0)$ — множество допустимых планов элемента,

$$X_i(d_i^0) = \{x_i | v_i \in [0, R], u_i \in [0, d_i^0(v_i)]\};$$

$X(d^0)$ — множество допустимых планов системы,

$$X(d^0 = (d_i^0, i \in I)) = \{x = (x_i, i \in I) | \sum_i v_i \leq R, x_i \in X_i(d_i^0) (i \in I)\};$$

d_i^0 — непрерывная производственная функция; $\Gamma(d_i^0) = \{x_i | u_i = d_i^0(v_i)\}$ — график функции d_i^0 ; $p_i = u_i/v_i$ — эффективность плана x_i . Производственная функция d_i^0 каждого элемента i удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{aligned} d_i^0(v_i^1) &\leq d_i^0(v_i^2); \\ d_i^0(v_i^1)/v_i^1 &\geq d_i^0(v_i^2)/v_i^2, \text{ если } v_i^1 < v_i^2. \end{aligned} \quad (1)$$

При составлении окончательного варианта плана системы $\hat{x}$ центр и каждый i -й элемент стремятся максимизировать свои выигрыши, определяемые целевыми функциями $\Phi(\hat{x}) = \sum u_i$; $\psi_i(\hat{x}_i)$. Здесь $\psi_i(\hat{v}_i + \delta, \hat{u}_i) \geq \psi_i(\hat{v}_i, \hat{u}_i)$; $\psi_i(\hat{v}_i, \hat{u}_i + \delta) \geq \psi_i(\hat{v}_i, \hat{u}_i)$ для всех $\delta > 0$. Центру известны свойства (1), целевые функции элементов, а также множество $D_i^0 = \{d_i | 0 \leq d_i(v_i) \leq p_i^{\max} v_i\}$ возможных реализаций производственной функции d_i^0 каждого i -го элемента, где $p_i^{\max}$ — верхняя оценка эффективности планов. Из (1) следует, что центр может найти функцию $S_i[x_i] \in D_i^0$, «минимальную» среди функций $d_i \in D_i^0$, график которых проходит через x_i :

$$S_i[x_i](v_i') = \begin{cases} p_i v_i', & v_i' \in [0, v]; \\ p_i v_i = u_i, & v_i' \in [v, R]. \end{cases}$$

В ходе планирования элементы под контролем центра обмениваются оценками $d_i (i \in I)$ своих производственных функций $d_i^0 (i \in I)$. Центр до начала планирования выбирает и сообщает элементам закон планирования $\pi = (\pi_i = (\pi_i^v, \pi_i^u), i \in I)$, представляющий собой однозначное отображение наборов $d = (d_i, i \in I) \in D^0 = \prod_i D_i^0$ производственных функций в «ответные» планы центра $\bar{x} = \pi(d)$. При этом для каждого элемента i оказывается определенной зависимость $\Psi_i(d) = \psi_i(\pi_i(d))$ его выигрыша от набора функций d . Возникающая ситуация описывается игрой n лиц (элементов). Обозначим через Π^1 множество законов π , удовлетворяющих таким условиям:

$$\Psi_i(d_i, d_{-i}) \geq \Psi_i(d_i', d_{-i}) \text{ для всех } d_i' \in D_i(d_{-i}, d_i); \quad (2)$$

$$\pi_i^v(d_i, d_{-i}) \leq \pi_i^v(d_i, d_{-i}') \text{ для всех } d_{-i}' \in D_{-i}(d_i, d_{-i}), \quad (3)$$

$$\text{где } D_i(d_{-i}, d_i) = \{d'_i | \pi_i(d'_i, d_{-i}) \in X_i(d_i)\}; D_{-i}(d_i, d_{-i}) = \\ = \{d'_{-i} | \pi_j(d_i, d'_{-i}) \in X_j(d_i) \ (j \neq i)\}.$$

При этих условиях у элементов будут существовать в игре „абсолютно оптимальные“ стратегии $d_i^* = d_i^0 \ (i \in I)$, обеспечивающие им гарантированные значения выигрышей [1; 2]. Из условия (2), свойств целевых и производственных функций элементов следует, что

$$\pi_i(d_i, d_{-i}) = \pi_i(\bar{d}_i, d_{-i}), \text{ если } \Gamma(d_i) \ni \pi_i(\bar{d}_i, d_{-i}), \ (\pi \in \Pi^1). \quad (4)$$

Определим зависимость $h[\pi](d^0)$ окончательного варианта плана от производственных функций элементов при использовании закона π : $h[\pi](d^0) = \pi(d) = \bar{X}$. Закон π назовем доминируемым по эффективности законом π' , если $\Phi(h[\pi'](d)) \geq \Phi(h[\pi](d))$ для всех $d \in D^0$, причем $\Phi(h[\pi'](d')) > \Phi(h[\pi](d'))$ хотя бы для одного набора $d' \in D^0$. Обозначим через Π^{1a} множество недоминируемых (эффективных) законов на множестве Π^1 .

Относительно произвольно выбранного элемента $i \in I$ и заданного закона $\pi^1 \in \Pi^1$ определим закон π^{2i} :

$$\pi_i^{2i}(d) = \Gamma(d_i) \cap Z^{2i}(d_{-i}); \quad \pi_j^{2i}(d) = \pi_j^1(S_i, d_{-i}) \ (j \in I \setminus \{i\}),$$

$$\text{где } Z^{2i}(d_{-i}) = \bigcup_{p_i \in [0, p_i^{\max}]} \{z_i^{2i}(p_i, d_{-i})\}; \quad z_i^{2i}(p_i, d_{-i}) = (z_i^{2iv}(p_i, d_{-i}),$$

$$z_i^{2iu}(p_i, d_{-i})); \quad z_i^{2iv}(p_i, d_{-i}) = \max_{p'_i \in [0, p_i]} z_i^{1v}(p'_i, d_{-i});$$

$$z_i^{1v}(p_i, d_{-i}) = (z_i^{1v}(p_i, d_{-i}), z_i^{1u}(p_i, d_{-i})) = \pi_i^1(w_i[p_i], d_{-i});$$

$$w_i[p_i](v_i) = p_i v_i; \quad w_i[p_i] \in D_i^0; \quad p_i \in [0, p_i^{\max}]; \quad z_i^{2iu}(p_i, d_{-i}) =$$

$$= p_i z_i^{2iv}(p_i, d_{-i}); \quad s_i = S_i[\bar{\xi}_i(d)]; \quad \bar{\xi}_i(d) = z_i^{2i}(p_i^0(d), d_{-i});$$

$$p_i^0(d) = \max \{p_i | p_i \in \text{Argmax} \{z_i^{1v}(p_i, d_{-i}) | p_i \in [p_i^{\min}, q_i(\pi_i^1(d))]\}\};$$

$$s_i = S_i[\bar{\xi}_i(d)]; \quad \bar{\xi}_i(d) = \pi_i^{2i}(d); \quad q_i(x_i) = u_i/v_i.$$

Нетрудно показать, что $\pi^{2iv}(d) \geq \pi^{1v}(d)$ для всех $d \in D^0$ (5). Кроме того, закон удовлетворяет ограничению по ресурсу. Последовательно заменим каждую i -ю составляющую π_i^1 закона π^1 на π_i^{2i} ($i \in I$). Полученный таким образом закон π^2 назовем законом с пропорциональным распределением. Обозначим через Π^2 множество пропорциональных законов. Покажем, что

$$\pi^{2i} \in \Pi^1; \quad \Pi^{1a} \subset \Pi^2 \subset \Pi^1. \quad (6)$$

Из определения закона π^{2i} получаем, что $z_i^{2iv}(p_i^1, d_{-i}) \leq z_i^{2iv}(p_i^2, d_{-i})$, если $p_i^1 < p_i^2$. Отсюда следует, что для закона π^{2i} справедлива формула (2). Покажем, что условие (3) выполняется для составляющих π_j^{2i} ($j \neq i$) закона π^{2i} . Обозначим чере

$D_i^1(\dots), D_{-i}^1(\dots), D_i^{2i}(\dots), D_{-i}^{2i}(\dots)$ множества $D_i(\dots), D_{-i}(\dots)$ для законов π^1, π^{2i} . Если $d'_i \in D_i^{2i}(d_{-i}, d_i)$, то $\rho_i^0(d'_i, d_{-i}) \leq \rho_i^0(d, d_{-i})$; $\xi_i(d'_i, d_{-i}) \leq \xi_i(d, d_{-i})$; $S_i[\xi_i(d'_i, d_{-i})](v_i) \leq S_i(v_i)$ для всех $v_i \in [0, R]$, причем $S_i[\xi_i(d'_i, d_{-i})] \in D_i^1(d_{-i}, S_i)$. Поэтому из свойства (3) закона π^1 следует, что $\pi_j^{1v}(S_i[\xi_i(d'_i, d_{-i})], d_{-i}) \geq \pi_j^{1v}(S_i[\xi_i(d, d_{-i})], d_{-i})$. Тогда $\pi_j^{2iv}(d'_i, d_{-i}) \geq \pi_j^{2iv}(d, d_{-i})$ для всех $d'_i \in D_i^{2i}(d_{-i}, d_i)$ ($j \neq i$). (7)

Определим следующие наборы производственных функций:

$$\begin{aligned} d' &= (d_j, d'_{-j}), d'_{-j} \in D_{-j}^{2i}(d_j, d_{-j}), \bar{d} = (\bar{d}_i = d_i, \bar{d}_j = d_j, \\ \bar{d}_k &= d'_k (k \neq i, j)). \text{ Поскольку } \pi_i^{2i}(d'_i, d'_{-i}) \in X_i(d_i), d'_{-i} = \bar{d}_{-i}, \text{ то } d'_i \in \\ &\in D_i^{2i}(\bar{d}_{-i}, d_i) \text{ и из формулы (7) вытекает, что } \pi_K^{2iv}(\bar{d}) \leq \pi_K^{2iv}(d'); \\ \pi_i^{2i}(d) &\leq \pi_i^{2i}(d), \pi_K^{2i}(\bar{d}) = \pi_K^1(S_i[\xi_i(\bar{d})], d'_{-i}) \geq \pi_K^1(S_i, d'_{-i}) \in \\ &\in X_K(d_K) (K \neq i). \end{aligned}$$

Отсюда с учетом формулы (7) и свойства (3) закона π^1 получаем следующие соотношения: $\pi_j^{2iv}(d') \geq \pi_j^{2iv}(\bar{d}) \geq \pi_j^{1v}(S_i, d'_{-i}) \geq \pi_j^{1v}(S_i, d_{-i}) = \pi_j^{2iv}(d)$ ($j \neq i$).

Таким образом, составляющие π_j^{2i} ($j \neq i$) удовлетворяют условию (3). Поскольку $d_i(v_i) \geq S_i[\xi_i(d_i, d'_{-i})](v_i) = \tilde{S}_i(v_0) \geq s_i(v_i)$ для всех $v_i \in [0, R]$, то $\pi_i^{2iv}(d_i, d'_{-i}) \geq \pi_i^{2iv}(\tilde{S}_i, d'_{-i}) \geq \pi_i^1(s_i, d'_{-i})$ для всех $d'_{-i} \in \Pi D_{-i}^0$. С учетом формул (5), (4) имеем следующие неравенства: $\pi_i^{2iv}(d_i, d'_{-i}) \geq \pi_i^{2iv}(\tilde{S}_i, d_{-i}) \geq \pi_i^{1v}(S_i, d'_{-i}) \geq \pi_i^{1v}(S_i, d_{-i}) = \pi_i^{1v}(w_i[\rho_i^0(d)], d_{-i}) = \pi_i^{2iv}(d)$ для всех $d'_{-i} \in D_{-i}^{2i}(d_i, d_{-i}) = D_{-i}^1(\tilde{S}_i, d_{-i})$. Итак, формула (3) справедлива и для составляющей π_i^{2i} .

Отсюда с учетом определения эффективных законов и соотношения (5) нетрудно получить формулу (6). Следовательно, при выборе законов планирования из множества Π^1 достаточно рассматривать только пропорциональные законы.

Список литературы: 1. Бурков В. Н., Кондратьев В. В. Механизмы функционирования организационных систем. М., 1981. 384 с. 2. Заруба В. Я. Механизмы планирования при распределении ограниченного ресурса // Автоматика и телемеханика. 1984. № 9. С. 110—120.

Поступила в редколлегию 13.09.86

МЕХАНИЗМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛАНОВЫХ ЗАДАНИЙ

На практике распространена ситуация, когда планирующему органу приходится распределять плановые задания по обеспечению требуемого уровня выпуска продукции, не зная истинных производственных возможностей изготовителей. В этом случае эффективность планирования существенно зависит от целей, которые преследует каждый изготовитель и планирующий орган, а также от способа обмена производственной информацией [1].

Рассмотрим производственную систему, состоящую из планирующего органа (центра) и множества $Q = \{1, 2, \dots, n\}$ предприятий (элементов), которые выпускают однородную продукцию, потребляя при этом одномерный ресурс. Центру необходимо распределить задания по производству продукции в объеме π_0 между элементами так, чтобы объем используемого ресурса в системе был бы наименьшим.

Обозначим через ρ_q , π_q показатели затрат ресурса и объема производства q -го элемента системы, через $\mu_q = (\rho_q, \pi_q)$ — вектор показателей (план) этого элемента. Тогда множество M_q производственных возможностей каждого элемента $q \in Q$ и множество M допустимых планов системы примут такой вид:

$$M_q = \{\mu_q | 0 \leq \pi_q \leq \pi_0, \quad 0 \leq v_q(\pi_q) \leq \rho_q\};$$

$$M = \{\mu = (\mu_q, q \in Q) | \mu_k \in M_k, \quad k \in Q, \quad \sum_{q \in Q} \pi_q \geq \pi_0\}.$$

Здесь $v_q(\pi_q)$ — функция производственных издержек; μ — план системы.

Предполагается, что функции $v_q(\pi_q)$, $q \in Q$ являются непрерывными и обладают следующими свойствами:

$$v_q(\pi_q + \delta) / (\pi_q + \delta) > v_q(\pi_q) / \pi_q; \quad (1)$$

$$v_q(\pi_q) < v_q(\pi_q + \delta), \quad 0 \leq \pi_q \leq \pi_0 - \delta, \quad \delta > 0.$$

Для каждого элемента $q \in Q$ найдем значение

$$\bar{\gamma}_q = 1 / \lim_{\pi_q \rightarrow 0} \left(\frac{v_q(\pi_q)}{\pi_q} \right)$$

и множество $Z_q = [0, \bar{\gamma}_q]$. Очевидно, если $\mu_q \in M_q$, то $\gamma_q \in Z_q$, где $\gamma_q = \pi_q / \rho_q$ — параметр плана элемента q . Из свойства (1) следует: по значению $\gamma_q < \bar{\gamma}_q$ однозначно определяется такое значение планового задания $\pi_q(\gamma_q)$, что $\pi_q(\gamma_q) / \gamma_q = v_q(\pi_q)$.

Пусть $\hat{\mu} = (\hat{\mu}_q, q \in Q)$ — окончательный вариант плана системы.

При составлении плана $\hat{\mu}$ центр и каждый q -й элемент стремятся

максимизировать свои целевые функции, определяемые выражениями

$$F(\hat{\mu}) = \begin{cases} 1/\sum_{q \in Q} \hat{\rho}_q > 0, & \hat{\mu} \in M; \\ \text{const} < 0, & \hat{\mu} \in \bar{M}; \end{cases}$$

$$\hat{f}_q(\hat{\mu}_q) = \begin{cases} f_q(\hat{\mu}_q) > 0, & \hat{\mu}_q \in M_q; \\ \text{const} < 0, & \hat{\mu}_q \in \bar{M}_q, \hat{\mu}_q = (\hat{\rho}_q, \hat{\pi}_q). \end{cases}$$

Здесь функция $f_q(\hat{\mu}_q)$ удовлетворяет условиям

$$f_q(\hat{\rho}_q + \delta, \hat{\pi}_q) < f_q(\hat{\rho}_q, \hat{\pi}_q), f_q(\hat{\rho}_q, \hat{\pi}_q + \delta) > f_q(\hat{\rho}_q, \hat{\pi}_q).$$

Под законом планирования понимается осуществляемое центром преобразование набора планов всех элементов в план системы. Рассмотрим множество законов планирования, определяемое следующими условиями:

$$\tilde{\pi}_q = \varphi(\gamma_q) \pi_0 / \sum_{k \in Q} \varphi(\gamma_k), \tilde{\rho}_q = \tilde{\pi}_q / \gamma_q, \varphi \in \Phi,$$

где $\tilde{\mu}_q = (\tilde{\rho}_q, \tilde{\pi}_q)$ — план, назначаемый центром для q -го элемента; Φ — множество монотонно возрастающих непрерывных базовых функций закона планирования.

До начала планирования центр сообщает элементам конкретный вид базовой функции $\varphi \in \Phi$. Планирование рассматривается как игра элементов. Стратегией элемента $q \in Q$ является выбор плана μ_q , и его выигрыш обуславливается величиной $D_q(\mu_{-q}, \mu_q) = t_q(\mu_q)$. Решение этой игры определяется в ходе обмена информацией между элементами непосредственно или через центр (обмен информацией может производиться, например, по схеме аукциона [2]). Такие механизмы планирования относятся к механизмам активного планирования с встречным способом формирования данных [1]. В качестве решения игры принимается равновесный план $\mu^* = (\mu_q^*, g \in Q) \in M$, определяемый выражениями

$$D_q(\mu_{-q}^*, \mu_q^*) = \max_{\mu_q \in M_q} D_q(\mu_{-q}^*, \mu_q), \quad q \in Q. \quad (2)$$

Заметим, что при фиксированном законе планирования совокупность параметров планов всех элементов полностью обуславливает для каждого элемента $q \in Q$ величину $\tilde{\pi}_q = h_q(\gamma_{-q}, \gamma_q) = \varphi(\gamma_q) \pi_0 / \sum_{k \in Q} \varphi(\gamma_k)$ и величину его выигрыша $E_q = f_q(h_q(\gamma_{-q}, \gamma_q) / \gamma_q, h_q(\gamma_{-q}, \gamma_q))$, где $\gamma_{-q} = (\gamma_k, k \in Q \setminus \{q\})$. При этом в ситуации равновесия

$$E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*) = \max_{\gamma_q \in Z_q} E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q), \gamma_q^* = \frac{\pi_q^*}{\rho_q^*}, \quad q \in Q. \quad (3)$$

Соотношениям (3) эквивалентны следующие равенства:

$$h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*)/\gamma_q^* = v_q(h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*)), \quad q \in Q. \quad (4)$$

Действительно, если $\gamma_q > \gamma_q^*$, то $\pi_q(\gamma_q) < \pi_q(\gamma_q^*) = h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*) = \pi_q^*$ и $E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*) = f_q(\pi_q^*, v_q(\pi_q^*)) > E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q) = f_q(\pi_q(\gamma_q), v_q(\pi_q(\gamma_q)))$.

Если $\gamma_q < \gamma_q^*$, то $h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q) < h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*) = \pi_q^*$ и $E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*) > E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q) = f_q(h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q), v_q(h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q)))$.

Поэтому, когда верны соотношения (4), то выполняются и условия (3). Так как $\mu_q^* \in M_q$, имеем $\rho_q^* = h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*)/\gamma_q^* > v_q(h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*))$. Пусть $\rho_q = h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q)/\gamma_q > v_q(h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q))$. Тогда $E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q^*) > E_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q)$, где $\gamma_q^* = h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q)/\rho_q(h_q(\gamma_{-q}^*, \gamma_q))$.

Следовательно, $\gamma_q \neq \gamma_q^*$. Таким образом, если не выполняются соотношения (4), то не соблюдаются и условия (3).

Утверждение. В рассматриваемой игре элементов существует ситуация равновесия.

Доказательство. Рассмотрим функцию $g_q(\gamma_{-q}, \gamma_q) = h_q(\gamma_{-q}, \gamma_q)/v_q(h_q(\gamma_{-q}, \gamma_q))$. Она непрерывна на множестве $Z = \prod_{q \in Q} Z_q$, причем для любого $(\gamma_{-q}, \gamma_q) \in Z$ справедливо $Z_q \ni g_q(\gamma_{-q}, \gamma_q)$, так как $0 < h_q(\gamma_{-q}, \gamma_q) < \rho_0$. Поэтому вектор-функция $(g_q(\gamma_{-q}, \gamma_q), q \in Q)$ является непрерывным отображением выпуклого компактного множества Z в себя. По теореме Брауэра существует неподвижная точка этого отображения, определяющая в связи с эквивалентностью условий (3), (4) ситуацию равновесия. Утверждение доказано.

Таким образом, исследуемые механизмы планирования гарантируют получение плана системы, согласованного с интересами элементов (в смысле достижения ситуации равновесия). Кроме того, как известно из теории активных систем [1], такие механизмы обеспечивают больший выигрыш центра, чем механизмы без встречного формирования данных.

Список литературы: 1. Бурков В. Н., Кондратьев В. В. Механизмы функционирования организационных систем. М., 1981. 384 с. 2. Добалян А. В., Заруба В. Я. Схема аукциона в задаче распределения ограниченного ресурса//Автоматика и телемеханика. 1981. № 3. С. 75—82.

Поступила в редколлегию 05.09.86

О КАЧЕСТВЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ДВУХУРОВНЕВЫХ
РАЗРАБАТЫВАЮЩИХ СИСТЕМ

Анализ деятельности отраслевых НИИ, КБ, НПО осуществляется на основе системы оценочных показателей, которые характеризуют выполнение тематического плана, достигнутый научно-технический уровень, использование финансовых ресурсов, результаты законченных работ, научно-производственный потенциал и ресурсное обеспечение организации. Анализ проводится ежегодно, как правило, по итогам завершившегося года в целях оценки эффективности деятельности трудовых коллективов и сравнительной оценки их работы. Выполнение тематического плана в заданные сроки, качество и уровень разработок, использование финансовых ресурсов в значительной степени зависят от уровня научно-производственного потенциала, эффективности использования мощности организации. Поэтому при перспективном планировании отраслевых НИИ, КБ, проектных учреждений необходимо учитывать требования сбалансированности разрабатываемых тематических планов, равномерности использования имеющихся трудовых ресурсов, чтобы обеспечить стабильность хода процессов разработок.

Предполагается, что разрабатывающая организация имеет двухуровневую структуру веерного типа и выполняет конечное множество $\Pi = \{1, 2, \dots, N\}$ ранжированных по приоритету тем, каждая из которых представляет собой совокупность разработок, проводимых в подсистемах A_k , $k=1, H$, разрабатывающей системы A . Базовым элементом разработки является типовой этап. Номенклатура, содержание типовых этапов для всех разработок одной темы одинаковы. Этапы j -й темы общей численностью n_j реализуются последовательно, непрерывно друг за другом. Порядок выполнения этапов по каждой теме задан, потребление ресурса на этапе постоянно.

Производственная программа A_k определяется множеством $\Pi_k \subset \Pi$ номеров тем, в выполнении которых она участвует. Распределение разработок между A_k задано, на интервале планирования $[0, T]$ не меняется, подсистема A_k ведет единственную разработку темы $j \in \Pi_k$. По каждому этапу i разработки темы $j \in \Pi_k$, $k=1, H$, с достаточной степенью достоверности задана его трудоемкость S_{ij}^k . Считается, что длительность этапа $\tau_{ij}^k = S_{ij}^k / r_{ij}^k$, где r_{ij}^k — постоянный уровень ресурсов A_k , выделяемых для выполнения этапа.

Система A располагает трудовыми ресурсами, сосредоточенными в A_k , уровни $R_k(0)$ которых определяют ее исходную структуру $|A_0| = |R_1(0), R_2(0), \dots, R_H(0)|$. На интервале планирования $[0, T]$ за счет изменения ε_k начального уровня ресурса и роста

γ_k производительности труда под влиянием научно-технического прогресса происходит изменение структуры $|A|_t = |R_1(\varepsilon_1, \gamma_1, t), R_2(\varepsilon_2, \gamma_2, t), \dots, R_H(\varepsilon_H, \gamma_H, t)|$, где $R_k(\varepsilon_k, \gamma_k, t) = (R_k(0) + \varepsilon_k)(1 + \gamma_k)^t$, обуславливающее компоненты $S^k(\varepsilon_k, \gamma_k)$ вектора $S = (S^1, S^2, \dots, S^H)$ потенциальных возможностей подсистем A_k . Задание $\tau_{ij}^k, i = \overline{1, n_j}, j \in \Pi_k$, определяет календарный план τ_k выполнения программы Π_k и кусочно-постоянную функцию $\tilde{R}_k(t)$ изменения потребного объема ресурса в A_k , разрывы которой соответствуют моментам завершения типовых этапов.

Участие различных A_k в выполнении темы j невозможно без сбалансированности сроков выполнения одноименных этапов

$$\bigvee_{k \in H_j} \{\tau_{ij}^k = \tau_{ij}, i = \overline{1, n_j}\}; H_j = \{k: j \in \Pi_k\}, k = \overline{1, H}. \quad (1)$$

Участие A_k в различных кооперациях H_j требует сбалансированности имеющихся $(R_k(t))$ и необходимых $(\tilde{R}_k(t))$ объемов ресурсов, равномерного использования рабочей силы на всем интервале $[0, T]$. Обеспечение равномерности даст прямой экономический эффект за счет снижения затрат на дополнительно привлекаемую в пиках нагрузки рабочую силу (в частности, на оплату сверхурочных), более полного использования рабочей силы вне пиков. Косвенный, трудно учитываемый эффект возникает вследствие улучшения условий труда, повышения качества разработок за счет уменьшения числа ошибочных решений, неизбежных в условиях штурмовщины. В качестве показателя неравномерности выбрано среднеквадратичное отклонение $\Phi_k = 1/T \int_0^T (\tilde{R}_k(t) - R_k(t))^2 dt$. Если $\tilde{R}_k^*(t)$ — кусочно-постоянная функция, минимизирующая Φ_k , то показатель $r_1^k = \Phi_k^*/\Phi_k$ характеризует степень равномерности использования ресурсов в A_k .

Отношение $W_k = \tilde{C}_k/S_k, \tilde{C}_k = \int_0^T \tilde{R}_k(t) dt$, отражает использование ресурсов подсистемы A_k . Если $W_k < 1$, то план τ_k является не напряженным, не сбалансированным, имеет определенный запас по надежности. Для $W_k > 1$ план напряженный, не сбалансированный, отличается низкой надежностью. Таким образом, показатель

$$\tau_2^k = \begin{cases} W_k, & W_k \leq 1; \\ 1/W_k, & W_k > 1 \end{cases}$$

характеризует степень сбалансированности плана τ_k .

Учет различных приоритетов $\alpha_j, \alpha_j \geq 0, \sum_{j=1}^N \alpha_j = 1$, тем осуществляется на основе показателя взвешенного времени $L_k = \sum_{j \in \Pi_k} \alpha_j T_j^k$ выполнения программы, где $T_j^k = \sum_{i=1}^{n_j} \tau_{ij}^k$. Каждый этап

имеет минимальную продолжительность a_{ij} , соответствующую форсированному режиму его выполнения при наиболее благоприятных условиях. Минимальное значение Δ_k достигается при

$$T_j^k = \sum_{i=1}^{n_j} a_{ij} \text{ и равно } L_k^*. \text{ Отношение } r_3^k = L_k^*/L_k \text{ отражает степень}$$

ускорения процесса выполнения программы. Одновременное равенство единице показателей r_i^k , $i = 1, 2, 3$, отвечает идеальному режиму функционирования подсистемы A_k . Отклонение

$$D_k = \left(\sum_{i=1}^3 (r_i - 1)^2 \right)^{1/2}, \quad k = \overline{1, H}, \text{ состояния подсистемы } A_k \text{ от идеального}$$

режима определяет качество ее функционирования на интервале $[0, T]$. Качество функционирования разрабатываемой системы обусловлено максимальным отклонением $D_c = \max_k \{D_k\}$ под-

систем A_k от идеальных режимов.

Задача повышения качества функционирования разрабатываемой системы на интервале планирования $[0, T]$ состоит в выборе таких изменений $\varepsilon^* = (\varepsilon_1^*, \dots, \varepsilon_H^*)$ начальных объемов ресурсов подсистем и календарных планов τ_k которые, удовлетворяя ограничениям на рост системы

$$R_k(\varepsilon_k, \gamma_k, t) \geq 0, \quad k = \overline{1, H}, \quad \sum_{k=1}^H \varepsilon_k = \varepsilon, \quad (2)$$

условиям (1), технологическим ограничениям

$$\tau_{ij}^k \geq a_{ij}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad j = \overline{1, N} \quad (3)$$

и директивным ограничениям

$$\sum_{i=1}^{n_j} \tau_{ij}^k \leq T_j^k, \quad j = \overline{1, N}, \quad (4)$$

обеспечивают минимальное значение отклонения D_c . Величина ε определяет ресурсные возможности системы по изменению ее исходной структуры.

Решение поставленной задачи осуществляется на основе итерационной процедуры последовательных приближений, каждая итерация которой состоит из двух этапов. На первом этапе для заданного вектора $\varepsilon_T = (\varepsilon_1^T, \varepsilon_2^T, \dots, \varepsilon_H^T)$, удовлетворяющего (2), решается задача

$$\min_{\tau_k \in \{\tau_p\}} D_c(\{\tau_p\}, |A|_T),$$

$$|A|_T = |R_1(0) + \varepsilon_1^T, \dots, R_H(0) + \varepsilon_H^T| \quad (5)$$

при удовлетворении τ_k условиям (1), (3), (4). В результате решения (5) находят τ_k^T . На втором этапе для заданного τ_k^T решается задача

$$\min_{\varepsilon^T} D_c(\{\tau_p^T\}, |A|_T) \quad (6)$$

при удовлетворении ε^T условиям (2). В результате решения (6) получают $\tilde{\varepsilon}^T$. Полагая $\varepsilon_T = \tilde{\varepsilon}^T$, переходят к следующей итерации. Итеративная процедура завершается при достижении несущественных изменений текущих планов τ_k^T , $k = \overline{1, N}$, и текущих изменений $\tilde{\varepsilon}^T$ исходной структуры $|A|_0$ системы. При решении задачи (5) используются декомпозиционные подходы [2].

В результате решения задачи находятся перспективные планы проведения разработок и начальная структура системы, обеспечивающие минимальное отклонение процессов разработок в подсистемах от идеальных режимов.

Список литературы: 1. Лисицкий В. Л., Гужва В. А. Планирование развития структур топологически сложных разрабатывающих систем//Тез. докл. Второго Всесоюз. совещания-семинара «Методы синтеза и планирования развития структур крупномасштабных систем». Саратов, 1986. С. 191—192. 2. Повышение эффективности НИОКР путем их планирования на основе декомпозиционных экономико-математических моделей/В. Л. Лисицкий, И. П. Гамаюн, В. А. Гужва, А. М. Ходько//Тез. докл. Всесоюз. науч. конф. «Управление эффективностью производства с применением экономико-математических методов и АСУ». М., 1984. С. 40.

Поступила в редколлегию 08.10.86

УДК 519.6

А. Е. ГОЛОСКОКОВ, канд. техн. наук

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ОБЛАСТИ ДОПУСТИМЫХ ВАРИАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРИ ЗАДАННОМ УРОВНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Исходная информация, используемая при проектировании сложных систем, может быть недостаточно достоверной и полной. Следовательно, параметры модели нелинейного программирования, с помощью которой в ряде случаев формализуют задачу проектирования, определяют с погрешностью или с так называемыми малыми возмущениями (вариациями). В этом случае для проектирования системы формируют возмущенную модель, оптимальный план которой отличается от решения исходной задачи. Следовательно, нужно учесть влияние вариаций параметров задачи проектирования на ее решение и экстремальное значение целевой функции.

Существует достаточно эффективный метод формирования множества допустимых вариаций (ДВ), при которых оптимальные значения целевой функции находятся в заданных пределах [1—3]. Большой практический интерес представляет формирование такой системы ограничений, накладываемых на возмущения параметров модели, чтобы решение задачи проектирования было устойчивым по оптимальному плану. Исходная задача считается ε -устойчивой по решению, если $\rho(x^*, \tilde{x}) \leq \varepsilon$ (1). Здесь $\rho(x^*, \tilde{x})$ — метрика евклидова пространства; x^* , $\tilde{x}$ — оптимальные решения исходной

и возмущенной задач; ε — параметр устойчивости, задаваемый экспертами при условии $\varepsilon > 0$.

В связи с этим необходим метод формирования множества ДВ параметров, при которых искомая задача будет устойчивой по решению. Для его создания используем результаты, полученные в работах [1–3]. Рассмотрим задачу нелинейного программирования

$$f(x, a) \rightarrow \min; g_j(x, a) \geq 0, \quad j = \overline{1, l}. \quad (2)$$

Здесь x — n -мерный вектор переменных; a — m -мерный вектор коэффициентов; $f, g_j, j = \overline{1, l}$ — выпуклые монотонные функции в окрестности точки a .

Считаем, что параметры модели (2) подвергаются малым возмущениям. Это приводит к возмущенной задаче

$$f(x, a + \Delta a) \rightarrow \min; g_j(x, a + \Delta a) \geq 0, \quad j = \overline{1, l}, \quad (3)$$

где Δa — m -мерный вектор возмущений.

Необходимо определить множество элементов Δa , которые удовлетворяют условию (1) при заданном ε , т. е. сформировать систему ограничений, накладываемых на Δa . В основу процесса формирования системы ограничений положим следующую теорему.

Теорема. Пусть функции $f, g_j, j = \overline{1, l}$ принадлежат классу C^2 в окрестности точки x^*, a ; достаточные условия второго порядка для локального минимума задачи (2) удовлетворяются в точке x^*, a с соответствующими множителями Лагранжа $u_j, j = \overline{1, l}$; градиенты $\nabla g_j(x^*, a)$ для всех j , при которых $g_j(x^*, a) = 0$, линейно независимы; $-u_j > 0$, если $g_j(x^*, a) = 0, j = \overline{1, l}$.

Для того чтобы задача (2) была ε -устойчивой по решению к возмущениям параметров Δa , достаточно, чтобы они удовлетворяли условию $B\Delta a \leq 1$ (4), где B — матрица размера $2^m \times m$, строки которой образованы всеми возможными заменами компонент вектора $b_1 = \{\alpha_1^{-1}, \dots, \alpha_m^{-1}\}$ на компоненты вектора $b_N = \{\beta_1^{-1}, \dots, \beta_m^{-1}\}, N = 2^m$.

Величины $\alpha_k, \beta_k, k = \overline{1, m}$ определяют максимально допустимые вариации параметров задачи (2) и вычисляются по формулам

$$\alpha_k = \omega_k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(-\frac{\partial x_i}{\partial \Delta a_k} \right)^2}}, \quad \text{если } \rho(x^*, x(\Delta a_k)) \leq \varepsilon, \quad k = \overline{1, m};$$

$$\alpha_k = \gamma_k = \frac{\varepsilon \omega_k}{\rho(x^*, x(\Delta a_k))}, \quad \text{если } \rho(\cdot) > \varepsilon, \quad k = \overline{1, m};$$

$$\beta_k = \begin{cases} -\omega_k, & \text{если } \rho(x^*, x(\Delta a_k)) \leq \varepsilon, \quad k = \overline{1, m}; \\ -\gamma_k, & \text{если } \rho(\cdot) > \varepsilon, \quad k = \overline{1, m}. \end{cases}$$

Для определения $\frac{\partial x_i}{\partial \Delta a_k}$ необходимо: решить задачу (2) и построить функцию Лагранжа возмущенной задачи (3); сформировать условия существования оптимального решения для функции Лагранжа возмущенной задачи и продифференцировать их по Δa_k , $k = \overline{1, m}$. В результате получим m систем линейных алгебраических уравнений, решение которых позволит определить $\partial x_i / \partial \Delta a_k$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, m}$.

Доказательство. Разложим функции $x(\Delta a_k)$, $k = \overline{1, m}$ в ряд Тейлора в точке Δa_k , $k = \overline{1, m}$:

$$x(\Delta a_k) = x(0) + \left. \frac{\partial x(\Delta a_k)}{\partial \Delta a_k} \right|_{\Delta a_k=0} \Delta a_k + o(\Delta a_k), \quad k = \overline{1, m}.$$

Учтем, что $x(0) = x^*$ и подставим полученное выражение в (1):

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(x_i^* - x_i(0) - \frac{\partial x_i}{\partial \Delta a_k} \Delta a_k \right)^2} \leq \varepsilon, \quad k = \overline{1, m}.$$

Отсюда

$$\omega_k = \Delta a_k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(-\frac{\partial x_i}{\partial \Delta a_k} \right)^2}}, \quad k = \overline{1, m}.$$

Если значения Δa_k , $k = \overline{1, m}$ такие, что $\rho(x^*, x(\Delta a_k)) > \varepsilon$, то необходимо ввести поправочные коэффициенты H_k , $k = \overline{1, m}$, которые должны учитывать степень нарушения условия (1), а именно умножить Δa_k на H_k , $k = \overline{1, m}$. Степень нарушения условия (1) определим по формуле $H_k = \varepsilon \rho^{-1}(x^*, x(\Delta a_k))$, $k = \overline{1, m}$. Таким образом, чтобы было выполнено неравенство (1), величину Δa_k умножим на H_k , $k = \overline{1, m}$. В результате получим $\gamma_k = H_k \omega_k$, $k = \overline{1, m}$, что и требовалось доказать. Аналогично проводится доказательство для случая, когда вариации параметров имеют отрицательный знак.

Запишем неравенство (4) для задачи (2) с одним возмущенным параметром в виде $B \Delta a \leq K$ (5), где B — матрица, состоящая из одного элемента. Допустим, что определено максимальное значение Δa , при котором удовлетворяется условие (1). Обозначим его через Δ . Естественно предположить, что правая часть неравенства (5) должна иметь такое значение, которое было бы универсальным для любой задачи. В этом случае элемент матрицы B целесообразно взять равным величине, обратной Δ , т. е. $\Delta^{-1} \times \Delta a \leq K$. Тогда при максимально допустимом значении Δa правая часть неравенства (5) равна единице. Следовательно, формула (4) является универсальной для любой задачи вида (2).

Предлагаемый метод позволяет учесть погрешности задания исходной информации при проектировании сложных систем,

Список литературы: 1. Мальцев В. В. Достаточные условия ϵ -чувствительности задач математического программирования//Автоматика. 1979. № 5. С. 47—52.
2. Методы и алгоритмы автоматизированного проектирования сложных систем управления/В. Л. Волкович, А. Ф. Волошин, Т. М. Горлович и др. К., 1984. 216 с.
3. Голоскоков А. Е., Нижник Е. А. Модифицированный метод построения множества допустимых возмущений параметров задачи нелинейного программирования//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1987. № 240: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 7. С. 73—76.

Поступила в редколлегию 03.10.86

УДК 658.012

М. Д. ГОДЛЕВСКИЙ, канд. техн. наук,
А. В. НИКИФОРОВ

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К СИНТЕЗУ СТРУКТУРЫ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ АЭРОДРОМНОГО КОМПЛЕКСА НА ОСНОВЕ СРЕДСТВ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При перспективном планировании развития отрасли гражданской авиации одной из актуальных проблем является синтез структуры аэродромных комплексов (АДК) аэропортов, которые обеспечивают технологический процесс прохождения воздушных судов (ВС) от посадки до взлета. Основными составляющими АДК служат следующие элементы: искусственная взлетно-посадочная полоса (ИВПП); рулежные дорожки (РД); магистральные рулежные дорожки (МРД); пассажирский и грузовой перроны; места стоянок (МС), предназначенные для ночной стоянки и хранения ВС, ожидания трудоемких видов их технического обслуживания; площадки специального назначения.

Считаем, что в качестве исходной информации задан перспективный план движения ВС в аэропорту, т. е. на плановый период известны интенсивности движения ВС каждого типа. Так как функционирование каждого аэропорта тесно связано с развитием остальных, задача заключается в синтезе оптимальных структур АДК для различных лимитов на капитальные вложения и разных лет планового периода в целях дальнейшего сетевого анализа результатов реконструкции.

Направление капитальных вложений в АДК вызывает снижение эксплуатационных расходов за счет уменьшения времени ожидания взлетов и посадок, снижения расхода горючего при движении ВС на летном поле, более рационального использования технических средств. Кроме того, сокращается общее время нахождения ВС в аэропорту, а это приводит к увеличению налета на спичный самолет, что, в свою очередь, позволяет уменьшить количество ВС.

Таким образом, приняв, что продолжительность реконструкции составляет один год, критерий эффективности при оптимизации структуры АДК можно записать в следующем виде:

$$Z_{\tau, \alpha}(x, x_n) = \sum_{t=\tau}^T [K_{t, \alpha}^{BC}(x_n, x) + S_{t, \alpha}^{ADK}(x_n, x)] (1 + E_{n, n})^{-t} - K_{\tau, \alpha}^{ADK} (1 + E_{n, n})^{1-\tau}. \quad (1)$$

Здесь τ — индекс, обозначающий первый год эксплуатации аэропорта после реконструкции АДК; α — номер варианта лимита на капитальные вложения в $(\tau-1)$ -м году, $\alpha \in L_{\tau}$, где L_{τ} — множество задаваемых лимитов на капитальные вложения в $(\tau-1)$ -м году планового периода; x_n, x — векторы, обуславливающие структуру АДК и характеристики его элементов до и после реконструкции; $K_{t, \alpha}^{BC}(x_n, x)$ — уменьшение необходимых капитальных вложений в парк ВС в t -м году за счет увеличения налета на списочный самолет, достигаемое путем сокращения времени пребывания ВС в аэропорту при переходе АДК из состояния x_n в x ; $S_{t, \alpha}^{ADK}(x_n, x)$ — экономия эксплуатационных расходов вследствие оптимизации структуры АДК.

Множество допустимых вариантов структур АДК обозначим через D , тогда векторы x, x_n должны принадлежать D , и задача заключается в нахождении

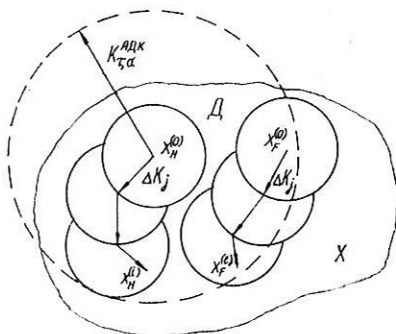
$$Z_{\tau, \alpha}(x_n) = \{\max_{x \in D} Z_{\tau, \alpha}(x_n, x); \tau \in [1, T], \alpha \in L_{\tau}\}. \quad (2)$$

Необходимо учесть, что количество элементов исследуемой системы велико, причем их функционирование носит нелинейный и стохастический характер. В результате практически невозможно применять традиционные аналитические методы оптимизации структуры. Поэтому предлагается решать задачу синтеза структуры АДК при его реконструкции с помощью средств имитационного моделирования [1]. С этой целью выбран универсальный алгоритмический язык со средствами моделирования СИМУЛА-67 [2]. Для описания структуры АДК вводятся классы моделируемых объектов (ВС, ИВП, РД, МРД, МС и т. д.), содержащие атрибуты, которые характеризуют как сами объекты, так и связи между ними. При «прогоне» имитационной модели конкретная структура АДК формируется путем генерации объектов соответствующих классов. Число и параметры объектов определяются данными, считываемыми из входного файла. В начале моделирования этот файл содержит данные, описывающие структуру АДК до реконструкции, либо некоторую пробную (фиктивную) структуру АДК. В процессе моделирования находятся «узкие места» в ее структуре (например, наличие очередей на взлет на РД), реализуется коррекция файла входных данных и цикл моделирования проводится заново. Оценки «узких мест» необходимо осуществлять с помощью интегральных функций на интервале $[\tau, T]$. Учитывая то, что количество элементов АДК может достигать двухсот, а также принимая во внимание разнообразие связей между ними, при проведении

серии «прогонов» имитационной модели целесообразно использовать факторный анализ для выбора предпочтительного плана эксперимента, максимизирующего целевую функцию отклика $Z_{\tau, \alpha}(x_n, x)$.

Чем значительнее лимит на капитальные вложения в АДК, тем больше возникает вариантов его реконструкции, а значит, и циклов моделирования для анализа.

Поэтому для уменьшения числа исследуемых вариантов при синтезе структуры технических средств АДК (а в общем случае любой сложной системы) предлагается использовать принцип локальной оптимизации. С этой целью вводится метрика $K(x_n, x)$ пространства X , каждая точка которого обуславливает структуру и параметры АДК; $K(x_n, x)$ определяется капитальными вложениями при переходе из точки x_n в произвольную точку $x \in D$.



Множество объектов (точек) $x \in D$, для которых $K(x_n, x) \leq \Delta K$, называем замкнутым шаром радиуса ΔK с центром x_n и обозначаем через $S_{\Delta K}(x_n)$. Тогда можно считать, что $D \subset \{S_{\Delta K}(x_n) : \Delta K = K_{\tau, \alpha}^{\text{АДК}}\}$. Задав некоторую величину $\Delta K < K_{\tau, \alpha}^{\text{АДК}}$, где $K_{\tau, \alpha}^{\text{АДК}}$ — лимиты на капитальные вложения в АДК, установим локальную область поиска максимума функции отклика (1) в виде шара $S_{\Delta K}(x_n)$. Необходимо отметить, что любая структура $x \in D$ может быть реализована при наличии капитальных вложений $K(x_n, x)$. Поиск новой структуры y , максимизирующей функцию отклика, осуществляется в пределах локальной области $S_{\Delta K}(x)$. Считаем, что $\Delta K = \Delta K^{(1)} + \Delta K^{(2)}$, где $\Delta K^{(1)}$ — капитальные вложения на добавление новых элементов АДК к структуре x или изменение характеристик ее элементов, а $\Delta K^{(2)}$ — стоимость ликвидируемых фиктивных составляющих АДК, которые были добавлены к исходной структуре x_n . Кроме этого, в $\Delta K^{(2)}$ может входить часть или все капитальные вложения, которые ранее использованы для изменения характеристик элементов структуры x_n .

Предлагается следующий алгоритм (см. рисунок) поиска максимума целевой функции (1) для заданных значений τ , α и $x_n = x_n^0$.

1. Устанавливается $i = 1$. В зависимости от значения $K_{\tau, \alpha}^{\text{АДК}}$, а также результатов предварительного анализа возможных вариантов реконструкции АДК, назначается ряд значений ΔK_j , удовлетворяющих условию $0 = \Delta K_0 < \Delta K_1 < \Delta K_2 \dots < \Delta K_n < K_{\tau, \alpha}^{\text{АДК}}$.

2. Принимаются $j = 1$.

3. С учетом условия $x_n^{(i)} \in D$ на основе средств имитационного моделирования синтезируется несколько вариантов реконструкции АДК в пределах локальной области поиска $S_{\Delta K_j}(x_n^{(i-1)})$.

$\setminus S_{K_{j-1}}(x_n^{(i-1)})$. Если нет ни одного нового варианта структуры, удовлетворяющего условию $x_n^{(i)} \in D$, осуществляется переход к шагу 6.

4. Из полученных вариантов структур выбирается $x_n^{(i)}$ с максимальным значением функции (1). В том случае, когда $Z_{\tau, \alpha}(x_n^{(0)}, x_n^{(i)}) > Z_{\tau, \alpha}(x_n^{(0)}, x_n^{(i-1)})$, устанавливается $i = i + 1$ и производится переход к шагу 2.

5. Принимается $j = j + 1$. Если $j \leq n$, производится переход к шагу 3.

6. За основу берется структура $x_n^{(i)}$, определяющая локальный максимум функции отклика в области D .

Так как отсутствует априорная информация о виде поверхности отклика, нельзя гарантировать, что полученный локальный максимум будет одновременно и глобальным. Поэтому вводится ряд пробных (фиктивных) структур x_j , которые могут характеризоваться качественным изменением технологического процесса, и применяется описанная процедура локального поиска из новой точки $x_j^{(0)}$. Оценка структур $x_n^{(i)}$ и $x_j^{(i)}$ осуществляется исходя из максимума функции отклика, независимо от размера капитальных вложений $K(x_n^{(0)}, x_n^{(i)})$ и $K(x_n^{(0)}, x_j^{(i)})$.

Предложенный подход к синтезу структуры технических средств аэродромного комплекса используется в отрасли гражданской авиации при реконструкции действующих и проектировании новых аэропортов.

Список литературы: 1. Цвиркун А. Д., Акинфиев В. К., Филиппов В. А. Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем. М., 1985. 270 с. 2. Андрианов А. Н., Бычков С. П., Хорошилов А. И. Программирование на языке СИМУЛА-67. М., 1985. 288 с.

Поступила в редколлегию 06.11.86

УДК 658.512

А. В. МАКАРЕНКО, Е. Г. ЛЕСНАЯ, Е. Ф. СИДЕЛЬНИКОВА

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОМЕРНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЯДА УПРАВЛЯЮЩИХ МАШИН, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В АСУ ТП

Рассмотрим задачу выбора технических параметров управляющих вычислительных машин (УВМ), используемых в автоматизированных системах управления (АСУ) технологическими процессами (ТП) таким образом, чтобы сформировать параметрический (типоразмерный) ряд УВМ. Многомерность ряда заключается в том, что модели управляющих машин, составляющие ряд, отличаются друг от друга численными значениями не только главного параметра — производительности, но и других основных и

второстепенных параметров (емкость памяти, пропускная способность каналов и т. д.).

Для всех УВМ, составляющих ряд, следует обеспечить минимум затрат на разработку, производство и эксплуатацию. Полученные значения технических параметров используются как исходные данные при проектировании отдельных типов УВМ. Таким образом, нужно провести предпроектное технико-экономическое обоснование выбора типажа управляющих машин для АСУ ТП. При этом предполагается, что алгоритм управления любым процессом выбран из условия оптимальности системы управления и по данному алгоритму установлены технические параметры УВМ.

Необходимо удовлетворить спрос на N требуемых типов управляющих машин, каждый из типов характеризуется M -мерным вектором технических параметров X и количеством машин L_T . Машины, разработанные и освоенные в производстве, назовем имеющимися или существующими. Могут быть использованы N_B типов имеющихся конструкций, описываемых M -мерным вектором параметров Z количество машин каждого типа считаем неограниченным.

Типоразмерный ряд представляет собой совокупность K типов машин с M -мерным вектором параметров Y в количестве N_Y .

Затраты на эксплуатацию одной машины считаются не зависящими от объема выпуска и характеризуются функцией $S_V(Y)$. Затраты на разработку и производство всех машин данного типа с помощью неотрицательной неубывающей полуаддитивной функции $g_V(N_Y)$ записываются в виде $S_V(Y)g_V(N_Y)$. Минимизируются суммарные затраты

$$\sigma = \sum_{i=1}^K S_V(Y_i) [g_V(N_{Yi}) + N_{Yi}].$$

Рассмотренная дискретная экстремальная задача в результате предварительного синтеза параметров на основе требуемых типов может быть сведена к задаче выбора оптимального ряда из совокупности возможных типов машин. При большой размерности задачи число возможных типов машин может оказаться столь значительным, что не только точные, но и приближенные методы, например ветвей и границ, окажутся неприменимыми [1; 2].

Достоинство предлагаемого для решения указанной задачи приближенного метода дихотомии [3; 4] заключается в том, что совокупность возможных типов машин синтезируется и ограничивается по ходу построения дихотомического графа, оптимальному сечению которого соответствует приближенный оптимальный ряд. В результате усовершенствования метода дихотомии удалось повысить точность получаемых решений и разработать универсальный алгоритм, позволяющий, в частности, учесть существующие конструкции.

Оптимальная дихотомия множества машин, приписанных к каждому узлу графа, осуществляется с использованием интегральных стоимостных характеристик. Промежуточная функция

$Q(Y)$ представляет собой суммарную стоимость применения машины промежуточного типоразмера для удовлетворения спроса на все машины, приписанные к узлу, технические параметры которых не больше Y . Дополнительная $G(Y)$ отражает суммарную стоимость применения машины дополнительного типоразмера для удовлетворения спроса на все машины, приписанные к узлу, параметры которых больше Y .

Суммарная стоимость применения двух машин — промежуточного и дополнительного типоразмеров — для удовлетворения спроса на все машины, приписанные к узлу графа, $S(Y) = Q(Y) + G(Y)$ имеет наименьшее значение $S_{\text{опт}}$. Дихотомия целесообразна в том случае, если $S_{\text{опт}}$ меньше суммарной стоимости применения машины максимального типоразмера для обеспечения спроса на все машины, относящиеся к узлу. Если $S_{\text{опт}}$ отвечает машине существующего типоразмера и все ее параметры не меньше соответствующих параметров машины максимального типоразмера, то существующий типоразмер входит в состав оптимального ряда.

Алгоритм метода дихотомии представляет собой последовательность циклов, на каждом из которых рассматривается очередная строка двумерного массива дихотомии, отвечающего графу. Если дихотомия целесообразна, образуются два новых узла, относящаяся к ним информация заносится в свободные строки массива, соответствующие подузлам. Если дихотомия нецелесообразна, то узел находится на оптимальном сечении, и машина максимального типоразмера, соответствующая этому узлу, входит в оптимальный ряд.

Априорные оценки и результаты расчетов тестовых примеров для различного числа требуемых типов машин и параметров позволили установить, что трудоемкость и объем памяти — степенные функции от размерности задачи формирования ряда. Поэтому алгоритм дихотомии является эффективным [1; 2]. Априорную оценку точности алгоритма дихотомии, как и многих других приближенных алгоритмов, получить не удастся.

Если области применения машин связные, задача формирования оптимального ряда машин может быть сведена к задаче о ближайшем соседе [1]: требуется найти оптимальный набор целых чисел

$$\{b_1, \dots, b_K\}, 0 < b_1 < \dots < b_K = N, \quad (1)$$

чтобы минимизировать функцию

$$\sum_{i=1}^K f(b_{i-1}, b_i). \quad (2)$$

Этому набору соответствует оптимальный типоразмерный ряд.

Указанная задача решается методом динамического программирования [1; 2]. Рекуррентное соотношение, позволяющее отыскивать оптимальное значение $S(h)$ целевой функции (2) каждой задачи $h=1, N$ по оптимальным значениям целевых функций предыдущих задач, имеет вид

$$S(0) = 0; S(h) = \min_{a=0, h-1} \{S(a) + f(a, h)\}, h = \overline{1, N}.$$

Равенство $S(h) = S(a) + f(a, h)$, $h = \overline{1, N}$, $a = \overline{0, h-1}$ выполняется тогда и только тогда, когда существует оптимальный набор (1), для которого $b_{K-1} = a$.

Ранжируем все требуемые типы машин по техническим параметрам $X_1 < \dots < X_N$. Тогда $f(a, h) = S_V(Y) [g_V(N_Y) + N_Y]$,

где
$$N_Y = \sum_{j=a+1}^h L_{Tj}.$$

Расчеты тестовых примеров для связанных областей применения машин позволили оценить погрешность решения, полученного методом дихотомии, путем сравнения с точным решением, найденным методом динамического программирования.

Например, для условных X, L_T при числе параметров $M=2$ и количестве типов требуемых машин $N=20$ ряд, полученный методом динамического программирования, состоит из 4 типов УВМ, а приближенный ряд, установленный методом дихотомии — из 5 типов. Последний имеет стоимость на 2,2 % большую, чем точный ряд.

Список литературы: 1. Береснев В. Л., Гимади Э. Х., Дементьев В. Т. Экстремальные задачи стандартизации. Новосибирск, 1978. 335 с. 2. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. К., 1985. 384 с. 3. Дабагян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств. М., 1979. 280 с. 4. Макаренко А. В., Галата Е. С. Оптимизация типоразмерного ряда изделий с помощью дихотомического графа // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1985. № 220: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 5. С. 27—29.

Поступила в редколлегию 08.09.86

УДК 658.512

И. В. МЕЗЕНЦЕВ, Д. Л. ОРЛОВСКИЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРЯДКА СМЕНЫ ПОКОЛЕНИЙ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ИХ ЖИЗНЕННЫХ ЦИКЛОВ

Задача определения оптимального порядка замены устаревших конструкций на новые сводится к задаче формирования динамического типоразмерного ряда изделий как последовательности статических рядов изделий, приходящих на смену друг другу.

Пусть спрос задается в виде совокупности N требуемых типов изделий с параметрами X_j , где X_j — M -мерный вектор, причем каждого типа изделий требуется L_{Tj} , $j = \overline{1, N}$. Известен также прогноз потребностей на каждый год планового периода T в виде

$$j, X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jm}, L_{Tj}, j = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Известен плановый состав существующего парка изделий на год, предшествующий началу периода T : количество типов N_k ; размер серии N_{Zj} и технико-эксплуатационные характеристики

$\overline{Z_i}$ каждого типоразмера; срок службы; число лет $t_i, i = \overline{1, N^k}$, в течение которых эксплуатируется i -й тип изделия; количество оптимизируемых параметров M . Задан прогноз существующего парка на каждый год t периода T в виде

$$i, Z_{i1}, Z_{i2}, \dots, Z_{im}, N_{Z_i}, i = \overline{1, N^k}. \quad (2)$$

За каждый год планового периода в суммарные затраты $\sigma_i^k, t = \overline{1, T}$, по существующему парку включаются только эксплуатационные расходы. Так как затраты на эксплуатацию одного изделия принято считать независимыми от объема выпуска, при удовлетворении j -й потребности i -м типоразмером верно соотношение

$$\sigma_i^k = \sum_{t=1}^{N^k} S_V(Z_i) L_{T_j} t/t_i^p, t = \overline{1, T}. \quad (3)$$

Здесь $S_V(Z_i)$ — затраты на эксплуатацию i -го изделия в течение всего планируемого срока службы t_i^p .

Задав прогноз (2) изменения каждого из существующих типоразмеров на каждый год планового периода, решаем задачу распределения существующего парка изделий по M -мерному полю требуемых изделий, определяемому прогнозом (1). При этом все изделия используются для обслуживания требований данного поля, а затраты на обслуживание должны быть минимальны. В каждый год планового периода часть поля остается необслуженной. Назовем эти части разностными полями, которые в своей совокупности образуют динамическое поле требований X^d . Его координатами являются технические параметры, а требования, включенные в него, должны быть обслужены новыми изделиями. Поэтому строим оптимальный типоразмерный ряд новых изделий [1; 2].

Обозначим количество требуемых изделий через N^d , а их параметры через $Y_i, i = \overline{1, N^d}$. Введем переменные $\delta_{ij} \in \{0, 1\}, i = \overline{1, N^d}, j = \overline{1, N^d}$, указывающие, какие предлагаемые изделия применяются для удовлетворения спроса на требуемые изделия. Поскольку спрос на каждое изделие должен быть удовлетворен, решение (δ_{ij}) должно соответствовать ограничениям

$$\sum_{i=1}^{N^d} \delta_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, N^d}. \quad (4)$$

Очевидно, что

$$N_{Y_i} = \sum_{j=1}^{N^d} L_{T_j} \delta_{ij}, \quad i = \overline{1, N^d}. \quad (5)$$

Для изделий типа i суммарные затраты на разработку, производство и эксплуатацию

$$\sigma_i^S = S_V(Y_i) g_V(N_{Y_i}) + S_V(Y_i) N_{Y_i}, \quad i = \overline{1, N^d}, \quad (6)$$

где $g_V(N_{Y_i})$ — полуаддитивная неубывающая функция, харак-

теризующая зависимость затрат, которые приходится на одно изделие i -го типа, от серии выпуска N_{Y_i} .

Для изделий всех типоразмеров, образующих ряд, суммарные затраты

$$\sigma^S = \sum_{i=1}^{N^d} \sigma_i^S. \quad (7)$$

Таким образом, задача формирования оптимального типоразмерного ряда новых изделий заключается в следующем: сформировать типоразмерный ряд Y так, чтобы удовлетворить все потребности X^d путем соблюдения ограничений (4) и при этом минимизировать целевую функцию (7) с учетом (6) и (5).

Это обычная задача многомерной стандартизации. Множество предлагаемых изделий задается в виде множества требуемых изделий; из них необходимо выбрать K новых изделий, которые и составят оптимальный ряд. В качестве метода построения нового типоразмерного ряда, так же, как и в задачах распределения при определении разностных полей, используется метод таблиц [3].

Суммарные затраты σ_i^S в t -й год периода T по новому парку

$$\sigma_i^S = \sum_{v=1}^{N^d} S_v(Y_i) [g_v(N_{Y_i}t) + N_{Y_i}t], \quad t = \overline{1, T}. \quad (8)$$

Сформулируем задачу оптимизации порядка смены поколений конструкций с учетом их жизненных циклов: построить перспективный парк изделий и определить оптимальные сроки списания существующих и ввода в эксплуатацию новых типоразмеров так, чтобы удовлетворить все требования, предъявляемые к системе обслуживания за весь плановый период, и с учетом (3) и (8) осуществить минимизацию:

$$\sum_{i=1}^T (\sigma_i^k + \sigma_i^S) \rightarrow \min.$$

Схема решения задачи основана на идеях проф. А. В. Дабагыана и состоит из следующих этапов:

1. По каждой потребности формируем пары из старых и новых изделий, которые по своим характеристикам могут удовлетворить эту потребность. В область обслуживания пары может входить больше, чем одна работа, требующая выполнения.

2. Сформировав N^p пар и определив их области обслуживания, используем алгоритм метода таблиц [3]. Применение другого (не только точного, но и приближенного) метода, например ветвей и границ [4], может оказаться неприемлемым, так как алгоритм метода должен анализировать $N^p T$ возможных вариантов.

В результате работы алгоритма, например, j -я потребность останется в l -й таблице, соответствующей t -му году планового периода. Это означает, что j -я потребность должна удовлетворяться до $(t-1)$ -го года изделием старого типа из пары l , а начиная с t -го года и до конца периода T — новым изделием из l -й пары.

В результате получаем для новых изделий кривую потребности по каждому типоразмеру $P_i(t)$, $t=\overline{1, T}$, $i=\overline{1, K}$ (9).

3. Задаваясь технико-экономическими характеристиками новых изделий, а также кривыми идеальной потребности в изделиях новых типов (9), строим кривые возможного изменения парка новых изделий каждого типа, базирующихся на кривых выпуска, вид которых и характер изменения определяется опытом их производства. Построенные кривые возможного изменения парка $V_i(t)$, $t=\overline{1, T}$, $i=\overline{1, K}$ (10) являются интегральными кривыми выпуска изделий с учетом их списания.

Если выполняется соотношение $P_i(t) > V_i(t)$, $t=\overline{1, T}$, $i=\overline{1, K}$ (11), то, следовательно, производство не в состоянии полностью обеспечить потребность в изделиях новых типоразмеров и необходимо частично расширить производство изделий существующих типов. При этом нужно снова решить всю задачу, начиная с этапа определения X^d . Ограничения на наиболее устаревшие типоразмеры определяются прогнозом (2), а для всех остальных ограничения сверху снимаются. Ограничениями на парк новых изделий являются кривые (10). В результате получаем оптимальное решение в виде кривых реальной потребности в новых изделиях каждого типоразмера $R_i(t)$, $t=\overline{1, T}$, $i=\overline{1, K}$ (12).

Если неравенство (11) не выполняется, то, следовательно, прогноз (2) соответствовал чрезмерному выпуску и завышенным срокам эксплуатации существующих изделий. Поэтому задачу необходимо пересчитать, начиная с этапа определения динамического поля требований X^d , но с другими ограничениями: ограничения на морально наиболее устаревшую часть существующих конструкций отсутствуют снизу, на оставшуюся часть старого парка остаются неизменными, соответствующими первоначальному прогнозу, а ограничения на новые изделия представляют собой кривые (10). В результате получаем оптимальное решение в виде кривых (12).

Кривые реальной потребности в новых изделиях (12) дают возможность установить все этапы жизненных циклов изделий новых типоразмеров: начало проведения научно-исследовательских работ и ОКР, начало освоения в производстве и производство, момент ввода в эксплуатацию. Ввод новых изделий в эксплуатацию предопределяет промежуток времени, когда соответствующие старые изделия должны быть списаны.

Список литературы: 1. Дабаян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств. М., 1979. 280 с. 2. Береснев В. Л., Гимади Э. Х., Деметьев В. Т. Экстремальные задачи стандартизации. Новосибирск, 1978. 335 с. 3. Мезенцев И. В. Об одном алгоритме решения распределительной задачи большой размерности // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1985, № 220: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 5. С. 57—59. 4. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. К., 1985. 384 с.

Поступила в редколлегию 12.09.86

СОДЕРЖАНИЕ

Костенко Ю. Т., Воронин А. В. Оптимальные модели пониженного порядка дискретных стохастических систем	3
Любчик Л. М., Толстопопова С. В. Оптимальное оценивание входных сигналов дискретных стохастических систем	5
Кириченко А. И., Харченко О. Ю. Управление неустойчивым состоянием дискретного линейного объекта с несимметричными ограничениями на управление	7
Фролов Ю. А. Управление движением по решениям вспомогательных задач	10
Голоскоков Е. Г., Ласенко Р. Е. Методика построения передаточных функций систем автоматического регулирования по структурной схеме с использованием ЭВМ	13
Герасимов С. Д. Исследование устойчивости дискретно-непрерывных систем автоматического регулирования	16
Пикур Э. А., Рохленко В. Ю., Северин В. П. Математические модели гидравлического мостика сопло-заслонка	19
Шипулина Л. В., Середа Н. В., Рыльцева С. А. Синтез инерционного разворота осесимметричного объекта	21
Зефилов В. Н., Коваль В. А., Куценко Н. Т., Подольский Е. Н. Один алгоритм управления с идентификацией	25
Панченко А. Н., Хижниченко И. В. Метод восстановления температурного поля оптически плотных сред	28
Овчарова Д. К., Васильева Н. Ю. О регуляризации вырожденных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений	31
Домнина И. Н., Мазманишвили А. С. Исследование точностных характеристик алгоритма численного обращения преобразования Лапласа в условиях помех входных данных	34
Абакулова С. В. Метод синтеза оптимальных траекторий и управления движением простейшего манипулятора	37
Малых О. Н., Ардельян А. В., Кожин Ю. Н., Шахновский Ю. С. Моделирование микропрограмм сетями Петри	41
Слепченко А. П., Нечипуренко В. И. Организация управления материальными потоками и моделирование функционирования ГПС	45
Кононенко И. В. Моделирование развития и типизация разработок гибких производственных систем	48
Мельзидинов Э. М. Предикатное описание объекта управления при имитационном моделировании роботизированного технологического комплекса	51
Наумов Л. Н. Модель статистического эксперимента на базе системы КАМАК	53
Дабагян А. В., Горелый А. В., Иванов Л. В. Согласованное перераспределение ресурсов в деловой игре «Кооперирование и эффективность»	56
Заруба В. Я. Эффективность законов пропорционального распределения ресурса	58
Деркач В. М. Механизмы распределения плановых заданий	62
Лисицкий В. Л. О качестве функционирования двухуровневых разрабатываемых систем	65
Голоскоков А. Е. Метод построения области допустимых вариаций параметров задачи проектирования при заданном уровне изменения оптимального решения	68
Годлевский М. Д., Никифоров А. В. Об одном подходе к синтезу структуры технических средств аэродромного комплекса на основе средств имитационного моделирования	71
Макаренко А. В., Лесная Е. Г., Сидельникова Е. Ф. Оптимизация многомерного параметрического ряда управляющих машин, используемых в АСУ ТП	74
Мезенцев И. В., Орловский Д. Л. Оптимизация порядка смены поколений конструкций с учетом их жизненных циклов	77

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 252

Техническая кибернетика
и ее приложения

Выпуск 8

Редактор *Г. А. Романец*
Художественный редактор *В. А. Рияка*
Технический редактор *Г. П. Александрова*
Корректор *Л. П. Сыч*

№ 12780—ОИБ

Сдано в набор 22.09.87. Подписано в печать 08.01.88. БЦ 09502.
Формат 60×90/16. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать
высокая. Усл. печ. л. 5,5. Усл. кр.-отт. 5,75. Уч.-изд. л. 6. Тираж
500 экз. Изд. № 1594. Зак. 1385. Цена 85 к. Заказное.

Издательство при Харьковском государственном университете изда-
тельского объединения «Выща школа».
310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

Харьковская городская типография № 16.
310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

РЕФЕРАТЫ

УДК 681.513

Оптимальные модели пониженного порядка дискретных стохастических систем/ Костенко Ю. Т., Воронин А. В.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 3—5.

Показано применение методов агрегирования к задаче выбора оптимальной модели пониженного порядка для стационарной линейной стохастической системы. В качестве критерия оптимальности использовано среднеквадратическое отклонение линейных комбинаций состояний исходной системы от комбинаций модели. Приведен рекуррентный алгоритм для определения параметров модели пониженного порядка.

Библиогр. ссылка в подстроч. прим.

УДК 62-50

Оптимальное оценивание входных сигналов дискретных стохастических систем/ Любчик Л. М., Толстомятова С. В.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 5—7.

Рассмотрена задача оценивания входного сигнала дискретной динамической системы по ее выходному сигналу, измеряемому со случайной помехой. На основе теории инвариантных наблюдателей получены рекуррентные алгоритмы оптимального оценивания.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 62-50

Управление неустойчивым состоянием дискретного линейного объекта с несимметричными ограничениями на управление/Криченко А. И., Харченко О. Ю.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 7—10.

Определена возможность приближенной стабилизации состояния стационарного линейного динамического объекта (с несимметрично ограниченными управляющими воздействиями) тремя методами программного управления. Показано преимущество метода циклического управления. Предложен алгоритм выбора управляющих воздействий.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 62-50

Управление движением по решениям вспомогательных задач/Фролов Ю. А.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 10—13.

Описаны процедуры решения двухточечных краевых задач управления движением, основанные на решениях прямой и обратной вспомогательных задач. Рассмотрены случаи управления по опорной модели, квазипоптимального и оптимального управлений. Приведены примеры прямых и обратной вспомогательных задач.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 62-50

Методика построения передаточных функций систем автоматического регулирования по структурной схеме с использованием ЭВМ/Голоскоков Е. Г., Ласенко Р. Е.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 13—16.

Предложена методика построения передаточной функции по известным передаточным функциям звеньев САР и структуре их соединения с помощью ЭВМ. Применение методики проиллюстрировано примером.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 62-523

Исследование устойчивости дискретно-непрерывных систем автоматического регулирования/Герасимов С. Д.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 16—19.

Описан метод определения оптимальных параметров дискретно-непрерывных систем автоматического регулирования из условия обеспечения максимальной устойчивости. Приведен пример исследования паровой турбины с электрогидравлическим следящим приводом и дискретными контурами регулирования по мощности и частоте.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 62-5

Математические модели гидравлического мостика сопло-заслонка/Пикур Э. А., Рохленко В. Ю., Северин В. П.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 19—21.

Получена система нелинейных уравнений, описывающих работу гидравлического мостика с учетом нерегулируемого гидравлического сопротивления сопла. Результаты могут быть использованы при построении нелинейных и линеаризованных моделей электрогидравлических систем регулирования.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.516

Синтез инерционного разворота осесимметричного объекта/Шипулина Л. В., Середа Н. В., Рыльцева С. А.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 21—25.

Предложен простой в реализации метод решения задачи разворота, основанный на геометрической интерпретации Пуансо для случая вращения тела по инерции. Приведены аналитические зависимости и численный пример.

Табл. 1. Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.5.01

Один алгоритм управления с идентификацией/Зефирова В. Н., Коваль В. А., Куценко Н. Т., Подольский Е. Н.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 25—28.

Дан алгоритм управления процессом, описываемым дифференциальным уравнением $\dot{x} = f(x, \dot{x}, t) + u$, где $f(x, \dot{x}, t)$ — медленноменяющаяся непосредственно не измеряемая функция (возмущение). Величина $x(t)$ доступна измере-

нию в дискретные моменты времени с шагом h . Каждый шаг алгоритма содержит идентификацию возмущения, с помощью которой определяется управление на промежутке времени длиной h .

Ил. 1.

УДК 621.039

Метод восстановления температурного поля оптически плотных сред/Панченко А. Н., Хижниченко И. В.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 28—31.

Предложена методика восстановления поля температур поперечного сечения объекта по измеренным с помощью тепловизора значениям суммарной интенсивности излучения. Показано, что восстановление температурного поля целесообразно проводить методами реконструктивной томографии с учетом поглощения излучения веществом объекта.

Библногр.: 2 назв.

УДК 519.6

О регуляризации вырожденных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений/Овчарова Д. К., Васильева Н. Ю.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 31—34.

Рассмотрено применение методов регуляризации Тихонова и Лаврентьева для решения системы линейных алгебраических уравнений. Установлено, что для построения приближенного нормального решения плохо обусловленной или вырожденной системы может быть использован только метод Тихонова.

Ил. 2. Библногр.: 2 назв.

УДК 681.51

Исследование точностных характеристик алгоритма численного обращения преобразования Лапласа в условиях помех входных данных/Домнина И. Н., Мазманишвили А. С.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 34—37.

Изучена помехоустойчивость алгоритма численного обращения преобразования Лапласа, основанного на использовании базиса функций экспоненциального вида. На основе численного моделирования получено, что для восстановления функции-образа с однопроцентной интегральной погрешностью необходима относительная точность задания функции-изображения не ниже $5 \cdot 10^{-7}$.

Ил. 1. Библногр.: 3 назв.

УДК 007.5

Метод синтеза оптимальных траекторий и управления движением простейшего манипулятора/Бакумова С. В.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 37—41.

Рассмотрена постановка задачи движения обслуживающего промышленного робота, в которой из всего движения выделены операции настройки и циклические операции переноса. Предложены решения задач определения траекторий движения простейшего манипулятора при выполнении операций переноса, синтеза его кинематической структуры, построения программных движений.

Ил. 2. Библногр.: 3 назв.

УДК 681.3

Моделирование микропрограмм сетями Петри/Малых О. Н., Ардельян А. В., Кожин Ю. Н., Шахновский Ю. С./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 41—45.

Предложен способ моделирования условий связи по данным микроопераций линейного участка микропрограммы в терминах сетей Петри. Построенная модель позволяет находить допустимую перестановочность микроопераций по отношению к их исходной записи в микропрограмме.

Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

УДК 658.512

Организация управления материальными потоками и моделирование функционирования ГПС/Слепченко А. П., Нечипуренко В. И./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 45—48.

Описаны алгоритмы управления материальными потоками ГПС с переменной структурой автоматизированной транспортно-складской системы. Приведено время тестового моделирования технологического процесса ГПС с 25 единицами оборудования.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 62-50

Моделирование развития и типизация разработок гибких производственных систем/Коновалов И. В./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 48—50.

Предложена двухэтапная процедура синтеза развивающейся структуры ГПС, включающая в себя решение динамической оптимизационной задачи и имитационное моделирование. Описана задача построения динамического типоразмерного ряда АСУ ГПС.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 658.52

Предикатное описание объекта управления при имитационном моделировании роботизированного технологического комплекса/Мельзидинов Э. М./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 51—53.

Изложен порядок описания объекта управления при имитационном моделировании роботизированных систем с использованием алгебры предикатов. Приведенная методика позволяет легко варьировать принципы обслуживания и вырабатывать варианты управления роботом в форме лент конечных автоматов.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 519.852

Модель статистического эксперимента на базе системы КАМАК/Наумов Л. Н./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 53—55.

Предложена модель статистического эксперимента с применением стандартных модулей КАМАК. Описано функциональное взаимодействие ее элементов. Приведены отличительные признаки статистического эксперимента при подаче на вход модели широкополосного шума, аддитивно наложенного на детерминированный сигнал.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 658.521

Согласованное перераспределение ресурсов в деловой игре «Кооперирование и эффективность»/Д а б а г я н А. В., Горелый А. В., Иванов Л. В./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 56—58.

Рассмотрен вариант решения задачи перераспределения ресурсов между элементами двухуровневой организационной системы в условиях кооперирования. Перечислены основные проблемы разработки деловой игры для решения данной задачи. В математической модели использовано формализованное представление элементов системы с помощью степенных производственных функций.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 65.012

Эффективность законов пропорционального распределения ресурса/З а р у б а В. Я./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 58—61.

Изложены вопросы построения законов распределения ограниченного ресурса в двухуровневой активной системе в условиях получения центром информации о потребностях от производственных элементов. Для законов распределения, обеспечивающих существование МГР-оптимальной ситуации в складывающейся игре элементов, определены необходимые условия эффективности.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 65.012

Механизмы распределения плановых заданий/Д е р к а ч В. М./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 62—64.

Рассмотрена задача распределения плановых заданий в двухуровневой производственной системе. Предложены механизмы планирования, обеспечивающие получение равновесных планов системы.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.6

О качестве функционирования двухуровневых разрабатывающих систем/Л и с и ц к и й В. Л./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 65—68.

Дана оценка качества функционирования двухуровневых разрабатывающих систем на заданном интервале планирования. Предложен способ определения календарных планов и начальных структур системы, обеспечивающих минимальное отклонение процессов разработок от идеальных режимов.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.6

Метод построения области допустимых вариаций параметров задачи проектирования при заданном уровне изменения оптимального решения/Г о л о с к о к о в А. Е./Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 68—71.

Описан метод построения множества допустимых вариаций параметров задачи проектирования, при которых оптимальные решения находятся в заданных пределах. Определены требования к модели задачи проектирования.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 658.012

Об одном подходе к синтезу структуры технических средств аэродромного комплекса на основе средств имитационного моделирования/Годлевский М. Д., Никифоров А. В.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 71—74.

Рассмотрен синтез сложных систем в динамике их развития на примере технических средств аэродромного комплекса. Описан поиск оптимальной структуры с использованием идеи локальной оптимизации на основе средств имитационного моделирования.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 658.512

Оптимизация многомерного параметрического ряда управляющих машин, используемых в АСУ ТП/Макаренко А. В., Лесная Е. Г., Сидельникова Е. Ф.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 74—77.

Представлена задача формирования параметров управляющих машин, образующих многомерный параметрический ряд. Для решения этой дискретной экстремальной задачи предложен усовершенствованный метод дихотомии. Для частного случая показано применение метода динамического программирования.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 658.512

Оптимизация порядка смены поколений конструкций с учетом их жизненных циклов/Мезенцев И. В., Орловский Д. Л.//Вестн. Харьк. политехн. ин-та. 1988. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. С. 77—80.

Рассмотрена постановка задачи оптимальной замены существующего парка новым с учетом их жизненных циклов и прогнозных значений параметров изделий. Описан алгоритм решения этой задачи. В качестве критерия оптимальности использован минимум суммарных затрат на разработку, производство и эксплуатацию изделий обоих поколений конструкций.

Библиогр.: 4 назв.