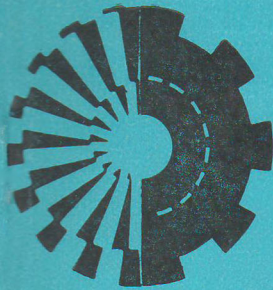


ВЕСТНИК



**Харьковского
политехнического
института**

229 ' 86

**ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

ВЫПУСК 6

»ВИЦА ШКОЛА«

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ВЕСТНИК

Харьковского политехнического института

№ 229

**ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Основан в 1979 г.

ВЫПУСК 6

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1986

Вестник Харьковского политехнического института. — Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. — № 229. Техническая кибернетика и ее приложения. Вып. 6. 73 с.

В вестнике рассмотрены вопросы математического моделирования и оптимизации технических, социально-экономических систем. Затронуты проблемы управления этими системами. Предложены методы решения задач распределения, планирования и размещения. Описано построение оптимальных типоразмерных рядов изделий.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1986 г.

Для научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: Е. Г. Голоскоков (отв. ред.), Н. И. Безменов (отв. секр.), В. Б. Гринев, А. В. Дабаян, В. Н. Карабан, Ю. Т. Костенко, Ю. А. Фролов

Ответственный за выпуск *Н. И. Безменов*

Печатается по решению Ученого совета инженерно-физического факультета от 21 декабря 1984 г.

Адрес редакционной коллегии: 310002, Харьков-2, ул. Фрунзе, 21, политехнический институт, инженерно-физический факультет, тел. 40-04-75

Редакция научно-технической литературы

ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 229

**Техническая кибернетика
и ее приложения**

Выпуск 6

Редактор *Г. А. Романец*. Художественный редактор *Т. П. Короленко*. Технический редактор *Л. Т. Ена*. Корректор *Л. А. Марченко*

Н/К

Сдано в набор 09.10.85. Подп. в печать 11.02.86. БЦ 08554. Формат 60×90₁₆. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Выс. печать. 4,5 печ. л. 4,75 кр.-отт. 5 уч.-изд. л. Тираж 500 экз. Изд. № 1360. Зак. 1463. Цена 70 к.

Издательство при Харьковском государственном университете
издательского объединения «Вища школа»
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

Харьковская городская типография № 16
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

В $\frac{1502000000-027}{M226(04)-86}$

© Харьковский политехнический институт, 1986

Ю. Т. КОСТЕНКО, канд. техн. наук,
Л. М. ЛЮБЧИК, канд. техн. наук

УПРАВЛЯЕМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

Проектирование систем управления технологическими процессами включает в себя рациональный выбор множества управляющих воздействий и оценку длительности интервала управления. При этом требуется обеспечить заданную точность с учетом ограничений на переменные состояния и управления. Для формализации указанных практических задач необходимо распространение понятия управляемости на случай ограниченных управлений и заданных множеств начальных и конечных состояний системы. Отметим, что в области теории управляемости систем с ограниченными ресурсами достигнут ряд существенных результатов. Так, подробно исследована структура множеств достижимости линейных систем при наличии разнообразных ограничений на управления [1]. Найдены необходимые и достаточные условия существования управления из заданного множества, гарантирующие возможность приведения системы в начало координат [2]. Предложен игровой подход к решению задачи приближенной управляемости [3]. Однако проверка условий управляемости, изложенных в перечисленных работах, достаточно сложна и является, по существу, самостоятельной задачей. Используя метод гарантированных эллипсоидальных оценок [4], получим простые достаточные условия управляемости, допускающие эффективную алгоритмизацию проверки их выполнения.

Рассмотрим дискретную управляемую динамическую систему

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad k=0, 1, \dots, N-1. \quad (1)$$

Здесь x_k — вектор состояния системы, $x_k \in R^n$; u_k — вектор управления, $u_k \in R^m$; R^n — n -мерное векторное пространство; A , B — постоянные матрицы соответствующих размеров. Предполагается, что на последовательность управлений u_0, \dots, u_{N-1} наложены ограничения вида

$$\sum_{k=0}^{N-1} (u_k - \bar{u}_k)^T R_k^{-1} (u_k - \bar{u}_k) \leq 1,$$

а возможные значения заданного начального состояния x_0 и требуемого конечного состояния x^* ограничены множествами, аппроксимированными многомерными эллипсоидами

$$x_0 \in E(\bar{x}_0, Q_0) = \{x | (x - \bar{x}_0)^T Q_0^{-1} (x - \bar{x}_0) \leq 1\};$$

$$x^* \in E(\bar{x}_N, Q_N) = \{x | (x - \bar{x}_N)^T Q_N^{-1} (x - \bar{x}_N) \leq 1\}.$$

Методика аппроксимации множеств ограничений различной структуры эллипсоидами минимального объема приведена в работе [4].

Из системы (1) вытекает, что для фиксированной последовательности управлений $u = (u_0, \dots, u_{N-1})^T$

$$x_N = A^N x_0 + Gu, \quad G = (A^{N-1}B \parallel \dots \parallel AB \parallel B).$$

Определения. Систему (1) называем вполне управляемой относительно множеств $E(x_0, Q_0), E(x_N, Q_N)$ на интервале $[0, N-1]$, если для любых $x_0 \in E(x_0, Q_0), x^* \in E(x_N, Q_N)$ найдется последовательность допустимых управлений u_0, \dots, u_{N-1} , такая что $x_N = x^*$. Если при выполнении указанных условий $\|x_N - x^*\| \leq \varepsilon$, то систему (1) называем ε -управляемой.

Достаточным условием управляемости системы (1) является включение $U_z \subset E(\bar{u}, R)$, где $\bar{u} = (\bar{u}_0, \dots, \bar{u}_{N-1})^T$; R — блочно-диагональная матрица, составленная из матриц $R_k, k = 0, \dots, N-1$; U_z — множество последовательностей управлений, обеспечивающих достижение произвольной точки из множества возможных значений вектора $z = x_N - A^N x_0$. Аппроксимируя это множество эллипсоидом минимального объема по методике, изложенной в работе [4], записываем

$$U_z = \{u \mid (Gu - \bar{z})^T Q^{-1} (Gu - \bar{z}) \leq 1\};$$

$$\bar{z} = \bar{x}_N - A^N \bar{x}_0; \quad Q = (1 + p^{-1}) Q_N + (1 - p^{-1}) A^N Q_0 (A^N)^T.$$

Здесь p — положительный корень уравнения

$$\sum_{i=1}^n (\lambda_i + p)^{-1} = n [p(p-1)]^{-1},$$

а числа λ_i — корни уравнения

$$\det(Q_N - \lambda A^N Q_0 (A^N)^T) = 0.$$

Найдем вектор $u^* \in U_z$, максимально удаленный от центра множества ограничений \bar{u} в метрике, определяемой обобщенной нормой $(u - \bar{u})^T R^{-1} (u - \bar{u}) \rightarrow \max, u \in U_z$.

Решив сформулированную задачу нелинейного программирования методом множителей Лагранжа, получим критерий управляемости в виде

$$\max_{\alpha} \varphi(\alpha) \leq 1, \quad \varphi(\alpha) = (u(\alpha) - \bar{u})^T R^{-1} (u(\alpha) - \bar{u});$$

$$u(\alpha) = (\alpha R^{-1} + G^T Q^{-1} G)^{-1} (G^T Q^{-1} \bar{z} + \alpha R^{-1} \bar{u}), \quad (2)$$

где α — отрицательные корни уравнения

$$f(\alpha) = (Gu(\alpha) - \bar{z})^T Q^{-1} (Gu(\alpha) - \bar{z}) = 1.$$

Использование критерия (2) приводит к следующему алгоритму анализа управляемости: 1. Задавшись числом интервалов управления N , вычислить матрицы R, G, Q . 2. Найти отрицательные корни уравнения $f(\alpha) = 1$. 3. Выбрать значение α^* , при котором функция $\varphi(\alpha)$ принимает максимальное значение. 4. Если $\varphi(\alpha^*) \leq 1$, система управляема.

Аналогично производится проверка условий ε -управляемости. Заметим, что наиболее трудоемкая часть алгоритма — вычисление корней алгебраических уравнений, однако оно достаточно просто реализуется известными методами.

При наличии ограничений, симметричных относительно начала координат ($\bar{u}=0, \bar{z}=0$), условия управляемости могут быть получены в явном виде. Необходимым и достаточным условием выполнения включения $U_z \subset E(0, R)$ является следующее неравенство для опорных функций соответствующих множеств [5]:

$$\begin{aligned} \delta(y, G, Q) &\leq \delta(y, R), \quad y \in \bar{R}^{mN}; \\ \delta(y, G, Q) &= \max_{u \in U_z} y^T u = \sqrt{y^T (G^T Q^{-1} G)^+ y}; \\ \delta(y, R) &= \max_{u \in E(0, R)} y^T u = \sqrt{y^T R y}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь знак $+$ означает операцию псевдообращения. Из равенств (3) следует, что критерием управляемости служит положительная полуопределенность матрицы $R - (G^T Q^{-1} G)^+$.

Приведем этот критерий к форме, более удобной для практического применения. Осуществляя преобразования подобия с симметрической матрицей $G^T Q^{-1} G$ и используя свойства псевдообратных матриц, находим

$$G^T Q^{-1} G (R - (G^T Q^{-1} G)^+) G^T Q^{-1} G = G^T Q^{-1} (G R G^T - Q) Q^{-1} G.$$

В результате эквивалентный критерий управляемости записываем в виде условия положительной полуопределенности матрицы $G R G^T - Q$.

Пример. Рассмотрим задачу исследования управляемости одномерной системы

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= a x_k + b u_k, \quad x_k \in \bar{R}^1, \quad u_k \in \bar{R}^1, \quad k=0, \dots, N-1; \\ (x_0 - \bar{x}_0)^2 &\leq q_0^2; \quad (x_N - \bar{x}_N)^2 \leq q_N^2; \quad \sum_{k=0}^{N-1} (u_k - \bar{u}_k)^2 \leq r^2. \end{aligned}$$

При этом критерий управляемости (2) путем несложных преобразований приводится к виду

$$r^2 g g^T \geq [q + (\bar{z} - g \bar{u})]^2, \quad g = (a^{N-1} \dots a_1) b;$$

$$\bar{z} = \bar{x}_N - a^N \bar{x}_0; \quad q = q_N + a^N q_0.$$

Для симметричных ограничений отсюда следует условие управляемости системы за N шагов

$$r^2 b^2 (1 - a^2)^{-1} (1 - a^{2N}) \geq (q_N + a^N q_0)^2,$$

которое позволяет выбрать минимальное число интервалов управления N^* , обеспечивающее управляемость системы относительно заданных множеств ограничений. Заметим, что указанный выбор возможен при выполнении условия асимптотической управляемости

$$r^2 b^2 (1 - a^2)^{-1} > q_N^2.$$

Таким образом, полученные критерии позволяют согласовывать выбор ресурсов управления с имеющимися ограничениями.

Список литературы: 1. *Формальский А. М.* Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами. — М.: Наука, 1974. — 368 с. 2. *Коробов В. И., Маринич А. Г., Подольский Е. Н.* Управляемость линейных автономных систем при наличии ограничений на управления. — Дифференц. уравнения, 1975, 11, № 11, с. 1967—1979. 3. *Марцолло А.* Об одном алгоритме для определения условий ϵ -управляемости в присутствии шума с неизвестной статистикой. — Автоматика и телемеханика, 1972, № 2, с. 87—97. 4. *Чернушко Ф. Л.* Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов. — Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1980, № 3, с. 3—28. 5. *Рокафеллер Р.* Выпуклый анализ: Пер. с англ. — М.: Мир, 1973. — 469 с.

Поступила в редколлегию 03.11.84.

УДК 62-50

А. В. ВОРОНИН

ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В связи с созданием высокоэффективных методов теплофизической обработки, таких как электронно-лучевой и лазерный нагрев материалов, необходимо разработать системы автоматического управления распределенным объектом с подвижным воздействием. Для синтеза подобных систем с обратной связью требуется получить оценки состояний распределенного объекта в произвольной точке пространства. Указанная задача эффективно решается методом конечных интегральных преобразований.

Рассмотрим задачу нагрева длинного тонкого стержня с помощью подвижного управляющего воздействия. Динамика процесса определяется уравнением

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} = d \frac{\partial^2 Q(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t) + \xi(x, t) \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} \alpha_1 \frac{\partial Q(-a, t)}{\partial x} + \beta_1 Q(-a, t) &= \gamma_1; \\ \alpha_2 \frac{\partial Q(a, t)}{\partial x} + \beta_2 Q(a, t) &= \gamma_2, \end{aligned} \quad (2)$$

причем начальное условие $Q(x, 0) = Q_0(x)$. Здесь $Q(x, t)$ — функция температурного поля; $f(x, t) = u(t) \delta(x - x^*(t))$ — управляющее воздействие; $\xi(x, t)$ — возмущение, удовлетворяющее условиям

$$E[\xi(t)] = 0; E[\xi(t)\xi^T(\tau)] = \sigma_\xi^2 I \delta(t - \tau),$$

где $\sigma_\xi^2 I$ — ковариационная матрица случайных внешних воздействий. Ограничимся рассмотрением частного случая подвижного управления, изменяющегося по линейному закону $x^*(t) = kt + b$.

Уравнения измерений состояния системы имеют вид $y_i(t) = Q(x_i, t) + \eta_i$, $i = 1, r$. Здесь $Q(x_i, t)$ — температура; η_i — шум измерения; y_i — результат измерения в точке x_i , $E[\eta] = 0$, $E[\eta\eta^T] = R$.

Задача оценивания состояния распределенного объекта заключается в построении оценки $\hat{Q}(x, t)$, которая оптимальна в среднеквадратическом смысле и в дальнейшем может быть использована в контуре управления с обратной связью. Для синтеза оптимального фильтра построим конечномерную аппроксимацию системы (1), (2) с помощью метода конечных интегральных преобразований. Рассмотрим функцию $Q(x, t)$ в виде модального представления

$$Q(x, t) = \sum_{n=1}^N z_n(t) \varphi_n(x),$$

для вычисления которого применяется интегральное преобразование вида

$$z_n(t) = \int_{-a}^a Q(x, t) \varphi(\lambda_n, x) dx. \quad (3)$$

Далее следует определить вид функции $\varphi(\lambda, x)$. Используя преобразование (3) и формулу Грина, приходим к самосопряженной задаче Штурма — Лиувилля [1]. Получив выражения для собственных значений и функций этой задачи, найдем

$$\begin{aligned} \varphi(\lambda, x) &= \alpha_0 \cos \lambda x + \beta_0 \sin \lambda x, \text{ где } \alpha_0 = \alpha_1 \cos \lambda a - \beta_1 \sin \lambda a; \\ \beta_0 &= \beta_1 \cos \lambda a - \alpha_1 \lambda \sin(\lambda a) / \lambda. \end{aligned}$$

Собственные значения λ установим из характеристического уравнения

$$(\alpha_2 \beta_1 \lambda - \alpha_1 \beta_2) \operatorname{tg}^2 \lambda a + (\beta_1 \beta_2 \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) - \alpha_1 \alpha_2 \lambda) \operatorname{tg} \lambda a + (\alpha_2 \beta_1 - \alpha_1 \beta_2) = 0.$$

Нормы собственных функций определяются выражением

$$\|\varphi(\lambda, x)\|^2 = \int_{-a}^a \varphi^2(\lambda, x) dx = (\alpha_0^2 - \beta_0^2) \frac{\sin 2\lambda a}{\lambda} + (\beta_0^2 - \alpha_0^2 + 2)a.$$

Применим конечномерное интегральное преобразование к уравнению (1):

$$\frac{dz_i}{dt} = -d\lambda_i^2 z_i + \left(\frac{\gamma_2}{\alpha_2} - \frac{\gamma_1}{\alpha_1}\right) \alpha_0 \cos \lambda_i a + \left(\frac{\gamma_2}{\alpha_2} + \frac{\gamma_1}{\alpha_1}\right) \beta_0 \sin \lambda_i a + u(t) (\alpha_0 \cos \lambda_i (kt + b) + \beta_0 \sin \lambda_i (kt + b)) + \xi_i(t), \quad i = 1, N. \quad (4)$$

Систему уравнений (4) представляем в дискретной форме, полагая $t_{n+1} = t_n + T$:

$$\begin{aligned} z_i(t_{n+1}) = & \exp(-d\lambda_i^2 T) z_i(t_n) + \left\{ \left(\frac{\gamma_2}{\alpha_2} - \frac{\gamma_1}{\alpha_1} \right) \alpha_0 \cos \lambda_i a + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\gamma_2}{\alpha_2} + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} \right) \beta_0 \sin \lambda_i a \right\} \frac{1 - \exp(-d\lambda_i^2 T)}{\lambda_i^2} T + u(t_n) \left\{ \left(\frac{\alpha_0}{\lambda_i} + \frac{\beta_0 a}{k} \right) \times \right. \\ & \times \frac{\sin \lambda_i [k(t_n + T) + b]}{\lambda_i} + \left(\frac{\alpha_0 a}{k} - \frac{\beta_0}{\lambda_i} \right) \frac{\cos \lambda_i [k(t_n + T) + b]}{\lambda_i} + \\ & \left. + \exp(-d\lambda_i^2 T) \left[\left(\frac{\alpha_0}{\lambda_i} - \frac{\beta_0 a}{k} \right) \sin \lambda_i (kt_n + b) + \left(\frac{-\alpha_0 a}{k} + \frac{\beta_0}{\lambda_i} \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \cos \lambda_i (kt_n + b) \right] \right\}, \quad i = 1, N. \end{aligned}$$

Обратное преобразование имеет вид

$$Q(x, t) = \sum_{i=1}^N z_n(t) \varphi_n(x) / \|\varphi_n(x)\|^2.$$

Следовательно, уравнение для измерений можно представить как

$$Y = HZ + I\eta.$$

Здесь Y — r -мерный вектор измерений; Z — n -мерный вектор временных мод; H — матрица измерений размера $r \times N$,

$$H = \begin{bmatrix} \varphi_1^*(x_1) & \cdots & \varphi_N^*(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1^*(x_2) & \cdots & \varphi_N^*(x_2) \end{bmatrix}.$$

Окончательно имеем систему

$$\begin{aligned} Z_{n+1} &= \Phi Z_n + BU_n + R + I\zeta; \\ Y_n &= HZ_n + I\eta. \end{aligned} \quad (6)$$

Выражения для элементов матриц в уравнении (6) устанавливаем из соотношений (5). Для решения задачи оценивания временных мод в системе (6) используем стандартную схему фильтра Калмана [2].

Определив \hat{Z} , можно легко найти оценку температурного поля

$$\hat{Q}(x, t) = \sum_{i=1}^N \hat{Z}_n(t) \varphi_n^*(x).$$

Выражение для дисперсии оценок примет вид

$$D(\hat{Q}(x, t)) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{ij} \varphi_i^*(x) \varphi_j^*(x),$$

где P_{ij} — элементы ковариационной матрицы ошибки оценивания Z .

Предложенный алгоритм позволяет получить оптимальные оценки температурного поля в каждой точке исследуемой области и дисперсии указанных оценок с учетом подвижного управления.

Список литературы: 1. Бутковский А. Г., Пустыльников Л. М. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1980. — 315 с. 2. Рей У. Методы управления технологическими процессами: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983. — 274 с.

Поступила в редакцию 01.11.84.

Э. А. ПИКУР, канд. техн. наук, Р. Е. ЛАСЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ СТЕПЕНИ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАТЕЛЬНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

При исследовании систем автоматического регулирования (САР) приходится решать задачу обеспечения требуемых показателей качества переходного процесса: степени устойчивости η и колебательности μ [1, 2].

Вычисление степени устойчивости с использованием ЭВМ не представляет больших трудностей. Сделав подстановку $s = z - \eta$ (1) в характеристический полином $P(s)$, соответствующий сдвигу мнимой оси влево на значение η , можно выяснить его устойчивость с помощью алгебраического критерия. С заданной точностью подбираем η таким образом, чтобы фиктивная система с полиномом $P(s - \eta)$ оказалась на границе устойчивости. Найденное значение η и будет степенью устойчивости.

Колебательность системы $\mu = \text{tg} \varphi$ не удается найти столь же просто. В работе [1] вводится замена $s = jze^{-j\varphi}$, которая соответствует повороту координатных осей на угол $\pi/2 - \varphi$. При этом коэффициенты полинома $P(jze^{-j\varphi})$ оказываются комплексными, что исключает использование алгебраических критериев устойчивости и применение цифровых ЭВМ.

Предлагается следующий метод нахождения колебательности. В характеристическом полиноме производится подстановка $s = ze^{j\alpha}$ (2), отвечающая повороту координатных осей на угол α . Коэффициенты полученного полинома $P_1(z)$ комплексные. При подстановке $s = ze^{-j\alpha}$ полином $P_2(z)$ имеет корни, комплексно-сопряженные с корнями полинома $P_1(z)$. Произведение полиномов $Q(z) = P_1(z) P_2(z)$ (3) содержит уже вещественные коэффициенты. Устойчивость полинома $Q(z)$ однозначно определяется устойчивостью его сомножителей.

Найдем коэффициенты полинома $Q(z)$. Представим $P_1(z)$ в виде $P_1(z) = A(z) + jB(z)$ (4). Тогда $P_2(z) = A(z) - jB(z)$ (5). Подставив соотношения (4), (5) в уравнение (3), получим $Q(z) = A^2(z) + B^2(z)$ (6). Пусть характеристический полином САР дан в виде

$$P(s) = p_n s^n + p_{n-1} s^{n-1} + \dots + p_1 s + p_0 s.$$

Сделав подстановку равенства (2) и разделив мнимые и вещественные части коэффициентов, запишем выражения для $A(z)$, $B(z)$:

$$A(z) = p_n z^n \cos n\alpha + p_{n-1} z^{n-1} \cos (n-1)\alpha + \dots + p_1 z \cos \alpha + p_0; \quad (7)$$

$$B(z) = p_n z^n \sin n\alpha + p_{n-1} z^{n-1} \sin (n-1)\alpha + \dots + p_1 z \sin \alpha. \quad (8)$$

Произведя необходимые элементарные преобразования, из формул (6) — (8) выводим

$$Q(z) = p_n^2 z^{2n} + 2p_n p_{n-1} z^{2n-1} \cos \alpha + \dots + 2p_1 p_0 \cos \alpha + p_0^2. \quad (9)$$

Представив полином как

$$Q(z) = q_k z^k + q_{k-1} z^{k-1} + \dots + g_1 z + g_0 \quad (10)$$

и сравнив соотношения (9), (10), легко получить выражения для коэффициентов полинома:

$$q_k = \begin{cases} 2 \sum_{i=\sigma}^{\tau} p_i p_{k-i} \cos(k-2i) + p_{\tau+1}^2 & \text{при четном } k; \\ 2 \sum_{i=\sigma}^{\tau} p_i p_{k-1} \cos(k-2i) & \text{при нечетном } k, \\ & k = \overline{0, 2n}, \end{cases}$$

где σ — нижняя граница суммирования,

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{при } k \leq n; \\ k - n & \text{при } k > n; \end{cases}$$

τ — верхняя граница суммирования, $\tau = [(k-1)/2]$.

Таким образом, устойчивость полинома $P_1(z)$ с комплексными коэффициентами можно определить, выяснив устойчивость полинома $Q(z)$, коэффициенты которого вещественны. Подобно тому как находилась степень устойчивости η , можно найти угол α и колебательность системы $\mu = \operatorname{tg}(\pi/2 - \alpha)$. Изложенный метод позволяет вычислить колебательность реальных САР большой размерности с помощью цифровых ЭВМ.

Для построения диаграмм степени устойчивости и колебательности разработана программа из пяти блоков, которая использует линейную модель САР в форме Коши. Первый блок в каждом узле сетки на плоскости двух изменяемых параметров САР заполняет матрицу Коши, второй строит характеристический полином методом А. М. Данилевского [3, 4]. В третьем и четвертом блоках определяются степень устойчивости и колебательность. Отметим, что подстановка в полином выражения (1) осуществляется с помощью обобщенной схемы Горнера [3]. Устойчивость находится по критерию Рауса [1, 2, 5]. Значения степени устойчивости и угла α заносятся в две матрицы, причем их размеры соответствуют размеру сетки. В пятом блоке происходит построение диаграмм по этим матрицам. В каждом узле сетки печатается один из трех символов: пробел при $c_{ij} = 0$ (САР неустойчива); цифра, соответствующая значению $10c_{ij}/c_{\max} + 1$ при $0 < c_{ij} < c_{\max}$; знак Ж при $c_{ij} = c_{\max}$. Здесь i, j — индексы узла сетки; c_{ij} — элемент матрицы степени устойчивости или колебательности; c_{\max} — максимальный элемент этой матрицы. Таким образом, на диаграммах различается десять уровней.

В качестве тестовой задачи использовалось уравнение Вышградского, представленное в форме Коши. Диаграммы степени устойчивости η и угла α изображены на рисунке:

12344444445556	111222334455679
12334444445556*ж6	1112223344556*ж7
122344555567966	111222334456766
122345556678655	111222334456655
12345567776554	112223344555555
12344566665544	112223344444444
12334555554443	112223344444444
12233444444333	111223333333333
12233333333333	112223333333333
1122333333222	1112222222222
11222222222	1112222222222
11222222222	11112222222
1111111111	1111111111
11111111	11111111
1111	1111

Наглядность и простота получения этих диаграмм доказывают перспективность и удобство использования разработанной программы для исследования быстродействия и устойчивости САР.

Список литературы: 1. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория системы автоматического регулирования. — М.: Наука, 1975. — 768 с. 2. *Воронов А. А., Титов В. К., Новогранов Б. Н.* Основы теории автоматического регулирования и управления. — М.: Высш. шк., 1977. — 520 с. 3. *Делидович Б. П., Маррон И. А.* Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1970. — 664 с. 4. *Фадеев Д. К., Фадеева В. Н.* Вычислительные методы линейной алгебры. — М.: Физматгиз, 1963. — 734 с. 5. *Бабаков И. М.* Теория колебаний. — М.: Наука, 1965. — 559 с.

Поступила в редколлегию 14.09.84.

УДК 62-50

А. Н. СИРЕНКО

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Важнейшая задача при обработке временных рядов — выбор структуры функции, описывающей детерминированную основу исследуемого случайного процесса. Когда априорных сведений о структуре модели процесса недостаточно, исследователю приходится решать задачу на основе имеющегося опыта и интуиции. При таком подходе используют неформальные оценки и критерии. В результате полученная модель не всегда отражает действительность. Она скорее всего соответствует лишь представлениям исследователя о действительности. В связи с этим желательна формализация процесса выбора структуры моделей изучаемых объектов.

Данную задачу можно решить, представив модель в виде линейной комбинации ортогональных функций. В этом случае задача сводится к оцениванию параметров, входящих в модель линейно. Однако указанный путь, как правило, неприемлем, так как выбрать систему ортогональных функций, обеспечивающую быструю сходимость ряда, достаточно трудно. Медленная сходимость приводит к большому числу оцениваемых коэффициентов и, следовательно, к широким доверительным интервалам. Часто вследствие этого практическое использование модели становится нецелесообразным из-за ее неудовлетворительной точности.

В работах [1, 2] для выбора структуры математических моделей в случае шумовых наслоений с нормальным законом распределения предлагается использовать функции с гибкой структурой (ФГС). Для случая одного аргумента ФГС имеет вид

$$y(x) = F(x) + R(x). \quad (1)$$

Здесь $F(x)$ — модель исследуемого процесса; $R(x)$ — функция, описывающая шумовые наслоения.

В общем виде функция

$$F(x) = A_0 + \sum_{i=1}^n A_i \frac{\delta_i(x - x_0)}{D}, \quad (2)$$

где n — фиксированное натуральное число; $A_i (i=0, 1, \dots, n)$ — постоянные действительные параметры;

$$\delta_i(x - x_0) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_1 & r_2 & \dots & r_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1^{i-2} & r_2^{i-2} & \dots & r_n^{i-2} \\ \varphi_1(x - x_0) & \varphi_2(x - x_0) & \dots & \varphi_n(x - x_0) \\ r_1^i & r_2^i & \dots & r_n^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1^{n-1} & r_2^{n-1} & \dots & r_n^{n-1} \end{vmatrix}; \quad (3)$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_1 & r_2 & \dots & r_n \\ r_1^2 & r_2^2 & \dots & r_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1^{n-1} & r_2^{n-1} & \dots & r_n^{n-1} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

В этих формулах $r_i (i=1, 2, \dots, n)$ — действительные и комплексные попарно сопряженные параметры;

$$\varphi_i(x - x_0) = [e^{r_i(x - x_0)} - 1]/r_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Таким образом, функция (2) зависит от $2n+2$ параметров $x_0; A_0, A_1, \dots, A_n; r_1, r_2, \dots, r_n$, при варьировании значений которых она изменяет свою структуру. Функция $F(x)$ может быть представлена в виде степенного или тригонометрического многочлена, совокупности экспонент либо комбинации перечисленных типов функций. Значения параметров $x_0; A_0, A_1, \dots, A_n; r_1, r_2, \dots, r_n$ определяются путем минимизации функции $R(x)$. Для решения практических задач можно использовать два способа нахождения значений этих параметров [1].

Пусть на отрезке $[a, b]$ заданы конечное число точек x_0, x_1, \dots, x_l и значения статистической функции $y_i = y(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, l$) в этих точках. Выберем из множества $\{x_i | i = 0, 1, \dots, l\} | 2n+1 \leq l$ точек x_i . При реализации первого способа предусматривается обращение в нуль функции $R(x)$ в выбранных $2n+1$ точках x_i . Осуществляя второй способ, минимизируют величину

$$\sigma = \sum_{i=0}^l V_n^2(x_i).$$

Функция $V_n(x)$ входит в $R(x)$ следующим образом:

$$R(x) = V_n(x) + \int_{x_0}^x \frac{V_n(t)}{D} \frac{\partial^{(n)} \Delta_n(x-t)}{\partial x^n} dt, \quad (5)$$

где $\Delta_n(x-t)$ — функция, получаемая из определителя (3) путем замены последней строки на функции вида $e^{r_i(x-t)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Отметим, что нахождение параметров обоими способами сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений и последующему вычислению корней алгебраического уравнения n -й степени [1, 2].

Применение первого способа возможно в том случае, если заранее известно, что на выбранных $2n+1$ значениях аргумента статистическая функция $y(x_i)$ принимает истинные значения (без шумовых наслоений). Когда это условие не соблюдается, полученная модель отслеживает случайные флуктуации. Используя первый способ, число слагаемых n в выражении (2) можно принять наименьшее, при котором функция $R(x)$ обращается в выбранных $2n+1$ точках в нуль.

Если значения y_i ($i = 0, 1, \dots, l$) содержат шумовые наслоения, необходимо применять второй способ определения параметров функции (2). Выбор значения n в этом случае значительно усложняется. При чрезмерно большом n модель отслеживает шумовые наслоения; если n слишком мало, модель сглаживает закономерности, присущие исследуемому процессу. Для выбора степени сложности модели (2) целесообразен подход самоорганизации.

В работах [3, 4] показано, что формально выбрать модель по одному критерию невозможно. Необходимо использовать дополнительные критерии, которые играют роль «внешнего дополнения». К таким относятся критерии селекции [3, 4]. Опишем нахождение сложности функции по наиболее простому и удобному из них для рассматриваемого случая.

Статистические наблюдаемые значения $y_i (i=0, 1, \dots, l)$ делятся на две части: на проверочную и обучающую последовательности. Существуют различные способы такого деления [3]. Параметры $x_0; A_0, A_1, \dots, A_n; r_1, r_2, \dots, r_n$ рассчитывают при минимизации суммы квадратов значений функции (5), которые вычислены при значениях y_i , входящих в обучающую последовательность. Адекватность модели определяется по сумме квадратов значений функции (5), вычисленных при значениях y_i из проверочной последовательности. Нарращивание сложности модели производится путем увеличения числа слагаемых в функции (2). Отметим, что это число равно размеру квадратных матриц, соответствующих определителям (3), (4). Оптимальная по выбранному критерию селекции модель отвечает числу слагаемых n , обеспечивающему минимальную сумму квадратов значений функции (5), которые найдены при всех значениях y_i , входящих в проверочную последовательность.

Описанная методика легко распространяется на многомерный случай.

Список литературы: 1. Куликов Н. К. Математическое моделирование результатов экспериментов и прогнозирование на основе функций с гибкой структурой. — М.: Б. и., 1974. — 174 с. 2. Куликов Н. К. Элементы высшей математики на основе функций с гибкой структурой. — М.: Б. и., 1972. — 160 с. 3. Ивахненко А. Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. — К.: Техніка, 1975. — 312 с. 4. Ивахненко А. Г. Система эвристической самоорганизации в технической кибернетике. — К.: Техніка, 1971. — 372 с.

Поступила в редколлегию 17.04.84.

УДК 534.1

Д. К. ОБЧАРОВА, канд. техн. наук, *С. Д. ГЕРАСИМОВ*,
Н. А. САДЧИКОВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ С СУХИМ ТРЕНИЕМ

Система с сухим трением существенно нелинейна, и ее колебания в общем случае отличаются от гармонических. Сухое трение вызывает неплавное движение с задержками и рывками. Оно может быть причиной застоев и нечувствительности системы к малым возмущениям. Однако в тех случаях, когда зоны

застоев невелики или отсутствуют, для исследования вынужденных колебаний можно использовать приближенные методы, основанные на предположении, что колебания в первом приближении синусоидальные, например метод гармонической линеаризации*.

Рассмотрим простейшую колебательную систему с сухим трением, движение которой описывается уравнением

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + cx = P \sin \omega t + F. \quad (1)$$

Здесь m — масса; c — жесткость пружины; α — коэффициент вязкого трения; F — сила сухого трения; P, ω — амплитуда и частота гармонического возмущения.

Сила сухого трения F при движении массы m предполагается постоянной и равной B или $-B$ в зависимости от знака скорости \dot{x} . При $\dot{x}=0$ сила сухого трения может принимать любое значение между $-B$ и B , уравнивая равнодействующую восстанавливающей и возмущающей сил. Следовательно, нелинейная сила в выражении (1)

$$F = \begin{cases} -B & \text{при } \dot{x} > 0; \\ cx - P \sin \omega t & \text{при } \dot{x} = 0; \\ B & \text{при } \dot{x} < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Уравнения вынужденных гармонических колебаний системы (1) $x = a \sin \theta$, $\theta = \omega t - \psi$ (3). Остановка колебаний благодаря действию силы сухого трения возникает, если в момент времени, когда $\theta = \frac{\pi}{2}(2k-1)$ ($k=1, 2, 3, \dots$), $x=0$, $x = \pm a$, значение B

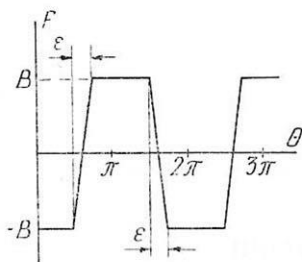


Рис. 1

больше абсолютного значения равнодействующей восстанавливающей и возмущающей сил, т. е. $B > |\pm ac - P \sin \omega t|$ (4). Движение системы может возобновиться, если по истечении времени $\Delta t = \epsilon / \omega$ знак неравенства (4) поменяется на противоположный. Изменение силы сухого трения F во времени при движении массы m с остановками показано на рис. 1.

Когда остановки кратковременные ($\epsilon \ll \frac{\pi}{2}$), вынужденные колебания приближенно описываются формулой (3), а нелинейную функцию (2), изображенную на рис. 1, можно разложить в ряд Фурье. В разложении достаточно учесть только первую

* Попов Е. П. Автоматическое регулирование. — М.: Гостехиздат, 1957. — 290 с.

гармонику разложения, так как высшие гармоники имеют меньшие амплитуды.

Первая гармоника разложения силы сухого трения в ряд Фурье (при наличии кратковременных остановок)

$$F = M \cos \theta + N \sin \theta, \quad (5)$$

где

$$M = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \cos \theta d\theta = \frac{4B}{\pi};$$

$$N = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \sin \theta d\theta = \frac{2\varepsilon}{\pi} (B - ca + P \cos \psi).$$

Величина ε определяется из условия, что при $\theta = \frac{\pi}{2} + (\omega t = \frac{\pi}{2} + \varepsilon + \psi)$ все силы в системе уравновешиваются, т. е. $B = ca - P \cos(\psi + \varepsilon)$.

Если значение ε мало ($\varepsilon \ll \frac{\pi}{2}$), можно считать, что $P \times \cos(\psi + \varepsilon) = P \cos \psi - \varepsilon P \sin \psi$, и в этом случае

$$\varepsilon = \frac{B - ca + P \cos \psi}{P \sin \psi}. \quad (6)$$

Подставив формулу (3), (5) в уравнение (1), получим

$$\begin{aligned} c - m\omega^2) a \sin \theta + (a\omega + \frac{4B}{\pi}) \cos \theta + \frac{2\varepsilon}{\pi} (B - ca + P \cos \psi) \sin \theta = \\ = P \cos \psi \sin \theta + P \sin \psi \cos \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Сравнивая коэффициенты при $\sin \theta$, $\cos \theta$ в обеих частях уравнения (7), находим

$$\begin{aligned} (\omega_0^2 - \omega^2) a + \frac{2\varepsilon}{\pi} (B_1 - \omega_0^2 a) = P_1 \left(1 - \frac{2\varepsilon}{\pi}\right) \cos \psi; \\ a_1 a \omega + \frac{4B_1}{\pi} = P_1 \sin \psi, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\omega_0^2 = \frac{c}{m}$; $a_1 = \frac{a}{m}$; $B_1 = \frac{B}{m}$; $P_1 = \frac{P}{m}$.

Система уравнений (8) позволяет определить амплитуду a и фазу ψ квазигармонических колебаний при отсутствии и при наличии кратковременных остановок, обусловленных действием сухого трения.

Пример. На рис. 2 построены амплитудочастотные (а) и фазочастотные (б) характеристики системы, имеющей следующие параметры, которые приведены к единице массы: $\omega_0^2 = 100 \text{ с}^{-2}$; $\alpha_1 = 1 \text{ с}^{-1} \cdot \text{кг}^{-1}$; $P_1 = 50 \text{ Н} \cdot \text{кг}^{-1}$; $B_1 = 0$ (кривые 1) и $B_1 = 25 \text{ Н} \cdot \text{кг}^{-1}$ (кривые 2).

Как видно из рис. 2, сила сухого трения значительно влияет на амплитуду a резонансных колебаний и фазовый сдвиг ψ вынужденных колебаний по

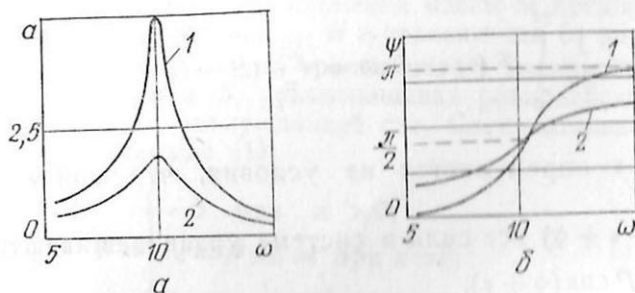


Рис. 2

отношению к гармоническому возмущению вне резонансных зон. При выбранных параметрах колебания системы с остановками происходят только при частотах гармонического возмущения $5,7 < \omega < 6 \text{ с}^{-1}$. Величина ε , характеризующая зону застоя и определяемая по формуле (6), самым существенным образом зависит от частоты возмущения ω . Так, в случае $\omega > 6 \text{ с}^{-1}$ получаем $\varepsilon = 0$, а при низкочастотном возмущении ($\omega < 5,7 \text{ с}^{-1}$) сила сухого трения вообще останавливает движение системы.

Согласно уравнениям (8) сдвиг по фазе вынужденных колебаний $\psi = \pi/2$, если $\omega = \omega_0$, поскольку при выбранных параметрах системы не наблюдается остановок движения во время колебаний в резонансной зоне.

Поступила в редколлегию 20.04.84.

УДК 62-50

О. К. БАРСУКОВ,
В. Б. УСПЕНСКИЙ

СИНТЕЗ РАЗВОРОТА ТВЕРДОГО ТЕЛА ПО КАЖУЩЕМУСЯ ПОВОРОТУ

Известные алгоритмы разворота твердого тела при достаточно больших углах обладают неудовлетворительным быстродействием. В этой связи рассмотрим задачу разворота твердого тела, начальная ориентация которого в параметрах Родрига—Гамильтона задается произвольным вектором $\bar{\Lambda}(t_0)$, а конечной ориентации соответствует вектор $\bar{\Lambda}(t_k) = (1, 0, 0, 0)^T$

Среди допустимых управлений $u_i(t) \in [-a_i, a_i]$ ($i=1, 2, 3$), где a_i — некоторое положительное число, требуется найти вектор управления $\bar{u} = (u_1, u_2, u_3)^T$, переводящий систему $\dot{\bar{\omega}} = 0,5\bar{\Omega}\bar{\omega}$ (1) из начального состояния в конечное за минимальное время $T = t_k - t_0$. В системе (1) элементы матрицы

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

представляют собой проекции вектора угловой скорости на оси, связанные с твердым телом, и удовлетворяют динамическим уравнениям Эйлера

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 &= u_1; \\ I_2 \dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 &= u_2; \\ I_3 \dot{\omega}_3 - (I_1 - I_2) \omega_1 \omega_2 &= u_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь I_1, I_2, I_3 — главные моменты инерции твердого тела. Соблюдаются также краевые условия $\bar{\omega}(t_0) = (\omega_1^0 \ \omega_2^0 \ \omega_3^0)^T$; $\bar{\omega}(t_k) = (0, 0, 0)^T$.

Ввиду нелинейности систем (1), (2) аналитически решить сформулированную задачу не представляется возможным. В этой связи предлагается следующий подход к ее решению. Вместо исходных систем (1), (2) рассматривается вспомогательная, уравнения которой

$I_i \dot{\omega}_i = u_i$ (3); $\dot{\theta}_i^* = \omega_i$ (4), где $\bar{\theta}^* = (\theta_1^* \ \theta_2^* \ \theta_3^*)^T$ — угол кажущегося поворота при таких краевых условиях: $\bar{\omega}(t_0) = \bar{\omega}^0$; $\bar{\theta}^*(t_0) = \bar{\theta}^{*0}$; $\bar{\omega}(t_k) = 0$; $\bar{\theta}^*(t_k) = 0$. Затем решается задача нахождения оптимального управления.

Выбор в качестве вспомогательной системы (3), (4) обусловлен тем, что эквивалентность систем (3), (4) и (1), (2) возрастает по мере уменьшения $\bar{\omega}(t)$, $\bar{\theta}^*(t)$ и является полной при их нулевых значениях.

В основу решения положен принцип максимума, из которого следует, что оптимальное управление, переводящее систему (3), (4) из точки $(\bar{\theta}^{*0}, \bar{\omega}^0)$ в точку $(0, 0)$, имеет вид

$$u_i(t) = (-1)^{\varepsilon_i} a_i. \quad (5)$$

Здесь $\varepsilon_i = \varepsilon_i(t)$ — индикаторная функция, зависящая от текущих значений $\omega_i(t)$, $\theta_i^*(t)$ следующим образом:

$$\varepsilon_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega_i(t) \leq -\sqrt{2|\bar{\theta}_i^*(t)|} a_i \operatorname{sgn} \theta_i^*(t); \\ 1 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (6)$$

Нетрудно показать, что для системы (3), (4) переключение управления на отрезке времени $[t_0, t_k]$ единственное, причем в момент $t_i = \tau_i$, когда

$$\omega_i(\tau_i) = -\sqrt{2|\theta_i^*(t)|} a_i \operatorname{sgn} \theta_i^*(t).$$

Управление (5) кладется в основу решения исходной задачи.

Для систем (1), (2) данное управление не является оптимальным. В этих условиях возможны несколько переключений, определяемых индикаторной функцией $\varepsilon_i(t)$ из выражений (6), где текущие значения вектора $\bar{\omega}(t)$ могут быть получены с измерительных датчиков либо путем численного интегрирования уравнений (2). В последнем случае вместо кажущегося поворота $\bar{\theta}^*(t)$ используется вектор $\bar{\psi}(t)$, связанный с вектором параметров $\bar{\Lambda}(t)$ соотношениями $^* \psi_i = \frac{4\lambda_i(t)}{1+\lambda_0(t)}$, в которых $\bar{\Lambda}(t)$ находится путем численного интегрирования системы (1).

Для проверки эффективности предложенного подхода решена методом моделирования на ЭВМ задача разворота твердого тела в условиях $\bar{\Lambda}(0) = (0,9; 0,1; 0,3; 0,3)^T$; $I_2/I_1 = 0,8$; $I_3/I_1 = 0,6$; $\bar{\omega}(0) = (0,0011; 0,0017; 0,0020)^T$; $a = 10^{-3}$. Полный разворот осуществлен за время $T = 60$ с. При этом получены конечные параметры состояния твердого тела $\bar{\Lambda}(T) = (1,0; 0,18 \cdot 10^{-7}; 0,62 \cdot 10^{-7}; 0,45 \cdot 10^{-7})^T$; $\bar{\omega}(T) = (-0,818 \cdot 10^{-5}; -0,304 \cdot 10^{-5}; -0,249 \cdot 10^{-6})^T$.

Приведенные результаты свидетельствуют о достаточно высокой эффективности рассмотренного подхода к решению задач разворота твердого тела.

Поступила в редколлегию 19.05.84.

УДК 62-50

С. Е. ГАРДЕР,

Ю. И. ЗАЙЦЕВ, канд. техн. наук

ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ПЛОСКИМ ДВИЖЕНИЕМ МАЯТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ

Разработка современных систем управления движением машин и механизмов связана с учетом специфики выполняемой рабочей операции. Для крановых установок характерным является наличие возможного препятствия на пути груза при его перемещении из начальной точки в конечную без раскачива-

* Голоскоков Е. Г., Успенский В. Б., Фролов Ю. А. Аппроксимационные модели вращения твердого тела. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 13—15.

ния. Так как колебания упругих элементов металлоконструкции не оказывают существенного влияния на траекторию груза, которая зависит от взаимодействия механизмов машины и их рабочих скоростей, расчетная схема системы может быть представлена в виде маятниковой системы с переменной длиной подвеса [1]. Уравнения движения системы имеют вид

$$\begin{aligned} m\ddot{y}_a &= U1 - m_a g; \\ m_a \ddot{x}_a &= m_a g (x_T - x_a) / (L_0 - y_a); \\ m_T \ddot{x}_T &= U2 - m_a g (x_T - x_a) / (L_0 - y_a). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь m_a — масса груза, положение которой определяется вертикальной y_a и горизонтальной x_a координатами; m — приведенная масса механизма подъема, где учтены инерционные свойства двигателя, редуктора и муфт; m_T — приведенная масса точки подвеса груза, совершающая горизонтальное перемещение с координатой x_T ; L_0 — начальная длина каната.

Движение системы (1) осуществляется под действием управляющего усилия $U1(t)$ для подъема груза и усилия $U2(t)$ для горизонтального перемещения точки подвеса. Изменения усилий ограничены неравенствами

$$U1^- \leq U1(t) \leq U1^+; \quad U2^- \leq U2(t) \leq U2^+. \quad (2)$$

К особенностям движения системы относятся ограничения на скорости ведущих масс и раскачивание груза, т. е.

$$0 \leq \dot{y}_a \leq V_y; \quad 0 \leq \dot{x}_T \leq V_x; \quad |x_T - x_a| \leq \delta. \quad (3)$$

Исходная задача оптимального управления состоит в перемещении объекта, фазовое состояние которого описывается системой уравнений (1), из начального положения ($\dot{x}_a = \dot{y}_a = \dot{x}_T = x_a = y_a = x_T = 0$) в конечное ($\dot{x}_a = \dot{y}_a = \dot{x}_T = 0$; $x_a = x_T = b$; $y_a = a$; $b > 0$, $a > 0$) за минимальное время при выполнении ограничений (2), (3). В работе [1] описан алгоритм построения оптимального решения $U1(t)$, $U2(t)$, состоящий в последовательном рассмотрении двух этапов. На первом, ввиду независимости в уравнениях (1) вертикального перемещения груза от горизонтального, на основе принципа максимума решается задача оптимального по быстродействию подъема груза на высоту a . На втором этапе при введении кусочно-постоянной аппроксимации во времени управления $U2(t)$ и длины канатов $L(t) = L_0 - y_a(t)$ и связывании участков траекторий движения согласно методу припасовывания решение задачи о горизонтальном перемещении системы на расстояние сведено к проблеме линейного программирования [2].

В случае преодоления грузом препятствия высотой $H (H > a)$, расположенного на расстоянии $x_T = B$, ($B \in [0, b]$), т. е.

$$y_a = H/x_T = B, \quad (4)$$

вводится итерационный вариант описанного выше алгоритма решения задачи оптимального управления. В этом случае соотношение между временем t_H поднятия груза на высоту H и временем t_B перемещения точки подвеса на расстояние B определяет взаимовключение механизмов. Если $t_H \geq t_B$, начало рабочей операции состоит в пуске механизма подъема, а по истечении времени $t_H - t_B$ начинается горизонтальное движение. Когда $t_H < t_B$, возможны два варианта. При первом из них реализуется первоначальное горизонтальное перемещение системы, после чего через $t_B - t_H$ секунд осуществляется подъем груза. При втором варианте механизмы включаются одновременно. В момент $t = t_H$ заканчивается подъем на высоту H , и в течение отрезка времени $t_B - t_H$ груз движется с постоянной длиной подвеса $L(t) = L_0 - H$. Предпочтителен второй вариант ввиду перемещения системы в интервале $t_H < t < t_B$ с меньшей длиной подвеса, что ограничивает амплитуду раскачивания груза. Таким образом, узнав значения t_H , t_B , можно построить процесс изменения длины канатов при интегрировании первого уравнения из системы (1) в режиме оптимального подъема груза. После прохождения препятствия движение осуществляется при одновременной работе механизмов до выборки соответствующих перемещений. Исходя из этих замечаний разрабатывается алгоритм решения задачи оптимального управления плоским движением маятниковой системы при наличии препятствия (см. выражение (4)). Для нахождения времени t_B используется подход, основанный на последовательном приближении к оптимальному процессу с ограничением (4).

Начальное приближение t_B^0 соответствует времени горизонтального передвижения системы до точки $x_T = B$ без учета раскачивания груза:

$$t_B^0 = \begin{cases} 2B/V_x, & B \leq S_p; \\ (2B + V_x T_1)/(2V_x), & S_p < B \leq S_T; \\ T_1 + T_2 + T_3 - \sqrt{2(b-B)/a_2}, & B > S_T, \end{cases}$$

где $a_1 = U2^+/m_T$; $a_2 = U2^-/m_T$; $T_1 = V_x/a_1$;

$$T_2 = -V_x/a_2; \quad T_3 = (b - a_2 T_2^2/2 - a_1 T_1^2/2)/V_x; \quad S_p = V_x^2/a_1; \\ S_T = S_p + V_x T_3.$$

При найденных значениях t_H , t_B^0 строится процесс изменения длины канатов для подъема груза на высоту H и последующего опускания на $H - a$. Для закона $L^0(t)$ решается задача

оптимального горизонтального перемещения и находится первое приближение для t_B^1 с учетом раскачивания груза, далее строится зависимость $L^1(t)$, определяется t_B^2 и т. д. Критерием окончания итерационного процесса является условие $y_\varepsilon = H$ при $B - \varepsilon \leq x_T \leq B + \varepsilon$ (ε — точность преодоления препятствия). Описанные построения допускают простую реализацию на цифровой ЭВМ.

Проведенные расчеты показали достаточно высокую надежность предлагаемой вычислительной схемы. Оптимальный процесс базируется на использовании законов колебания маятников. Так, торможение всегда целесообразно начинать в моменты времени, когда точка подвеса отстает от груза, а основными приемами управления являются ступенчатая операция $U2^- - U2^+ - U2^-$, или $U2^+ - U2^- - U2^+$, или импульсная вблизи значений $U2^-$, $U2^+$. При этом можно обеспечить как уменьшение раскачивания груза, так и его конечное успокоение. Приведенный алгоритм можно распространить на построение оптимальных законов управления движением робототехнических систем.

Список литературы: 1. Коваленко П. А., Зайцев Ю. И. Оптимальное управление плоским движением маятниковой системы. — Вестн. Харьк. политех. ин-та. 1983, № 199. Прикл. механика и процессы упр., вып. 3, с. 53—56. 2. Табак Д., Куо Б. Оптимальное управление и математическое программирование. — М.: Наука, 1975. — 280 с.

Поступила в редколлегию 07.06.84.

УДК 621.867

Г. А. ГЕРОДЕС, канд. техн. наук,
Ф. Ч. ОБИ, Е. Э. ПИҚУР

К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛЕНТОЧНОГО КОНВЕЙЕРА

С увеличением производительности конвейеров повышаются требования к их динамике. Механическая часть конвейеров представляет собой достаточно сложную систему с распределенными параметрами. Если наиболее полно учесть все факторы, постановка задачи исследования динамических процессов приведет к системе нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, для которых получить замкнутое решение в общем виде практически невозможно.

Задача может решаться с помощью такого метода моделирования, когда реальная модель с определенной степенью точности заменяется эквивалентной дискретной моделью и исследуется на ЭВМ [1]. Рассмотрим способ построения дискретной модели и оценки степени дискретности.

Для составления модели конвейера контур ленты разобьем на n равных участков. Посредине последних введем вращающиеся фиктивные барабаны, к которым отнесем массы участков [1]. Следовательно, расчетная схема конвейера представится цепной системой из ряда барабанов (реальных и фиктивных), связанных между собой невесомой упругой лентой. Система дифференциальных уравнений, описывающих данную модель, имеет вид

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = \frac{1}{m_i} (-c(2x_i - x_{i-1} - x_{i+1}) - \beta(2x'_i - x'_{i-1}x'_{i+1}) - \alpha_i x'_i - F_{\text{тр}}(x'_i) + M_i/r), \quad i = 1, \overline{2n+2}.$$

Здесь x_i — координата i -го барабана; m_i — масса i -го барабана; c — жесткость i -го участка ленты; β — коэффициент вязкого трения, пропорционального скорости деформации ленты; α_i — коэффициент вязкого трения, пропорционального абсолютной скорости ленты; $F_{\text{тр}}(x'_i)$ — сила сухого трения роликов и барабанов; M_i — момент привода, заданный по формуле Клосса [2], при $i=1$ $M_i=M$, при $i \neq 1$ $M_i=0$; r — радиус приводного барабана.

Для исследования продольных колебаний в конвейере удобно воспользоваться относительными координатами, так как они позволяют получить информацию в более наглядном виде и исключить непрерывно растущее абсолютное перемещение. Поэтому в качестве основного примем движение приводного барабана, а движения фиктивных и натяжного барабанов будем рассматривать относительно основного.

Вывод дифференциальных уравнений в относительных координатах покажем на примере четырехмассовой системы:

$$\begin{aligned} m_1 x_1'' &= -c(2x_1 - x_2 - x_4) - \beta(2x'_1 - x'_2 - x'_4) - \alpha_1 x'_1 - F_{\text{тр}}(x'_1) + \\ &+ M_1/r; \quad m_2 x_2'' = -c(2x_2 - x_1 - (x_3 + \delta)) - \beta(2x'_2 - x'_1 - x'_3) - \\ &- \alpha_2 x'_2 - F_{\text{тр}}(x'_2); \quad m_3 x_3'' = -c(2x_3 - x_2 - x_4) - \beta(2x'_3 - x'_2 - \\ &- x'_4) - \alpha_3 x'_3 - F_{\text{тр}}(x'_3); \quad m_4 x_4'' = -c(2x_4 - x_1 - (x_3 - \delta)) - \beta \times \\ &\times (2x'_4 - x'_1 - x'_3) - \alpha_4 x'_4 - F_{\text{тр}}(x'_4), \end{aligned}$$

где δ — смещение натяжного барабана.

Относительные координаты и скорости y_i, y'_i выражаются через x_i, x'_i следующим образом:

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1; \quad y'_1 = x'_1; \quad y_2 = x_2 - x_1; \quad y'_2 = x'_2 - x'_1; \\ y_3 &= x_3 - x_1; \quad y'_3 = x'_3 - x'_1; \quad y_4 = x_4 - x_1; \quad y'_4 = x'_4 - x'_1. \end{aligned} \quad (2)$$

После подстановки равенств (2) в уравнение (1) получим

$$m_1 y_1'' = c(y_2 + y_4) + \beta(y'_2 + y'_4) - \alpha_1 y'_1 - F_{\text{тр}}(y'_1) + M_1/r = F_1;$$

$$\begin{aligned}
 m_2 x_2'' &= c(y_3 - 2y_2) + \beta(y_3' - 2y_2') - \alpha_2(y_2' + y_1') - F_{\text{тр}}(y_2' + y_1') + c\delta = F_2; \\
 m_3 x_3'' &= c(y_2 + y_4 - 2y_3) + \beta(y_2' + y_4' - 2y_3') - \alpha_3(y_3' + y_1') - \\
 &- F_{\text{тр}}(y_3' + y_1') = F_3; \quad m_4 x_4'' = c(y_3 - 2y_4) + \beta(y_3' - 2y_4') - \alpha_4(y_4' + y_1') - \\
 &- F_{\text{тр}}(y_4' + y_1') - c\delta = F_4.
 \end{aligned}$$

Вычитая из второго, третьего и четвертого уравнений системы (3) первое уравнение, исключаем бесконечно растущие координаты. Окончательный вид системы дифференциальных уравнений в относительных координатах

$$\begin{aligned}
 y_1'' &= F_1/m_1; \quad y_2'' = (m_1 F_2 - m_2 F_1)/(m_1 m_2); \quad y_3'' = (m_1 F_3 - m_3 F_1)/(m_1 m_3); \\
 y_4'' &= (m_1 F_4 - m_4 F_1)/(m_1 m_4). \quad (4)
 \end{aligned}$$

Расчеты проводились на ЭВМ ЕС-1033 для конвейера длиной 2500 м с резинокросовой лентой шириной 2,25 м, оборудованного приводными станциями. Последние включают в себя шесть асинхронных двигателей с фазным ротором, мощность каждого из них — 630 кВт.

Составлена программа определения собственных частот методом начальных параметров в векторной форме. При расчете на ЭВМ системы с большой степенью дискретности имела место значительная погрешность, когда вычислялся характеристический полином, в котором находимая частота возводилась в высокую степень. Для уменьшения ошибки счета в программе предусмотрен автоматический выбор масштаба времени, максимально приближающий исследуемые частоты к единице. Это дало возможность получить значения собственных частот для систем с существенно большей степенью дискретности. На рис. 1 представлена зависимость собственных частот от дискретности модели, отражающая асимптотическое приближение расчетных значений собственных частот к истинным с увеличением количества масс системы. Эта зависимость используется в качестве критерия, который позволяет в линейном приближении рационально выбрать дискретность модели, когда задан спектр частот возбуждения.

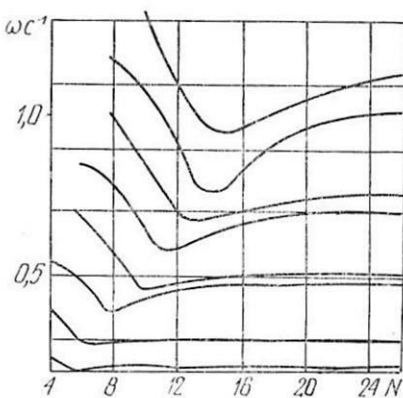


Рис. 1

В качестве второго критерия степени дискретности системы было принято такое условие: если увеличение масс не приводит к изменению вида переходного процесса, дальнейшее увеличение количества масс нецелесообразно. Для построения переходных процессов составлена программа решения системы (4), автоматически меняющая количество масс системы. Решение дифференциальных уравнений (4) проводилось численным методом Рунге—Кутты—Мерсона.



Рис. 2

Исследованы два типа переходных процессов: пуск и изменение положения натяжного барабана в установившемся режиме работы конвейера. На рис. 2 показан процесс пуска относительно средней точки верхней ветви конвейера при разбении ленты на 16, 20 и 24 массы. Из графика видно, что переходные процессы для 20 и 24 масс уже не имеют существенных различий. Поскольку для аналогичных процессов в других точках исследуемого конвейера принятый критерий удовлетворяется при степени дискретности, меньшей 20, можно сделать вывод о том, что для изучения динамических процессов данного конвейера достаточно выбрать систему из 20 масс. Однако в частном случае возможен выбор системы с меньшим количеством масс. Для этого необходимо знать место приложения и вид возмущения, место снятия сигнала, а также требуемую динамическую точность определения выходного сигнала.

Список литературы: 1. Сливаковский А. О., Дмитриев В. Г. Теория ленточных конвейеров. — М.: Наука, 1982. — 73 с. 2. К расчету динамических характеристик сложных систем электроприводов/Г. А. Геродес, В. В. Шевчук, С. О. Угвусне, Ф. Ч. Оби. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1982, № 191. Электромашиностроение и автоматизация пром. предприятий, вып. 7, с. 68—69.

Поступила в редколлегию 19.04.84.

Е. Г. ГОЛОСКОКОВ, д-р техн. наук,

В. П. СЕВЕРИН

**МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ДЕФОРМИРУЕМОГО
МНОГОГРАННИКА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ
ИЕРАРХИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ КРИТЕРИЕВ**

Существует несколько подходов к решению задач многокритериальной оптимизации. При одном из них предполагается введение иерархии критериев качества [1]. В математической постановке задача оптимизации иерархической последовательности критериев заключается в минимизации функций $f_1(\bar{x})$, $f_2(\bar{x})$, ..., $f_L(\bar{x})$, где $\bar{x} \in E_n$, причем считаем для определенности, что с увеличением номера функции ее приоритет возрастает. Решение \bar{x}^* должно удовлетворять соотношениям [1]

$$f_1(\bar{x}^*) = \min_{\bar{x} \in X_1} f_1(\bar{x}), \quad f_2(\bar{x}^*) = \min_{\bar{x} \in X_2} f_2(\bar{x}), \dots, f_L(\bar{x}^*) = \min_{\bar{x} \in X_L} f_L(\bar{x}).$$

Здесь $X_1 \subset X_2 \subset \dots \subset X_L \subset E_n$.

Заметим, что общая задача нелинейного программирования, сформулированная в работе [2] и состоящая в определении вектора \bar{x}^* , который доставляет минимум целевой функции $f(\bar{x})$ при ограничениях $g_i(\bar{x}) \geq 0$, $i=1, m$, $h_j(\bar{x})=0$, $j=1, p$, сводится к оптимизации иерархической последовательности критериев, если положить

$$f_1(\bar{x}) = f(\bar{x}), \quad f_2(\bar{x}) = \sum_{i=1}^m \max\{0; -g_i(\bar{x})\} + \sum_{j=1}^p |h_j(\bar{x})|.$$

Поэтому метод оптимизации иерархической последовательности критериев может применяться и как метод нелинейного программирования. Вначале его целесообразно исследовать на соответствующих тестовых примерах, чтобы сравнить с известным эффективным методом нелинейного программирования.

Пример 1 [2]. Минимизировать функцию

$$f(\bar{x}) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях $g_1(\bar{x}) = x_2 - x_1^2 \geq 0$; $g_2(\bar{x}) = 2 - x_1 - x_2 \geq 0$ из начальной точки $\bar{x}^{(0)} = (2; 2)$. Решение: $\bar{x}^* = (1; 1)$.

Пример 2 [2]. Минимизировать ту же функцию при ограничениях $h_1(\bar{x}) = x_1 - 2x_2 + 1 = 0$; $g_1(\bar{x}) = 1 - 0,25 x_1 - x_2^2 \geq 0$ из начальной точки $\bar{x}^{(0)} = (2; 2)$. Решение: $\bar{x}^* = ((\sqrt{7} - 1)/2; (\sqrt{7} + 1)/4)$.

Эффективным численным методом нелинейного программирования является метод скользящего допуска [2]. Он дает возможность не использовать производные целевой функции и позволяет решать задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств. Этот метод имеет преимущества по сравнению с другими методами нелинейного программирования, но следует отметить и его недостатки: применение двух процедур минимизации—для поиска допустимых точек и для минимизации целевой функции, большое количество вычислений ограничений в сопоставлении с числом вычислений целевой функции, сложность программы, задание пользователем трех различных внешних подпрограмм—для вычисления целевой функции, ограничений в виде равенств и неравенств. Эффективность рассматриваемого метода во многом определяется используемым в нем итеративным методом деформируемого многогранника. Стратегия поиска последнего на каждой итерации заключается в определении вершин многогранника в пространстве E_n с максимальным и минимальным значениями функции; в отражении вершины с максимальным значением функции через центр тяжести остальных вершин и растяжении, сжатии или редукции многогранника в зависимости от результата сравнения значения функции в отраженной точке со значениями функции в вершинах многогранника. Оптимальной считается та точка в E_n , значение функции в которой меньше [3].

Модифицируем метод деформируемого многогранника. Из двух точек x , y пространства E_n оптимальную точку для упорядоченной по возрастанию приоритета совокупности критериев выберем с помощью следующего алгоритма: 1. Положить $B=0$, $k=1$. 2. Если $f_k(x) < f_k(y)$, положить $B=0$ и перейти к п. 4. 3. Если $f_k(y) < f_k(x)$, положить $B=1$. 4. Если $k < L$, положить $k=k+1$ и идти к п. 2. Если в результате работы алгоритма $B=0$, то предпочтительна точка x ; в случае $B=1$ выбирается точка y . Используя данный алгоритм и стратегию метода деформируемого многогранника, получим метод оптимизации иерархической последовательности критериев. При решении примера 1 с ограничениями в виде неравенств оказалось, что этот метод эффективнее метода скользящего допуска. Однако пример 2, который содержит ограничение в виде равенства, модифицированным методом решить не удалось, так как исходный многогранник, имеющий n измерений, сначала вырождается в фигуру с меньшим числом измерений, а затем стягивается в точку, удовлетворяющую ограничениям, но не являющуюся решением задачи. Чтобы избежать этого недостатка, как и в методе скользящего допуска, будем проверять оптимальность точек с некоторым допуском. Обозначим через δ_k допуск для критерия f_k . Тогда получим новый алгоритм сравнения двух точек x и y : 1. Положить $B=0$, $k=1$. 2. Если

$\delta_k < \overline{f_k(x)} < \overline{f_k(y)}$, положить $B=0$ и перейти к п. 4. 3. Если $\delta_k < \overline{f_k(y)} < \overline{f_k(x)}$, положить $B=1$. 4. Если $k < L$, положить $k=k+1$ и перейти к п. 2. Считаем, что если в результате работы этого алгоритма $B=0$, то предпочтительна точка \overline{x} ; при $B=1$ выбирается точка \overline{y} . Допуск δ_k по мере приближения к решению x^* должен стремиться к нулю, вследствие чего, как и в методе скользящего допуска, свяжем его с величиной, характеризующей размер многогранника. Для этого определим

$$\delta = 0,5 \max_{i,j} |x_{ij} - x_{ii}|, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n+1}.$$

Здесь x_{ij} — координата вершины $\overline{x_j}$ многогранника; x_{ii} — координата оптимальной вершины $\overline{x_i}$. Положим $\delta_1=0$, $\delta_k = \delta_{k-1} + \delta$ ($k=2, L$). По мере приближения к решению x^* многогранник стягивается в точку; значения δ и δ_k ($k=2, L$) стремятся к нулю, т. е. влияние допуска на нахождение оптимальной точки исчезает. Эта новая модификация метода деформируемого многогранника может применяться только для неотрицательных критериев.

Сравним модифицированный метод деформируемого многогранника с методом скользящего допуска [4, 5]. Программы для них написаны на алгоритмическом языке АЛГОЛ-ГДР для ЭВМ БЭСМ-6. Условие достижения методами одинаковой точности решения примем в виде

$$\max_i |x_{ii} - x_i^*| < \varepsilon,$$

где x_{ii} — координата оптимальной на данной итерации точки $\overline{x_i}$; x_i^* — координата точного решения x^* ; ε — допустимая погрешность. Результаты решения двух тестовых примеров приведены в таблице с использованием таких обозначений: n_i — число итераций; n_r — количество вычислений ограничений; n_f — число вычислений функции. На основании данных таблицы можно сделать следующие предварительные выводы.

По числу вычислений функции оба метода примерно одинаково эффективны. Несколько большая эффективность метода скользящего допуска по числу вычислений целевой функции при решении примера 2 с ограничением в виде равенства объясняется тем, что многогранник уменьшается быстрее вследствие определения допустимых точек с помощью вспомогательной процедуры минимизации. Это приводит к значительному количеству вычислений ограничений, которое превосходит число вычислений функции более чем на порядок. Если время вычисления ограничений невелико по сравнению со временем вычисления целевой функции, то задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств, вероятно, выгод-

lg ε	Метод скользящего допуска			Модификация метода деформируемого многогранника	
	n_i	n_r	n_f	n_i	n_f

Пример 1

—1	42	387	92	20	36
—2	48	581	110	34	64
—3	49	614	113	42	80
—4	58	875	138	54	103
—5	63	1039	154	67	128
—6	66	1167	167	82	157

Пример 2

—1	6	425	21	18	33
—2	10	559	30	22	40
—3	12	829	40	36	67
—4	14	888	46	54	100
—5	18	1164	61	55	102
—6	20	1411	71	70	132

нее решать методом скользящего допуска. Если же ограничения вычисляются совместно с вычислением целевой функции или затраты на вычисление ограничений соизмеримы с затратами на вычисление целевой функции, то целесообразнее использовать предлагаемую модификацию метода деформируемого многогранника. Эта модификация, как и метод скользящего допуска, дает возможность обходиться без вычисления производных. Но, кроме того, она позволяет решать более широкий круг оптимизационных задач, имеет простую программу, так как применяет одну процедуру минимизации. Пользователь должен задавать только одну внешнюю процедуру вычисления иерархической последовательности критериев.

Список литературы: 1. Салуквадзе М. Е. Задачи векторной оптимизации в теории управления. — Тбилиси: Мецниереба, 1975. — 200 с. 2. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование: Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 534 с. 3. Nelder J. A., Mead R. A simplex method for function minimization. — The Computer J., 1965, 7, N 4, p. 308—313. 4. Северин В. П. Сравнение методов безусловной минимизации на примере плохо обусловленной функции. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1979, № 148. Прикл. механика и процессы упр., вып. 1, с. 37—40. 5. Численные методы в оптимизации параметров систем автоматического регулирования/Э. А. Пикур, В. П. Северин, В. В. Груздынь, Г. Ю. Трофимченко. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1980, № 163. Прикл. механика и процессы упр., вып. 2, с. 29—32.

Поступила в редколлегию 06.09.84.

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ГРУППИРОВКИ ПАРАМЕТРОВ

Техническая диагностика, распознавание ситуаций, выбор наиболее информативной системы признаков при математическом описании различных объектов, оценка состояния больного и многие другие проблемы связаны с решением задачи группировки параметров, которая сводится к построению разбиения $\overline{S} = \{S_k | k = \overline{1, K}\}$ множества параметров $S = \{X_j | j = \overline{1, N}\}$ на заданное число подмножеств, таких, что степень связи между параметрами каждого из подмножеств S_k , $k = \overline{1, K}$ максимальна.

Полагаем параметры X_j , $j = \overline{1, N}$ дискретными (если это не так, то можно осуществить их дискретизацию [1]). Степень связи между любыми двумя из них (X_r, X_q) оцениваем с помощью значения взаимной информации [2]:

$$I(X_r; X_q) = H(X_r) - H_{X_q}(X_r), \quad q, r = \overline{1, N}.$$

Здесь $H(X_r)$, $H_{X_q}(X_r)$ — энтропия и условная энтропия параметра X_r . Чтобы устранить влияние числа возможных значений параметров на степень связи, можно использовать коэффициент связи

$$\mu_{rq} = I(X_r; X_q) / \sqrt{H(X_r)H(X_q)},$$

принимая значения из интервала $[0, 1]$ и обладающий следующим свойством: $\mu_{rq} = 0$, если параметры статистически независимы, и $\mu_{rq} = 1$ при взаимно однозначном соответствии их значений. В отличие от коэффициента корреляции, который чаще применяется для оценки степени связи (см., например, работу [3]), этот показатель позволяет учитывать связи линейного и нелинейного характера.

Определение 1. Характерным параметром подмножества S_k назовем элемент $X_k^* \in S_k$, в максимальной степени связанный с остальными элементами подмножества S_k :

$$\sum_{X_l \in S_k} \mu(X_l; X_k^*) = \max_{X_j \in S_k} \sum_{X_l \in S_k} \mu(X_l; X_j).$$

Оценивая связи между элементами каждого подмножества их связью с характерным параметром этого подмножества, решение задачи группировки сведем к отысканию разбиения $\overline{S} = \{S_k | k = \overline{1, K}\}$, максимизирующего критерий качества

$$F = \sum_{k=1}^K \sum_{X_j \in S_k} \mu(X_j; X_k^*),$$

где $\{X_k^* | k = \overline{1, K}\}$ — сочетание характерных параметров разбиения.

Рассмотрим общий метод решения задачи. В работе [4] предложен алгоритм решения данной задачи, основанный на итеративном уточнении разбиения по сочетаниям характерных параметров.

Сформируем из элементов множества S произвольное сочетание $O = \{X_k^0 | k = \overline{1, K}\}$ и построим по нему разбиение \bar{S} по таким правилам: каждый параметр $X_k^0 \in O$ является первым элементом соответствующего ему подмножества $S_k \in \bar{S}$; любой другой параметр X_j включается в такое подмножество $S_{k'}$, для которого выполняется условие

$$\mu(X_j; X_{k'}^0) = \max_{k = \overline{1, K}} \mu(X_j; X_k^0).$$

Определение 2. Любое сочетание $O = \{X_k^0 | X_k^0 \in S_k, k = \overline{1, K}\}$ параметров назовем *основой разбиения*.

Суть метода, предложенного в работе [4], в следующем. По заданной начальной основе строится разбиение множества параметров и определяется сочетание его характерных параметров, которое, в свою очередь, принимается за основу нового разбиения. Процесс повторяется до тех пор, пока на двух соседних итерациях не будут получены одинаковые разбиения. Недостаток описанного метода заключается в том, что необходимы вычисление и анализ матрицы связи между всеми параметрами. При большой размерности задачи это сопряжено со значительными временными затратами. Следовательно, при группировке большого числа параметров целесообразно использовать декомпозиционный подход: представить исходную задачу в виде нескольких подзадач, решить их независимо друг от друга, сформировать и решить некоторую координирующую задачу, позволяющую получить решение исходной задачи по решениям подзадач.

Для этого разобьем множество S на заданное число T подмножеств R^t , $t = \overline{1, T}$ и для каждого из них найдем разбиение $R^t = \{R_l^t | l = \overline{1, D^t}\}$ подмножества R^t , обеспечивающее максимизацию критерия качества

$$F^t = \sum_{l=1}^{D^t} \sum_{X_j \in R_l^t} \mu(X_j; X_l^{t*}).$$

Здесь D^t — количество элементов разбиения R^t ; X_l^{t*} — характерный параметр подмножества R_l^t .

Решив изложенным ранее общим методом T таких задач, найдем $\alpha = \sum_{t=1}^T D^t$ подмножеств R_l^t , $l = \overline{1, D^t}$, $t = \overline{1, T}$, которым соответствуют характерные параметры X_l^{t*} , $l = \overline{1, D^t}$, $t = \overline{1, T}$, причем подмножества R_l^t , $l = \overline{1, D^t}$, $t = \overline{1, T}$ образуют разбиение множества S . Применяв тот же метод для формирования разбиения совокупности характерных параметров $E = \{X_l^{t*} | l = \overline{1, D^t}, t = \overline{1, T}\}$ на K подмножеств E_k , характеризующихся максимальной степенью связи внутри них, решение исходной задачи получим по формуле

$$S_k = \bigcup_{\substack{X_l^{t*} \in E_k \\ l = \overline{1, D^t}, t = \overline{1, T}}} R_l^t, \quad k = \overline{1, K}.$$

Описанный подход позволяет вычислять не всю матрицу связи, а только ее подматрицы. Минимизируем количество вычисляемых и анализируемых коэффициентов связи и полагаем $D^t = K$, $t = \overline{1, T}$. Тогда легко показать, что декомпозиция должна осуществляться посредством разбиения исходного множества на подмножества приблизительно одинаковой мощности, например по формуле

$$|R^t| = \begin{cases} [N/T] + 1, & t = \overline{1, N - [N/T]T}; \\ [N/T], & t = \overline{N - [N/T]T + 1, T}; \end{cases} \quad (1)$$

количество подмножеств при декомпозиции определяется выражением

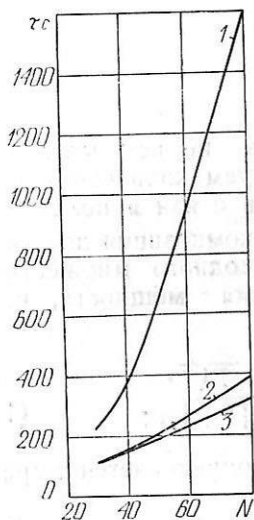
$$T = \lceil \sqrt[3]{N^2/2K^2} + 0,5 \rceil. \quad (2)$$

Здесь $[\cdot]$ — целая часть значения выражения, стоящего вместо точки.

Изложенный декомпозиционный подход имеет следующий недостаток: мощность множества характерных параметров E , равная KT , может быть также достаточно большой. В этом случае даже при использовании декомпозиции время решения задачи останется значительным. Для его уменьшения целесообразно применить иерархическую декомпозицию. Суть предлагаемого метода в том, что при решении координирующей задачи, т.е. при группировке параметров, образующих множество E , также используется декомпозиционный подход. В результате эта задача сводится к нескольким подзадачам и одной координирующей задаче более высокого уровня, для решения которой, в свою очередь, применяется декомпозиционный подход. Количество подзадач и число параметров в каждой из них определяется выражениями (2), (1) в предположении, что N — количество параметров в декомпозируемой задаче. Если

размерность какой-либо из получающихся подзадач допускает декомпозицию, осуществляется ее разбиение с одновременным увеличением размерности соответствующей координирующей задачи. Следовательно, алгоритм, реализующий этот метод, имеет строящуюся снизу иерархическую структуру, количество уровней в которой обусловлено возможностью декомпозиции координирующих задач. Координирующая задача верхнего уровня характеризуется значением T , равным единице.

Алгоритмы всех трех методов программно реализованы на языке PL/1 ОС ЕС. В целях сопоставления временных харак-



теристик предложенных алгоритмов всеми тремя методами решались одни и те же задачи группировки 30, 40, 50 и 80 параметров по 200 наблюдениям. Для формирования матриц наблюдений использовался генератор данных, описанный в работе [5]. Генерация осуществлялась таким образом, чтобы в каждой из задач параметры объединялись в четыре группы ($K=4$) примерно одинаковой мощности. На рисунке изображены зависимости времени решения задачи τ от количества параметров N . Общему методу, декомпозиционному подходу и методу с иерархической декомпозицией соответствуют кривые 1, 2 и 3. Из рисунка видно, что время счета наибольшее для общего метода, причем увеличение числа параметров резко повышает затраты времени на решение задачи. Оба декомпозиционных алгоритма характеризуются существенно меньшими

временными затратами; для третьего метода зависимость близка к линейной. Когда размерность мала, скорость сходимости обоих декомпозиционных методов примерно одинакова. При $N=30$ время счета по третьему алгоритму даже несколько больше, чем по второму. Это объясняется вырождением многоуровневого алгоритма в одноуровневый с более сложной реализацией.

Список литературы: 1. Костенко Ю. Т., Безменов Н. И. О преобразовании переменных при структурном анализе с помощью статистических данных. — Автоматика, 1980, № 3, с. 14—18. 2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Пер. с англ. — М.: Наука, 1974. — 832 с. 3. Браверман Э. М. Методы экстремальной группировки и задача выделения существенных факторов. — Автоматика и телемеханика, 1970, № 1, с. 123—132. 4. Безменов Н. И. Алгоритм разбиения системы на слабо связанные подсистемы, основанный на учете информационных связей. — В кн.: Проблемы оптимизации в машиностроении: Тез. докл. совещ. Х., 1982, ч. 2, с. 180. 5. Безменов Н. И., Малых О. Н. Генератор данных

Поступила в редколлегию 15.05.84.

УДК 656

В. Я. ЗАРУБА, канд. техн. наук,
И. Н. ВЫПИНАШКО

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЦЕДУРЫ КОЛЛЕКТИВНОГО ПРИНЯТИЯ ПЛАНОВЫХ РЕШЕНИЙ

Рассмотрим многошаговую процедуру коллективного принятия плановых решений, предназначенную для распределения нескольких ограниченных ресурсов между N элементами организационной системы.

Обозначим соответственно через x_{ql} , γ_q , $\xi_{ql} = \gamma_q/x_{ql}$, $y_q = ((x_{ql}, l \in L), \gamma_q)$, R_l показатели затрат ресурса l -го вида, объем производства, эффективность использования l -го ресурса и вектор показателей (план) q -го элемента, а также объем ресурса l -го вида, имеющийся у центра. При этом $L = \{1, \dots, M\}$ — множество рассматриваемых видов ресурсов, $l \in L$; $Q = \{1, 2, \dots, N\}$ — множество номеров подчиненных центру элементов нижнего уровня, $q \in Q$.

Функционирование системы включает в себя два этапа. На первом из них центр выбирает и сообщает элементам закон планирования, в соответствии с которым набор допустимых планов элементов y_q ($q \in Q$) преобразуется в допустимый план системы $z = (z_q, q \in Q)$. Таким образом, для каждого q -го элемента определяется зависимость его выигрыша от векторов показателей y_q , $y^q = (y_k, k \in Q \setminus \{q\})$ элементов системы

$$D_q(y^q, y_q) = \psi_q(z_q(y^q, y_q)),$$

где целевая функция q -го элемента $\psi_q(y_q)$ удовлетворяет условиям

$$\frac{\partial \psi_q}{\partial x_{ql}} > 0 \quad (l \in L); \quad \frac{\partial \psi_q}{\partial \gamma_q} > 0.$$

На втором этапе возникает ситуация, описываемая игрой N лиц-элементов. Стратегией каждого элемента является выбор плана y_q , а выигрыш определяется функцией $D_q(y^q, y_q)$.

Предполагается, что на первом шаге процедуры все N элементов одновременно сообщают свои показатели и центр передает им ответный план $z^1 = (z_q^1, q \in Q)$. На последующих шагах заявки предлагаются элементами по одному в порядке возвра-

стания номеров элементов. Процесс распределения заканчивается на R -м шаге, $R \geq N+1$, если

$$z^r = z^R, \quad r = R - N, R - N + 1, \dots, R - 1; \quad z^{R-N} = z^{R-N+1}.$$

В этом случае элементы не могут или не заинтересованы изменить значения показателей плана, заданные центром на $(R-N)$ -м шаге.

Пусть r — номер шага процедуры. На данном шаге заявку $y_q^r = ((x_{qi}^r, l \in L), \gamma_q^r)$ центру сообщает один q -й элемент. Заявки же всех остальных элементов не изменяются на этом шаге. Закон планирования, то есть формальное преобразование на r -м шаге вектора заявок элементов $y = (y_i, i \in Q)$ в план системы $z^r = (z_i^r, i \in Q)$, установлен так:

$$z_i^r = y_i^{(j)} (i \in Q \setminus \{q\}); \quad z_q^r = ((x_{qi}^{(j)} + g_i^{(j+1)}, l \in L), \gamma_q^{(j)}).$$

Здесь J — конечный шаг дораспределения ресурсов между элементами на r -м шаге процедуры, $y_q = y_q^r$. Последовательности планов каждого i -го элемента при дораспределении

$$\{y_i^{(1)}, y_i^{(2)}, \dots, y_i^{(j)}\} \quad (i \in Q)$$

могут быть получены следующим образом:

$$y_i^{(j)} = y_i^{(j-1)} \quad (i \in Q \setminus Q_j);$$

$$y_i^{(j)} = \min_{l \in L} \{ \min_{i \in L} \{ x_{il}^{(j-1)} + \varphi(\xi_{il}) g_i^{(j)} / \sum_{f \in Q_j} \varphi(\xi_{fl}) x_{fl} \} / x_{il} \} y_i \quad (i \in Q_j);$$

$$g_i^{(j)} = R_i - \sum_{i \in Q} x_{il}^{(j-1)} \quad (i \in L);$$

$$Q_j = \{i | x_{il}^{(j-1)} < x_{il}, (l \in L)\}; \quad x_{il}^{(0)} = 0 \quad (i \in Q, l \in L),$$

где $j \in \{1, 2, \dots, J\}$ — номер шага процесса дораспределения ресурсов. Признаком окончания дораспределения ресурсов (на J -м шаге) является выполнение условия

$$g_i^{(j)} = g_i^{(j+1)} \quad (i \in L).$$

Множество

$$G_q = \{y_q | x_{qi} \leq \sum_{l=1}^J (\varphi(\xi_{il}) g_i^{(l)}) / \sum_{f \in Q_j} \varphi(\xi_{fl}) + g_i^{(j+1)}, (l \in L)\}$$

назовем множеством (зоной) приемлемых планов q -го элемента, а множество

$$G_q^{0*} = \{y_q | x_{qi} = \sum_{l=1}^J (\varphi(\xi_{il}) g_i^{(l)}) / \sum_{f \in Q_j} \varphi(\xi_{fl}) + g_i^{(j+1)}, (l \in L)\}$$

представляет собой множество (линию) благоприятных планов q -го элемента [1, 2]. Можно показать, что

$$D(y^q, y_q) \leq D(y^q, y_q^*).$$

Здесь

$$y_q = ((x_{ql}, l \in L), \gamma_q^*) \in G_q; y_q^* = ((x_{ql}^*, l \in L), \gamma_q^*) \in G_q^*;$$

γ_q^* — фиксированное значение объема производства для q -го элемента. Таким образом, q -й элемент заинтересован выбрать свою заявку на r -м шаге так, чтобы

$$y_q^r = z_q^r \in G_q^{0*}.$$

Для получения величин x_{ql}^j ($l \in L$) необходимо на шагах процесса дораспределения в соответствии с законом планирования решать следующую систему уравнений:

$$x_{ql}^{(j)} = x_{ql}^{(j-1)} + \varphi_1(\gamma_q^*, x_{ql}^{(j)}) g_l^{(j)} / (R_{ql} + \varphi_1(\gamma_q^*, x_{ql}^{(j)})) \quad (l \in L), \quad (1)$$

где

$$g_l^{(j)} = R_l - \sum_{i \in Q} x_{il}^{(j-1)} \quad (l \in L);$$

$$R_{ql} = \sum_{i \in Q_j \setminus \{q\}} \varphi(\xi_{il}) \quad (l \in L);$$

$$y_i^{(j)} = y_i^{(j-1)} \quad (i \in Q \setminus Q_j, i \neq q);$$

$$y_i^{(j)} = \min_{f \in L} \{ \min \{ x_{if}^{(j-1)} + \varphi(\xi_{if}) g_f^{(j)} / (R_{if}^{(j)} + \varphi(\xi_{if})), x_{if} \} / x_{if} \} y_i \quad (i \in Q_j);$$

$$R_{if}^{(j)} = \sum_{m \in Q_j \setminus \{i\}} \varphi(\xi_{mf}) + \varphi_1(\gamma_q^*, x_{if}^{(j)}) \quad (i \in Q_j, f \in L);$$

$$Q_j = \{ i | x_{il}^{(j-1)} < x_{il}, (l \in L), i \neq q \}, x_{il}^{(0)} = 0 \quad (i \in Q, l \in L).$$

Функция $\varphi_1(\gamma_q^*, x_{ql}^{(j)})$ связана с базовой функцией закона планирования так:

$$\varphi(\xi_{qf}) = \varphi_1(\gamma_q^*, x_{qf}^{(j)}). \quad (2)$$

Здесь

$$\xi_{qf} = \gamma_q^* / x_{qf}^{(j)};$$

$\varphi(\xi_{qf})$ — базовая функция закона планирования. Можно показать, что на любом j -м шаге дораспределения каждое из уравнений системы (1) и вся система в целом имеют всегда единственное решение. Это решение однозначно определяется выбираемым значением γ_q^* объема производства q -го элемента на r -м шаге.

Список литературы: 1. Заруба В. Я., Выпинашко И. Н. Теоретико-игровая процедура распределения нескольких ресурсов в организационной системе. Рукопись деп. в УкрНИИТИ Госплана УССР 17.04.84, № 699Ук-84Деп. К., 1984. 18 с. 2. Заруба В. Я., Выпинашко И. Н., Иванов Л. В. Разработка

УДК 001.8

В. Л. ЛИСИЦКИЙ, канд. техн. наук, Ю. Д. ДЕМИДОВСКИЙ

**О ВЛИЯНИИ НАЧАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ
РАЗРАБАТЫВАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ НА ПАРАМЕТРЫ
ОПТИМАЛЬНОГО ТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНА**

Одним из ключевых вопросов применения экономико-математических методов в задачах управления научными исследованиями и разработками является построение достаточно адекватного формализованного описания процессов создания новой техники, исследование влияния параметров математической модели на характеристики принимаемого планового решения. В работе рассматривается система, которую характеризует изменяющийся уровень $R(t) = R_0(1 + \gamma)^t$ однородных трудовых ресурсов. Деятельность системы направлена на выполнение n разработок, образующих ее производственную программу. Разработка j состоит из n_j типовых этапов. Каждый i -й этап характеризуется нормативной трудоемкостью S_{ij} и минимальной длительностью C_{ij} . Этапы выполняются непрерывно-последовательно, в пределах каждого из них потребление ресурса постоянно. Начальное состояние системы обусловлено уровнем R_0 трудовых ресурсов [1, 2].

При фиксированных длительностях τ_{ij} ($i = \overline{1, n_j}$, $j = \overline{1, n}$) типовых этапов потребление ресурса определяется кусочно-постоянной функцией $\tilde{R}(t)$. Если B — число скачков $\tilde{R}(t)$ на интервале планирования $[0, T]$; $t_0 = 0$, $t_1, t_2, \dots, t_p, \dots, t_B = T$ — их моменты, то на интервале $[t_{p-1}, t_p]$ функция $\tilde{R}(t)$ постоянна и $\tilde{R}_p = \sum_{\langle i, j \rangle \in A_p} S_{ij} / \tau_{ij}$, где A_p — множество пар индексов $\langle i, j \rangle$ типовых этапов, выполняемых на интервале $[t_{p-1}, t_p]$. Повышение эффективности планирования достигается на основе снижения затрат, обусловленных нерациональным использованием ресурсов, и сокращения сроков завершения разработок. Оценкой меры нерационального использования ресурса выбрана величина $\Phi(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^T (R(t) - \tilde{R}(t))^2 dt$. Взвешенное время $L(\tau) = \sum_{j=1}^n \alpha_j T_j$ завершения всех разработок определяется моментом T_j окончания работ по каждой j -й

разработке и весовым коэффициентом $\alpha_j > 0$, $\sum \alpha_j = 1$, заданным в соответствии с ее приоритетом. Здесь $\tau = (\tau_{11}, \dots, \tau_{n_1 1}, \dots, \tau_{1n}, \dots, \tau_{n_1 n})$ — вектор, задающий календарный план выполнения производственной программы. Задача рационального использования ресурсов и максимального сокращения сроков разработок

$$\Phi(\tau) \rightarrow \min; \quad L(\tau) \rightarrow \min, \quad \tau \geq C \quad (1)$$

является двухкритериальной задачей нелинейного программирования, где C — вектор, характеризующий предельное потребление ресурса в системе.

В условиях малых темпов γ роста трудовых ресурсов можно положить, что $R(t)$ не зависит от времени и $R = R_0 + E$, где $E = \frac{1}{T} \int_0^T (R(t) - R_0) dt$. Последнее способствует повышению напряженности плана в первой половине интервала планирования и снижению ее во второй половине, усилению его мобилизующих свойств. Задача

$$L(\tau) \rightarrow \min, \quad \tau \geq C; \quad \tilde{R}_p \leq R, \quad p = \overline{1, B} \quad (2)$$

является задачей определения директивных сроков \tilde{T}_j завершения разработок с учетом их относительной важности и ограниченности ресурсов возможностей системы.

Задача

$$\Phi(\tau) \rightarrow \min, \quad \tau \geq C, \quad T_j \leq \tilde{T}_j \quad (3)$$

является задачей рационального использования трудовых ресурсов в условиях жесткого директивного планирования. Исследования показали, что при выполнении условий

$$\frac{S_{ij}}{C_{ij}} < \tau_j = \frac{S_j}{T_j}; \quad \tilde{T}_j \geq T; \quad S_j = \sum_{i=1}^{n_j} S_{ij}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad j = \overline{1, n} \quad (4)$$

оптимальным решением задачи (3) является такое использование трудовых ресурсов, при котором каждую разработку j на интервале $[0, \tilde{T}_j]$ ведет постоянное число исполнителей r_j , что эквивалентно одноэтапному представлению разработок. Оптимальные длительности $\tau_{ij}^0 = S_{ij}/r_j$.

Задача (2) для случая (4) одноэтапных разработок имеет решение

$$\tilde{T}_j^0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{S_j}{\alpha_j} \left(\sum_{i=1}^n \sqrt{\alpha_j S_j} \right)}; \quad \tau_{ij}^0 = \frac{S_{ij}}{S_j} \tilde{T}_j^0;$$

$$\tilde{L}^0 = \frac{1}{R} \left(\sum_{j=1}^n \sqrt{\alpha_j} S_j \right)^2; \quad \tilde{\Phi}^0 = 0. \quad (5)$$

Из выражений (5) следует, что снижение начального уровня ресурсов R_0 , коэффициентов важности α_j вызывает увеличение сроков завершения T_j , $j = \overline{1, n}$.

При невыполнении условий (4) решение задачи (1) осуществляется на основе минимизации $\Phi(\tau_\varepsilon)$ на множестве D_ε оптимальных планов τ_ε :

$$L(\tau, \varepsilon) \rightarrow \min, \quad \tau \geq C; \quad \tilde{R}_p \leq R + \varepsilon. \quad (6)$$

Здесь ε — возмущения уровня ресурса, $-R_0 < \varepsilon \leq R_0$. Для решения задачи (6) разработан итеративный алгоритм модифицированного (с учетом особенностей задачи) метода опорного конуса. Он состоит в том, что из начальной точки τ_H с координатами $\tau_{ij}^H = \max_{p \in E_p} \{C_{ij}, \max(S_{ij}/R + \varepsilon)\}$, где E_p — множество всех интервалов $[t_{p-1}, t_p]$, которые пересекает типовой этап $\langle i, j \rangle$, в направлении луча $\tau = \tau_H + \mu \alpha$, $\mu \geq 1$ определяется множество $M = \{\mu_r\}$ значений μ_r параметра μ , соответствующих пересечению луча с ограничениями задачи (6). Максимальные элементы множества M определяют точку X пересечения луча с границей допустимой области задачи (6) и эффективные ограничения. На основе градиента ограничений задачи (6) в точке X строится точка X_H :

$$X_H = \begin{cases} \tau_{ij}^H, & G_{ij} \geq G_{ij}^0; \\ X_{ij}, & G_{ij} < G_{ij}^0. \end{cases}$$

Здесь $G_{ij}^0 = \alpha_j(\alpha, G)/(\alpha, \alpha)$, α — вектор, компонентами которого являются коэффициенты линейной формы $L(\tau, \varepsilon) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \sum_{i=1}^{n_j} \tau_{ij}$.

Точка X_H выбирается в качестве начальной τ_0 , и описанный процесс повторяется. Итеративная процедура заканчивается при достижении заданного уровня приращения целевой функции. Для различных значений возмущения ε численно исследовалась зависимость $\Phi(\varepsilon)$ на множестве D_ε оптимальных планов задачи (6). Доказано, что зависимость от параметра является одноэкстремальной с насыщением при $\varepsilon > R_n$ и $\varepsilon < -R$, где R_n — максимальный уровень потребления ресурса в условиях предельной загрузки системы. При необходимости в окрестностях ε^* , доставляющего минимальное значение Φ , функция $\Phi(\varepsilon)$ может быть аппроксимирована квадратичной кривой. Зависимость оптимальных продолжительностей типовых этапов от параметра ε имеет гиперболический характер.

При исследовании влияния начального состояния системы на параметры оптимального тематического плана задавались различные уровни R_0 начального ресурса и анализировалось изменение оптимальных длительностей типовых этапов. Снижение начального уровня ресурсов вызывает рост сроков завершения разработок. При этом чем ниже приоритет, тем значительнее увеличение. Повышение уровня ресурса обуславливает снижение сроков разработок в соответствии с их приоритетом. Полученные результаты сравнивались с аналитическими зависимостями (5). Показано, что основные закономерности влияния начального состояния системы на оптимальные продолжительности новых этапов, критерии оптимальности, выявленные на основе численных расчетов, достаточно полно описываются аналитическими зависимостями (5). Поэтому целесообразно на этапах ориентировочных расчетов для разрабатываемых систем отраслевого уровня в условиях отсутствия достаточно достоверной нормативной информации о типовых этапах разработок (S_{ij} , C_{ij}) оценивать влияние изменения начального уровня R_0 ресурса системы с помощью аналитических зависимостей (5), используя агрегированную информацию о проводимых разработках.

Список литературы: 1. Лисицкий В. Л., Гужва В. А., Ходько А. М. Модель тематического планирования разработок на основе рационального использования трудовых ресурсов. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1983, № 199. Прикл. механика и процессы упр., вып. 3, с. 6—8. 2. Башин М. Л. Планирование работ отраслевых НИИ и КБ. — М.: Экономика, 1969. — 243 с.

Поступила в редколлегию 25.04.84.

УДК 519.3

Л. А. ГАМБАРОВ, канд. техн. наук

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ И СБЫТОВЫХ ЗАПАСОВ В СИСТЕМЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОГО СНАБЖЕНИЯ

Проблема распределения производственных и сбытовых запасов в системе материально-технического снабжения в существенной степени определяется двумя факторами. Первый характеризует соотношение транзитных и складских поставок, второй — особенности процессов поставок и потреблений в звене поставщик — потребитель. Необоснованное наращивание производственного запаса не только не решает задачи бесперебойного снабжения производства, но и приводит к дефициту отдельных видов материальных ресурсов. Эта ситуация, как правило, наблюдается при транзитной форме снабжения теми видами ресурсов производственно-технического назначения, которые нужны потребителям в количествах, меньших транзитной

нормы. С другой стороны, при использовании этой формы снижаются затраты на транспортировку, достигается лучшее использование транспортных средств, уменьшаются погрузочно-разгрузочные затраты, отпадает надобность в строительстве промежуточных складов. Нахождение оптимального соотношения транзитных и складских поставок является важным средством ускорения оборачиваемости оборотных средств, «омертвленных» в запасах.

Решение данного вопроса усложняется тем, что система материально-технического снабжения функционирует обычно при наличии помех. Физическая природа последних связана с особенностями реальных процессов поставок и потреблений в звене поставщик — потребитель, основные характеристики которого несут в себе элемент случайности. Так, дискретность поставок во времени приводит к разбросу длин временных интервалов T между поставками относительно некоторого среднего значения. Недостаточно ритмичный режим работы поставщиков и колебания в интенсивности потребления (в связи с различными сбоями в работе поставщиков и потребителей) вызывают разброс значений разовых поставок Q . В подобных условиях снижается эффективность использования моделей следующего вида: найти

$$\min_x \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

если

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = a_i; \quad \forall i \in I = \{1, \dots, n\};$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = b_j; \quad \forall j \in J = \{1, \dots, m\};$$

$$x_{ij} \geq 0; \quad \forall i \in I; \quad \forall j \in J \quad (\sum_{i \in I} a_i = \sum_{j \in J} b_j),$$

или

$$\min_{x, \hat{x}} (\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \hat{c}_{kj} \hat{x}_{kj}) \quad (2)$$

при

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = a_i; \quad \forall i \in I = \{1, \dots, n\};$$

$$\sum_{i \in I} x_{ik} = \sum_{j \in J} \hat{x}_{kj}; \quad \forall k \in K = \{1, \dots, r\};$$

$$\sum_{k \in K} \hat{x}_{kj} = b_j; \quad \forall j \in J = \{1, \dots, m\};$$

$$\sum_{i \in I} \hat{x}_{kj} \leq d_k; \quad \forall k \in K;$$

$$x_{ik} \geq 0; \quad \hat{x}_{kj} \geq 0; \quad \forall i \in I; \quad \forall k \in K; \quad \forall j \in J.$$

Задачи минимизации функций цели (1), (2) обозначим соответственно через T_1 , T_2 . Задача T_1 характеризует транзитные перевозки материальных ресурсов за планируемый период при минимуме транспортных издержек, T_2 — складские перевозки при том же критерии оптимальности. Следует отметить, что однопродуктовые модели рассматриваются без нарушения общности.

Проанализируем задачу T_1 . Минимизация транспортных издержек в такой постановке имеет смысл, если дисперсии $D[T]$, $D[Q]$ близки к нулю. Это означает, что процесс снабжения, реализующий планирование задачи T_1 , почти детерминированный. Если же T , Q — существенно случайные величины, то реализация планирования задачи T_1 может оказаться невозможной. В этом нетрудно убедиться. Пусть динамика изменения запаса у потребителя описывается уравнениями

$$S_{1j}^v = S_{2j}^{v-1} + Q_j; \quad \forall j \in J; \quad \forall v \in N = \{1, \dots, z_j\}.$$

Здесь S_{1j}^v — запас материального ресурса у j -го потребителя в начале v -го интервала снабжения; S_{2j}^{v-1} — запас ресурса в конце $(v-1)$ -го интервала снабжения; Q_j — значение разовой поставки ресурса j -му потребителю; z_j — плановое число интервалов снабжения;

$$S_{2j}^v = S_{1j}^v - M_j T_j; \quad \forall j \in J; \quad \forall v \in N,$$

где M_j — случайная интенсивность потребления ресурса j -м потребителем, а T_j — случайная длина временного интервала между поставками у j -го потребителя.

В силу случайности величин Q_j , T_j и M_j , $\forall j \in J$ величины S_{2j}^v ; $\forall j \in J$, $\forall v \in N$ также случайны как функции случайных аргументов. Пусть $J = J_1 \cup J_2$, где J_1 , J_2 — непустые множества, причем J_1 характеризует множество потребителей, у которых значение запаса S_{2j}^v ; $\forall j \in J_1$, $\forall v \in N_1 = \emptyset \subset N = N_1 \cup N_2$ в конце отдельных плановых интервалов снабжения превосходит некоторый нормативный запас.

Аналогично, величина S_{2j}^v , $\forall j \in J_2$, $\forall v \in N_2 = \emptyset$ характеризует запас, который опускается ниже некоторого нормативного уровня. Это значит, что на всех предприятиях $j \in J_2$ возникает дефицит.

Можно указать два пути для устранения указанного выше противоречия. Первый связан с использованием резервов поставщиков и предполагает увеличение (уменьшение) объемов разовых поставок (при неизменяющемся плановом числе z_j интервалов снабжения) либо увеличение (уменьшение) числа интервалов снабжения. Возможна и комбинация последних. При этом задача T_1 имеет смысл с позиций реализации планируемого минимума затрат на перевозки.

Второй подход связан с решением задачи оперативного маневрирования избыточными ресурсами на уровне предприятий-

потребителей, что приводит к дополнительным затратам на перевозки и делает задачу T_1 неадекватной объекту исследования. Модификация транспортной модели T_1 в условиях централизованного прикрепления поставщиков к потребителям, описанная в работе [1], позволяет снизить дополнительные затраты. Это достигается путем составления совместного плана перевозок с учетом маневрирования. Формально данная ситуация адекватна задаче типа T_2 , методы решения которой разработаны [2]. Таким образом, задача T_2 является обобщением T_1 и ее решение создает еще на этапе планирования возможности для повышения надежности процесса снабжения как объекта регулирования.

Следует отметить, что реализация планирования в постановке T_2 предполагает формирование законов управления на уровне поставщики — потребители и на уровне потребителей при оперативном маневрировании. Их оптимальное согласование — важное условие эффективного распределения производственных и сбытовых запасов в системе материально-технического снабжения.

Список литературы: 1. Гамбаров Л. А. Об одной модификации транспортной задачи в условиях централизованного прикрепления поставщиков к потребителям. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 4, с. 29—32. 2. Гамбаров Л. А. Итеративный алгоритм решения одного класса задач линейного программирования. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1983, № 199. Прикл. механика и процессы упр., вып. 3, с. 11—15.

Поступила в редколлегию 17.04.84.

УДК 519.6

А. Е. ГОЛОСКОКОВ, канд. техн. наук, Г. Н. ГУРА

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В ряде ситуаций планирующим органам приходится принимать решение в условиях нечеткой (расплывчатой) информации. Данные ситуации возникают в тех случаях, когда исследователю не удается традиционными методами формализовать процесс функционирования реальной системы. Это обусловлено противоречием между расплывчатостью естественного языка и строгостью математических понятий и определений. Следовательно, необходимо разработать методы и алгоритмы принятия решений в строго неформализуемых ситуациях.

Впервые описанную проблему пытался разрешить Борель, предложив поставить каждому элементу некоторого множества (в обычном смысле слова) в соответствие долю тех, кто отнес бы элемент к данному классу, являющемуся расплывчатым. Л. А. Заде ввел понятия «нечеткость» и «лингвистическая переменная», а также дал математический аппарат теории нечетких множеств, позволяющий принимать решение в строго неформали-

потребителей, что приводит к дополнительным затратам на перевозки и делает задачу T_1 неадекватной объекту исследования. Модификация транспортной модели T_1 в условиях централизованного прикрепления поставщиков к потребителям, описанная в работе [1], позволяет снизить дополнительные затраты. Это достигается путем составления совместного плана перевозок с учетом маневрирования. Формально данная ситуация адекватна задаче типа T_2 , методы решения которой разработаны [2]. Таким образом, задача T_2 является обобщением T_1 и ее решение создает еще на этапе планирования возможности для повышения надежности процесса снабжения как объекта регулирования.

Следует отметить, что реализация планирования в постановке T_2 предполагает формирование законов управления на уровне поставщики — потребители и на уровне потребителей при оперативном маневрировании. Их оптимальное согласование — важное условие эффективного распределения производственных и бытовых запасов в системе материально-технического снабжения.

Список литературы: 1. Гамбаров Л. А. Об одной модификации транспортной задачи в условиях централизованного прикрепления поставщиков к потребителям. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 4, с. 29—32. 2. Гамбаров Л. А. Итеративный алгоритм решения одного класса задач линейного программирования. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1983, № 199. Прикл. механика и процессы упр., вып. 3, с. 11—15.

Поступила в редколлегию 17.04.84.

УДК 519.6

А. Е. ГОЛОСКОКОВ, канд. техн. наук, Г. Н. ГУРА

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В ряде ситуаций планирующим органам приходится принимать решение в условиях нечеткой (расплывчатой) информации. Данные ситуации возникают в тех случаях, когда исследователю не удается традиционными методами формализовать процесс функционирования реальной системы. Это обусловлено противоречием между расплывчатостью естественного языка и строгостью математических понятий и определений. Следовательно, необходимо разработать методы и алгоритмы принятия решений в строго неформализуемых ситуациях.

Впервые описанную проблему пытался разрешить Борель, предложив поставить каждому элементу некоторого множества (в обычном смысле слова) в соответствие долю тех, кто отнес бы элемент к данному классу, являющемуся расплывчатым. Л. А. Заде ввел понятия «нечеткость» и «лингвистическая переменная», а также дал математический аппарат теории нечетких множеств, позволяющий принимать решение в строго неформали-

зуемых ситуациях [1]. Дальнейшее развитие эта теория получила в работах [2—4].

Нами разработан алгоритм решения распределительной задачи в условиях нечеткой информации. При этом использованы некоторые общетеоретические результаты, полученные А. И. Орловским [3]. Алгоритм состоит из следующих семи шагов.

1. Формируется детерминированная модель распределительной задачи [5]:

$$\sum_{i,j} f(x_{ij}, C_{ij}) \rightarrow \max \quad (1)$$

при ограничениях

$$\varphi_i(x_{ij}, a_{ij}) \leq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$x_{ij} \in X, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Здесь X — множество альтернатив; $f: X \rightarrow R^1$; $\varphi: X \rightarrow R^1$ — критерий качества и технико-экономические ограничения функционирования транспортной системы; R^1 — числовая ось; C_{ij} , a_{ij} ($i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$) — параметры, характеризующие процесс функционирования транспортной системы.

2. На основе анализа реальной системы и модели (1)—(3) определяются параметры, которые невозможно формализовать традиционными методами. Затем с помощью метода экспертных оценок вычисляются функции принадлежности — $\chi_{ij}(C_{ij})$, $\theta_{ij}(a_{ij})$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$.

3. На основе реализаций параметров C_{ij} , a_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$ формируются матрицы C^k , A^k , $\chi(C^k)$, $\theta(A^k)$, $k = \overline{1, v}$, характеризующие возможные состояния системы (v — количество состояний системы, обуславливаемое количеством реализаций параметров C_{ij} , a_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$).

4. Выбирается значение величины α , отображающее рациональный уровень нечеткой информации.

5. Формируется и решается задача нечеткого математического программирования следующего вида.

Максимизировать нечеткую функцию цели

$$F(x, \beta) = \sup_k F^k \quad (4)$$

на нечетком множестве допустимых альтернатив

$$\mu(x) = \sup_k \mu_0^k, \quad k = \overline{1, v}, \quad (5)$$

где $\beta = f(x_{ij}, C_{ij})$.

Решение задачи (4)—(5) осуществляется так [3]. Для k -й матрицы ограничений (2) вычисляется значение μ_0^k :

$$\mu_0^k = \min_{ij} \theta(A^k), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, v}.$$

Затем для последовательности значений $\mu_0^k (k = \overline{1, v})$ находят значение величины $\mu(x) = \sup \mu_0^k (k = \overline{1, v})$, которое характеризует степень допустимости альтернатив на данном наборе реализаций параметров системы.

Аналогично поступают и с нечеткой функцией цели (4). Определяется параметр F^k , который соответствует всем возможным наборам реализаций параметров целевой функции (1):

$$F^k = \min_{i,j} \chi(C^*), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, v}.$$

Для последовательности $F^k (k = \overline{1, v})$ устанавливается значение $F(x, \beta) = \sup F^k (k = \overline{1, v})$ и фиксируются наборы реализаций параметров целевой функции (1), для которых величина $F(x, \beta)$ достигает определенного значения. Значение β принадлежит нечеткой оценке альтернативы x^k со степенью не меньше F^k . Таким образом получают наборы реализаций параметров, описывающих реальную систему, с наибольшими степенями допустимости решения и принадлежности нечеткого отклика.

В задаче (4) — (5) выбор альтернатив реализуется с учетом двух отношений предпочтения на множестве альтернатив: нечеткого, индуцированного функцией $F(x, \beta)$, и четкого, индуцированного функцией μ_a и естественным порядком на числовой оси R^1 [3].

Функция $F(x, \beta)$ и естественный порядок (\geq) на R^1 индуцируют на X нечеткое отношение предпочтения вида [3]

$$\eta^1(x_1, x_2) = \sup_{y,z} \min \{F(x_1, y), F(x_2, z)\}. \quad (6)$$

Второе отношение предпочтения на X определяется тем, что предпочтительны те альтернативы, которые имеют большую степень допустимости

$$\eta^2(x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & \mu_a(x_1) \geq \mu_a(x_2); \\ 0, & \mu_a(x_1) < \mu_a(x_2). \end{cases} \quad (7)$$

В работе [3] для задач с несколькими отношениями предпочтения на множестве альтернатив предложена следующая процедура сужения множества допустимых альтернатив и построения множества недоминируемых альтернатив: строится свертка исходных отношений предпочтения

$$\hat{\eta}^1(x_1, x_2) = \min \{\eta^1, \eta^2\}, \quad (8)$$

и взвешенная сумма (при условии одинаковости коэффициентов важности исходных отношений предпочтения η^1, η^2)

$$\hat{\eta}^2(x_1, x_2) = \{\eta^1 + \eta^2\}/2, \quad (9)$$

где $\hat{\eta}^1, \hat{\eta}^2$ — нечеткие подмножества недоминируемых альтернатив множеств $(x, \hat{\eta}^1), (x, \hat{\eta}^2)$ соответственно. Тогда ре-

зультулирующее подмножество недоминируемых альтернатив определяется так:

$$\hat{\eta}^3(\mathbf{x}) = \min\{\hat{\eta}^1, \hat{\eta}^2\}. \quad (10)$$

Функция принадлежности $\hat{\eta}^3$ служит основой для выбора альтернатив в задаче (4) — (5).

6. Формируется нечеткое множество недоминируемых альтернатив со степенью α с учетом процедуры (6) — (10) и решения задачи вида

$$f(x_{ij}, C_{ij}) \rightarrow \max \quad (11)$$

при ограничениях

$$\varphi_i(x_{ij}, a_{ij}) \leq 0, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}; \quad (12)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}; \quad (13)$$

$$\theta(a_{ij}) \geq \alpha, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}; \quad (14)$$

$$\chi(C_{ij}) \geq \alpha, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \quad (15)$$

Наличие ограничений (14), (15) указывает на то, что при нахождении альтернатив, недоминируемых со степенью α , необходимо учитывать только реализации параметров задачи (1) — (3), которые принадлежат нечетким множествам со степенью не меньше α .

Функция принадлежности нечеткого решения определяется по формуле

$$\mu_x = \min\{\mu_\alpha(x), F(x, \beta)\}. \quad (16)$$

7. В качестве рационального решения выбирается тот оптимальный план \tilde{x} , который имеет как наибольшую степень допустимости, так и наибольшее значение нечеткого отклика системы на решение \tilde{x} .

Возможна ситуация, когда величины, вычисляемые по формулам (4) — (5), достигают равных максимальных значений. Поскольку функция принадлежности нечеткого решения определяется по формуле (16), решения могут иметь равные численные значения μ_x и являться несравнимыми в рамках имеющейся информации. В этом случае планы, полученные в результате решения задач вида (4) — (5), (11) — (15), направляются лицу, принимающему решение. Данное лицо выбирает рациональный вариант.

Однако в рамках предлагаемого алгоритма можно отыскивать и единственное решение, если функция принадлежности μ_x выпукла и унимодальна. Это возможно в том случае, когда функции принадлежности параметров C_{ij} , a_{ij} выпуклы и унимодальны.

Список литературы: 1. Заде Л. А. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решения. — В кн.: Математика сегодня. М., 1974, с. 5—49. 2. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с фр. — М.: Радио и связь, 1982. — 432 с. 3. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. — М.: Наука, 1981. — 208 с. 4. Шапиро Д. И. Принятие решений в системах организационного управления: использование расплывчатых категорий. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 184 с. 5. Голоскоков А. Е., Емельянов В. И., Гиттик Ю. Л. Об одном подходе к решению распределительной задачи большой размерности. — Тр./ГосНИИ ГА, 1977, вып. 149, с. 63—68.

Поступила в редколлегию 09.04.84.

УДК 658.512

А. В. ДАБАГЯН, д-р техн. наук, И. В. МЕЗЕНЦЕВ

ОБЩАЯ ЗАДАЧА СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА ИЗДЕЛИЙ В ДИНАМИКЕ

Экономическое развитие народного хозяйства при современных темпах научно-технического прогресса сопровождается постоянным обновлением существующего парка машин, оборудования, различных технических устройств. Обновление предполагает не только внедрение абсолютно нового, но и модернизацию, реконструкцию уже существующего. Структурные элементы эксплуатируемых систем обслуживания (СО) подвержены моральному и физическому износу. Это при росте объема и сложности выполняемых работ может привести к дефициту обслуживающих устройств (ОУ) и большим экономическим потерям. Синтез оптимального типоразмерного ряда (ТР), который частично или полностью заменит существующий парк ОУ, возможен при наличии в достаточном объеме точных статистических данных. Необходимы также дополнительные сведения о ресурсных возможностях отраслей, производящих ОУ, о существующем парке, о прогнозе потребностей на период планирования, об опыте производства аналогичных изделий за рубежом, о динамике затрат.

На кафедре АСУ Харьковского политехнического института проф. А. В. Дабагяном разработана методика проектирования СО с учетом фактора времени. Предлагаемый подход позволяет легко алгоритмизировать процедуру решения задачи. Рассмотрим формализованную постановку задачи.

Поле возможных потребностей X^d объединяет все требования, поступившие в СО в течение планового периода T . Известна структура существующего ТР Y^k , основой для оценки работоспособности которого являются жизненные циклы ОУ старого типа. Неудовлетворенные требования из X^d объединяются в суммарное разностное поле $X^r \subseteq X^d$. Для обслуживания этого поля синтезируется перспективный ряд ОУ $Y^H \subseteq Y$, где Y — поле

возможных решений. Остаточное поле $X^d \setminus X^r$ будет по-прежнему обслуживаться существующим ТР изделий Y^k .

Рассмотрим переменные $v_{ij} \in \{0, 1\}$, $i \in Y$, $j \in X^r$, равные единице, если j -я заявка обслуживается i -м типом ОУ, и равные нулю в противном случае. Ограничение

$$\sum_{i \in Y} v_{ij} \geq 1, \quad j \in X^r \quad (1)$$

предусматривает обязательное обслуживание всех заявок из разностного поля. Для синтеза нового ряда изделий необходимо n видов ресурсов. Оптимизационная задача потребления ресурсов может быть разбита на T подзадач для каждого года планового периода. Для задачи, составленной для k -го года планового периода, правомерна следующая система из n неравенств:

$$\sum_{i \in Y} p_{ki} l_{is} \leq r_{ks}, \quad s = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Здесь p_{ki} — размер серии ОУ i -го типа в k -й год периода T ; l_{is} — потребность в s -м виде ресурсов для производства одного изделия i -го типа; r_{ks} — потребление s -го ресурса в k -й год планового периода.

В качестве критериальной функции целесообразно применить приведенные затраты:

$$\sum_{i \in Y} c_{ki} p_{ki} + E_n \sum_{s=1}^n r_{ks} c_s^r \rightarrow \min, \quad (3)$$

где c_{ki} — стоимость обслуживания одного ОУ i -го типа в $k \in T$; c_s^r — стоимость единицы s -го вида ресурсов; E_n — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений.

Функция (3), система линейных ограничений (2) и условие неотрицательности $p_{ki} \geq 0$, $k \in T$, $i \in Y$ образуют стандартную задачу линейного программирования, переменные которой в общем случае принимают целочисленные значения. Данная задача может быть решена любым комбинаторным методом, например методом ветвей и границ. Качественное решение получается при использовании пакета прикладных программ «Линейное программирование в АСУ» (ППП ЛП АСУ). Ненулевые компоненты оптимальных планов p_k^* , $k = \overline{1, T}$ определяют размеры серий изделий p_{ki}^* , $k = \overline{1, T}$, $i \in Y^n$, которые можно синтезировать при наличных ресурсах. Если ввести переменные m_{ki} — количество ОУ i -го типа, выбывающих из СО в k -й год планового периода, то можно определить допустимые серии q_{ki} , $k \in T$, $i \in Y^n$:

$$q_{1i} = p_{1i}/2 - m_{1i}; \quad q_{2i} = (p_{2i}/2 + q_{1i}) - m_{2i}.$$

Аналогично для k -го года планового периода

$$q_{ki} = (p_{ki}/2 + \sum_{\eta=1}^{k-2} p_{\eta i} + q_{k-1,i}) - \sum_{\substack{\eta=1 \\ \eta \neq k-1}}^k m_{\eta i}.$$

Таким образом, ограничение на ресурсы в задаче проектирования оптимального ТР ОУ в динамике принимает вид

$$\sum_{j \in X^r} d_{kj} u_{ij} v_{ij} \leq q_{ki}, \quad k \in T, \quad i \in Y^n. \quad (4)$$

Здесь u_{ij} — количество ОУ i -го типа, обслуживающих одно требование из j -й заявки. Важное значение имеет ограничение на интегральный ресурс

$$\sum_{i \in Y^n} \sum_{j \in X^r} \max_{k \in T} d_{kj} u_{ij} \leq \sum_{i \in Y^n} \max_{k \in T} q_{ki}. \quad (5)$$

Заявки из пересечения областей обслуживания Q_h сменяющих друг друга изделий h -й пары

$$Q_h \equiv Q(y_h^k) \cap Q(y_h^n)$$

обязательно должны обслуживаться в течение T лет:

$$T_{jh}^k + T_{jh}^n = T, \quad h = \overline{1, n^p}, \quad j \in Q_h, \quad (6)$$

где T_{jh}^k , T_{jh}^n — продолжительность функционирования соответственно ОУ старого y_h^k и нового y_h^n типов по обслуживанию j -й заявки из Q_h ; n^p — количество пар изделий. Под парой понимается взаимодополняющее сочетание изделий из ТР Y^k , Y^n , сменяющих друг друга при обслуживании общей области $Q_h \in X^r$.

С учетом введенных понятий задача динамики формулируется в следующем виде: при ограничениях (1), (4)–(6) построить типоразмерный ряд ОУ Y^n , максимально использующий существующий парк изделий Y^k и минимизирующий (при условии своевременного и качественного удовлетворения всех потребностей из X^r) суммарные затраты на разработку, производство и эксплуатацию изделий проектируемого ряда.

Поступила в редколлегию 13.09.84.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА УСТРОЙСТВ

Рассмотрим подход к формированию математической модели типоразмерного ряда, состоящего из m типов устройств. Состав этого ряда с течением времени варьируется вследствие изменения потребностей в выполняемых работах, действия технического прогресса и других факторов.

Состояние ряда описываем некоторым вектором $\bar{N}(t)$, i -я компонента которого $n_i(t)$ представляет собой количество типоразмеров i -го типа, находящихся в момент времени t в эксплуатации. Управлять состоянием системы можно, изменяя $n_i(t)$ путем варьирования поставок при учете списания (план последнего считаем заданным). Все множество типоразмеров разобьем на три подмножества. Пусть I_1 — множество типоразмеров, производимых в начале планового периода; I_2 — множество типоразмеров, находящихся на различных стадиях проектирования и освоения в производстве; I_3 — перспективные типоразмеры, параметры которых необходимо рассчитать.

При моделировании развития системы весь период планирования разбивается на три подпериода. В первом из них эксплуатируются типоразмеры только из множества I_1 . Динамика ряда обусловлена их возможными поставками. Во втором подпериоде не исключен ввод в эксплуатацию типоразмеров из множества I_2 . Поскольку их параметры известны, управлять развитием ряда можно также, меняя сроки ввода их в эксплуатацию и вычисляя моменты прекращения производства типоразмеров из I_1 . Третий подпериод развития характеризуется тем, что в эксплуатации могут быть и типоразмеры из множества I_3 , параметры которых следует определить. Таким образом, появляется новый фактор, позволяющий управлять развитием ряда. Указанные различия приводят к необходимости использовать разные модели для каждого из трех подпериодов. Далее подробно изучим второй подпериод планирования.

Рассмотрим состояние ряда в дискретные моменты времени $t_0, t_0 + \Delta t, \dots, t_0 + T\Delta t$. Опишем это состояние в течение каждого j -го интервала векторами

$$\bar{U}_j = \bar{N}(t_0 + j\Delta t); \quad \bar{V}_j = \int_{t_0 + (j-1)\Delta t}^{t_0 + j\Delta t} \bar{N}(t) dt / \Delta t. \quad (1)$$

Здесь \bar{U}_j — вектор, задающий количества типоразмеров на начало j -го интервала; \bar{V}_j — вектор среднесписочных количеств типоразмеров в j -м интервале; \bar{T} — горизонт планирования.

Ввод и списание типоразмеров производятся в течение всего интервала. Отсюда возникает условие связи векторов \bar{U}_j, \bar{V}_j :

$$v_{ij} = u_{ij} + \delta_1 v_{ij} - \delta_2 v_{ij}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, T}, \quad (2)$$

где v_{ij}, u_{ij} — i -е компоненты векторов \bar{V}_j, \bar{U}_j ; μ_{ij}, v_{ij} — планы поставок и списания в j -м интервале типоразмеров i -го типа; δ_1, δ_2 — коэффициенты приведения.

Значения δ_1, δ_2 определяются динамикой ввода и списания в течение интервала. Если ввод и списание осуществляются равномерно, то из выражений (1) видно, что $\delta_1 = \delta_2 = 0,5$. Сформулируем в общем виде условия, которые следует включить в модель, описывающую второй подпериод планирования. Пусть имеется L видов работ, которые необходимо выполнить. Условие выполнения заданного объема работ

$$\sum_{i \in G_l} x_{lij} \omega_{il} \geq W_{lj}, \quad l = \overline{1, L}, \quad j = \overline{1, T}. \quad (3)$$

Здесь G_l — множество типоразмеров, обслуживающих l -й вид работ; x_{lij} — количество типоразмеров i -го типа, выделенных в j -м интервале для работ l -го вида; ω_{il} — среднеинтервальная производительность типоразмера i -го типа при выполнении работ l -го вида; W_{lj} — заданный объем работ l -го вида в j -м интервале. Кроме того, очевидно, что

$$\sum_{l=1}^L x_{lij} \leq v_{ij}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, T}. \quad (4)$$

Запишем ресурсные ограничения. Система должна работать, потребляя ресурсы в количествах, не больших, чем располагаемые:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^m x_{lij} r_{pi} \leq R_{pj}, \quad p = \overline{1, P}, \quad j = \overline{1, T}, \quad (5)$$

где r_{pi} — среднеинтервальная потребность типоразмера i -го типа в p -м виде ресурсов; R_{pj} — количество ресурса p -го вида в j -м интервале; P — число видов ресурсов.

Отдельно рассмотрим ограничение по капитальным вложениям. При условии, что капитальные вложения делаются только для приобретения новых типоразмеров, ограничение можно сформулировать в виде

$$\sum_{i=1}^m \mu_{ij} c_i \leq K_j, \quad j = \overline{1, T}. \quad (6)$$

Здесь c_i — цена i -го типоразмера; K_j — лимит на капитальные вложения в j -м интервале.

Векторы \bar{U}_j, \bar{U}_{j+1} должны удовлетворять следующим балансовым соотношениям:

$$u_{i,j+1} = u_{ij} + \nu_{ij} - \gamma_{ij}, \quad t = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, T}. \quad (7)$$

Определим условие одноразовости снятия типоразмера с производства или запуска его в производство. Введем переменные z_{ij} , такие, что если $z_{ij} = 1$, то i -й типоразмер запускается в производство или снимается с производства в течение j -го интервала; в противном случае $z_{ij} = 0$. Тогда это условие следует записать так:

$$\sum_{j=1}^T z_{ij} \leq 1, \quad i = \overline{1, m}. \quad (8)$$

Далее рассмотрим условие ограниченности поставок типоразмеров. Пусть известны значения величин ν_{ijk}^H, ν_{ijk}^B — нижней и верхней границ поставок i -го типоразмера в j -м интервале при условии, что данный типоразмер снимается ($i \in I_1$) или запускается ($i \in I_2$) в k -м интервале. Тогда

$$\sum_{k=1}^T \nu_{ijk}^H z_{lk} \leq \nu_{ij} \leq \sum_{k=1}^T \nu_{ijk}^B z_{lk}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, T}. \quad (9)$$

Необходимо также учитывать условия неотрицательности переменных модели

$$\begin{aligned} \nu_{ij} \geq 0; \quad x_{ij} \geq 0; \quad \nu_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, T}, \quad l = \overline{1, L}; \\ u_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, T+1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, условия (3) — (10) образуют систему ограничений. Изложенный подход применялся для решения задачи о планировании развития парка воздушных судов Гражданской авиации СССР. Были сформулированы два критерия качества развития парка — максимум суммарных объемов работ, выполняемых парком в целом,

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^T \sum_{i \in G_l} x_{lij} \omega_{il} \rightarrow \max \quad (11)$$

и минимум приведенных затрат

$$\sum_{j=1}^T \left(\sum_{l=1}^L \sum_{i \in G_l} s_i x_{lij} + \sum_{i=1}^m \nu_{ij} c_i \right) (1 + E_{н.п})^{-j} \rightarrow \min, \quad (12)$$

где s_i — среднеинтервальная себестоимость эксплуатации i -го типа размера; $L_{н. п}$ — норматив приведения.

Два критерия оптимизации использовались для того, чтобы с различных сторон оценить возможности развития парка воздушных судов. Рассматриваемая задача — найти оптимум (11) либо (12) при ограничениях (2) — (10) — относится к классу задач частично целочисленного программирования с булевыми переменными. Она была решена для двенадцати типов воздушных судов, шести видов авиаработ, трех интервалов планирования, равных пяти годам, и двух видов ресурсов (авиабензин и авиакеросин). При решении использован метод ветвей и границ, реализованный в пакете прикладных программ «Линейное программирование в АСУ».

Поступила в редколлегию 25.09.84.

УДК 007.3

С. В. ШЕВЧЕНКО

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ РАЗВИТИЯ И РАЗМЕЩЕНИЯ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Для обеспечения эффективности функционирования производственной системы во времени необходимо на этапе планирования ее развития учитывать динамику изменения спроса в продукции системы. Применительно к сети систем технического обслуживания (ТО) рассматриваемая проблема может быть сформулирована следующим образом. При известных значениях спроса (заявок) в ТО на фиксированные моменты времени $t \in \overline{1, T}$, определенных в элементах множеств $I_t = \{1, 2, \dots, m_t\}$, нужно предложить такой план развития сети систем ТО на множестве центров $J = \{1, 2, \dots, n\}$, чтобы суммарные затраты на развитие сети и ее эксплуатацию с учетом транспортных расходов за весь планируемый период времени T были минимальными.

Если прикрепление заявок к центрам ТО и выбор вариантов развития определить логическими переменными

$$x_{ij}^t = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-я заявка из множества } I_t \text{ закрепляется за} \\ & j\text{-м центром ТО, } t \in \overline{1, T}, j \in J; \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$y_{pj}^t = \begin{cases} 1, & \text{если в } j\text{-м центре ТО в момент времени } t \text{ выбран} \\ & p\text{-й вариант развития, } t \in \overline{1, T}, p \in R_{ij}; \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

то математическую модель рассматриваемой задачи можно представить в следующем виде. Найти

$$\min \sum_i \sum_t k_t (\sum_i c_{ij}^t x_{ij}^t + \sum_p y_{pj}^t (A_{pj} E + g_{pj}(\sum_i \omega_i^t x_{ij}^t))) \quad (1)$$

при ограничениях $\forall t \in \overline{1, T}$:

$$\sum_i x_{ij}^t = 1, \quad \forall i \in I_t \quad (2); \quad \sum_i \omega_i^t x_{ij}^t \leq \sum_{s=1}^t \sum_p B_{ps} y_{pj}^s, \quad \forall j \in J \quad (3);$$

$$\sum_p y_{pj}^t \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (4); \quad \sum_{i,p} A_{pj} y_{pj}^t \leq M_t \quad (5);$$

$$x_{ij}^t, y_{pj}^t \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I_t, \quad \forall j \in J, \quad \forall p \in R_{ij}, \quad (6)$$

где k_t — коэффициенты дисконтирования затрат; $\{c_{ij}^t\}$ — матрица полных транспортных расходов; A_{pj} — капитальные вложения по p -му варианту; E — коэффициент экономической эффективности капитальных вложений; $g_{pj}(\cdot)$ — вогнутая функция, отражающая изменение эксплуатационных затрат от загрузки j -го центра ТО при p -м варианте; ω_i^t — значение заявки; B_{pj} — мощность системы при p -м варианте.

Задача (1) — (6) относится к классу однопродуктовых динамических производственно-транспортных задач. В качестве особенностей данной постановки следует отметить нелинейность целевой функции, целочисленность всех переменных, а также то, что варианты развития не являются «сквозными», т. е. постоянными для всего планируемого периода. Все это затрудняет применение известных методов оптимизации производственно-транспортных моделей.

Рассмотрим подход, позволяющий найти решение указанной задачи. В нем использованы идеи параметрической декомпозиции Корнай—Липтака [1]. В соответствии с работой [1] задача (1) — (6) может быть представлена в виде совокупности подзадач, описывающих конкретные системы ТО и объединенных координирующей программой. Для этого введем в рассмотрение параметры $\xi_{ij}^t \in [0, 1]$, которые по смыслу аналогичны переменным x_{ij}^t . Тогда необходимо выполнение условия

$$\sum_j \xi_{ij}^t = 1, \quad \forall t \in \overline{1, T}, \quad \forall i \in I_t.$$

Очевидно, вектор $\xi_j = \{\xi_{ij}^t\}$ полностью определяет загрузку j -го центра ТО в течение планового периода. Приходим к j -й подзадаче. Найти

$$\omega_j(\xi_j) = \min \sum_i k_t (\sum_i c_{ij}^t x_{ij}^t + \sum_p y_{pj}^t (A_{pj} E + g_{pj}(\omega_j^t))) \quad (7)$$

при ограничениях $\forall t \in \overline{1, T}$:

$$x_{ij}^t = \xi_{ij}^t, \quad \forall i \in I_t \quad (8); \quad \Omega_t^t \leq \sum_{\tau=1}^t \sum_p B_{p\tau} y_{p\tau}^c \quad (9);$$

$$\sum_p y_{p\tau}^t \leq 1 \quad (10); \quad \Omega_j^t = \sum_i \omega_i^t x_{ij}^t \quad (11);$$

$$x_{ij}^t, y_{p\tau}^t \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I_t, \quad \forall p \in R_{ij}. \quad (12)$$

Задача (7) — (12) представляет собой целочисленную задачу линейного программирования с булевыми переменными сравнительно небольшой размерности. Поэтому ее решение не вызывает принципиальных трудностей.

Чтобы оптимальные решения подзадач отвечали оптимальному решению исходной задачи, распределение $\{\xi_j\}$ следует корректировать в направлении уменьшения значения функции $W(\xi) = \sum_j w_j(\xi_j)$, которая равна по определению значению целевой функции исходной задачи. Поскольку функции $w_j(\xi_j)$ заданы неявно, то для этого нужно знать градиент $\nabla w_j(\xi_j)$. Как показано в работе [2], компоненты вектора $\nabla w_j(\xi_j)$ можно определить соответствующими значениями множителей Лагранжа к ограничениям (8) в стационарной точке функции Лагранжа для задачи (7) — (12). При этом функция Лагранжа составляется с неравенством (9), преобразованным в равенство на основании известного решения подзадачи. Получим

$$L_j(x_j, y_j, u_j, v_j) = s_j + \sum u_{ij}^t (x_{ij}^t - \xi_{ij}^t) + \sum_t v_t \sum_i \omega_i^t x_{ij}^t + \omega_{0j}^t - \\ - \sum_{\tau=1}^t \sum_p B_{p\tau} y_{p\tau}^c,$$

где s_j — целевая функция задачи (7) — (12); ω_{0j}^t — невязки ограничений (9) для оптимального решения задачи (7) — (12). Тогда имеем систему уравнений $\nabla L_j(x_j, y_j, u_j, v_j) = 0$, которая линейна относительно искомым множителей Лагранжа; причем, если $\{u_j^*, v_j^*\}$ — решение этой системы, то $\nabla w_j(\xi_j) = -u_j^*$.

Для того чтобы минимизировать функцию $W(\xi)$, необходимо изменить распределение $\{\xi_j\}$ в направлении антиградиента $\{u_j\}$. Кроме того, компоненты распределения должны удовлетворять ограничениям, гарантирующим его допустимость. Таким образом, приходим к следующей координирующей задаче. Найти

$$\max_{I, t, i} \sum u_{ij}^t \xi_{ij}^t \quad (13)$$

при ограничениях $\forall t \in \overline{1, T}$:

$$\sum_i \xi_{ij}^t = 1, \quad \forall i \in I_t \quad (14); \quad \sum_p \eta_{pj}^t \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (15);$$

$$\sum_i \omega_i^t \xi_{ij}^t \leq \sum_{\tau=1}^t \sum_p B_{p\tau} \eta_{pj}^{\tau}, \quad \forall j \in J \quad (16); \quad \sum_{i,p} A_{pi} \eta_{pi}^t \leq M_t \quad (17);$$

$$\xi_{ij}^t, \eta_{pj}^t \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I_t, \quad \forall j \in J, \quad \forall p \in R_{ij}. \quad (18)$$

Здесь переменные η_{pj}^t — аналог переменных y_{pj}^t .

Координирующая задача (13)—(18) является задачей целочисленного линейного программирования, для решения которой разработаны и используются эффективные методы оптимизации.

На основании сказанного для решения сформулированной задачи можно применить следующий алгоритм: 1. Выбрать начальное допустимое распределение $\{\xi_j\}$. 2. Решить подзадачи (7)—(12) и определить компоненты градиента $\nabla W_j(\xi_j)$. 3. Решить координирующую задачу (13)—(18). 4. Если распределения, полученные на двух соседних итерациях, совпадают либо значение функции $W(\xi)$ не убывает, то решения подзадач соответствуют локальному решению исходной задачи (1)—(6). В противном случае — идти к п. 2.

Таким образом, решение нелинейной целочисленной задачи размещения (1)—(6) сводится к решению ряда более простых подзадач (7)—(12), итерационно связанных с координирующей задачей целочисленного линейного программирования.

Список литературы: 1. Корнаи И., Липтак Т. Планирование на двух уровнях. — В кн.: Применение математики в экономических исследованиях. М., 1965, с. 17—25. 2. Хедли Д. Нелинейное и динамическое программирование: Пер. с англ. — М.: Мир, 1967. — 506 с.

Поступила в редколлегию 17.11.84.

УДК 658.512

И. В. ТКАЧУК, канд. техн. наук, Е. М. СОЛОВЬЕВА,
В. Г. БАЖЕНОВ, канд. техн. наук

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ РЕАЛИЗАЦИИ ДИАЛОГА В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

При создании автоматизированных систем, предназначенных для управления производством, ускорения научных исследований, проектирования и т. д. возникает задача разработки про-

граммного обеспечения диалоговой системы (ДС) пользователь — ЭВМ. Здесь следует выделить две основные проблемы: разработки формы представления диалога, адекватной предметной области ДС, а также программной реализации операций ввода-вывода информации и управления состоянием ДС. Первая из них может быть решена путем применения специальной методики построения структуры диалога, изложенной в работе [1]. Решение второй проблемы связано с использованием специальных средств соответствующей операционной системы (того или иного телекоммуникационного метода доступа, схемы прерываний), что требует привлечения для работы системных программистов достаточно высокой квалификации и удлиняет сроки разработки всего проекта. Эти трудности могут быть во многом преодолены с помощью правильного выбора существующих программных средств реализации режима диалога.

Анализ работ [2—4] по проблемам ДС показывает, что разработка программных средств поддержки диалога ведется в основном в двух направлениях: совершенствования существующих и создания новых операционных систем, расширяющих возможности использования режима разделения времени; создания на базе известных операционных систем специальных ДС применительно к различным классам задач.

Пример реализации первого направления — операционная система ДИСПАК, обеспечивающая на базе ЭВМ БЭСМ-6 развитую систему сообщений пользователю, эффективную диалоговую обработку символьной информации на АЛГОЛе и ФОРТРАНе. Среди подобных разработок для ЕС ЭВМ выделим систему ДИСП [2], расширяющую возможности ОС ЕС, и систему *PALLADA* [3], реализующую аналогичные функции в ДОС ЕС. Среди специальных ДС, созданных в разное время для решения определенных функциональных задач, можно назвать такие, как ДИМОН [2], КРАБ, *PRIMUS*, МТМ ИНЕС [4]. Общими характерными элементами для них являются: программа-монитор для обслуживания нескольких терминалов; достаточно простые средства программирования ввода-вывода в проблемных программах; подсистема редактирования текстовой и программной информации; сервисная подсистема, которая включает в себя сообщения об ошибках и средства, позволяющие обучать пользователя работе с системой. Сравнительная характеристика перечисленных и некоторых других специальных ДС приведена в таблице.

Анализ этих систем показывает, что лишь немногие из них обеспечивают автоматизацию программирования сценария управления процессом диалога. Примером такой возможности являются средства МТМ (многотерминального монитора) СУБД ИНЕС, предоставляемые языком описания сценария диалога (ЯОСД). Этот язык обеспечивает: вывод на экран дисплея символьного макета изображения; ввод с экрана изображения, пе-

Система	Применяемая ЭВМ	Операционная система	Используемый терминал	Наличие средств описания сценария диалога	Место применения системы
ДИМОН	БЭСМ-6	ДИСПАК	Телемонитор «Дубна»	Нет	Научные лаборатории (автоматизация экспериментов) То же Научные, учебные лаборатории ВЦ предприятий, научные лаборатории ВЦ учебных заведений
ДИСКАОД PRIMUS	«Минск-32» ЕС-1022 ЕС-1033	ЯОД-75 ОС ОС	АЦПУ ЕС-7927 ЕС-7066	Есть Нет Нет	
МТМ ИНЕС	ЕС-1022 ЕС-1033	ОС ОС	ЕС-7927 ЕС-7066	Есть Есть	
IUS (ГДР)	ЕС-1022	ОС	АП-62/64	Нет	

ренос информации из рабочей области в окна макета и редактирование; переход к следующему или любому другому пункту сценария диалога в зависимости от реакции пользователя или



значения поля в рабочей области; выполнение арифметических операций; формирование макета из отдельно описанных блоков; вызов программ пользователя, оформленных как загрузочные модули [4]. Диалоговая программа, написанная на ЯОСД, может храниться в виде колоды перфокарт или в библиотеке исходных модулей.

Наличие этих возможностей в ЯОСД МТМ ИНЕС позволяет значительно снизить трудоемкость на этапе программирования структуры диалога в проблемно-ориентированной ДС. Вместе с тем применение средств поддержки диалога в качестве базовых при разработке всего комплекса программного обеспечения АСУ невозможно без четкого представления о структуре разрабатываемой ДС. Взяв трехуровневую модель из работы [5] и модифицировав ее применительно к обсуждаемой проблеме, представим такую структуру в виде показанной на рисунке иерархии языков и средств их интерпретации. Модель позволяет также выделить три категории специалистов, использующих и разрабатывающих ДС.

Список литературы: 1. Ткачук Н. В., Баженов В. Г. Особенности структур данных и программ в математическом обеспечении САПР. — АСУ и приборы автоматки, 1984, вып. 70, с. 64—67. 2. Диалоговая система программирования ДИСП/И. М. Булко, Н. И. Дорожко, И. И. Пилецкий и др. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 240 с. 3. Векшин С. Б. Диалог и проблемное макропрограммирование в ДОС ЕС ЭВМ. — М.: Наука, 1981. — 158 с. 4. Годунов А. Н., Емельянов Н. Е., Свердлов С. С. Многотерминальный монитор СУБД ИНЕС. — Программирование, 1982, № 10, с. 64—79. 5. Altmeyer K., Hegewald E., Schubert W. Prinzipien der Implementierung von speziellen Dialogsystemen mit Hilfe eines sprachorientierten Rahmendialogsystems. — Techn. Univ. Dresden, Weiterbildungszentrum für math. Kybernetik und Rechen-technik/Informationsverarbeitung, 1981, H. 47, S. 3—13.

Поступила в редколлегию 05.09.84.

УДК 62-50

И. В. КОНОНЕНКО, канд. техн. наук, Н. Л. УМЕРОВА

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ

Решение задач среднесрочного и долгосрочного прогнозирования при малой предыстории, когда интервалы наблюдения и прогнозирования примерно одинаковы, возможно только в случае применения подходов, объединяющих достоинства эвристических и аналитических алгоритмов. Для прогнозирования средней часовой интенсивности прибытий и отправок λ_{cp} транспортных средств (ТС) в обслуживающих центрах (ОЦ) на 5, 10, 15 лет предложен следующий подход.

Поток событий обрабатывается с целью выбора недели с максимальной интенсивностью работы ОЦ. Среди семи суток неде-

ли выбирали одни с максимальным числом прибытий и отправлений. Для этих суток вычисляли среднюю часовую интенсивность прибытий и отправлений на отрезке стационарности процесса. В результате были получены временные ряды $\lambda_{\text{ср}}$ для одного типа ОЦ. Анализ задачи и экспертные оценки по методу Дельфи показали, что основные факторы, влияющие на $\lambda_{\text{ср}}$, — объем перевозок в данном ОЦ за год, удельный вес всех групп ТС в перевозках этого ОЦ, максимальная пропускная способность ОЦ, время (в годах). Будущие значения перечисленных технико-экономических факторов являются прогнозными. Для того чтобы учесть влияние предполагаемого ввода в будущем в данном ОЦ ТС новой группы, в качестве факторов использовали также временные ряды $\lambda_{\text{ср}}$ других ОЦ, в которых данная группа ТС уже введена. Эти временные ряды учитывались с запаздыванием, равным разности лет ввода соответствующей группы ТС. Данные, образующие предысторию, оформили в виде матрицы

$$\bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1N} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \gamma_{q1} & \gamma_{q2} & \cdots & \gamma_{qN} \end{bmatrix}.$$

Здесь q — число факторов, включая $\lambda_{\text{ср}}$; N — объем предыстории. Матрицу $\bar{\Gamma}$ разбили на две подматрицы — обучающую $\bar{\Gamma}_{\text{об}}$ и проверочную $\bar{\Gamma}_{\text{пр}}$. Разбиение осуществлялось путем отбора каждого нечетного столбца в $\bar{\Gamma}_{\text{об}}$ и каждого четного в $\bar{\Gamma}_{\text{пр}}$.

На обучающей подматрице оценивали параметры пробных моделей прогноза исходя из условия

$$\hat{A} = \arg \min_A \sum_{i=1}^{N_{\text{об}}} \rho_i F(\gamma_{1i} - \varphi(\bar{X}_i, \bar{A})),$$

$$\varphi(\bar{X}_r, \bar{A}) \leq L_r, \quad r \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad (1)$$

$$\varphi(\bar{X}_k, \bar{A}) \geq M_k, \quad k \in \{1, 2, \dots, N\},$$

где $\varphi(\bar{X}_i, \bar{A})$ — пробная модель, линейная относительно \bar{A} , причем $\bar{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ — вектор независимых переменных, $i = 1, 2, \dots, N_{\text{об}}$; $A = (a_1, a_2, \dots, a_p)^T$ — вектор оцениваемых параметров; $(\gamma_{11}, \gamma_{12}, \dots, \gamma_{1N_{\text{об}}})^T$ — вектор наблюдений; $F(\xi)$ — функция потерь, $\xi_i = \gamma_{1i} - \varphi(\bar{X}_i, \bar{A})$; ρ_i — весовой коэффициент, учитывающий дисперсию помехи или важность γ_{1i} для построения модели; L_r — ограничение сверху на значение модели в r -й точке; M_k — ограничение снизу на значение модели в k -й точке. Ограничения сверху и снизу возникают из условия реализуемости значений моделируемого показателя. Так, $\lambda_{\text{ср}}$ не может превосходить предельных значений, определяемых в дан-

ном случае классом аэропорта, кроме того $\lambda_{cp} \geq 0$. Для решения задачи (1) использован метод скользящего допуска, в котором безусловная минимизация осуществлялась по методу деформируемого многогранника [1].

Функция потерь $F(\xi)$ выбирается в соответствии с имеющейся информацией о законе распределения помех или о классе таких законов. При этом применяются [2] $F(\xi) = |\xi|$, $F(\xi) = (\xi)^2$, $F(\xi) = |\xi|^p$, $p = 1,25$; $p = 1,5$, функция потерь Хьюбера, функция потерь Хэмпела

$$F(\xi) = \begin{cases} \xi^2/(2S^2), & 0 \leq |\xi/S| < a; \\ a|\xi/S| - a^2/2, & a \leq |\xi/S| < b; \\ a \left(c + b - a - \frac{(c - |\xi/S|)^2}{c - b} \right) / 2, & b \leq |\xi/S| < c; \\ a(c + b - a)/2, & c \leq |\xi/S|. \end{cases}$$

Здесь a , b , c — задаваемые параметры; S — робастный параметр масштаба, который оценивали так: $\hat{S} = \hat{M}e [|\hat{\gamma}_{1i} - \hat{\gamma}_{2i}|]$; где $\hat{M}e[\dots]$ — оценка медианы $Me[\dots]$; $\hat{\gamma}_{1i}$ — оценка модели.

При оценивании начального S_0 в качестве $\hat{\gamma}_{1i}$ брали значения модели, оцененной по методу наименьших модулей, а на последующей итерации k , $k=2, 3, \dots$ решения задачи (1) использовали значения модели, оцененной в соответствии с условием (1) на $(k-1)$ -й итерации. Так как в общем случае задача (1) не является задачей выпуклого программирования, для отыскания глобального экстремума следует осуществлять многократный спуск из различных начальных приближений, генерируемых по равномерному закону в пределах задаваемой области. Достаточно точным начальным приближением, практически гарантирующим отыскание глобального экстремума, являются оценки \hat{A} , полученные по методу наименьших модулей.

Функция потерь Хэмпела исследовалась нами при решении задач оценивания параметров регрессионной модели $y = x^2 + 2x + 3$, скрытой в аддитивных шумах. Шум генерировался по нормальному закону, по приближенно-нормальному закону при $\alpha=0,05$ и $\alpha=0,1$ [2], а также по закону Коши. Исследование проводилось на выборках объемом 11 наблюдений, причем сравнивалось действие метода наименьших квадратов, метода наименьших модулей, оценителей Хэмпела 12А и АДА. Количество реализаций каждого вида шумов равнялось 25. Эффективность методов оценивалась путем вычисления ковариационных матриц, устанавливающих связь между вектором оценок параметров \hat{A} и вектором параметров \bar{A} истинной модели. Для

каждой из ковариационных матриц находили определитель $\delta_{\text{МНК}}$, $\delta_{\text{МНМ}}$, $\delta_{12\text{А}}$, $\delta_{\text{АДА}}$. Для выбора лучшего метода оценивания рассчитывалась сравнительная эффективность методов для каждого из приведенных законов распределения шумов:

$$e_k = \delta_{\text{мин}} / \delta_k.$$

Здесь δ_k — определитель ковариационной матрицы параметров, оцененных k -м методом, $k=1, 2, 3, 4$; $\delta_{\text{мин}}$ — минимальный из четырех определителей, соответствующий самому эффективному методу при данном законе распределения шумов. Для шума, распределенного по закону Коши, лучшей оказалась оценка, полученная оценителем 12А. Сравнительные эффективности $e_{\text{АДА}}=0,96$; $e_{\text{МНМ}}=0,67$; $e_{\text{МНК}}=0,47 \cdot 10^{-2}$. Для шума, распределенного по нормальному закону, наименьший определитель ковариационной матрицы найден для оценок по методу наименьших квадратов. Сравнительные эффективности составили $e_{\text{АДА}}=0,87$; $e_{12\text{А}}=0,62$; $e_{\text{МНМ}}=0,54$. Для шума, распределенного по приближенно-нормальному закону с $\alpha=0,05$, лучшей оказалась оценка АДА. Сравнительные эффективности других методов: $e_{12\text{А}}=0,97$; $e_{\text{МНМ}}=0,34$; $e_{\text{МНК}}=0,9 \cdot 10^{-7}$. При приближенно-нормальном законе распределения шумов с $\alpha=0,1$ лучшая эффективность у оценок, полученных оценителем 12А. Сравнительные эффективности следующие: $e_{\text{АДА}}=0,98$; $e_{\text{МНМ}}=0,2$; $e_{\text{МНК}}=0,15 \cdot 10^{-6}$. Подводя итог исследованию, можно сделать вывод, что оценители Хэмпела 12А и АДА наихудшем для них законе распределения шумов — нормальном имеют достаточно высокую сравнительную эффективность. По данному показателю лучшим среди сравниваемых четырех оценителей является оценитель Хэмпела АДА.

После оценивания всех пробных моделей в соответствии с задачей (1) для каждой модели на проверочной подматрице данных вычисляли значение

$$\Delta^* = \sum_{j=1}^{N_{\text{пр}}} \rho_j F(\gamma_{1j} - \varphi(X_j, A)), \quad (2)$$

где все обозначения сохранили прежний смысл, но относятся к $\bar{\Gamma}_{\text{пр}}$. Модели проранжировали по величине Δ^* . Далее $\bar{\Gamma}_{\text{пр}}$ сделали обучающей подматрицей, а $\bar{\Gamma}_{\text{об}}$ — проверочной и повторили для всех моделей процесс оценивания параметров и ранжирование по величине Δ^{**} . В матрице $\bar{\Gamma}$ выбрали новую обучающую и проверочную подматрицы, повторили процесс оценивания моделей и выбора лучших, опять обучающую подматрицу сделали проверочной, а проверочную — обучающей, проранжировали модели и т. д. Процесс прекращается после заданного числа итераций, определяемого точностными требованиями. Среди пробных моделей выбирается та, которая имеет минимальное

значение $H = \Delta^* + \Delta^{**} + \dots + \Delta^{***} \dots$. Параметры этой модели оценивали в соответствии с условием (1) на всей матрице $\bar{\Gamma}$. Полученную модель использовали для прогнозирования $\lambda_{\text{ср}}$. Для увеличения точности прогноза целесообразно применять всю имеющуюся информацию о будущих значениях процесса. При прогнозировании $\lambda_{\text{ср}}$ в матрицу $\bar{\Gamma}$ вводили результаты других прогнозов $\lambda_{\text{ср}}$ и использовали с малым ρ .

Список литературы: 1. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование: Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 534 с. 2. Кононенко И. В. Метод выбора структуры математических моделей. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 19—22.

Поступила в редколлегию 24.05.84.

УДК 629.734

М. Д. ГОДЛЕВСКИЙ, канд. техн. наук,
Н. П. ЧЕРНЫШЕВА, С. П. ЦЫГУЛЕВА

ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РЕКОНСТРУКЦИИ СЕТИ АЭРОДРОМОВ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА КАПИТАЛЬНЫЕ ВЛОЖЕНИЯ

Введение новых типов летательных аппаратов (ЛА) на магистральных и местных воздушных линиях невозможно без реконструкции сети аэродромов (АД). При этом возникают экономические задачи нелинейного целочисленного программирования.

Рассмотрим алгоритм реконструкции сети АД с учетом ограничений на капитальные вложения. Актуальность данной работы обусловлена тем, что до сих пор не разработана единая методика решения такой задачи.

Необходимо определить ряд АД, в которых экономически целесообразно произвести реконструкцию взлетно-посадочной полосы (ВПП) под старший тип ЛА. В работе [1] предложена постановка данной задачи, сводящаяся к максимизации квадратичной формы $Z = \bar{x}^T \Delta S \bar{x} / 2$ (1) при ограничении $\bar{k}^T \bar{x} \leq k_{\text{лим}}$ (2). Здесь \bar{x} — булев вектор, определяющий множество АД, для которых согласно перспективному плану необходимо осуществить реконструкцию ВПП,

$\bar{x} = \begin{cases} 0, & \text{если реконструкция не производится;} \\ 1 & \text{в противном случае;} \end{cases}$

ΔS — неотрицательная симметричная матрица, ее элементами являются эксплуатационные расходы, возникающие вследствие

того, что на соответствующих авиалиниях не введен более тяжелый тип ЛА; \bar{k} — вектор, элементами которого являются капитальные вложения для реконструкции каждого АД; $\bar{k}_{\text{лим}}$ — лимит на капитальные вложения.

Обычно эту задачу решают, сводя ее к задаче целочисленного линейного программирования [2]. Однако переход к линейной постановке вызывает значительный рост требуемого объема оперативной памяти ЭВМ.

В связи с этим, учитывая булев характер переменных, используем комбинаторные методы. В работе [1] предложен алгоритм направленного перебора, реализующий один из возможных путей решения данной задачи. В процессе его применения выяснилось, что алгоритм прост, но не всегда позволяет получить глобальный экстремум.

Описанный алгоритм можно усовершенствовать, выделив на каждом шаге приближения ведущий элемент двумерного массива ΔS . Соответствующие ему компоненты вектора x полагаем равными единице в том случае, если не нарушается ограничение (2). Иначе в матрице ΔS рассматривается следующий элемент (по значению в порядке убывания). Результаты серии расчетов по модельным и реальным задачам показали, что вероятность нахождения глобального экстремума увеличивается при совместном использовании методов. На первом этапе с помощью предложенного метода выбирается вектор, начальный для алгоритма направленного перебора. Экспериментально установлено, что наилучшие результаты достигаются, если начальный вектор устанавливается не для значения $\bar{k}_{\text{лим}}$, а для числа, в два-три раза меньшего. Совместно применяя эти два алгоритма, получаем булев вектор x , определяющий, вообще говоря, локальный экстремум функции Z , который находится вблизи поверхности допустимой области изменения.

При решении реальной задачи реконструкции сети АД под старший тип выяснилось, что в том случае, если сеть содержит не более 100 АД, допустима дальнейшая оптимизация по критерию затрат машинного времени. Суть этого процесса заключается в повторении серии переборов по возрастающему числу компонент. При этом в каждой из серий число изменяемых переменных искомого вектора не превышает наперед заданного числа m (реально $m=3$).

Существенная особенность предлагаемого варианта комбинаторных методов — линейная зависимость времени счета от числа связей между АД в отличие от квадратичной зависимости для методов, представленных в пакете прикладных программ линейного программирования [2]. На решение задачи размерности $n=27$ затрачивается две минуты времени центрального процессора ЭВМ ЕС-1022. Программы, реализующие данный метод, написаны на алгоритмическом языке PL/1.

Список литературы: 1. Годлевский М. Д., Чернышева Н. П., Никифоров А. В. Алгоритм реконструкции сети аэродромов под старший тип с учетом ограничений на капитальные вложения. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 32—34. 2. Митев И. Г. Модификация метода ветвей и границ для решения задач нелинейного целочисленного программирования. — Сообщ. Объед. ин-та ядер. исслед., 1976, P11-9557, с. 1—10.

Поступила в редколлегию 12.04.84.

УДК 519.713

В. М. ЕРМОЛЕНКО, канд. техн. наук,
И. А. ТОКМАКОВА, Г. В. НАЗАРЕНКО

ОТОБРАЖЕНИЕ НА ПЛОСКОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ПО СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Диалог человека с ЭВМ часто осуществляется с помощью видеотерминалов. При таком диалоге для решения задач, связанных с пространственным движением, необходимо иметь однозначное соответствие между перемещением в трехмерном пространстве и движением на плоскости. Частный случай этой задачи—отображение на плоскость перемещения точки или некоторого графического образа по сфере.

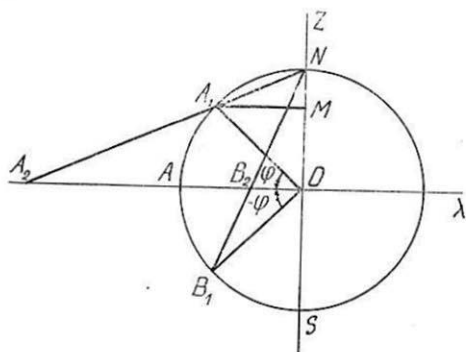


Рис. 1

Рассмотрим вращение сферического тела, которое обусловлено моментами, действующими относительно трех взаимно перпендикулярных осей системы $oxyz$. Для получения плоской модели этого движения использована идея стереографического проектирования [1, 2].

Как известно, любая окружность, расположенная на сферической поверхности, при стереографическом проектировании отображается на экваториальную плоскость P этой сферы в виде окружности. Проекции окружностей, проходящих через точку N , имеют бесконечно большой радиус и представляют собой прямые. В частности, проекции двух окружностей, которые проходят через полюсы N, S , лежащие во взаимно перпендикулярных плоскостях, определяют на плоскости P оси системы координат OXY (рис. 1). При вращении сферы под действием одного из моментов любая точка ее поверхности движется по окружности. Следовательно, проекция ее траектории на плоскость P также является окружностью. Проекция траекторий точек, вра-

щающихся вокруг оси, которая перпендикулярна к плоскости P , представляет собой концентрические окружности с центром в начале координат, а проекции траекторий точек, вращающихся вокруг двух других осей — окружности, вложенные друг в друга со смещенными центрами на координатных осях X, Y . Таким образом, проекция траектории движения точки, расположенной на сфере, при последовательных поворотах сферы вокруг координатных осей совпадает с дугами упомянутых окружностей.

Построим на плоскости P сетку, представляющую собой возможные проекции траекторий точки, которая находится на вращающейся сфере. При этом вращение в любой момент времени происходит вокруг какой-либо одной оси. Для построения рассмотрим окружность большого круга сферы и плоскость P , на которую ведется проектирование. На рис. 1 изображены два последовательных положения точки A, A_1 и A_2 — проекция точки A_1 на плоскость P .

Из подобия треугольников A_2ON, A_1MN можно записать

$$|A_1N|/|A_1A_2| = |NM|/|MO|, \quad (1)$$

откуда

$$|A_1N|^2 = |ON|^2 + |OA_1|^2 - 2|ON||OA_1| \cos(90^\circ - \varphi) = 2R(1 - \sin\varphi). \quad (2)$$

Из треугольника A_1MO находим

$$|MO| = |A_1O| \sin \varphi = R \sin \varphi \quad (3); \quad |NM| = R - R \sin \varphi \quad (4).$$

Из равенств (1) — (4) следует, что

$$|A_1A_2| = \frac{R \sin \varphi \sqrt{2R^2(1 - \sin \varphi)}}{1 - R \sin \varphi}.$$

Принимая $R=1$, получаем

$$|A_1A_2| = \frac{\sin \varphi \sqrt{2(1 - \sin \varphi)}}{1 - \sin \varphi};$$

$$|A_2N| = \frac{\sin \varphi \sqrt{2(1 - \sin \varphi)}}{1 - \sin \varphi} + \sqrt{2(1 - \sin \varphi)} = \sqrt{\frac{2}{1 - \sin \varphi}}.$$

Отсюда

$$|OA_2|^2 = |A_2N|^2 - |ON|^2 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}.$$

Обозначая

$$|OA_2| = \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} = x,$$

выводим формулу для определения расстояния от начала координат проекции точки, расположенной на пересечении сферы с плоскостями xoz , yoz :

$$x = \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}. \quad (5)$$

Формула (5) позволяет найти точки пересечения проекций окружностей, соответствующих различным значениям φ , с осями координат плоскости P . Центры этих окружностей размещены на координатных осях, а их место вычисляется по формуле $x_c = (x_1 + x_2)/2$, где x_1, x_2 — координаты точек, рассчитываемые по формуле (5).

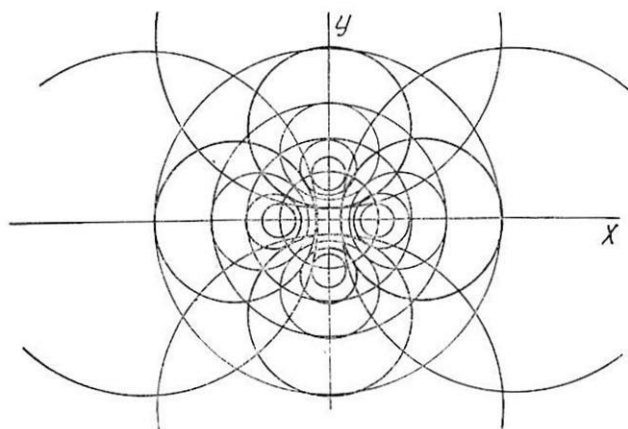


Рис. 2

Номограмма, связывающая траектории точки на сфере с их проекциями на плоскость P , дана на рис. 2. Она позволяет достаточно просто находить проекции на плоскость P траекторий движения точки, расположенной на сферической поверхности, при последовательном повороте сферы вокруг трех взаимно перпендикулярных осей. Кроме того, с ее помощью можно задавать последовательность и значения углов поворота сферы для ее переориентации.

Список литературы: 1. Лурье А. И. Аналитическая механика. — М.: Физматгиз, 1961. — 824 с. 2. Дабагян А. В., Гужва В. А., Фролов Ю. А. К вопросу о моделировании вращательного движения твердого тела на электронно-моделирующей машине ЭМУ-10. — Тр./Семинар «Техн. кибернетика» (Харьк. отд-ние), 1969, вып. 1, с. 80—88.

Поступила в редколлегию 17.04.84.

Костенко Ю. Т., Любчик Л. М. Управляемость линейных динамических систем при наличии ограничений	3
Воронин А. В. Оптимальная фильтрация в системах с распределенными параметрами	6
Пикур Э. А., Ласенко Р. Е. Исследование степени устойчивости и колебательности систем автоматического регулирования численными методами	10
Сиренко А. Н. Метод определения структуры математических моделей	12
Овчарова Д. К., Герасимов С. Д., Садчикова Н. А. Математическое моделирование квазигармонических колебаний системы с сухим трением	15
Барсуков О. К., Успенский В. Б. Синтез разворота твердого тела по кажущемуся повороту	18
Гардер С. Е., Зайцев Ю. И. Построение алгоритма управления плоским движением маятниковой системы	20
Геродес Г. А., Оби Ф. Ч., Пикур Е. Э. К вопросу о построении математической модели ленточного конвейера	23
Голоскоков Е. Г., Северин В. П. Модификация метода деформируемого многогранника для оптимизации иерархической последовательности критериев	27
Безменов Н. И. Декомпозиционные методы группировки параметров	31
Заруба В. Я., Выпинашко И. Н. Алгоритмическое обеспечение процедуры коллективного принятия плановых решений	35
Лисицкий В. Л., Демидовский Ю. Д. О влиянии начального состояния разрабатываемой системы на параметры оптимального тематического плана	38
Гамбаров Л. А. Распределение производственных и сбытовых запасов в системе материально-технического снабжения	41
Голоскоков А. Е., Гура Г. Н. Об одном алгоритме решения распределительной задачи в условиях нечеткой информации	44
Дабагян А. В., Мезенцев И. В. Общая задача синтеза оптимального типоразмерного ряда изделий в динамике	48
Антоневич В. В., Балашов С. Ю. Моделирование динамики развития типоразмерного ряда устройств	51
Шевченко С. В. Параметрическая декомпозиция динамической задачи развития и размещения систем технического обслуживания	54
Ткачук Н. В., Соловьева Е. М., Баженов В. Г. Формирование структуры программных средств реализации диалога в системах автоматизированного управления	57
Кононенко И. В., Умерова Н. Л. Прогнозирование технико-экономических показателей транспортной системы	60
Годлевский М. Д., Чернышева Н. П., Цыгулева С. П. Применение комбинаторных методов для решения задачи реконструкции сети аэродромов с учетом ограничений на капитальные вложения	64
Ермсленко В. М., Токмакова И. А., Назаренко Г. В. Отображение на плоскость движения по сферической поверхности	66

РЕФЕРАТЫ

УДК 517.934

Управляемость линейных динамических систем при наличии ограничений. Костенко Ю. Т., Любчик Л. М. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 3—6.

Получен критерий управляемости дискретных динамических систем относительно заданных множеств начальных и конечных состояний при наличии ограничений на управление. Предложен вычислительный алгоритм проверки выполнения условий управляемости.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 62-50

Оптимальная фильтрация в системах с распределенными параметрами. Воронин А. В. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 6—9.

Предложены алгоритмы оценивания температурных полей при наличии подвижных внешних воздействий. Уравнения фильтрации получены на основе конечномерной аппроксимации распределенной системы с использованием метода конечных интегральных преобразований.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 62-50

Исследование степени устойчивости и колебательности систем автоматического регулирования численными методами. Пикур Э. А., Ласенко Р. Е. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 10—12.

Рассмотрена возможность применения численных методов для определения степени устойчивости и колебательности линейной системы автоматического регулирования. Предложен численный метод определения колебательности. Описана программа построения диаграмм устойчивости и колебательности для цифровой ЭВМ.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 62-50

Метод определения структуры математических моделей. Сиренко А. Н. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 12—15.

Описан метод, позволяющий выбрать структуру математической модели исследуемого процесса в том случае, когда априорных сведений о ее структуре недостаточно для применения параметрических методов идентификации. Математический аппарат метода основан на теории функций с гибкой структурой.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 534.1

Математическое моделирование квазигармонических колебаний системы с сухим трением. Овчарова Д. К., Герасимов С. Д., Садчикова Н. А. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 15—18.

Разработана методика определения амплитудочастотных и фазочастотных характеристик колебаний системы с сухим трением при наличии кратковременных остановок. Приведен пример исследования влияния сухого трения на частотные характеристики системы.

Ил. 2. Библиогр. ссылка в подстроч. прим.

УДК 62-50

Синтез разворота твердого тела по кающемуся повороту. Барсуков О. К., Успенский В. Б. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 18—20.

Описан алгоритм, реализующий разворот твердого тела исходя из информации о кающемся повороте. В основу алгоритма положено управление, оптимальное в смысле быстродействия для некоторой вспомогательной системы, которая адекватна кинематической и динамической моделям вращения. Приведены численные результаты применения алгоритма для некоторого разворота в сравнении с результатами разворота, осуществленного в тех же условиях с помощью трех последовательных поворотов.

Библиогр. ссылка в подстроч. прим.

УДК 62-50

Построение алгоритма управления плоским движением маятниковой системы. Гардер С. Е., Зайцев Ю. И. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 20—23.

Приведена вычислительная схема алгоритма решения задачи оптимального управления плоским движением маятниковой системы при наличии препятствия на ее пути. Схема отличается надежностью и достаточно просто реализуется на цифровой ЭВМ.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.867

К вопросу о построении математической модели ленточного конвейера. Геродес Г. А., Оби Ф. Ч., Пикур Е. Э. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 23—26.

Предложена дискретная математическая модель конвейера в относительных координатах. Разработаны и реализованы алгоритмы определения собственных частот и переходных процессов при разбииении ленты конвейера на произвольно заданное количество масс. Перечислены факторы, которые влияют на выбор степени дискретности модели, обеспечивающей необходимую динамическую точность.

Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

УДК 518.9

Модификация метода деформируемого многогранника для оптимизации иерархической последовательности критериев. Голоскоков Е. Г., Северин В. П. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 27—30.

Метод деформируемого многогранника модифицирован путем введения допусков и алгоритма сравнения критериев. На примере решения двух тестовых задач нелинейного программирования показано, что предлагаемая модификация в ряде случаев эффективнее метода скользящего допуска.

Табл. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 519.237

Декомпозиционные методы группировки параметров. Безменов Н. И. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 31—35.

Описаны три метода группировки параметров с использованием информационного показателя связи: обобщенный, декомпозиционный и основанный на иерархической декомпозиции задачи. Сопоставлены результаты решения ряда задач с помощью этих методов. Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

Алгоритмическое обеспечение процедуры коллективного принятия плановых решений. Заруба В. Я., Выпинашко И. Н. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 35—38.

Разработана многошаговая теоретико-игровая процедура распределения нескольких ресурсов в двухуровневой организационной системе центр—элементы. Подробно рассмотрен закон планирования обобщенных обратных приоритетов. Библиогр.: 2 назв.

УДК 001.8

О влиянии начального состояния разрабатываемой системы на параметры оптимального тематического плана. Лисицкий В. Л., Демидовский Ю. Д. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 38—41.

Рассмотрена система, выполняющая разработки при изменяющемся уровне однородных трудовых ресурсов. Исследована зависимость оптимального тематического плана от ее начального состояния.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.3

Распределение производственных и сбытовых запасов в системе материально-технического снабжения. Гамбаров Л. А. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 41—44.

Описан подход к решению проблемы распределения запасов в системе снабжения. В его основу положено установление взаимосвязи этапов планирования и оперативного управления ресурсами. Проанализирована модель планирования, которая создает предпосылки для повышения эффективности оперативного управления. Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.6

Об одном алгоритме решения распределительной задачи в условиях нечеткой информации. Голоскоков А. Е., Гура Г. Н. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 44—48.

Рассмотрен процесс принятия решения в строго неформализуемых ситуациях планирования. Разработан алгоритм для распределительной задачи. Он основан на теории нечетких множеств и позволяет находить рациональное решение в строго неформализуемых ситуациях распределения парка транспортных средств по сети маршрутов.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 658.512

Общая задача синтеза оптимального типоразмерного ряда изделий в динамике. Дабагян А. В., Мезенцев И. В. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 48—50.

Дана формализованная постановка задачи построения оптимального типоразмерного ряда изделий с учетом фактора времени. Определен оптимальный режим смены поколений обслуживающих устройств. В качестве критериальной функции принят минимум интегральных затрат. Описано решение задачи планирования потребления ресурсов как задачи линейного целочисленного программирования.

УДК 658.012

Моделирование динамики развития типоразмерного ряда устройств. Антонович В. В., Балашов С. Ю. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 51—54.

Описана динамическая модель типоразмерного ряда устройств. Приводятся требования к ней исходя из того, что типоразмеры находятся на различных стадиях производства и проектирования. Модель сформулирована в виде задачи частично целочисленного программирования.

УДК 007.3

Параметрическая декомпозиция динамической задачи развития и размещения систем технического обслуживания. Шевченко С. В. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 54—57.

Рассмотрена динамическая однопродуктовая производственно-транспортная модель задачи развития и размещения систем технического обслуживания. Предложен метод оптимизации, основанный на параметрической декомпозиции исходной задачи. В результате решение нелинейной целочисленной задачи размещения сводится к итерационному решению ряда задач линейного программирования с булевыми переменными.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 658.512

Формирование структуры программных средств реализации диалога в системах автоматизированного управления. Ткачук Н. В., Соловьева Е. М., Баженов В. Г. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 57—60.

Освещены вопросы автоматизации программирования сценария диалога в АСУ. Приведены характеристики ряда специальных диалоговых систем и дан их сравнительный анализ. Предложена модель структуры диалоговой системы, отражающая иерархию языков программирования и средств их интерпретации. Табл. 1. Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 62-50

Прогнозирование технико-экономических показателей транспортной системы. Кононенко И. В., Умерова Н. Л. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 60—64.

Предложен алгоритм прогнозирования технико-экономических показателей сложной системы. Приведены результаты исследования применяемой в алгоритме функции потерь.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 629.734

Применение комбинаторных методов для решения задачи реконструкции сети аэродромов с учетом ограничений на капитальные вложения. Годлевский М. Д., Чернышева Н. П., Цыгулева С. П. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 64—66.

Решена задача нелинейного целочисленного программирования, что дало возможность определить план реконструкции сети аэродромов. Показано, что специфика рассматриваемой задачи позволяет применять комбинаторные методы. Это значительно сокращает время счета на ЭВМ.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.713

Образование на плоскость движения по сферической поверхности. Ермоленко В. М., Токмакова И. А., Назаренко Г. В. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1986, № 229. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 6, с. 66—68.

Предложен метод получения плоской модели движения по сферической поверхности некоторого графического образа. При построении модели используется стереографическое проектирование. Приведены расчетные формулы.

Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

