

# ВЕСТНИК



Харьковского  
Политехнического  
Института

---

220' 85

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА  
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

---

Выпуск 5

ХАРЬКОВСКОМУ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОМУ ИНСТИТУТУ — 100 ЛЕТ

»ВИЦА ШКОЛА«

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Костенко Ю. Т., Подольский А. Е.</i> Восстановление управления по известному выходу	3
<i>Любчик Л. М.</i> Градиентные алгоритмы оптимизации марковских процессов при неполной информации	6
<i>Сиренко А. Н.</i> Идентификация процессов с априорно неизвестными детерминированными основами	10
<i>Голоскоков Е. Г., Успенский В. Б., Фролов Ю. А.</i> Аппроксимационные модели вращения твердого тела	13
<i>Шипулина Л. В., Середа Н. В., Михайленко О. М.</i> Синтез управления разворотом твердого тела методом стереографической проекции	16
<i>Кононенко И. В.</i> Метод выбора структуры математических моделей	19
<i>Карачун В. В., Дидковский В. С.</i> О реализуемости условий инвариантности в схемах со структурной избыточностью	22
<i>Дабаян А. В., Антоневич В. В.</i> Оптимизация структуры транспортной системы	24
<i>Макаренко А. В., Галата Е. С.</i> Оптимизация типоразмерного ряда изделий с помощью дихотомического графа	27
<i>Голоскоков А. Е., Москаленко Г. Н.</i> Постановка распределительной задачи в условиях нечеткой исходной информации	29
<i>Годлевский М. Д., Чернышева Н. П., Никифоров А. В.</i> Алгоритм реконструкции сети аэродромов под старший тип с учетом ограничений на капитальные вложения	32
<i>Шевченко С. В.</i> О декомпозиции задачи развития и размещения систем технического обслуживания	35
<i>Цыхлинков Г. В., Афанасьева С. А.</i> Применение метода построения последовательности планов к задаче стандартизации	38
<i>Валинашко И. Н., Ершова С. И., Радионова С. К.</i> Разработка алгоритмического обеспечения соревновательной процедуры принятия плановых решений	41
<i>Кащеев Л. Б.</i> Алгоритм интерпретации результатов статистического эксперимента	44
<i>Безменова Н. И., Малих О. Н.</i> Генератор данных для численного тестирования алгоритмов группировки параметров	46
<i>Пикур Э. А., Северин В. П., Ласенко Р. Е.</i> Параметрические модели электромеханического преобразователя	50
<i>Егорова Н. А., Сорокина И. Н.</i> Секвенциальный вывод и анализ входного сообщения интерактивной базы данных	52
<i>Сенчук Ю. Ф.</i> Обобщение одного метода прогонки решения краевых задач для эллиптического уравнения	55
<i>Мезенцев И. В.</i> Об одном алгоритме решения распределительной задачи большой размерности	57
<i>Марганя Ю. В.</i> Имитационная модель движения контейнеров у грузоотправителя	60
<i>Деревянко А. С.</i> О некоторых способах супервизорного программирования в ОС ЕС	63
<i>Горелький А. В., Заруба В. Я., Сухорукоев С. В.</i> Вопросы автоматизации перспективного планирования в отрасли гражданской авиации	66

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

# ВЕСТНИК

Харьковского  
политехнического  
института

---

№ 220

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА  
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

---

Основан в 1979 г.

ВЫПУСК 5

ХАРЬКОВ  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ  
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ  
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ  
«ВИЩА ШКОЛА»  
1985

Вестник Харьковского политехнического института.—Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985.—№ 220. Техническая кибернетика и ее приложения. Вып. 5. 73 с.

В вестнике изложены методы оптимизации больших технико-экономических систем. Рассмотрены задачи управления объектами при полной и неполной информации. Отражены вопросы имитационного моделирования и программно-математического обеспечения.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1985 г.

Для научных работников и специалистов.

*Редакционная коллегия:* Е. Г. Голоскоков (отв. ред.), Н. И. Безменов (отв. секр.), В. Б. Гринев, А. В. Дабагян, В. Н. Карабан, Ю. Т. Костенко, Ю. А. Фролов

Ответственный за выпуск *Н. И. Безменов*

Печатается по решению Ученого совета инженерно-физического факультета от 24 февраля 1984 г.

*Адрес редакционной коллегии:* 310002, Харьков-2, ул. Фрунзе, 21, политехнический институт, инженерно-физический факультет, тел. 40-04-75

Редакция научно-технической литературы

## ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 220

Техническая кибернетика  
и ее приложения

Выпуск 5

Редактор *Г. А. Романец*  
Художественный редактор *Т. П. Короленко*  
Технический редактор *Г. П. Александрова*  
Корректор *С. А. Потапова*

Н/К  
Сдано в набор 02.04.85. Подп. в печать 20.06.85. БЦ 09299. Формат 60 × 90/16. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Вмс. печать. 4,5 печ. л. 4,75 кр.-отт. 5 уч.-изд. л. Тираж 500 экз. Изд. № 1262. Зак. 5-119. Цена 70 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Вища школа»  
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

Харьковская книжная фабрика «Коммунист»  
310012, Харьков-12, ул. Энгельса, 11

ВОССТАНОВЛЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПО ИЗВЕСТНОМУ  
ВЫХОДУ

При решении ряда задач возникает необходимость в восстановлении управления в условиях неполной информации. Рассмотрим систему

$$\dot{x} = Ax + Bu;$$

$$y = Hx, \quad x \in R^n = X, \quad y \in R^m = Y, \quad u \in R^p = U.$$

Пусть начальный вектор определен, вообще говоря, не полностью: известен только вектор  $Rx_0$ , где  $R$  — матрица размера  $q \times n$ . Требуется однозначно восстановить управление  $u(t)$  по известным начальным условиям  $Rx_0$  и выходу  $y(t)$  на интервале  $[0, T]$ .

С помощью методов, описанных в работе [1], по выходу  $y(t)$  можно найти некоторые дополнительные комбинации компонент вектора  $x(t)$ . В результате получим максимально возможное расширение матрицы  $H$  и обозначим его  $H_{\max}$ . Для этого продифференцируем выход  $y(t)$ :

$$y = H\dot{x} = HAx + HBu.$$

Исключим управление, умножив это соотношение на матрицу  $M$  максимального ранга, удовлетворяющую уравнению  $MHB = 0$ . Получим выражение  $M\dot{y} = MHAx$ . Здесь слева записана известная вектор-функция. Таким образом мы расширили матрицу  $H$  до матрицы

$$H_1 = \begin{bmatrix} H \\ MHA \end{bmatrix}.$$

Если  $\text{rg } H_1 = \text{rg } H$ , то  $H_{\max} = H_1$ ; в противном случае с матрицей  $H_1$  проводим аналогичные действия, рассматривая в качестве нового выходного сигнала  $y(t)$  вектор  $H_1x(t)$ . Процесс расширения матрицы  $H$  конечен, так как  $\text{rg } H_k < n$ , и заканчивается, когда  $\text{rg } H_{k+1} = \text{rg } H_k$ . Обозначим  $H_k = H_{\max}$ .

**Теорема 1.** Для того чтобы по известным  $Rx_0$ ,  $y(t)$  на интервале  $[0, T]$  при ранге  $\text{rg} \begin{pmatrix} H_{\max} \\ R \end{pmatrix} = n$  можно было однозначно восстановить управление  $u(t)$  и фазовый вектор  $x(t)$ , необходимо и достаточно выполнение равенства  $\text{rg } H_{\max}B = p$ , где  $p$ ,  $n$  — размерности управления и фазового вектора.

Доказательство достаточности. Так как  $H_{\max}x(t)$  — заданная функция, то известна и функция  $H_{\max}\dot{x}(t)$ . Рассмотрим уравнение

$$H_{\max}\dot{x} = H_{\max}Ax + H_{\max}Bu.$$

Поскольку  $\text{rg } H_{\max}B = p$ , однозначно находим

$$u = D(H_{\max}\dot{x} - H_{\max}Ax). \quad (1)$$

Подставим это выражение в исходную систему:

$$\dot{x} = (A - BDH_{\max}A)x + BDH_{\max}\dot{x}.$$

Величины  $H_{\max}x_0$ ,  $Rx_0$  известны, а ранг  $\text{rg} \begin{bmatrix} H_{\max} \\ R \end{bmatrix} = n$ , поэтому  $x_0$  находится, и притом однозначно.

Из полученной задачи Коши однозначно определяется фазовый вектор  $x(t)$ , а затем по формуле (1) устанавливается управление  $u(t)$ .

Доказательство необходимости. Используем метод от противного. Пусть сначала  $\text{rg } H_{\max}B < p$ , т. е.  $\exists u_0 \neq 0$ :  $H_{\max}Bu_0 = 0$ , но управление восстанавливается однозначно. Обозначим  $N = \{x \mid H_{\max}x = 0\}$ . Покажем, что  $AN \subset N + BU$  (2). Пусть  $x \in N$ , тогда  $Ax = n + Bu + g$ , где  $n \in N$ ,  $Bu \in BU$ ,  $g \in (N + BU)^\perp$ .

Пусть  $M$  — матрица максимального ранга, удовлетворяющая уравнению  $MH_{\max}B = 0$ . Так как по построению

$$\text{rg} \begin{bmatrix} H_{\max} \\ MH_{\max}A \end{bmatrix} = \text{rg } H_{\max},$$

строки матрицы  $MH_{\max}A$  являются линейными комбинациями строк матрицы  $H_{\max}$ . Поскольку  $H_{\max}x = 0$ , имеем  $MH_{\max}Ax = 0$ . В связи с тем что  $g \perp N$ , величина  $g'$  представляет собой линейную комбинацию строк  $H_{\max}$ :  $g' = \alpha H_{\max}$ , а из-за того что  $g \perp BU$ , справедливо равенство  $0 = g'B = \alpha H_{\max}B$ . Следовательно,  $\alpha$  — линейная комбинация строк  $M$ :

$$\alpha = \beta M; \quad g' = \beta MH_{\max}; \quad g'Ax = \beta MH_{\max}Ax = 0.$$

Отсюда

$$0 = g'Ax = g'(n + Bu) + g'g' = g'g' \Rightarrow g = 0.$$

Таким образом, справедливость выражения (2) доказана.

В соответствии с работой [2] (с. 121, 122) покажем, что  $\exists F: X \rightarrow U$  такое, что  $(A + BF)N \subset N$ . Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_m$  — базис  $N$ , тогда  $\exists n_i \in N$ ,  $\exists u_i \in U$  такие, что  $Ax_i = n_i + Bu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Строим оператор  $F: X \rightarrow U$ , обеспечивающий выполнение условий

$$Fx_i = -u_i, \quad Fz = 0, \quad z \in N^\perp.$$

Тогда  $(A + BF)x_i = n_i + Bu_i - Bu_i = n_i \in N$ . Таким образом,  $\forall x \in N$ , выполнено  $(A + BF)x \in N$ , т. е.  $H_{\max}(A + BF)x = 0$ ,  $H_{\max}(A + BF)^2x = 0$  и т. д. Отсюда  $H_{\max} \exp[(A + BF)t]x = 0$ .

Далее возьмем  $x_0 = 0$ , а управления запишем так:  $u_1(t) = 0$ ;  $u_2(t) = Fx + u_0$ . Покажем, что при этих управлениях выходы одинаковы (равны нулю). Очевидно, что  $y_1(t) = H \exp(At)0 = 0$  и

$$\dot{x}_2(t) = (A + BF)x_2 + Bu_0, \quad \left| \Rightarrow x_2(t) = \int_0^t \exp[(A + BF)(t - \tau)] Bu_0 d\tau; \right. \\ x_2(0) = 0.$$

Так как  $H_{\max}Bu_0 = 0$ , т. е.  $Bu_0 \in N$ , имеем

$$H_{\max}x_2(t) = \int_0^t H_{\max} \exp[(A + BF)(t - \tau)] Bu_0 d\tau = 0,$$

откуда  $y_2(t) = 0$ . Это противоречит однозначности восстановления  $u(t)$ . Теорема доказана.

Если заранее известны все компоненты  $x_0$ , можно последовательно находить матрицы  $HB$ ,  $H_1B$ ,  $H_2B$ , ...; как только ранг составит  $\text{rg } H_k B = p$ , управление однозначно восстанавливается.

Исследуем случай, когда матрицы системы переменные:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t); \\ y(t) &= H(t)x(t), \\ x \in R^n = X, \quad y \in R^m = Y, \quad u \in R^p = U. \end{aligned}$$

Предполагаем, что матрицы системы и все матрицы, которые вводятся далее, имеют постоянный ранг на интервале  $[0, T]$  и дифференцируемы необходимое число раз (но не более  $n$  раз) на этом же интервале. Аналогично стационарному случаю дифференцируем выход  $y(t)$ :

$$\dot{y} = (\dot{H}(t) + H(t)A(t))x + H(t)B(t)u.$$

Исключим управление, умножив это соотношение на матрицу  $M(t)$  максимального ранга, удовлетворяющую уравнению  $M(t)\dot{H}(t)B(t) = 0$ . Тогда

$$M(t)\dot{y} = M(t)(\dot{H}(t) + H(t)A(t))x.$$

Таким образом, матрица  $H(t)$  расширена:

$$H_1(t) = \begin{bmatrix} H(t) \\ M(t)(\dot{H}(t) + H(t)A(t)) \end{bmatrix}.$$

После этого, рассматривая в качестве нового выхода  $y(t)$  вектор  $H_1(t)x(t)$ , так же, как и для стационарного случая, получим очередное расширение матрицы  $H(t)$  (если такое существует) — матрицу  $H_2(t)$  и т. д. Для каждой вновь записанной матрицы  $H_i(t)$  проверяем условие  $\text{rg } H_i(t)B(t) = p$ , где  $p$  — размерность управления. Если выполнено условие  $\text{rg } H_k(t)B(t) = p$ , то полагаем

$H_{\max}(t) = H_k(t)$ . Теперь сформулируем достаточное условие восстановления управления.

**Теорема 2.** По известному на интервале  $[0, T]$  выходу  $y(t)$  и начальному вектору  $x(0) = x_0$  можно однозначно восстановить управление  $u(t)$ , если  $\text{rg}(H_{\max}(t)B(t)) = p$ .

Доказательство теоремы совпадает с доказательством достаточности для стационарного случая.

Список литературы: 1. Маринич А. П. Об относительно идеально наблюдаемых системах.— Дифференц. уравнения, 1976, 12, № 7, с. 1204—1210. 2. Уонг М. Линейные многомерные системы управления: Пер. с англ.— М.: Наука, 1980.— 326 с.

Поступила в редколлегию 25.10.83.

УДК 62-50

Л. М. ЛЮБЧИК, канд. техн. наук.

### ГРАДИЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Управляемые марковские цепи с доходами широко используются в качестве математических моделей процессов принятия решений. Существуют эффективные конечно-сходящиеся алгоритмы оптимизации решающих правил [1], основанные на методах динамического и линейного программирования. Практическая реализация указанных методов в условиях неполной информации сопровождается идентификацией набора переходных матриц управляемой марковской цепи для каждого из возможных решающих правил. При этом возникает задача статистического оценивания большого числа параметров, что затрудняет расчеты в реальном масштабе времени и отвлекает большие вычислительные ресурсы.

В работе [2] на основе адаптивного подхода предложены градиентные алгоритмы типа стохастической аппроксимации для оптимизации решающих правил в условиях неопределенности. Соответствующие условия оптимальности получены в работе [3]. Однако при таком подходе нужно решать уравнение чувствительности для финального вектора вероятностей состояний, использующее оценки переходных матриц.

Нами разработаны адаптивные алгоритмы оптимизации решающих правил, относящиеся к классу многошаговых алгоритмов с накоплением и не требующие предварительного восстановления переходных матриц. Рассмотрим управляемую марковскую цепь с конечными множествами состояний  $x \in X = \{1, \dots, N\}$  и управлений  $u \in U = \{1, \dots, M\}$ .

Пусть смена состояний цепи осуществляется в дискретные моменты времени  $n = 1, 2, \dots$ , тогда вероятности перехода из предыдущего состояния в последующее образуют условную переходную матрицу  $\Pi = \|\pi_{ij}^k\|$ , причем

$$\pi_{ij}^k = P \{x[n+1] = j | x[n] = i, u[n] = k\};$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M \pi_{ij}^k = 1; \pi_{ij}^k \geq 0; i, j = 1, \dots, N; k = 1, \dots, M. \quad (1)$$



Выбор управлений производится в соответствии с матрицей решающих правил  $D[n] = \|d_{ik}[n]\|$ , элементы которой обуславливают вероятность применения соответствующего управления:

$$d_{ik}[n] = P\{u[n] = k | x[n] = i\};$$

$$\sum_{k=1}^M d_{ik}[n] = 1; d_{ik}[n] \geq 0; i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, M. \quad (2)$$

В качестве критерия оптимальности примем средний доход в единицу времени

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \xi[m], \quad (3)$$

где  $\xi[m]$  — случайный доход, определяемый текущим состоянием и управлением.

Для эргодических марковских цепей [1, 2] существует стационарное решающее правило  $D$ , удовлетворяющее ограничениям (2) и обеспечивающее максимальное значение критерия (3). При этом

$$J(D) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M r_{ik} d_{ik} p_i(D). \quad (4)$$

Здесь  $r_{ik} = M\{\xi[n] | x[n] = i, u[n] = k\}$ , а стационарное распределение вероятностей состояний (финальный вектор)  $p(D) = (p_1(D), p_2(D), \dots, p_N(D))^T$  удовлетворяет условиям

$$p^T(D) = p^T = (D) \Pi(D); p^T(D) e = 1; p^T(D) \geq 0, \quad (5)$$

где  $\Pi(D) = \|\pi_{ij}(D)\|$  — безусловная переходная матрица управляемой марковской цепи

$$\pi_{ij}(D) = \sum_{k=1}^M \pi_{ij}^k d_{ik}; \sum_{j=1}^N \pi_{ij}(D) = 1; \pi_{ij}(D) \geq 0;$$

$e = (1, 1, \dots, 1)^T$ ;  $T$  — знак транспонирования.

Задача оптимизации управляемой марковской цепи в условиях неполной информации состоит в нахождении оптимальной матрицы решающих правил  $D^*$ , максимизирующей критерий оптимальности (4), причем элементы условных переходных матриц  $\pi_{ij}^k(1)$  и условные доходы  $r_{ik}$  предполагаются неизвестными, а наблюдению доступны лишь случайные последовательности состояний  $x[n]$ , управлений  $u[n]$  и доходов  $\xi[n]$ . Для построения алгоритмов оптимизации решающих правил воспользуемся адаптивным подходом.

Введем матрицу  $Q(D) = \|q_{ij}(D)\|$ , полученную путем замены на вектор  $e$  первого столбца матрицы  $E - \Pi(D)$ :

$$q_{ij}(D) = \left( \Delta_{ij} - \sum_{k=1}^M \pi_{ij}^k d_{ik} \right) (1 - \Delta_{ij}) + \Delta_{ij}. \quad (6)$$

Здесь  $\Delta_{ij}$  — символ Кронекера,  $\Delta_{ij} = 1$  при  $i = j$ ,  $\Delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ ;  $E$  — единичная матрица.

Поскольку матрица  $Q(D)$  невырожденная, из условий (5) следует, что

$$p^T(D) = e_1^T Q^{-1}(D); \quad e_1 = (1, 0, \dots, 0)^T;$$

$$J(D) = e_1^T Q^{-1}(D) r(D); \quad r_i(D) = \sum_{k=1}^M r_{ik} d_{ik}.$$

Вычислим компоненты градиента критерия оптимальности по элементам матрицы решающих правил:

$$\frac{\partial J(D)}{\partial d_{\alpha\beta}} = r_{\alpha\beta} p_{\alpha}(D) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M r_{ik} d_{ik} \frac{\partial p_i(D)}{\partial d_{\alpha\beta}}, \quad (7)$$

$$\alpha = 1, \dots, N, \quad \beta = 1, \dots, M.$$

При этом функции чувствительности стационарного распределения вероятностей состояний удовлетворяют условиям

$$\frac{\partial p_i(D)}{\partial d_{\alpha\beta}} = \pi_{\alpha i}^{\beta} p_{\alpha}(D) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M \pi_{ij}^k d_{ik} \frac{\partial p_i(D)}{\partial d_{\alpha\beta}};$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{\partial p_i(D)}{\partial d_{\alpha\beta}} = 0; \quad \alpha = 1, \dots, N; \quad \beta = 1, \dots, M.$$

Отсюда с помощью выражения (6) получим

$$\frac{\partial p^T(D)}{\partial d_{\alpha\beta}} = p_{\alpha}(D) \pi_{\alpha}^{\beta} Q^{-1}(D); \quad \pi_{\alpha}^{\beta} = (0, \pi_{\alpha 2}^{\beta}, \dots, \pi_{\alpha N}^{\beta}). \quad (8)$$

Из равенств (7), (8) следует, что

$$\frac{\partial J(D)}{\partial d_{\alpha\beta}} = [r_{\alpha\beta} + \pi_{\alpha}^{\beta} Q^{-1}(D) r(D)] p_{\alpha}(D). \quad (9)$$

Для построения адаптивных алгоритмов оптимизации решающих правил, использующих лишь реализацию последовательности состояний марковской цепи, применим рандомизированное представление градиента критерия оптимальности (9). Пусть  $\alpha = x[n]$ ;  $\beta = u[n]$ ;  $\delta = x[n+1]$ ;  $\xi(\alpha, \beta) = \xi[n]$ . Тогда

$$r_{ik} = M \left\{ \frac{\xi(\alpha, \beta) \Delta_{i\alpha} \Delta_{k\beta}}{p_i(D) d_{ik}} \right\}; \quad r_i(D) = M \left\{ \frac{\xi(\alpha, \beta) \Delta_{i\alpha}}{p_i(D)} \right\};$$

$$\frac{\partial J(D)}{\partial d_{ik}} = M \left\{ \xi(\alpha, \beta) [d_{ik}^{-1} + (1 - \Delta_{ik}) (Q^{-1}(D))_{i\alpha} \Delta_{i\alpha} \Delta_{k\beta}] \right\}. \quad (10)$$

Обозначим через  $B = \|b_{ij}\|$  оценку матрицы  $Q^{-1}(D)$  при фиксированной матрице решающих правил  $D$ . С учетом рандомизированного представления (10) адаптивные алгоритмы оптимизации проекционного типа приобретают вид

$$x[n] = \alpha; \quad x[n+1] = \delta; \quad u[n] = \beta;$$

$$\begin{aligned}
 D[n+1] &= \Omega_{\varepsilon[n]} \{ D[n] + \gamma[n] \omega[n] e_a e_a^T \}; \\
 \omega[n] &= \xi[n] (d_{a\beta}^{-1}[n] + (1 - \Delta_{12}) b_{\beta a}[n]); \\
 e_a &= (0, \dots, 0, \underbrace{1}_a, 0, \dots, 0)^T,
 \end{aligned} \tag{11}$$

где  $\Omega_{\varepsilon[n]} \{ \cdot \}$  — оператор проектирования на множество матриц  $D$ , удовлетворяющих условию  $(D - E)e = 0$ ,  $D \geq \varepsilon[n] e e^T$ ,  $0 < \varepsilon[n] < 1$ . Скалярные последовательности  $\gamma[n]$ ,  $\varepsilon[n]$  выбираются из условия сходимости алгоритма (11) по методике [2].

Реализация полученных алгоритмов оптимизации сопровождается нахождением матрицы оценок  $B$ . Воспользовавшись специфической структурой матрицы  $Q(D)$ , можно предложить рекуррентные алгоритмы вычисления оценок  $B[n]$ , не требующие восстановления всего набора условных переходных матриц, и избежать обращения матрицы.

Представим матрицу  $Q(D)$  в рандомизированной форме:

$$\begin{aligned}
 Q(D) &= I - M \{ 1 - \Delta_{12} \} v_a e_a^T; \\
 I &= E + e_0 e_0^T = \sum_{i=1}^N e_i e_i^T + e_0 e_0^T, \quad e_0 = e - e_1; \\
 v_a &= (0, \dots, 0, p_a^{-1}, 0, \dots, 0)^T.
 \end{aligned} \tag{12}$$

С помощью рекуррентного алгоритма оценивания типа текущего среднего получим выражение для оценки матрицы  $Q(D)$  (12):

$$\hat{Q}[n+1] = \frac{n}{n+1} \hat{Q}[n] + \frac{1}{n+1} (I - \chi[n] v[n+1] e^T[n+1]). \tag{13}$$

Здесь  $v[n]$ ,  $e[n]$  — случайные реализации соответствующих векторов;  $\chi[n] = 1$  при  $x[n+1] \neq 1$ ;  $\chi[n] = 0$  при  $x[n+1] = 1$ . Введем обозначения

$$\begin{aligned}
 S_m &= \frac{n}{n+1} \hat{Q}[n] + \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^m e_i e_i^T, \quad m = 1, \dots, N; \\
 R &= S_N + \frac{1}{n+1} e_0 e_0^T.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Тогда из выражений (13), (14) следует, что

$$\begin{aligned}
 S_{m+1} &= S_m + \frac{1}{n+1} e_{m+1} e_{m+1}^T, \quad S_0 = \frac{n}{n+1} \hat{Q}[n], \\
 m &= 0, \dots, N-1;
 \end{aligned}$$

$$Q[n+1] = R - \frac{1}{n+1} \chi[n+1] v[n+1] e^T[n+1].$$

Воспользовавшись известным матричным тождеством

$$(A + u v^T)^{-1} = A^{-1} - (1 + v^T A^{-1} u)^{-1} A^{-1} u v^T A^{-1},$$

запишем следующую систему соотношений для рекуррентного вычисления оценки  $B[n] = \hat{Q}^{-1}[n]$ :

$$\begin{aligned}
 B[n+1] &= R^{-1} + (1+n-\chi[n+1]e^T[n+1]R^{-1}v[n+1])^{-1} \times \\
 &\quad \times \chi[n+1]R^{-1}v[n+1]e^T[n+1]R^{-1}; \\
 R^{-1} &= S_N^{-1} - (1+n+e_1^T S_N^{-1} e_0)^{-1} S_N^{-1} e_0 e_1^T S_N^{-1}; \\
 S_N^{-1} &= S_{N-1}^{-1} - (1+n+e_N^T S_{N-1}^{-1} e_N)^{-1} S_{N-1}^{-1} e_N e_N^T S_{N-1}^{-1}; \\
 &\dots \dots \dots \\
 S_1^{-1} &= \frac{n+1}{n} (B[n] - (n+e_1^T B[n] e_1)^{-1} B[n] e_1 e_1^T B[n]).
 \end{aligned}$$

Предложенные алгоритмы отличаются простотой вычислительной реализации и могут использоваться в задачах адаптивного управления дискретными стохастическими объектами.

Список литературы: 1. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений.— М.: Наука, 1977.— 176 с. 2. Любчик Л. М., Позняк А. С. Обучающиеся автоматы в задачах управления стохастическими объектами.— Автоматика и телемеханика, 1974, № 5, с. 95—109.

3. Yoursif M. El-Fattah. Recursive Algorithms for Adaptive Control of Finite Markov Chains. — IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 1981, SMC-11, N 2, p. 135 — 144.

Поступила в редколлегию 10.10.83.

УДК 62-50

А. Н. СИРЕНКО

#### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ С АПРИОРНО НЕИЗВЕСТНЫМИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМИ ОСНОВАМИ

Рассмотрим задачу определения характера и структуры взаимосвязей между анализируемыми показателями, характеризующими состояние или поведение статистически обследуемого процесса. Для простоты ограничимся изучением процесса, в котором результирующий показатель  $S_c(x_i, y_j)$  является функцией двух фактор-аргументов:  $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$  и  $y_j (j = 1, 2, \dots, n)$ . Предположим, что  $S_c(x_i, y_j) = S(x_i, y_j) + \varepsilon_{ij}$ , где  $S(x_i, y_j)$  — истинная модель процесса;  $\varepsilon_{ij}$  — некоррелированные случайные числа, распределенные по нормальному закону с нулевым средним ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ).

Для получения оптимальных оценок  $\hat{S}(x_i, y_j)$  (несмещенных, состоятельных, эффективных) при таких предположениях следует решать вариационную задачу

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [S_c(x_i, y_j) - S(x_i, y_j)]^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

которую рассмотрим для случая  $S(x_i, y_j) = \lambda f_1(x_i) f_2(y_j)$ , когда на искомые функции  $f_1(x_i)$ ,  $f_2(y_j)$  наложены ограничения

$$\sum_{i=1}^m [f_1(x_i)]^2 = 1; \quad \sum_{j=1}^n [f_2(y_j)]^2 = 1. \quad (2)$$

Решение данной задачи можно осуществить численными методами [1]. Однако этот способ не позволяет провести всестороннее исследование свойств решений. Поэтому будем находить решения задачи (1), (2) в аналитическом виде. Используя методику, изложенную в работе [2], и учитывая, что фактор-аргументы  $x_i, y_j$  принимают дискретные значения, записываем систему уравнений

$$\lambda f_1(x_i) = \sum_{j=1}^n S_c(x_i, y_j) f_2(y_j);$$

$$\lambda f_2(y_j) = \sum_{i=1}^m S_c(x_i, y_j) f_1(x_i).$$

Введем обозначения

$$f_1 = [f_1(x_1) f_1(x_2) \dots f_1(x_m)]^T;$$

$$f_2 = [f_2(y_1) f_2(y_2) \dots f_2(y_n)]^T;$$

$$A = \begin{bmatrix} S_c(x_1, y_1) & S_c(x_1, y_2) & \dots & S_c(x_1, y_n) \\ S_c(x_2, y_1) & S_c(x_2, y_2) & \dots & S_c(x_2, y_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_c(x_m, y_1) & S_c(x_m, y_2) & \dots & S_c(x_m, y_n) \end{bmatrix}.$$

Тогда система (3) примет вид

$$\lambda f_1 = A f_2; \quad \lambda f_2 = A^T f_1. \quad (4)$$

Подставляя второе уравнение системы (4) в первое, получаем

$$(A A^T - I \lambda^2) f_1 = 0. \quad (5)$$

Таким образом, решение задачи (1), (2) сводится к нахождению собственных чисел  $\lambda_i^2$  и соответствующих им собственных векторов  $f_{1i}$  матрицы  $A A^T$ . Покажем, что решением задачи (1), (2) является выражение

$$S(x_i, y_j) = \sum_{k=1}^m \lambda_k f_{1k}(x_i) f_{2k}(y_j). \quad (6)$$

Матрица  $A A^T$  представляет собой квадратную симметрическую матрицу размера  $m \times m$  с положительными элементами. Она может быть дана в следующей форме:

$$A A^T = [f_{11} f_{12} \dots f_{1m}] \Lambda^2 [f_{11} f_{12} \dots f_{1m}]^T, \quad (7)$$

где

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_m \end{bmatrix}.$$

Домножим равенство (7) справа на матрицу  $[f_{11}f_{12} \dots f_{1m}]$ . Учитывая, что векторы  $f_{1i} (i = 1, 2, \dots, m)$  ортогональны и нормированны, получаем

$$AA^T [f_{11}f_{12} \dots f_{1m}] = [f_{11}f_{12} \dots f_{1m}] \Lambda^2. \quad (8)$$

Из системы (4), принимая во внимание соотношение (5), выводим

$$\begin{aligned} \lambda_1 f_{21} &= A^T f_{11}; \\ \lambda_2 f_{22} &= A^T f_{12}; \\ &\dots \dots \dots \\ \lambda_m f_{2m} &= A^T f_{1m}. \end{aligned}$$

Запишем эту систему в виде

$$[f_{21}f_{22} \dots f_{2m}] \Lambda = A^T [f_{11}f_{12} \dots f_{1m}].$$

Затем преобразуем формулу (8):

$$A [f_{21}f_{22} \dots f_{2m}] = [f_{11}f_{12} \dots f_{1m}] \Lambda. \quad (9)$$

Домножим выражение (9) справа на матрицу  $[f_{21}f_{22} \dots f_{2m}]^T$ . Поскольку векторы  $f_{2i}$  удовлетворяют уравнениям (4), они взаимно ортогональны и нормированны. Поэтому

$$\begin{aligned} A &= [f_{11}f_{12} \dots f_{1m}] \Lambda [f_{21}f_{22} \dots f_{2m}]^T = \\ &= [\lambda_1 f_{11} \lambda_2 f_{12} \dots \lambda_m f_{1m}] [f_{21}f_{22} \dots f_{2m}]^T = \\ &= \sum_{i=1}^m \lambda_i f_{1i} f_{2i}^T. \end{aligned}$$

Отсюда и следует равенство (6).

Так как на векторы  $f_{1i}, f_{2i}$  наложены ограничения (2), вклад каждого слагаемого в общую сумму в выражении (6) определяется собственным значением  $\lambda_i$ . Это дает возможность выделить слагаемые с наибольшими числами  $\lambda_i$ , которым будут соответствовать собственные векторы  $f_{1i}, f_{2i}$ .

Список литературы: 1. Сиренко А. Н., Тулас Н. Ю. Сравнительный анализ методов идентификации сложных систем.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1983, № 199. Прикл. механика и процессы упр., вып. 3, с. 28—30. 2. Бурковский А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами.— М.: Наука, 1965.—474 с.

Поступила в редколлегию 24.10.83.

Е. Г. ГОЛОСКОКОВ, д-р техн. наук  
 В. Б. УСПЕНСКИЙ,  
 Ю. А. ФРОЛОВ, канд. техн. наук

### АППРОКСИМАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ВРАЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В общем случае вращение твердого тела описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, аналитически решить которую не представляется возможным. В этих условиях построение и использование аппроксимационной модели вращения позволяет изучить особенности реального процесса, определить его параметры, что играет важную роль при решении практических задач идентификации и прогнозирования. Кроме того, аппроксимационная модель может быть применена в качестве эталонной при отработке и проверке различных алгоритмов. Особое место в ее создании занимает выбор модельных параметров. Один из подходов к построению моделей приводится ниже.

Рассматривается вращение твердого тела, ориентация которого определяется вектором параметров Родрига — Гамильтона  $\Lambda = (\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^T$ , удовлетворяющим кинематическому уравнению

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \Omega \Lambda, \quad \Lambda(0) = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, \quad (1)$$

где элементы матрицы

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

представляют собой проекции вектора угловой скорости  $\omega = (\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3)^T$  на оси, связанные с твердым телом. При этом  $\omega$  удовлетворяет динамическим уравнениям Эйлера

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 - (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 &= M_1; \\ J_2 \dot{\omega}_2 - (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 &= M_2; \\ J_3 \dot{\omega}_3 - (J_2 - J_1) \omega_1 \omega_2 &= M_3; \\ \omega(0) &= (\omega_1^0 \ \omega_2^0 \ \omega_3^0)^T. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $J_1, J_2, J_3$  — главные моменты инерции;  $M = (M_1 M_2 M_3)^T$  — момент внешних сил. В качестве модельных параметров приняты компоненты вектора  $g = (g_1 g_2 g_3)^T$ , связанные с вектором  $\Lambda$  соотношениями

$$\lambda_0 = \frac{1-g^2}{1+g^2}; \quad \lambda_i = \frac{2g_i}{1+g^2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

в которых  $g^2 = \sum_{i=1}^3 g_i^2$ . Выбор формы равенств (3) обусловлен стремлением сохранить нормированность параметров Родрига — Гамильтона, а также структурное сходство  $g$  с вектором кажущегося поворота  $\theta^* = \int_0^t \omega d\tau$ . Из формул (3) следует, что

$$g_i = \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_0}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

В основу построения модели положена аппроксимация  $L$  значений  $g_i$ , заданных в равноотстоящие моменты  $t_i$ , где  $t_i = \Delta t (i - 1)$ ,  $i = 1, \dots, L$ , и вычисленных по формулам (4). В последних значения  $\lambda_i$  получены в результате совместного интегрирования на цифровой ЭВМ уравнений (1), (2). В качестве аппроксимационной модели выбран квазимногочлен вида\*

$$g_i^A(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \exp(\lambda_{ij} t), \quad i = 1, 2, 3.$$

Значения  $a_{ij}$ ,  $\lambda_{ij}$  определяются при заданном  $N$ . В общем случае решение такой аппроксимационной задачи сводится к отысканию

$$\min_{\substack{\lambda_{ij}, a_{ij} \\ j=1, \dots, N \\ i=1, 2, 3}} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^3 (g_i^A(t_i) - g_i(t_i))^2.$$

Однако в связи с серьезными вычислительными трудностями, возникающими при решении такой задачи, более целесообразным представляется двухуровневый подход. На первом уровне решается задача нахождения неизвестных

$$x_{ij} = \exp(\lambda_{ij} \Delta t), \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Ее решение основано на определении приближенного решения  $z_i$  уравнения  $F_i z_i = b_i$ , где матрица имеет вид

$$F_i = \begin{bmatrix} g_i(t_1) & g_i(t_2) & \dots & g_i(t_N) \\ g_i(t_2) & g_i(t_3) & \dots & g_i(t_{N+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_i(t_{L-N}) & g_i(t_{L-N+1}) & \dots & g_i(t_{L-1}) \end{bmatrix},$$

а векторы записываются так:

$$z_i = (z_{i1} z_{i2} z_{i3})^T; \quad b_i = (-g_i(t_{N+1}) - g_i(t_{N+2}) \dots - g_i(t_L))^T.$$

\* Аппроксимация, идентификация и прогнозирование квазимногочленами / Ю. А. Фролов. М., 1980. 26 с. Рукопись деп. в ВИНТИ 01.09.80, № 3959-80 Деп.



В среднеквадратичном случае решение  $z_i$  получают из уравнения  $F_i^T F_i z_i = F_i^T b_i$ . Найденное решение подставляется в уравнение

$$x^N + \sum_{j=1}^N z_{jt} x^{j-1} = 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

из которого находят  $x_{jt}$ , а затем, обращая задачу (5), устанавливают  $\lambda_{jt}$ .

На втором уровне по известным  $x_{jt}$  определяется среднеквадратичное приближение для  $a_{jt}$  из системы

$$\sum_{j=1}^N a_{jt} \frac{1 - (x_{jt} x_{kt})^L}{1 - x_{jt} x_{kt}} = \sum_{k=1}^L g_k(t) x_k^{j-1}, \quad k = 1, \dots, N, \quad i = 1, 2, 3. \quad (6)$$

Таким образом,  $g$  можно дать в виде  $g^A(t)$ . Приведенная схема позволяет идентифицировать спектральные характеристики процесса, построить на базе полученных результатов, подставленных в равенства (3), модель вращения в параметрах Родрига — Гамильтона.

Необходимо отметить, что создание эталонной модели вращения предполагает и построение модели угловой скорости. Для этого в соотношения

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2(-\lambda_1 \dot{\lambda}_0 + \lambda_0 \dot{\lambda}_1 + \lambda_3 \dot{\lambda}_2 - \lambda_2 \dot{\lambda}_3); \\ \omega_2 &= 2(-\lambda_2 \dot{\lambda}_0 - \lambda_3 \dot{\lambda}_1 + \lambda_0 \dot{\lambda}_2 + \lambda_1 \dot{\lambda}_3); \\ \omega_3 &= 2(-\lambda_3 \dot{\lambda}_0 + \lambda_2 \dot{\lambda}_1 - \lambda_1 \dot{\lambda}_2 + \lambda_0 \dot{\lambda}_3), \end{aligned} \quad (7)$$

полученные обращением уравнений (2) относительно  $\omega$ , могут быть подставлены модельные значения  $\Lambda, \dot{\Lambda}$ . В этих условиях уравнения (7) являются моделью угловой скорости. В параметрах  $g$  с учетом формул (3) приведенные соотношения примут вид

$$\omega = \frac{4}{(1+g^2)^2} (2g(\dot{g}, g) + (1-g^2)\dot{g} + [g, g]).$$

Описанная схема построения аппроксимационных моделей была реализована на ЭВМ для различных исходных данных. Результаты счета оказались весьма удовлетворительными, что свидетельствует об эффективности предлагаемого подхода.

*Поступила в редколлегию 06.12.83.*

**СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ РАЗВОРОТОМ ТВЕРДОГО ТЕЛА  
МЕТОДОМ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ**

Задача разворота твердого тела, имеющего неподвижную точку, из начального в конечное состояние при заданных координатах углового положения и скорости может быть решена в различных кинематических параметрах — углах Эйлера—Крылова, направляющих косинусах, параметрах Родрига—Гамильтона или Кейли—Клейна. Однако при наличии дополнительных условий — ограничений времени разворота, углового положения, скорости или ускорения — возникает необходимость выбрать оптимальный закон разворота из множества возможных. Наиболее наглядно эта задача решается методом стереографической проекции, который приводит к уравнению Дарбу—Риккати [1]. Ниже на основе решения указанного уравнения рассматривается разворот твердого тела при ограничениях на время разворота, угловое положение и скорость.

С твердым телом связывается система координат  $OXYZ$  (с началом в неподвижной точке), единичные орты которой обозначаются через  $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ . Начальное и конечное состояния твердого тела задаются стереографической проекцией на комплексную плоскость (см. работу [2]) конца единичного орта  $\bar{e}_3$  и значением вектора угловой скорости тела на оси связанной системы координат  $OXYZ$ :

$$t = 0: z_1 = z_0 e^{i\gamma_0}, \quad \Omega_1 = \Omega_0 e^{i\varphi_0}; \quad (1)$$

$$t = T_1: z_2 = z_k e^{i\gamma_k}, \quad \Omega_2 = \Omega_k e^{i\varphi_k}.$$

Здесь  $z_0, z_k$  — модули;  $\gamma_0, \gamma_k$  — фазовые углы вектора  $z$  положения конца орта  $\bar{e}_3$  на комплексной плоскости;  $\Omega_0, \Omega_k$  — модули;  $\varphi_0, \varphi_k$  — фазовые углы вектора угловой скорости  $\bar{\omega}$  в плоскости  $XY$ ;  $T_1$  — ограниченное время разворота. При этом учитывается заданное ограничение по скорости: вектор скорости  $\bar{\omega}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  должен быть все время перпендикулярен к единичному орту  $\bar{e}_3$ , т. е.  $\omega_3 = 0$ .

Имеется также ограничение на угловое положение орта  $\bar{e}_3$  — он не должен попадать в область, заданную в виде неподвижного кругового конуса, на оси которого выбран полюс стереографической проекции. Ввиду этого область ограничения на комплексной плоскости представляется в виде окружности, внутри которой заданы  $z_1, z_2$  и из которой не должна выходить траектория  $z(t)$  при движении твердого тела.

Вид траектории  $z(t)$  зависит от закона управления разворотом, т. е. закона изменения угловой скорости твердого тела  $\omega = \Omega e^{i\varphi}$ . Закон изменения  $z(t)$  получим из решения уравнения Дарбу — Риккати [1]:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega_2 - i\omega_1}{2} - iz\omega_3 + \frac{\omega_2 + i\omega_1}{2} z^2, \quad (2)$$

где  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  — проекции угловой скорости на оси связанной системы.

Учитывая, что  $\omega_3 = 0$ , делаем подстановку:

$$\begin{aligned} \omega_2 + i\omega_1 &= \Omega q; \quad \Omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}; \quad q = e^{i\varphi}, \\ \varphi &= \text{Arg}(\omega_2 + i\omega_1). \end{aligned} \quad (3)$$

Вводя новую независимую переменную

$$\tau = \frac{1}{2} \int_0^t \Omega dt, \quad (4)$$

преобразуем уравнение (2):

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{1}{q} + qz^2. \quad (5)$$

Здесь  $q = e^{i\varphi}$ . Полагая изменение угла  $\varphi$  линейным, т. е.

$$\varphi = \varphi_0 + k\tau, \quad (6)$$

используем частное решение уравнения (5) в виде [2]:

$$\xi = iAe^{-i(\varphi_0 + k\tau)}. \quad (7)$$

Подставляя его в соотношение (5), находим зависимость между  $A, k$ :

$$Ak = 1 - A^2. \quad (8)$$

Тогда общее решение уравнения (5) записываем так:

$$z = \frac{\xi + Ce^{2i\theta(\tau)}}{1 - C\xi e^{2i\theta(\tau)}}, \quad (9)$$

где  $C$  — константа, определяемая из начальных условий;

$$\theta(\tau) = \frac{1}{2i} \int_0^\tau \left( q\xi - \frac{\bar{\xi}}{q} \right) d\tau = A\tau. \quad (10)$$

Вычисляя из формул (6), (8) значение

$$T = \frac{\varphi_k - \varphi_0}{k} = \frac{(\varphi_k - \varphi_0)A}{1 - A^2},$$

соответствующее  $T_1$ , и подставляя равенства (8)–(10) в условие (1), получаем

$$z_0 e^{i\varphi_0} = \frac{Aie^{-i\varphi_0} + C}{1 + CAie^{i\varphi_0}}; \quad (11)$$

$$z_k e^{i\gamma_k} = \frac{A i e^{-i(\varphi_0 + kT)} + C e^{2iA\tau}}{1 + C A i e^{i(\varphi_0 + kT + 2AT)}}. \quad (12)$$

Выразив константу  $C$  из уравнения (11) и подставив найденное соотношение в уравнение (12), выделим вещественную и мнимую части. Составив их отношение, перейдем к трансцендентному уравнению для определения  $A$ :

$$\sin a_4 \frac{2A^2}{1 - A^2} = \frac{B_2}{B_1}. \quad (13)$$

Здесь

$$a_1 = z_k z_0; \quad a_2 = \varphi_0 + \gamma_0 + \gamma_k; \quad a_3 = \varphi_k - \varphi_0 - \gamma_k;$$

$$a_4 = \varphi_k - \varphi_0; \quad a_5 = \gamma_0 + \gamma_k + \varphi_k;$$

$$a_6 = \gamma_0 - \varphi_k + \varphi_0; \quad a_7 = a_1 \sin a_2 - \sin \varphi_k;$$

$$a_8 = z_k \cos \gamma_k; \quad a_9 = z_k \cos a_3; \quad a_{10} = z_k \sin a_3;$$

$$B_1 = -(a_9 A^2 - a_{11} A - a_{17}^2 - (-a_{10} A^2 - a_{12} A + a_{18}^2));$$

$$B_2 = (-a_{13} A^2 + a_7 A + a_8) (-a_{10} A^2 - a_{12} A + a_{18}) - (-a_9 A^2 + a_{19} A + a_{17}) (-a_{16} A^2 - a_{14} A + a_{15}).$$

Решая уравнение (13) численно на ЭВМ, находим множество значений величины  $A$ , каждому из которых соответствует траектория движения  $z(t)$ .

Используя различные законы изменения модуля угловой скорости тела (3), варьируем время  $T$ , а следовательно, и пределы изменения  $A$ . Среди множества траекторий, определяемых значением  $A$ , выбираем оптимальную — такую, которая не выходит за область ограничения (окружность на комплексной плоскости). В качестве оптимального принимается закон изменения угловой скорости  $(\Omega, k)$ , соответствующий этой траектории.

**Список литературы:** 1. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.— М.: Наука, 1965.— 424 с. 2. Лурье А. И. Аналитическая механика.— М.: Физматгиз, 1961.— 824 с.

Поступила в редколлегию 24.11.83.

### МЕТОД ВЫБОРА СТРУКТУРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Проблема выбора структуры математических моделей очень сложна. Как правило, она решается на эвристическом уровне. Известно более двадцати подходов к спецификации моделей, однако все они в значительной мере субъективны. Каждый из методов обладает своими достоинствами и недостатками, и ни один метод нельзя считать универсальным.

Для выбора структуры математических моделей  $\varphi(\mathbf{X}_i, \mathbf{A})$ , где  $\mathbf{A} = (a_1, a_2, \dots, a_p)^T$  — вектор параметров,  $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$  — вектор независимых переменных,  $i = \overline{1, n}$ , предложены новые критерии исходя из идей самоорганизации моделей. При применении разработанных критериев данные разбиваются на две последовательности: обучающую и проверочную. На обучающей последовательности данных оцениваются параметры пробных моделей в соответствии с функциями потерь, адекватными информации о законе распределения помех или о классе таких законов.

В классе невырожденных плотностей вероятностей распределения помех устойчивым методом оценивания параметров моделей является метод наименьших модулей. При этом оценивание параметров осуществляется из условия

$$\hat{\mathbf{A}} = \arg \min_{\mathbf{A}} \sum_{i=1}^{N_{об}} \rho_i F(y_i - \varphi(\mathbf{X}_i, \mathbf{A})).$$

Здесь  $y_i - \varphi(\mathbf{X}_i, \mathbf{A}) = \xi_i$ ;  $(y_1, y_2, \dots, y_n)^T$  — вектор наблюдений;  $F(\xi) = |\xi|$ ;  $F(\xi)$  — функция потерь;  $\rho_i$  — весовой коэффициент, учитывающий дисперсию помехи или важность  $y_i$  для построения модели.

В классе плотностей вероятностей распределения помех с дисперсией, ограниченной величиной  $\sigma^2$ , устойчивым методом оценивания является метод наименьших квадратов. В этом случае функция потерь  $F(\xi) = (\xi)^2$ .

В классе плотностей вероятностей распределения помех, образованном смесью

$$(1 - \alpha) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} + \alpha h(\xi), \quad (1)$$

где  $\alpha$  — вероятность появления помех с плотностью вероятностей  $h(\xi)$  произвольного вида, устойчивые оценки получаются при использовании функции потерь

$$F(\xi) = \begin{cases} \xi^2/(2\sigma^2), & |\xi| < a; \\ a|\xi|/\sigma^2 - a^2/(2\sigma^2), & |\xi| > a. \end{cases}$$

Здесь значение  $a$  определяется по  $\sigma^2$  и  $\alpha$ .

Для широкого класса реально встречающихся плотностей вероятностей распределения помех высокую эффективность показал (см. работу [1]) метод оценивания, основанный на применении соотношений

$$F(\xi) = \begin{cases} \xi^2/2, & 0 \leq |\xi| < a; \\ a|\xi| - a^2/2, & a \leq |\xi| < b; \\ \frac{a}{2} \left( c + b - a - \frac{(c - |\xi|)^2}{c - b} \right), & b \leq |\xi| < c; \\ \frac{a}{2} (c + b - a), & |\xi| \geq c, \end{cases} \quad (2)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — задаваемые или оцениваемые параметры.

Для плотностей вероятностей распределения помех вида (1) с  $\alpha = 0$ ; 0,05; 0,1; 0,2 и вида Коши на большом статистическом материале (25 реализаций каждого типа помех) на выборках объемом 11 наблюдений нами установлено, что использование функции потерь (2) дает эффективность оценивания параметров регрессии в среднем более высокую, чем метод наименьших квадратов и метод наименьших модулей. При этом параметр  $a$  функции потерь лучше всего брать равным АДА [1].

Хорошие результаты на практике дает оценивание по функции потерь вида [2]  $F(\xi) = |\xi|^k$ . Здесь  $k = 1,25$  или  $k = 1,5$ . Выбор значения  $k$  осуществляется в зависимости от имеющейся информации о законе распределения помех.

Для каждой оцененной пробной модели на проверочной последовательности данных вычисляется критерий селекции. Критерий строится на основе функции потерь, адекватной информации о законе распределения помех или классе таких законов. Все данные учитываются в критерии с весовыми коэффициентами. Критерий обозначается через  $\Delta_{в,с}$  и определяется так:

$$\Delta_{в,с} = \sum_{i=1}^{N_{\text{проп}}} p_i F(y_i - \varphi(X_i, \hat{A})).$$

Среди всех изучаемых моделей выбирается та, у которой значение  $\Delta_{в,с}$  минимально. Этот критерий успешно использован при построении моделей, отражающих высокочастотные составляющие в статистических данных. Такого типа модели применяются в задачах кратко- и среднесрочного прогнозирования.

Следует отметить, что при построении моделей наряду с истинными статистическими данными могут использоваться экспертные оценки будущих значений временного ряда или результаты других прогнозов. В зависимости от предполагаемой дисперсии этих оценок им придается соответствующий вес. Экспертные оценки или результаты других прогнозов (с весом) могут входить в обучающую и в проверочную последовательности.

Чтобы ослабить влияние разбиения данных (на две последовательности) на выбор структуры модели, предложен второй критерий. Он вычисляется следующим образом. Вначале для всех пробных моделей при одном разбиении данных на обучающую и проверочную последовательности находят значение  $\Delta_{n,p}^*$ . Затем разбиение данных меняется на противоположное и вычисляются значения  $\Delta_{n,p}^{**}$ . Для каждого вида модели определяется критерий  $H_{n,p} = \Delta_{n,p}^* + \Delta_{n,p}^{**}$  и отбирается модель с наименьшим значением  $H_{n,p}$ . Второй критерий позволяет строить модели, отражающие низкочастотные составляющие в статистических данных, т. е. выделять долгосрочные тенденции.

Для установления доверительных интервалов моделей (а не индивидуальных наблюдений), если помехи имеют плотность вероятностей, не очень сильно отличающуюся от нормальной, предлагается воспользоваться таким соотношением:

$$\sum_{i=1}^n \rho_i (y_i - \varphi(X_i, A))^2 = \left( \sum_{i=1}^n \rho_i (y_i - \varphi(X_i, \hat{A}))^2 \right) \left( 1 + \frac{p}{n-p} F^* \right),$$

где  $F^*$  — значение  $F$  критерия Фишера с  $p$  и  $n-p$  степенями свободы, с уровнем значимости, учитывающим отличие фактического закона распределения помех от нормального. Уровень значимости определяется по таблицам, представленным в работе [3]. Для этого необходимо вычислить оценки величин  $\beta_1 = \mu_3/\sigma^3$ ,  $\beta_2 = \mu_4/\sigma^4$ .

Здесь  $\mu_3$ ,  $\mu_4$  — центральные моменты третьего и четвертого порядков;  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение для

$$\delta_i = y_i - \varphi(X_i, \hat{A}), \quad i = \overline{1, n}.$$

Любой параметр  $a_j$ ,  $j = \overline{1, p}$ , выражается с помощью этого соотношения через остальные параметры  $a_1, a_2, \dots, a_{j-1}, a_{j+1}, \dots, a_p$ , т. е. получается зависимость

$$a_j = f(a_1, a_2, \dots, a_{j-1}, a_{j+1}, \dots, a_p). \quad (3)$$

Далее выражение (3) подставляется в модель  $\varphi(X_i, A)$ . Методами нелинейного программирования отыскиваются  $\max$  и  $\min$  для  $\varphi(X_i, A)$ , которые и определяют доверительный интервал модели с доверительной вероятностью, учитывающей отличие фактического закона распределения помех от нормального.

Предложенный метод нахождения структуры математических моделей применен для построения прогнозирующих моделей в задачах среднесрочного и долгосрочного прогнозирования технико-экономических показателей развития машин.

**Список литературы:** 1. Кононенко И. В., Горохова Е. А. Идентификация в условиях помех с неизвестным законом распределения. — Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1983, № 199. Прикл. механика и процессы упр., вып. 3.

с. 25 — 28.2. *Hogg R. V.* Adaptive Robust Procedures: A Partial Review and Some Suggestions for Future Applications and Theory. — *Journal of the American Statistical Association*, 1974, 69, p. 909 — 923. 3. *Gayen A. K.* The Distribution of the Variance Ratio in Random Samples of Any Size Drawn from Nonnormal Universes. — *Biometrika*, 1950, 37, p. 236 — 255.

Поступила в редколлегию 01.11.83.

УДК 681.5

*В. В. КАРАЧУН*, канд. техн. наук,  
*В. С. ДИДКОВСКИЙ*, канд. техн. наук

### О РЕАЛИЗУЕМОСТИ УСЛОВИЙ ИНВАРИАНТНОСТИ В СХЕМАХ СО СТРУКТУРНОЙ ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ

Известно, что необходимым признаком осуществимости абсолютной инвариантности системы является наличие в схеме по меньшей мере двух каналов передачи воздействий между точкой приложения возмущения и той точкой, относительно которой получена инвариантность (принцип двухканальности) [1]. Обеспечение инвариантности гироскопических устройств по отношению к внешним механическим возмущениям типа качки, угловой и поступательной вибрации основания достигается созданием структурно одинакового с первым канала прохождения этих возмущений в виде второго гироскопа, имеющего ту же кинематику подвеса. Компенсация осуществляется путем формирования полезного сигнала нечетной функцией, а сигнала-помехи — четной функцией кинетического момента [3]\*.

Рассмотрим реализацию принципа двухканальности Б. Н. Петрова применительно к трехстепенному свободному гироскопу. Техническое решение здесь состоит в формировании выходного сигнала прибора в виде полусумм  $2^{-1}(\alpha_1 + \alpha_2)$ ,  $2^{-1}(\beta_1 + \beta_2)$  углов поворота разновращающихся гироскопов. Помимо этого вводится взаимная коррекция приборов по разности  $(\alpha_1 - \alpha_2)$  и  $(\beta_1 - \beta_2)$  углов поворота наружных  $(\alpha_i)$  и внутренних  $(\beta_i)$  рамок гироскопов [3].

Анализ уравнений движения такого гироскопа проведем методом последовательных приближений. Определим значение систематического ухода гироскопа относительно осей подвеса. Предполагаем, что силы сухого трения отсутствуют.

Для второго приближения уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} A_1(\beta_{01})\rho^2\alpha_{21} - H_1\rho\beta_{21}\cos\beta_{01} - k_{01}(\beta_{21} - \beta_{22}) &= -M_{12}; & (1) \\ B_1\rho^2\beta_{21} + H_1\rho\alpha_{21}\cos\beta_{01} + k_{02}(\alpha_{21} - \alpha_{22}) &= M_{11}; \end{aligned}$$

\* Возникновение теории инвариантности (теории компенсации) в прикладной гироскопии связывают с именем Г. В. Щипанова [2].



$$A_2(\beta_{02})p^2\alpha_{22} + H_2p\beta_{22}\cos\beta_{02} - k_{01}(\beta_{21} - \beta_{22}) = -M_{2\psi}$$

$$B_2p^2\beta_{22} - H_2p\alpha_{22}\cos\beta_{02} + k_{02}(\alpha_{21} - \alpha_{22}) = M_{21}$$

Здесь  $M_{ij}$  — моменты-помехи, действующие относительно осей подвеса гироскопов, первый индекс соответствует номеру гироскопа, второй — номеру рамки (1 — внутренняя рамка, 2 — наружная);  $H_i$ ,  $A_i$ ,  $B_i$  — соответственно кинетические моменты гироскопов, моменты инерции наружных и внутренних рамок;  $k_{0i}$  — коэффициенты усиления усилителей в цепях обратных связей;  $p = \frac{d}{dt}$  — оператор дифференцирования;  $H_1 \approx -H_2$ .

Применив операции осреднения по множеству и осреднения по времени к частным решениям уравнений (1), получим формулы для систематического ухода гироскопа относительно осей подвеса при нерегулярной качке основания:

$$\begin{aligned} \langle \bar{\beta} \rangle (H_1 \cos \beta_{01} + H_2 \cos \beta_{02}) &= 2^{-1} H_1 \sin 2\beta_{01} [1 - (R_1 \cos \beta_{01})^{-1} \times \\ &\times A_1(\beta_{01})] \langle \bar{\beta}_{11} \omega_{2x}^{(1)} \rangle - [D_1 + (R_1 C_1 \sin^2 \beta_{01})^{-1} A_1(\beta_{01})] \times \\ &\times \langle \overline{\omega_{2x}^{(1)} \omega_{2y}^{(1)}} \rangle + 2^{-1} H_2 \sin 2\beta_{02} [1 - (R_2 \cos \beta_{02})^{-1} A_2(\beta_{02})] \times \\ &\times \langle \bar{\beta}_{12} \omega_{2x}^{(1)} \rangle - [D_2 + (R_2 C_2 \sin^2 \beta_{02})^{-1} A_2(\beta_{02})] \langle \overline{\omega_{2x}^{(1)} \omega_{2y}^{(1)}} \rangle; \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{\alpha} \rangle (H_1 \cos \beta_{01} + H_2 \cos \beta_{02}) &= -A_1^{-1}(\beta_{01}) H_1^2 \cos^2 \beta_{01} \sin \beta_{01} [1 - \\ &- A_1^{-1}(\beta_{01}) R_1 \cos \beta_{01}] \langle \bar{\beta}_{11}^2 \rangle + A_2^{-1}(\beta_{02}) H_2^2 \cos^2 \beta_{02} \sin \beta_{02} [1 - \\ &- A_2^{-1}(\beta_{02}) R_2 \cos \beta_{02}] \langle \bar{\beta}_{12}^2 \rangle - A_1^{-1}(\beta_{01}) R_1 C_1 \operatorname{tg} \beta_{01} [1 - \\ &- A_1^{-1}(\beta_{01}) C_1 \operatorname{tg} \beta_{01}] \langle \overline{(\omega_{2x}^{(1)})^2} \rangle + A_2^{-1}(\beta_{02}) R_2 C_2 \operatorname{tg} \beta_{02} [1 - \\ &- A_2^{-1}(\beta_{02}) C_2 \operatorname{tg} \beta_{02}] \langle \overline{(\omega_{2x}^{(1)})^2} \rangle + \{H_i \cos^{-1} \beta_{0i} [1 - A_i^{-1}(\beta_{0i}) \times \\ &\times C_i^2 \sin^2 \beta_{0i}] - A_i^{-1}(\beta_{0i}) R_i H_i [1 - A_i^{-1}(\beta_{0i}) 2C_i \sin^2 \beta_{0i}]\} \langle \bar{\beta}_{1i} \omega_{2x}^{(1)} \rangle, \end{aligned}$$

где угловыми скобками обозначена операция осреднения по времени, чертой сверху — операция осреднения по множеству;  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{12}$  — решения уравнений первого приближения;  $\omega_{2x}^{(1)}$ ;  $\omega_{2y}^{(1)}$  — проекции угловых скоростей основания на оси, связанные с наружными рамками гироскопов;  $R_i$ ,  $C_i$  — приведенные моменты инерции.

Для определения систематической составляющей дрейфа гироскопа в случае нестационарной качки основания достаточно знать соответствующие автокорреляционные и корреляционные функции связи, записанные в выражениях (2). Если имеется равенство параметров гироскопов, абсолютная инвариантность выходного сигнала по отношению к колебаниям основания достигается уже в простейшем варианте — без общей отрицательной обратной связи. Кроме того, двухканальный метод позволяет обеспечить инвариантность выходного сигнала не только

при стационарных, но и при нестационарных возмущениях основания. Он дает возможность компенсировать влияние мгновенных значений возмущений (в отличие от метода реверсирования вектора кинетического момента, где этот эффект достигается в среднем за период реверса).

Список литературы: 1. *Петров Б. Н.* О реализуемости условий инвариантности.— В кн.: Труды первого совещания по теории инвариантности. К., 1959, с. 13—21. 2. *Щипанов Г. В.* Гироскопические приборы слепого полета.— М.: Оборонгиз, 1938.— 137 с. 3. *Одинцов А. А.* Метод автокомпенсации влияния внешних помех на гироскопы и маятниковые акселерометры.— В кн.: Автоматика и приборостроение. К., 1973, с. 87—94.

*Поступила в редколлегию 02.09.83.*

УДК 658.512

*А. В. ДАБАГЯН*, д-р техн. наук,  
*В. В. АНТОНЕВИЧ*

### **ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ**

Транспортная система — один из основных элементов инфраструктуры любого промышленного региона. Следовательно, оптимизация структуры этой системы может дать значительный экономический эффект, получаемый непосредственно за счет снижения затрат в самой системе и вследствие уменьшения издержек в отраслях, обслуживаемых данной транспортной системой.

Существующие постановки задачи оптимизации структуры транспортной системы затрагивают диспетчеризацию, распределение транспортных средств, обеспечение их технического обслуживания. Однако, как правило, такие аспекты рассматриваются независимо друг от друга, что объясняется большой размерностью задачи и ее сложностью.

Изложим нестрогий метод оптимизации, позволяющий учесть разнообразные факторы, влияющие на функционирование системы. Он пригоден для решения задач с большой размерностью, которая не дает возможности применить другие методы. Описываемый метод был разработан А. В. Дабагяном. Рассмотрим его приложение к задаче оптимизации структуры транспортной системы.

Определим детально круг вопросов, рассматриваемых здесь. Распределение транспортных средств по линиям перевозок и их базирование, т. е. выбор пунктов, где должно производиться техническое обслуживание, — два основных фактора, обуславливающих эффективность функционирования транспортной системы. В существующих постановках задачи распределения применяются линейные приближения, что не совсем адекватно

действительности. Кроме того, симплекс-метод, используемый при решении задач подобного рода, накладывает ограничения на размерность решаемых задач. Отсюда возникает необходимость агрегирования информации. Задача базирования в строгой постановке сводится к задаче целочисленного программирования. Это означает, что попытка решить задачу реальной размерности строгим методом обречена на неудачу либо потребуются большие затраты машинного времени.

Сформулируем следующую постановку задачи. В качестве критерия качества функционирования системы прием приведенные затраты, необходимые для создания и функционирования системы. Рассматривая ограничения, накладываемые конечностью имеющихся ресурсов, отметим, что существуют различные по своей природе ресурсы. Например, имеются общепромышленные ресурсы, которыми распоряжается министерство, распределяя их во всей отрасли; к другой группе относятся локальные ресурсы, доступные лишь в отдельных местах. В такой интерпретации задача базирования сводится к задаче распределения локальных ресурсов, в то время как задача распределения транспортных средств фактически представляет собой задачу оптимального распределения общепромышленных ресурсов.

Введем понятие заявки на обслуживание, под которой понимается потребность в выполнении определенного объема работ по перевозкам. Каждой заявке может соответствовать некоторое количество ресурсов (общепромышленных и локальных) для ее удовлетворения.

Отметим, что необходимо учитывать следующий важный фактор. Стоимость транспортного средства некоторым образом зависит от размера заказанной партии транспортных средств данного типа:  $s^1 = f(N)$  (1), где  $s^1$  — стоимость транспортного средства;  $N$  — объем партии. Эта зависимость носит существенно нелинейный характер. Ее вид определяется большим числом факторов, в частности типом производства, его технологическим уровнем. В дальнейшем выражение (1) удобно преобразовать так:

$$s^1 = \pi^1(N) f(N^1). \quad (2)$$

Здесь  $N^1$  — партия оптимального размера, т. е. такая партия, которой соответствует минимальная стоимость транспортного средства;  $\pi^1(N)$  — коэффициент партионности, представляющий собой отношение стоимости транспортного средства при заказанной партии размера  $N$  к стоимости того же транспортного средства, если заказана партия оптимального размера.

Рассматривая техническое обслуживание транспортных средств, производимое в некоторых пунктах, следует учитывать нелинейности подобного рода. Каждому узлу, обслуживаемому транспортными средствами, отвечает партия оптимального размера, при котором стоимость технического обслуживания достигает

минимума. Опишем эту зависимость аналогично приведенной в формуле (2):

$$s^2 = \pi_i^2(n_i) g(n_i^1),$$

где  $s^2$  — стоимость технического обслуживания;  $n_i$  — партия для обслуживания в  $i$ -м узле;  $\pi_i^2$  — коэффициент партионности при обслуживании партии размера  $n_i$  в  $i$ -м узле;  $n_i^1$  — партия оптимального размера.

Запишем теперь выражение для полной стоимости обслуживания заявки. Исходя из стоимости транспортного средства  $k$ -го типа, определим затраты для обслуживания  $j$ -й заявки в  $i$ -м пункте:

$$s_{ij}^k = \pi_k^1 s_{jk}^1 + \pi_i^2 s_{ik}^2.$$

Здесь  $s_{ij}^k$  — стоимость обслуживания  $j$ -й заявки при  $i$ -м варианте базирования в случае использования  $k$ -го типа транспортных средств;  $s_{jk}^1$  — стоимость работ по обслуживанию  $j$ -й заявки  $k$ -м техническим средством, рассчитанная исходя из размера оптимальной партии;  $s_{ik}^2$  — стоимость работ по обслуживанию транспортного средства  $k$ -го типа в  $i$ -м узле;  $\pi_k^1$ ,  $\pi_i^2$  — коэффициенты партионности первого и второго рода.

Вычисления, проводимые по данному алгоритму, удобно осуществить с помощью таблиц. В первую — пятую графы таблицы заносят параметры заявки, оптимальную стоимость обслуживания заявки, вариант базирования, стоимость обслуживания транспортного средства. В шестой и седьмой графах размещают коэффициенты  $\pi_k^1$ ,  $\pi_i^2$ . Другие графы содержат информацию о потребных общеотраслевых и локальных ресурсах. Любая такая таблица составляется для каждого типа  $k$  и варианта базирования  $i$ . Предположим, что известны варианты базирования и размеры партии заказанных транспортных средств. Имея такую информацию, заполнить таблицы нетрудно. Собственно процесс распределения заключается в следующем.

Из всех таблиц выбираем заявку с минимальной стоимостью обслуживания. Уточняем коэффициенты  $\pi_k^1$ ,  $\pi_i^2$ , соответствующие заявке, и уменьшаем общее количество ресурсов на значение, необходимое для удовлетворения заявки (если это возможно). В случае, когда имеющиеся ресурсы не позволяют удовлетворить заявку, целесообразны такие действия. Если исчерпан какой-нибудь из общеотраслевых ресурсов, выполнение алгоритма заканчивается; если же это произойдет с каким-либо из локальных ресурсов, то множество рассматриваемых таблиц сокращается за счет отбрасывания таблиц, соответствующих данному  $i$ -му узлу. Процесс продолжается до тех пор, пока не распределятся все заявки или не будет исчерпан один из общеотраслевых ресурсов.

Задача определения вариантов базирования существенно зависит от природы рассматриваемой системы. Предположим, что базирование осуществляется в пунктах, исходных для выполняемых перевозок. Тогда применяется следующий итеративный алгоритм. В качестве начального приближения выбираем вариант базирования на двух концах маршрута, который необходимо обслужить. Далее производим такие действия: 1) решаем задачу распределения с учетом предположений, сделанных о базировании; 2) решаем задачу маршрутизации, используя результаты п. 1; 3) уточняем (расширяем) варианты базирования по итогам п. 2; 4) процесс повторяем до тех пор, пока общие затраты, вычисленные на двух последовательных шагах, не будут достаточно близки.

*Поступила в редколлегию 20.10.83.*

УДК 658.512

*А. В. МАКАРЕНКО, Е. С. ГАЛАТА*

### **ОПТИМИЗАЦИЯ ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА ИЗДЕЛИЙ С ПОМОЩЬЮ ДИХОТОМИЧЕСКОГО ГРАФА**

Оптимальный типоразмерный ряд изделий можно сформировать путем построения дихотомического графа альтернативных решений и нахождения его оптимального сечения\*. К каждому узлу графа по ходу его построения приписываются следующие данные: заявки с указанием их параметров и количества требований в каждой заявке; типоразмер изделия, обслуживающего часть поля заявок, которая соответствует узлу графа; размер серии изделия и стоимость обслуживания этим изделием всех приписанных к узлу заявок.

Оптимальное сечение находим при движении по графу «сверху вниз», т. е. с помощью последовательной дихотомии поля заявок. Последнее описывается двумерным массивом  $XIN \times MI$ , где  $N$  — число заявок в поле;  $M$  — число параметров, характеризующих заявку. Количество требований в каждой заявке составляет  $N$ -мерный вектор  $L_r$ . Предполагается, что любое требование должно быть обслужено одним изделием. Номера узлов графа, к которым относятся заявки, образуют  $N$ -мерный вектор  $N_U$ .

Оптимизация изделий из типоразмерного ряда производится по параметрам, отвечающим параметрам требований. Поэтому пересчетом всегда можно добиться количественного соответствия оптимизируемых параметров изделий и требований. Типоразмеры изделий, приписанных к узлам графа, хранятся в двумерном массиве дихотомии  $D[N_D \times (M+1)]$ . Каждая строка

\* *Дабаян А. В.* Оптимальное проектирование машин и сложных устройств.— М.: Машиностроение, 1979.—280 с.

массива соответствует узлу графа. Первые  $M$  элементов строки — это параметры изделия, а последний включает в себе нуль, если поле, относящееся к этому узлу, не рассматривается в дальнейшем, и единицу в противном случае. Первая строка массива дихотомии содержит верхнюю границу всего поля заявок —  $M$ -мерный вектор. Перед началом построения графа последний элемент первой строки приравнивается к единице. В остальные строки в процессе построения графа заносят верхние границы полей заявок, отвечающих узлам.

К каждому узлу  $J_D = \overline{1, N_D}$  графа заявки приписываются путем присвоения компонентам вектора  $N_U$  номера  $J_D$ . Начальные значения компонентов вектора  $N_U$  равны единице, так как все заявки относятся к узлу с первым номером.

Граф строят, просматривая массив дихотомии по строкам, начиная с первой, до тех пор, пока последний элемент очередной строки не окажется равным единице. Узел, соответствующий этой строке, необходимо рассмотреть в данном цикле.

Вычисляется число заявок  $N_Z$ , находящихся в поле, которое относится к узлу, и общее количество требований  $N_T$ , содержащихся в этих заявках. Для всех возможных изделий с параметрами, отвечающими этим заявкам (промежуточный типоразмер), а также для изделия, соответствующего верхней границе этого поля (максимальный типоразмер), строятся интегральные стоимостные характеристики (ИСХ). Промежуточная ИСХ  $Q$  отражает суммарные затраты на обслуживание изделием заявок из данного поля с параметрами не больше параметров этого изделия; дополнительная ИСХ  $G$  показывает суммарные затраты на обслуживание заявок из оставшейся части поля изделием максимального типоразмера. Характеристики строятся в  $N_A = N_Z + 1$  точках.

Стоимость обслуживания всего поля, соответствующего узлу, двумя указанными изделиями ( $S = Q + G$ ) также находится в  $N_A$  точках. Наименьшее из значений  $S$  является оптимальной стоимостью  $S_{\text{опт}}$ . Номер точки, где имеется минимум, обозначается  $L_{\text{опт}}$ . Если  $S_{\text{опт}} \geq S$  в точке с номером  $N_A$ , отвечающей верхней границе поля заявок, которое приписано к данному узлу, то вводить промежуточный типоразмер изделия нецелесообразно. В этом случае все поле заявок нужно обслужить унифицированно — изделием максимального типоразмера. Следовательно, данный узел графа расположен на оптимальном сечении, приписанное к нему изделие входит в оптимальный типоразмерный ряд, а в массиве дихотомии в последнем элементе соответствующей этому узлу строки  $I_D$  ставится нуль. Если  $S_{\text{опт}} < S$  в точке с номером  $N_A$ , то дихотомия целесообразна, достигается экономический эффект  $EF$ . Параметры  $X_{\text{опт}}$  оптимального изделия промежуточного типоразмера, отвечающего точке  $L_{\text{опт}}$ , заносятся в строку  $2I_D + 1$  массива дихотомии,



а параметры изделия максимального типоразмера — в строку  $2I_D$  массива дихотомии. Кроме того,  $(M+1)$ -й элемент этих строк приравнивается к единице, а в  $(M+1)$ -м элементе строки  $I_D$  ставится нуль.

Заявки, прикрепленные к узлу  $I_D$  и имеющие все параметры, меньшие, чем  $X_{\text{опт}}$ , приписываются к узлу с номером  $2I_D+1$  путем присвоения номера этого узла соответствующим компонентам вектора  $N_U$ . Остальные заявки из относящихся к узлу  $I_D$  прикрепляются к узлу  $2I_D$ .

Если к очередному узлу относится одна заявка, ИСХ не строится, в последнем элементе строки массива дихотомии ставится нуль. Узел в дальнейшем не рассматривается, поскольку считается, что заявку нужно обслуживать специализированным изделием с параметрами, равными параметрам заявки. Таким образом, этот узел принадлежит оптимальному сечению графа, а соответствующее узлу изделие входит в оптимальный ряд.

Построение графа прекращается, когда в последних элементах всех строк массива дихотомии окажется нуль, т. е. при достижении оптимального сечения графа, которому отвечает оптимальный типоразмерный ряд изделий.

Рассмотренный алгоритм программно реализован на языке PL/I. Расчеты на ЭВМ ЕС-1022, ЕС-1033 показали высокую эффективность метода дихотомии.

*Поступила в редколлегию 10.10.83.*

УДК 519.6

А. Е. ГОЛОСКОКОВ, канд. техн. наук,  
Г. Н. МОСКАЛЕНКО

#### **ПОСТАНОВКА РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Одна из основных задач, решаемых при планировании работы транспорта, — составление оптимального плана распределения парка транспортных средств (ТС) по сети маршрутов. В зависимости от характера исходной информации различают следующие условия постановки распределительных задач:

1. Параметры реальной системы носят детерминированный характер. Однако детерминированные постановки, несмотря на сравнительную легкость решения задач, обладают существенным недостатком. Они менее адекватны реальной ситуации, чем стохастические модели, так как параметры, характеризующие реальную систему, являются случайными.

2. Информация о параметрах системы носит случайный характер. Предполагается, что известны законы распределения параметров задачи и их числовые характеристики.

3. Существует неопределенность в нахождении значений параметров системы. В этом случае планирующие организации имеют данные о пределах

изменения параметров реальной системы, но не обладают информацией, которая позволила бы найти статистические закономерности. Здесь возможны два подхода: усреднение параметров (метод оценки решения в среднем) и рассмотрение наилучшего по реализациям параметров варианта (метод гарантированного результата).

4. Исходная информация нечеткая, т. е. планирующим органам известны наборы реализации параметров реальной системы, причем каждый из наборов представляет собой нечеткое множество [1, 2].

Последняя ситуация мало изучена, однако вызывает теоретический и практический интерес, поскольку она довольно часто встречается при перспективном планировании функционирования ТС.

Рассмотрим постановку распределительной задачи в случае нечеткой исходной информации. Задача формулируется следующим образом: при заданной конфигурации сети маршрутов с учетом параметров реальной системы, носящих случайный характер, распределить парк ТС по маршрутам так, чтобы выполнить объем перевозок в течение планового периода  $T$  и обеспечить достижение экстремального значения критерия оптимальности, соблюдая ряд ограничений технико-экономического характера [3].

Математическая модель задачи имеет следующий вид [3]: функция цели

$$\sum_i \sum_j (S_j P_{ij} - C_{ij}) x_{ij} \rightarrow \max \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^m P_{ij} x_{ij} \leq \Pi_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (2); \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq d_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (3); \quad x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Здесь  $S_j$  — цена билета;  $P_{ij}$  — производительность  $i$ -го типа транспортных средств на  $j$ -м маршруте в течение планового периода  $T$ ;  $C_{ij}$  — себестоимость максимального количества рейсов, которое может выполнить  $i$ -й тип транспортных средств на  $j$ -й авиалинии за период  $T$ ;  $\Pi_j$  — объем работ, необходимый на  $j$ -м маршруте в течение периода  $T$ ;  $d_i$  — количество транспортных средств  $i$ -го типа, находящихся в эксплуатации к началу планового периода. Нечеткий характер носят параметры  $C_{ij}$ ,  $P_{ij}$ ,  $\Pi_j$ ,  $d_i$ .

Запишем задачу (1) — (4) следующим образом:  $f(x_{ij}, C'_{ij}) \rightarrow \max$  (5), где  $C'_{ij} = S_j P_{ij} - C_{ij}$ , при ограничениях

$$\varphi_i(x_{ij}, a_{ij}) \leq 0, \quad i = \overline{1, m+n}; \quad j = \overline{1, mn+1}; \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m+n}, \quad j = \overline{1, mn+1}. \quad (7)$$

Примем, что  $A^0 = \|a_{ij}^0\|$ ,  $i = \overline{1, m+n}$ ,  $j = \overline{1, mn+1}$  — конкретные числовые значения параметров в ограничениях (5) — (7). Степени



их принадлежности заданы в виде нечетких множеств и сведены в матрицу  $\theta = \|\theta_{ij}\|$ ,  $i = \overline{1, m+n}$ ,  $j = \overline{1, mn+1}$ . Далее обозначим

$$\mu_0 = \min_{\substack{i=\overline{1, m+n} \\ j=\overline{1, mn+1}}} \theta_{ij}(a_{ij}^0).$$

Если альтернатива  $x \in X$  удовлетворяет ограничениям (6)–(7), то она принадлежит множеству допустимых альтернатив со степенью, не меньшей  $\mu_0$ . Поскольку имеется множество матриц  $A^k$ ,  $k = \overline{1, v}$ , составленных по реализациям параметров задачи (1)–(4), для каждой из таких матриц можно указать

$$\mu_0^k = \min_{\substack{i=\overline{1, m+n} \\ j=\overline{1, mn+1}}} \theta_{ij}(a_{ij}^k), \quad k = \overline{1, v}.$$

При этом множество допустимых альтернатив определяется выражением

$$\mu(x) = \sup_{k=\overline{1, v}} \mu_0^k.$$

Представим «нечетко максимизируемую» функцию (5) в виде нечеткой функции цели вида  $\varphi: X \times R^r \rightarrow [0, 1]$ . Для конкретных числовых значений параметров функции (5)  $C^{10} = \|C_{ij}^{10}\|$ , степени принадлежности которых заданы нечетким множеством и сведены в матрицу  $x = \|x_{ij}\|$ , найдем

$$\varphi_0 = \min_{i,j} x_{ij}(C_{ij}^{10}).$$

Любой альтернативе  $x \in X$  соответствует значение функции  $f(x_{ij}, C_{ij}^{10})$  на множестве  $C^{10} = \|C_{ij}^{10}\|$ , т. е.  $B^0 = f(x_{ij}, C_{ij}^{10})$ . Значение  $B^0$  принадлежит нечеткой оценке альтернативы со степенью, не меньшей  $\varphi_0$ . Искомая нечеткая функция цели

$$\varphi(x, B) = \sup_{k=\overline{1, v}} \varphi_0^k.$$

Таким образом, распределительная задача нечеткого математического программирования имеет следующий вид:

$$\varphi(x, B) = \sup_{k=\overline{1, v}} \varphi_0^k \quad (8)$$

на нечетком множестве допустимых альтернатив

$$\mu_c(x) = \sup_{k=\overline{1, v}} \mu_0^k. \quad (9)$$

В задаче (8)–(9) выбор альтернатив осуществляется с учетом двух отношений предпочтения на множестве  $X$ : нечеткого, индуцированного функцией  $\varphi(x, B)$ , и четкого, индуцированного фун-

кцией  $\mu_c(x)$  естественным порядком на  $R'$ . Чтобы найти альтернативы задачи (8) — (9), степень недоминируемости которых не меньше  $\alpha$ , необходимо решить задачу вида

$$f(x_{ij}, C'_{ij}) \rightarrow \max \quad (10)$$

при ограничениях

$$\varphi_i(x_{ij}, a_{ij}) \leq 0, \quad i = \overline{1, m+n}, \quad j = \overline{1, mn+1}; \quad (11)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m+n}, \quad j = \overline{1, mn+1}; \quad (12)$$

$$\theta_{ij}(a_{ij}) \geq \alpha, \quad i = \overline{1, m+n}, \quad j = \overline{1, mn+1}; \quad (13)$$

$$x_{ij}(C'_{ij}) \geq \alpha, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Наличие ограничений вида (13) — (14) указывает на то, что при поиске альтернатив, недоминируемых со степенью  $\alpha$ , следует учитывать только те значения реализаций параметров задачи (1) — (4), которые принадлежат исходным нечетким множествам со степенью, не меньшей  $\alpha$ .

Полученные в результате решения задач (8) — (9) и (10) — (14) оптимальные планы направляются к лицу, принимающему решение. Им осуществляется выбор рационального варианта.

**Список литературы:** 1. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации.— М.: Наука, 1981.— 208 с. 2. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с фр.— М.: Радио и связь, 1982.— 432 с. 3. Голоскоков А. Е., Емельянов В. И., Гиттик Ю. Л. Об одном подходе к решению распределительной задачи большой размерности.— Науч. тр. / ГосНИИГА, 1977, вып. 149, с. 63—68.

*Поступила в редколлегию 03.10.83.*

УДК 629.734

*М. Д. ГОДЛЕВСКИЙ*, канд. техн. наук,  
*Н. П. ЧЕРНЫШЕВА*,  
*А. В. НИКИФОРОВ*

#### **АЛГОРИТМ РЕКОНСТРУКЦИИ СЕТИ АЭРОДРОМОВ ПОД СТАРШИЙ ТИП С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ НА КАПИТАЛЬНЫЕ ВЛОЖЕНИЯ**

Объем авиане перевозок ежегодно возрастает, вследствие чего расширяется сеть авиалиний, реконструируются старые и строятся новые аэродромы (АД). Реконструкция АД под старший тип включает в себя перестройку взлетно-посадочных полос, рулевых дорожек, мест стоянок для обеспечения эксплуатации летательных аппаратов (ЛА) согласно перспективному плану движения самолетов (ППДС) [1]. Рассмотрим алгоритм рекон-

струкции сети АД с учетом ограничений на капитальные вложения.

Пусть задан ППДС, который рассчитан при условии минимума эксплуатационных расходов. Задача заключается в коррекции исходного ППДС и реконструкции сети АД таким образом, чтобы минимально увеличить эксплуатационные расходы с учетом ограничений на капитальные вложения. В этом случае необходимо определить те АД, где экономически целесообразна реконструкция для приема старшего типа ЛА.

В матричной форме задача сводится к следующему: найти максимум целевой функции

$$Z = x^T \Delta S x / 2 \quad (1)$$

при ограничении  $k^T x \leq k_{\text{лим}}$  (2), где  $\Delta S$  — неотрицательная симметричная матрица, элементами которой являются эксплуатационные расходы, возникающие в результате того, что на соответствующих авиалиниях не введен более тяжелый тип ЛА согласно ППДС;  $x$  — булев вектор, определяющий множество АД, где в соответствии с ППДС следует произвести реконструкцию,

$$x = \begin{cases} 0, & \text{если реконструкция не осуществляется;} \\ 1 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$k$  — вектор, его элементы — капитальные вложения для реконструкции каждого АД;  $k_{\text{лим}}$  — ограничение на капитальные вложения.

Задача (1) — (2) является задачей квадратичного программирования с булевыми переменными и с одним ограничением. Для ее решения обычно применяется метод сведения к задаче целочисленного линейного программирования с булевыми переменными [2]. Затем модифицированная задача линейного программирования решается одним из методов дискретного программирования [3]. Некоторые из них реализованы в пакете прикладных программ линейного программирования (ППП ЛП) АСУ. Основная трудность, возникающая при использовании описанного подхода, заключается в том, что при увеличении размерности задачи  $n$  количество модифицированных неизвестных имеет порядок  $2n^2$ , а число ограничений — порядок  $n^2$ . В результате при реальных значениях  $n$ , используемых в практических задачах, поиск глобального экстремума затруднен.

Идея предлагаемого метода состоит в следующем. Пусть  $x$  — некоторый допустимый вектор, т. е.  $x^T k \leq k_{\text{лим}}$ . Рассмотрим вектор  $x_1$ , отличающийся от  $x$  только тем, что некоторая  $l$ -я его компонента равна единице, в то время как  $l$ -я компонента вектора  $x$  равна нулю. Очевидно, что значение целевой функции, определенной на векторе  $x_1$ , не меньше, чем на векторе  $x$ . Увеличив количество отличных от нуля булевых компонент (начиная с нулевого вектора), придем к следующей ситуации: вектор, все

компоненты которого равны единице, оптимален; на некотором шаге, меньшем  $n$ , будет нарушено ограничение.

Для того чтобы на шаге, предшествующем выходу за ограничение, обеспечить глобальный максимум целевой функции, предлагается каждый шаг алгоритма (добавление одной единичной компоненты) осуществлять таким образом, чтобы увеличение целевой функции было наибольшим. Если в процессе перебора возникнет нарушение ограничения на некотором векторе, то этот вектор не принимается к дальнейшим вычислениям. Если же на некотором шаге алгоритма прибавление единичной компоненты вектора не увеличивает значения целевой функции, необходимо расширить шаг алгоритма. Расширение заключается в проверке значений целевой функции на векторах  $x_2$ , отличающихся от вектора  $x$  двумя дополнительными единицами на тех местах, где у  $x$  были нули. Аналогично следует поступать и тогда, когда добавление двух единичных компонент не дает увеличения значения целевой функции.

Применение предложенного метода значительно сокращает объем оперативной памяти ЭВМ, необходимый для запоминания исходной информации и решения задачи. Верхняя граница общего числа арифметических операций рассчитывается по формуле  $n(n+1)(n^2+n+2)/2$ , где  $n$  — размерность задачи. Контрольный пример был просчитан на ЭВМ ЕС-1033; при  $n=100$  время работы центрального процессора составило восемь минут. Программы, реализующие данный метод, написаны на алгоритмическом языке PL/I. При использовании тестовых примеров с размерностью пять, семь и десять получено соответствие с результатами решения задачи методом, реализованным в ППП ЛП АСУ. Сравнение результатов при больших  $n$  затруднено, так как стандартный метод неприменим для решения задач реальных размерностей.

Список литературы: 1. Методика расчета пропускной способности аэропортов различных классов / ГосНИИГА.— М.: Б. и., 1977.— 60 с. 2. Митев И. Г. Модификация метода ветвей и границ для решения задач нелинейного целочисленного программирования.— Сообщ. ОИЯИ, 1976, P11-9557, с. 1—10. 3. Ляшенко И. Н., Карагодова Е. А., Черникова Н. В., Шор Н. З. Линейное и нелинейное программирование.— К.: Вища шк. Головное изд-во, 1975.— 372 с.

Поступила в редакцию 17.10.83.

**О ДЕКОМПОЗИЦИИ ЗАДАЧИ РАЗВИТИЯ И РАЗМЕЩЕНИЯ  
СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Оптимальное планирование развития и размещения производства — важная актуальная задача. Ее решение позволит повысить эффективность общественного производства. Рассмотрим декомпозиционный подход к указанной проблеме на примере планирования развития и размещения систем технического обслуживания (ТО).

Задача формулируется следующим образом. Зная запрашиваемые (прогнозируемые) значения спроса  $\omega_i$ ,  $i \in I$ , в ТО, заданные на множестве заявок  $I = \{1, 2, \dots, m\}$ , необходимо предложить такой план развития и размещения сети систем ТО на множестве центров  $J = \{1, 2, \dots, n\}$ , чтобы при условии полного удовлетворения спроса суммарные приведенные затраты на реконструкцию сети, ТО и транспортировку заявок к месту обслуживания были минимальными.

Пусть  $c_{ij}$  — полные транспортные расходы по доставке  $i$ -й заявки к  $j$ -му центру ТО. Для  $j \in J$  задано множество  $R_j$  вариантов развития данной системы в виде набора разрывных функций  $\forall p \in R_j$

$$f_{pj}(x_j) = \begin{cases} A_{pj} + g_{pj}(x_j), & 0 < x_j \leq B_{pj}; \\ 0, & x_j = 0. \end{cases}$$

Здесь  $A_{pj} \geq 0$  — капитальные вложения в реконструкцию системы ТО  $j$ -го центра по  $p$ -му варианту;  $g_{pj}(x_j)$  — вогнутая функция, отражающая изменение эксплуатационных затрат в зависимости от загрузки  $j$ -й системы  $x_j$ ;  $B_{pj}$  — мощность  $j$ -й системы при  $p$ -м варианте реконструкции.

Введем в рассмотрение логические переменные, определяющие прикрепление заявок к центрам обслуживания. Пусть  $\forall i \in I, \forall j \in J$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-я заявка поступает в } j\text{-й центр;} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Вариант развития можно регламентировать также с помощью логических переменных. В этом случае  $\forall j \in J, \forall p \in R_j$

$$y_{pj} = \begin{cases} 1, & \text{если в } j\text{-м центре выбран } p\text{-й вариант развития;} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда математическая модель задачи приобретает следующий вид: найти

$$\min S = \sum_{i \in I} \left( \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{p \in R_j} y_{pj} \left( A_{pj} E + g_{pj} \left( \sum_{i \in I} \omega_i x_{ij} \right) \right) \right) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i \in J} x_{ij} = 1, \forall i \in I \quad (2); \quad \sum_{i \in I} \omega_i x_{ij} \leq \sum_{p \in R_j} B_{pj} y_{pj}, \forall j \in J \quad (3);$$

$$\sum_{p \in R_j} y_{pj} \leq 1, \forall j \in J \quad (4); \quad \sum_{i, p} A_{pi} y_{pi} \leq K \quad (5);$$

$$x_{ij}, y_{pj} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall p \in R_j \quad (6),$$

где  $E$  — коэффициент экономической эффективности капитальных вложений;  $K$  — выделенные капитальные вложения.

Данная задача относится к классу нелинейных статических однопродуктовых производственно-транспортных задач размещения с булевыми переменными [1]. Нелинейность целевой функции и целочисленность всех переменных затрудняют применение для ее решения известных методов оптимизации производственно-транспортных моделей [2, 3].

Анализ условий задачи (1) — (6) показывает, что целевая функция является аддитивно-сепарабельной, а среди ограничений задачи можно выделить совокупности локальных ограничений (3), (4), (6) и общих — (2), (5). Поэтому используем метод декомпозиции задачи на основе разделения связывающих ограничений [4]. Вначале введем в рассмотрение параметры  $\xi_{ij} \in \{0, 1\}$ ,  $\forall i \in I$ ,  $\forall j \in J$ , обуславливающие распределение заявок между центрами аналогично  $\{x_{ij}\}$  и удовлетворяющие условию  $\sum_{j \in J} \xi_{ij} = 1$ ,  $\forall i \in I$ .

Очевидно, что вектор  $\xi_j = \{\xi_{ij}\}$  полностью характеризует загрузку  $j$ -го центра. Тогда приходим к  $j$ -й подзадаче.

Для заданного вектора  $\xi_j$  необходимо найти

$$\omega_j(\xi_j) = \left( \min \sum_{i \in I} c_{ij} x_{ij} + \sum_{p \in R_j} y_{pj} \left( A_{pi} E + g_{pj} \left( \sum_{i \in I} \omega_i x_{ij} \right) \right) \right) \quad (7)$$

при ограничениях

$$x_{ij} = \xi_{ij}, \forall i \in I \quad (8); \quad \sum_{i \in I} \omega_i x_{ij} \leq \sum_{p \in R_j} B_{pj} y_{pj} \quad (9)$$

$$\sum_{p \in R_j} y_{pj} \leq 1 \quad (10); \quad x_{ij}, y_{pj} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall p \in R_j. \quad (11)$$

Чтобы решения подзадач (7) — (11) соответствовали решению исходной задачи, распределение  $\{\xi_j\}$  следует корректировать с целью уменьшить значение  $\Psi(\xi) = \sum_{j \in J} \omega_j(\xi_j)$ , равное по определению значению целевой функции задачи (1) — (6).

Как показано в работе [5], решение задачи (7) — (11) дает возможность получить значение градиента  $\nabla \omega_j(\xi_j)$  функции  $\omega_j(\xi_j)$ , компоненты которого устанавливаются значениями соответствующих множителей Лагранжа к ограничениям (8) в стационарной точке функции Лагранжа для задачи (7) — (11).

Рассмотрим алгоритм решения подзадач. В силу ограничений (8) значения  $x_{ij}$  полностью определены. Переменные  $y_{pj}$  аддитивно входят в целевую функцию подзадачи с положительными сомножителями. Поэтому с учетом ограничения (10) значения  $y_{pj}$ , соответствующие оптимальному решению подзадачи, находим следующим образом:

$$y_{pj}^* = \begin{cases} 1, & z_p = \min_{r \in R_j} \left\{ z_r = A_{rj}E + g_{rj} \left( \sum_{i \in I} \omega_i \xi_{ij} \right) \middle| \sum_{i \in I} \omega_i \xi_{ij} \leq B_{rj} \right\}; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (12)$$

Построим функцию Лагранжа задачи (7) — (11), преобразовав неравенство (9) в ограничение типа равенства с учетом выражения (12). Получим

$$L_j(x_j, y_j, u_j, v_j) = s_j + \sum_{i \in I} u_{ij}(x_{ij} - \xi_{ij}) + \\ + v_j \left( \sum_{i \in I} \omega_i x_{ij} + \omega_{0j} - \sum_{p \in R_j} B_{pj} y_{pj} \right).$$

Здесь  $x_j = \{x_{ij}\}$ ;  $y_j = \{y_{pj}\}$ ;  $u_j = \{u_{ij}\}$ ;  $\omega_{0j}$  — фиктивная заявка,

$$\omega_{0j} = \sum_{p \in R_j} B_{pj} y_{pj} - \sum_{i \in I} \omega_i \xi_{ij}.$$

Для определения искоемых значений  $\{u_{ij}\}$  воспользуемся методом множителей Лагранжа [5], согласно которому приходим к системе уравнений  $\nabla L_j(x_j, y_j, u_j, v_j) = 0$ . С учетом известного решения подзадачи (8), (12) данная система уравнений становится линейной относительно величин  $u_{ij}$ ,  $v_j$ . Если  $\{u_{ij}^*, v_j^*\}$  — решение этой системы, то согласно работе [5]  $\nabla w_j(\xi_j) = -\{u_{ij}^*\}$ .

Чтобы уменьшить значение целевой функции задачи (1) — (6), распределение  $\xi = \{\xi_j\}$  на следующей итерации необходимо изменить в направлении антиградиента  $-\nabla w_j(\xi_j) = \{u_{ij}^*\}$ . Близость изменения к направлению антиградиента можно оценить по значению скалярного произведения соответствующих векторов. Очевидно, что новое распределение должно удовлетворять ограничениям, аналогичным ограничениям исходной задачи. Тогда приходим к координирующей задаче: найти

$$\max \sum_{i,j} u_{ij}^* \xi_{ij} \quad (13)$$

при ограничениях

$$\sum_{i \in J} \xi_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad (14); \quad \sum_{i \in I} \omega_i \xi_{ij} \leq \sum_{p \in R_j} B_{pj} q_{pj}, \quad \forall j \in J \quad (15);$$

$$\sum_{p \in R_j} q_{pj} \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (16); \quad \sum_{i,p} A_{pj} q_{pj} \leq K \quad (17);$$

$$\xi_{ij}, q_{pj} \in (0, 1), \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J, \quad \forall p \in R_j. \quad (18)$$



В приведенной математической модели переменные  $x_{pj}$  — аналог переменных  $y_{pj}$ . Координирующая задача (13) — (18) является задачей целочисленного линейного программирования, для решения которой разработаны и используются эффективные методы оптимизации.

Следовательно, алгоритм решения задачи (1) — (6) можно представить в виде следующих пунктов: 1. Выбор допустимого начального распределения  $\{\xi_j\}$ . 2. Решение подзадач (7) — (11) и вычисление антиградиента  $\{u_{ij}\}$ . 3. Выбор нового распределения  $\{\xi_j\}$  по результатам решения координирующей задачи (13) — (18). 4. Если значение целевой функции  $W(\xi)$  на данной итерации меньше, чем на предыдущей, то осуществляется переход к п. 2. В противном случае решение подзадач на предыдущей итерации соответствует решению исходной задачи.

Таким образом, решение нелинейной целочисленной задачи (1) — (6) сводится к решению простых подзадач (7) — (11), которые итерационно координируются оптимальным планом задачи целочисленного линейного программирования. Просчет тестовых примеров показал работоспособность предлагаемого алгоритма.

Список литературы: 1. Основные методические положения оптимизации развития и размещения производства / ЦЭМИ АН СССР.— М.: Наука, 1978.— 275 с. 2. Бахтин А. Е. Методы решения задач территориально-производственного планирования.— Новосибирск: Наука, 1976.— 240 с. 3. Емеличев В. А., Комлик В. И. Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации.— М.: Наука, 1981.— 209 с. 4. Лэддон Л. С. Оптимизация больших систем: Пер. с англ.— М.: Наука, 1975.— 432 с. 5. Хедли Д. Нелинейное и динамическое программирование: Пер. с англ.— М.: Мир, 1967.— 506 с.

Поступила в редколлегию 04.10.83.

УДК 658.512

Г. В. ЦЫХМАНОВ, С. А. АФАНАСЬЕВА

#### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПЛАНОВ К ЗАДАЧЕ СТАНДАРТИЗАЦИИ

Вопросам стандартизации, оптимизации рядов изделий уделяется большое внимание. Возникающие при этом задачи относятся большей частью к экстремальным задачам дискретного программирования, для которых пока неизвестны эффективные алгоритмы оптимизации [1].

Рассмотрим одну из подобных задач, которая формулируется так: из множества  $I = \{1, 2, \dots, m\}$  возможных типов изделий выбрать те изделия, которые с минимальными затратами выполнили бы множество работ  $J = \{1, 2, \dots, n\}$ , причем каждая



работа выполняется только одним типом изделий [2]. Математическая модель имеет следующий вид:

$$F(X) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} f_i \left( \sum_{i \in I} a_{ij} x_{ij} \right) c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j, \quad x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j. \quad (2)$$

Здесь  $x_{ij}$  — булева переменная, равна единице, если  $i$ -е изделие выполняет  $j$ -ю работу, и нулю в противном случае;  $c_{ij}$  — затраты на выполнение  $i$ -м изделием  $j$ -й работы;  $a_{ij}$  — количество изделий  $i$ -го типа, необходимое для выполнения  $j$ -й работы;  $f_i$  — невозрастающая функция, при увеличении аргумента асимптотически приближающаяся к единице (характеризует уменьшение затрат с увеличением партии  $i$ -го типа изделий).

Это задача нелинейного булева программирования, принадлежащая к классу так называемых  $NP$ -полных задач [3]. Чтобы найти ее оптимальный план, нами применен метод построения последовательности планов, при котором вместо нахождения оптимума исходной задачи производится итерационное решение более простой вспомогательной задачи до выполнения некоторого критерия оптимальности [4].

Вспомогательная задача строится так: в качестве целевой функции  $Q(X)$  берется миноранта функции цели  $F(X)$  исходной задачи, а множество допустимых планов  $R$  вспомогательной задачи образует конечное расширение множества допустимых планов  $P$  исходной задачи, т.е. справедливы выражения  $R \subseteq P$ ;  $Q(X) \leq F(X)$ ,  $\forall X \in P$ . Для вспомогательной задачи находят последовательно оптимальный план и допустимые планы с неубывающим на каждом шаге значением целевой функции. Если для найденного на  $k$ -м шаге допустимого плана вспомогательной задачи  $r_k$  справедливо неравенство

$$Q(r_k) \geq \min F(X) = F(X^*), \quad X \in P_k = \{r_1, r_2, \dots, r_k\} \cap P \neq \emptyset, \quad (3)$$

то  $X^*$  — оптимальный план исходной задачи.

В соответствии с изложенным для исходной задачи (1), (2) построена вспомогательная задача, множество допустимых планов которой совпадает с множеством допустимых планов исходной задачи ( $R \equiv P$ ), а целевая функция имеет вид

$$Q(X) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} f_i \left( \sum_{j \in J} a_{ij} \right) c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min. \quad (4)$$

Очевидно, что функция  $Q(X)$  есть миноранта функции  $F(X)$ , так как всегда выполняется неравенство

$$f_i \left( \sum_{j \in J} a_{ij} \right) \leq f_i \left( \sum_{j \in J} a_{ij} x_{ij} \right), \quad \forall i, j.$$

Поскольку  $R \equiv P$ , критерий оптимальности (3) преобразуется следующим образом:

$$Q(X^k) \geq \min F(X^l) = F(X^*), \quad l = 1, \dots, k. \quad (5)$$

Построим ориентированный граф с  $n + 1$  вершиной. Каждая вершина соединена с  $(j + 1)$ -й вершиной  $m$  дугами с весами

$$f_i \left( \sum_{i \in J} a_{ij} \right) c_{ij}, \quad \forall i, j.$$

Тогда нахождение оптимального плана задачи (4), (2) можно сформулировать в терминах теории графов как поиск кратчайшего пути между вершинами 1 и  $n + 1$ , нахождение второго допустимого плана в порядке ухудшения целевой функции задачи (4), (2) — как поиск второго кратчайшего пути и т. д. Если для плана  $X^k$ , соответствующего  $k$ -му кратчайшему пути на графе, выполняется критерий оптимальности (5), задача (1), (2) решена.

Для поиска кратчайших путей на графе предлагается использовать алгоритм двойного поиска [5]. Алгоритм позволяет находить  $t$  кратчайших путей, где  $t$  — заранее заданное число. Чтобы получить точное решение задачи (1), (2), в общем случае необходимо положить  $t \geq k$ . Однако априори оценить  $k$  не представляется возможным, поэтому  $t$  выбирается исходя из мощности имеющейся вычислительной техники и требуемой точности решения.

Специфика метода построения последовательности планов такова, что поиск экстремума ведется по точкам, «подозрительным» на экстремум, вследствие чего среди просмотренных  $t$  точек существует если не оптимальный план задачи (1), (2), то план, достаточно близкий к оптимальному. Апостериорная оценка точности полученного плана определяется по формуле

$$\delta = (F(X^0) - Q(X^t)) / F(X^0).$$

Временная сложность предложенного алгоритма получения квазиоптимального плана задачи стандартизации совпадает с временной сложностью алгоритма двойного поиска и в наихудшем случае имеет порядок  $O(tmn^2)$ , что вполне приемлемо для многих практических задач.

Список литературы: 1. Береснев В. Л., Гимади Э. Х., Деметьев В. Т. Экстремальные задачи стандартизации. — М.: Наука, 1978. — 336 с. 2. Дабагян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств. — М.: Машиностроение, 1979. — 280 с. 3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи: Пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 416 с. 4. Емельчев В. А., Комлик В. Н. Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации. — М.: Наука, 1981. — 208 с. 5. Майнака Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах: Пер. с англ. — М.: Мир, 1981. — 323 с.

Поступила в редколлегию 30.11.83.

И. Н. ВЫПИНАШКО, С. И. ЕРШОВА,  
С. К. РАДИОНОВА

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ  
СОРЕВНОВАТЕЛЬНОЙ ПРОЦЕДУРЫ ПРИНЯТИЯ  
ПЛАНОВЫХ РЕШЕНИЙ**

Двухуровневые организационные системы характеризуются наличием управляющего элемента верхнего уровня (центр) и множества  $Q = \{1, 2, \dots, n\}$  элементов нижнего уровня, подчиненных центру. В этих системах цели центра и элемента совпадают не полностью, а центр должен принимать решения в условиях отсутствия полной информации об элементах. Одна из самых важных задач принятия решений в экономических двухуровневых системах — распределение ограниченных ресурсов между элементами с наибольшей эффективностью. Пусть  $l$  — номер ресурса,  $l \in L = \{1, 2, \dots, m\}$ , где  $m$  — общее количество рассматриваемых видов ресурсов. Предполагается, что все  $m$  видов ресурсов взаимозаменяемы. Через  $\pi_q, \rho_{ql}$  обозначим показатель объема производства и показатель затрат  $l$ -го ресурса  $q$ -м элементом системы,  $q \in Q, Q = \{1, \dots, n\}$ ; через  $y_q = ((\rho_{ql}, l \in L), \pi_q)$  — вектор показателей плана элемента. Множество производственных возможностей элемента (множество локально-допустимых планов)  $q$ -го элемента имеет следующий вид:

$$Y_q = \{y_q | u_q(\rho_{ql}, l \in L) > \pi_q > 0, f_{ql} < \rho_{ql} < d_{ql} < P, (l \in L)\}.$$

Здесь  $u_q(\rho_{ql}, l \in L)$  — производственная функция  $q$ -го элемента, предполагается непрерывной и монотонно возрастающей;  $f_{ql}, d_{ql}$  — минимальное и максимальное количества  $l$ -го ресурса, которые элемент может использовать;  $P$  — сумма ресурсов всех видов в системе. Множество допустимых планов системы записывается так:

$$Y = \{y | y_q \in Y_q, (q \in Q), \sum_{q \in Q} \sum_{l \in L} \rho_{ql} = P\},$$

где  $y = (y_q, q \in Q)$  — вектор показателей плана системы. Центр задает закон планирования, обуславливающий преобразования представленных элементами сведений о производственных возможностях (оценки производственных функций и предлагаемый план) в допустимый план системы. Пусть  $S_q(\rho_{ql}, l \in L), (q \in Q)$  — представленные элементами оценки производственных функций. Тогда ответный план  $z = (z_q, q \in Q)$  определится как решение задачи

$$\varphi(y) = \sum_{i \in Q} S_i(\rho_{il}, l \in L) \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$y \in Y, y_q \leq y_q^*, q \in Q.$$

Здесь  $y_q^* = ((p_{qi}^*, l \in L), \pi_q^*)$  — предлагаемый  $q$ -м элементом план. Очевидно, что

$$z_q = ((x_{qi}, l \in L), p_q), p_q = S_q(x_{qi}, l \in L), q \in Q.$$

Назовем множество  $G_q$  множеством (зоной) приемлемых планов, а множество  $G_q^*$  — границей зоны приемлемых планов  $q$ -го элемента. Тогда

$$G_q = \{y_q^* | z_q = y_q^*\}; \quad G_q^* = \{y_q^* | y_q^* \in G_q \cap G_q^{**}\}; \\ G_q^{**} = \{y_q^* | z_q < y_q^*, y_q^* > 0\}.$$

Пусть элементами производится выбор производственных функций из класса функций вида

$$\pi_q = a_q \prod_{l \in L} p_{qi} \alpha_{qi}, \quad \alpha_{qi} > 0, (l \in L), a_q > 0, \sum_{l \in L} \alpha_{qi} < 1.$$

В этом случае функция  $S_q$  является строго выпуклой.

Рассмотрим алгоритм распределения ограниченных ресурсов, базирующийся на законе планирования центра. Пусть  $\tau$  — номер шага алгоритма. На данном шаге заявка  $y_q^* = (p_q^*, \pi_q^*)$  поступает от  $q$ -го элемента. Предполагается, что на первом шаге все  $n$  элементов одновременно сообщают свои показатели и центр передает им ответный план  $z^1 = (z_q^1, q \in Q)$ . На последующих шагах заявки предлагаются элементами по одному в порядке возрастания номеров элементов. Процесс распределения заканчивается на  $R$ -м шаге,  $R \geq n + 1$ , если

$$z^\tau = z^R, \tau = R - n, R - n + 1, \dots, R - 1; z^{R-n} = z^{R-n+1}.$$

В этом случае элементы не могут или не заинтересованы изменить значения показателей плана, заданные центром на  $(R - n)$ -м шаге.

Формальное преобразование на  $\tau$ -м шаге приемлемой заявки  $q$ -го элемента  $y_q^*$  в план системы  $z^\tau = z = (z_l, l \in Q)$ , такой, что  $z_q = y_q^*$ , называется законом планирования центра на  $\tau$ -м шаге. План  $z$  и параметры  $a_q, \alpha_{qi}, (l \in L)$  получаются как решение задачи

$$\varphi = \sum_{l \in Q} S_l(p_{li}, l \in L) \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$f_{li} < p_{li} < d_{li}, (i \in Q \setminus \{q\}); p_{qi} = p_{qi}^*, (l \in L); \\ \sum_{i \in Q} \sum_{l \in L} p_{li} = P; \pi_q^* = a_q \prod_{l \in L} (p_{qi}^*) \alpha_{qi}; \sum_{l \in L} \alpha_{qi} < 1; \\ \pi_q^* + \sum_{i \in Q \setminus \{q\}} S_i(p_{li}, l \in L) > \varphi^{\tau-1} + \varepsilon; \pi_q^* > p_q^{\tau-1},$$

где параметры  $a_l, \alpha_{li}, (l \in L)$  функций  $S_l$  считаются известными центру на  $\tau$ -м шаге. Объемы производства системы и  $q$ -го эле-

мента отдельно на  $(\tau - 1)$ -м шаге обозначены через  $\varphi^*$ ,  $\rho_q^{\tau-1}$ ; минимальное увеличение на шаге объема производства системы обозначено через  $\varepsilon$ . Решение этой задачи сводится к решению системы уравнений

$$\begin{aligned} p_q &= \pi_q^*, x_{qt} = \rho_{qt}^*, p_t = a_t \prod_{i \in L} (x_{it})^{a_{it}}; \\ \ln x_{it} &= \left( 1 / \left( \sum_{j \in L} a_{ij} - 1 \right) \right) \ln \left( \lambda_j \left( a_{ij} a_{it} \prod_{i \in L \setminus \{i\}} (a_{ij} / a_{it})^{a_{ij}} \right)^{a_{it}} \right); \\ \sum_{i \in Q \setminus \{q\}} \sum_{j \in L} x_{ij} &= P - \sum_{j \in L} \rho_{qj}^*, a_{qt} = \lambda \rho_{qt}^* / \pi_q^*; \\ (i \in Q \setminus \{q\}), (t \in L); \pi_q^* &= a_q \prod_{i \in L} (\rho_{qi}^*)^{a_{qi}} \end{aligned}$$

при выполнении ограничений

$$\begin{aligned} f_{iu} &\leq x_{iu} \leq d_{iu}; \pi_q^* > \lambda \sum_{j \in L} \rho_{qj}^*; \pi_q^* > \varphi^{\tau-1} + \varepsilon - \sum_{i \in Q \setminus \{q\}} p_i; \\ \pi_q^* &> \rho_q^{\tau-1}; (i \in Q \setminus \{q\}), (t \in L). \end{aligned}$$

Если эти ограничения для некоторой заявки  $y_q^*$  выполняются, то она приемлема. В противном случае заявка неприемлема. Суммарная заявка  $q$ -го элемента на ресурсы всех видов

$$R_q^* = \sum_{i \in L} \rho_{qi}^*$$

полностью определяет минимально допустимый для центра объем производства  $q$ -го элемента

$$\pi_q^{*\min}(R_q^*) = \max \left( \rho_q^{\tau-1}, \lambda^* R_q^*, \varphi^{\tau-1} + \varepsilon - \sum_{i \in Q \setminus \{q\}} p_i \right),$$

где значения  $\lambda^*$  и  $p_i$ ,  $(i \in Q \setminus \{q\})$  получены из решения приведенной системы уравнений с учетом неравенств

$$f_{iu} \leq x_{iu} \leq d_{iu}, (i \in Q \setminus \{q\}), (t \in L).$$

Граница зоны приемлемых планов  $q$ -го элемента на  $\tau$ -м шаге  $G_q^{\tau}$  записывается следующим образом:

$$G_q^{\tau} = \left\{ y_q^* \mid \pi_q^* = \pi_q^{*\min}(R_q^*); R_q^* \leq P - \sum_{i \in Q \setminus \{q\}} \sum_{i \in L} f_{iu} \right\}.$$

Данный алгоритм распределения ресурсов может быть положен в основу многошаговой соревновательной процедуры принятия плановых решений. На  $\tau$ -м шаге процедуры  $q$ -й элемент сразу представляет заявку  $y_q^*$  и оценивает ее приемлемость либо предварительно сообщает только требуемые значения ресурсов  $\rho_{qi}^*$ ,  $(i \in L)$  и получает значение  $\pi_q^{*\min}(R_q^*)$ . В последнем случае

элементу необходимо выбрать такой объем производства  $\pi_q^*$ , чтобы  $\pi_q^* > \pi_q^* \text{ мин} (R_q^*)$ , тогда  $y_q^* \in G_q^*$ .

Поступила в редколлегию 20.10.83.

УДК 519.852

Л. Б. КАЩЕЕВ, канд. техн. наук

### АЛГОРИТМ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Статистический эксперимент осуществляют, проводя многократные числовые расчеты для получения выборки результатов на математической модели объекта исследования. В частном случае результаты моделирования можно представить в виде точек на плоскости в пространстве двух случайных переменных —  $X_1, X_2$ . Подобный подход правомерен для имитационных моделей освещенности, выпадения осадков и др. При этом исследователя интересует не только распределение точек по поверхности  $OX_1X_2$ . Важно выяснить и весовые свойства, приписываемые реализациям, —  $p_i$ , поскольку они отражают качественную сторону моделируемого явления: освещенность, кинетическую энергию капель и т. п. Обычно практический интерес представляют результаты моделирования не для всей плоскости  $OX_1X_2$ , а для какого-либо конкретного ее участка. Очевидным условием получения статистически обеспеченных оценок является увеличение числа испытаний до достижения заданного количества попаданий в пределы контролируемого участка. В случае, если процесс имитационного моделирования трудоемок, такой подход неэффективен. Предлагаемый алгоритм предназначен для оценки исследуемого процесса применительно к участку поверхности  $OX_1X_2$  по ограниченному количеству реализаций.

Отметим, что неравномерность распределения точек по исследуемой поверхности обусловлена не только статистическим характером получения результатов, но и физическими принципами отбраковки реализаций — экранированием, фокусировкой (в случае неравномерности, обусловленной статистической необеспеченностью, могут быть применены эффективные методы сглаживания, например описанные в работе [1]).

Решение поставленной задачи проиллюстрировано рисунком. В результате имитационного моделирования на плоскости  $OX_1X_2$  получен ряд реализаций — точки  $O_i = (x_{1i}, x_{2i})$ . К каждой из точек  $O_i$  приписан соответствующий вес  $p_i$ . Необходимо найти весовую оценку для исследуемого участка поверхности (на рисунке выделен сплошной линией).

В целях сокращения общего количества испытаний предлагается использовать весовые качества точек, лежащих вблизи

исследуемой области. Для этого вокруг каждой из смоделированных точек строится «зона влияния» — выпуклый многоугольник. Он ограничен отрезками прямых, равноотстоящими от двух ближайших точек (на рисунке показаны пунктиром). Это правило построения зон влияния определяет выбор подмножества реализаций, многоугольники зон влияния которых попадают в пределы контролируемой площадки и веса которых учитываются при оценке результатов имитационного моделирования. Границы области, занимаемой этим подмножеством реализаций, показаны на рисунке штрихпунктирной линией.

Построение границ областей между точками попаданий не представляет принципиальных трудностей и легко реализуемо на ЭВМ. Алгоритм такого построения проиллюстрирован на точках  $O_4, O_5$ . Соединим эти точки прямой линией (на рисунке — тонкая сплошная линия). Середина этого отрезка имеет координаты  $(x_{14} + x_{15})/2, (x_{24} + x_{25})/2$ . Уравнение прямой, проходящей через две точки  $O_4, O_5$ , опишется известным соотношением

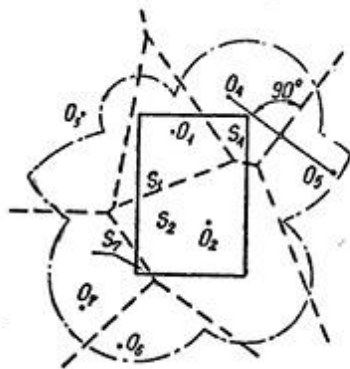
$$(X_1 - x_{14})/(x_{15} - x_{14}) = (X_2 - x_{24})/(x_{25} - x_{24}),$$

или

$$X_1 = X_2(x_{15} - x_{14})/(x_{25} - x_{24}) + x_{14} - x_{24}(x_{15} - x_{14})/(x_{25} - x_{24}).$$

Остается только провести прямую через точку на плоскости, перпендикулярно к имеющейся прямой. Аналогично строятся и остальные границы.

В результате построений относительно каждой реализации будет получено множество границ, часть из которых очерчивает искомый многоугольник, а часть — избыточна. Для того чтобы отделить необходимые границы от избыточных, предлагается воспользоваться математическим аппаратом линейного программирования. В случае интерпретации множества границ относительно какой-либо из смоделированных точек в качестве системы ограничений задачи линейного программирования, зона влияния определится по аналогии с областью допустимых решений. Воспользовавшись терминологией и обозначениями, предложенными в работе [2], опишем систему из  $m$  границ матрицей расширенной задачи линейного программирования  $\bar{A}_p = (\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_m)$ . Выбираем  $m$  линейно независимых столбцов и формируем из них невырожденную матрицу  $\bar{B}$  размера  $m \times m$ . Умножая обратную матрицу  $\bar{B}^{-1}$  на вектор свободных членов  $\bar{A}_0$ , находим базисное решение системы из  $m$  уравнений с  $m + n$  неизвестными.





Варьируя вектор-столбцы, входящие в матрицу  $\bar{B}$ , можно получить другие базисные решения нашей системы. Допустимые базисные решения соответствуют вершинам искомого многоугольника.

Зная уравнения границ и координаты вершин исследуемой области, нетрудно установить площади зон влияния, находящихся в пределах исследуемого участка. Искомый вес площадки равен сумме пропорциональных вкладов близлежащих зон влияния. Для случая, изображенного на рисунке,

$$P_{\text{пл}} = \frac{s_1}{s_{\text{пл}}} p_1 + \frac{s_2}{s_{\text{пл}}} p_2 + \frac{s_4}{s_{\text{пл}}} p_4 + \frac{s_7}{s_{\text{пл}}} p_7,$$

где  $s_{\text{пл}}$  — площадь контролируемого участка поверхности.

Предлагаемый алгоритм позволяет использовать для интерпретации результатов имитационного моделирования близлежащие реализации и тем самым снижает общее количество необходимых статистических испытаний.

Список литературы: 1. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования.— М.: Статистика, 1977.— 200 с. 2. Зайченко Ю. П. Исследование операций.— К.: Вища шк., 1975.— 319 с.

Поступила в редколлегию 11.10.83.

УДК. 519.237

Н. И. БЕЗМЕНОВ, О. Н. МАЛЫХ, канд. техн. наук

#### ГЕНЕРАТОР ДАННЫХ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО ТЕСТИРОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ ГРУППИРОВКИ ПАРАМЕТРОВ

Многие практические задачи обработки данных сводятся к задаче группировки параметров, которая состоит в следующем: по матрице наблюдений  $U = \|x_{ij}\|_{M \times N}$  над множеством параметров  $S = \{X_j | j = \overline{1, N}\}$  получить разбиение  $\bar{S} = \{S_k | k = \overline{1, K}\}$  этого множества на заданное число подмножеств, таких, что степень связи между параметрами каждого из подмножеств  $S_k$ ,  $k = \overline{1, K}$  максимальна.

Чтобы оценить вычислительную эффективность разрабатываемых алгоритмов группировки параметров, необходимо использовать тестовые задачи. В их рамках можно варьировать число наблюдений, количество параметров и групп, степень связи между параметрами внутри групп и между группами. Создание тестов сводится к тому, чтобы сформировать матрицу наблюдений  $U = \|x_{ij}\|_{M \times N}$  над множеством из  $N$  параметров. Последние образуют  $K$  групп, таких, что степень связи между параметрами каж-



дой из групп, состоящей из  $n_k$  элементов,  $\sum_{k=1}^K n_k = K$ , больше степени связи между группами.

Интерпретируем параметры как случайные величины, каждая из которых имеет  $M$  реализаций, записанных в соответствующем столбце матрицы наблюдений. Затем воспользуемся следующей двухэтапной схемой.

1. Случайным образом получить  $K$   $M$ -мерных некоррелированных векторов  $X_k^0$ ,  $k = \overline{1, K}$ , принимаемых за прообразы групп.

2. По прообразам построить  $K$  групп  $S_k$  ( $|S_k| = n_k$ ) параметров с заданной степенью связи каждого из них с прообразом каждой из групп.

Рассмотрим метод реализации второго этапа вычислительной схемы. Пусть некоторый параметр задается выражением

$$X_j = \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} X_k^0. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha_{kj}$  — весовой коэффициент. Параметр  $X_j$  обуславливается прообразом  $X_k^0$ , если  $\alpha_{k'j} > \alpha_{kj}$ ,  $k (\neq k') = \overline{1, K}$ . Следовательно, подбором значений  $\alpha_{kj}$  можно изменять степень связи параметра  $X_j$  с каждым из прообразов  $X_k^0$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Итак, выбором значений  $\alpha_{kj}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $j = \overline{1, N}$  можно обеспечить формирование матрицы наблюдений над  $N$  параметрами, такими, что отдельные их группы в основном зависят только от одного прообраза.

Применение формулы (1) позволяет установить лишь линейные связи между параметрами и прообразами. Произвольные связи определяет соотношение

$$x_{ij} = \sum_{k=1}^K \alpha_{ikj} x_{ik}^0, \quad i = \overline{1, M}, \quad j = \overline{1, N}, \quad (2)$$

где  $x_{ij}$  —  $i$ -я реализация параметра  $X_j$ ;  $x_{ik}^0$  —  $i$ -я реализация прообраза  $X_k^0$ ;  $\alpha_{ikj}$  —  $i$ -я реализация случайного коэффициента  $\alpha_{kj}$ .

Генерацию матрицы наблюдений с произвольными связями осуществляет следующий алгоритм.

1. Получить  $MK$  случайных чисел, равномерно распределенных на интервале  $(0, 1)$ . 2. Разделить эту выборку на  $K$  равных частей и записать  $M$ -мерные векторы  $\tilde{X}_k$ ,  $k = \overline{1, K}$ . 3. Найти векторы  $X_k = \tilde{X}_k / s_k$ ,  $k = \overline{1, K}$ , где  $s_k$  — длина вектора  $\tilde{X}_k$ . 4. Задаться малыми значениями  $\beta_1, \beta_2$ . 5. Положить  $j = 0$ ,  $k = 1$ . 6. Положить  $l = 1$ . 7. Положить  $i = 1$ . 8. Получить  $K$  случайных чисел  $\gamma_r$ , равномерно распределенных на интервале  $(0, 1)$ . 9. Вычислить  $x_{i,j+l} = \left[ 1 + \sqrt{(2\gamma_k - 1) \beta_1} \right] x_{ik}^0 + \sum_{r=1}^K (2\gamma_r - 1) \beta_2 x_{ir}^0$ . 10. Если

$i < M$ , то положить  $i = i + 1$  и перейти к п. 8. 11. Если  $l < n_k$ , то положить  $l = l + 1$  и перейти к п. 7. 12. Если  $k < K$ , то положить  $j = j + n_k$ ,  $k = k + 1$  и перейти к п. 6; иначе остановиться.

Очевидно, что в выражении для  $x_{i,j+t}$  коэффициент  $1 + (2\gamma_k - 1)\beta_1$  распределен на интервале  $(1 - \beta_1, 1 + \beta_1)$  и при значении  $\beta_1$ , близком к нулю, устанавливает сильную зависимость величины  $x_{i,j+t}$  от  $i$ -й реализации  $k$ -го прообраза  $x_{ik}$ . В свою очередь, коэффициенты  $(2\gamma_r - 1)\beta_2$ ,  $r (\neq k) = \overline{1, K}$  распределены на интервале  $(-\beta_2, \beta_2)$  и при малом значении  $\beta_2$  обуславливают слабую зависимость величины  $x_{i,j+t}$  от  $i$ -х реализаций остальных  $K - 1$  прообразов.

Следовательно, варьируя значение  $\beta_1$ , можно изменять степень связи параметров внутри групп, а изменением значения  $\beta_2$  можно осуществлять управление связями между параметрами различных групп.

Находимые по алгоритму реализации параметров одной группы располагаются в соседних столбцах матрицы наблюдений. Программная реализация алгоритма произведена на языке PL/I ОС ЕС:

```
GRANDU1:PROC (M, N, K, X, NP, BETA1, BETA2, IX):
/* X (M, N) — МАТРИЦА НАБЛЮДЕНИЙ; NP (K) — МАССИВ РАЗМЕРОВ */
/* ГРУПП; BETA1, BETA2 — ВЕЛИЧИНЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СТЕПЕНЬ */
/* СВЯЗИ В ГРУППАХ И МЕЖДУ ГРУППАМИ; IX — ЧИСЛО РАСКАЧ. */
/* КИ ГЕНЕРАТОРА ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ RANDU ИЗ БИБ. */
/* ЛИОТЕКИ СТАНДАРТНЫХ ПРОГРАММ ФОРТРАНА. ЗНАЧЕНИЯ */
/* ПАРАМЕТРОВ M, N, K, NP, BETA1, BETA2, IX ДОЛЖНЫ БЫТЬ */
/* ОПРЕДЕЛЕННЫ В ВЫЗЫВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЕ */
DCL X (*,*), NP (*), IX BIN FIXED (31);
BEGIN; DCL X (M, K), (IX, IY) BIN FIXED (31), R BIN FIXED;
/* X — МАТРИЦА РЕАЛИЗАЦИЙ К ПРООБРАЗОВ */
IX = IX:
DO R = 1 TO K; S = 0:
DO I = 1 TO M;
CALL RANDU (IX, IY, YFL);
X (I, R) = YFL; S = S + YFL*YFL; IX = IY;
END; S = SQRT (S);
DO I = 1 TO M;
X (I, R) = X (I, R) / S;
END;
END; J = 0:
DO K1 = 1 TO K;
DO L = 1 TO NP (K1); L1 = J + L;
DO I = 1 TO M; X (I, L1) = 0:
DO R = 1 TO K;
CALL RANDU (IX, IY, GAMA); IX = IY;
IF R = K1 THEN X (I, L1) = X (I, L1) + (1 - BETA1 + 2*BETA1*
GAMA)* X (I, K1); ELSE X (I, L1) = X (I, L1) + (2*
GAMA - 1)* BETA2*X (I, R);
END;
END;
END; J = J + NP (K1);
END;
END;
END GRANDU1;
```

Пример. При числе раскочки  $IX\emptyset = 65539$  для подпрограммы RANDU осуществлялась генерация матрицы наблюдений размера  $20 \times 7$  для параметров, разбитых на группы  $S_1 = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ ,  $S_2 = \{X_5, X_6, X_7\}$ . Фрагменты матриц наблюдений приведены в таблице.

Наблю-дения	Матрица наблюдений							
	$\beta_1 = \beta_2 = 0,05$				$\beta_1 = 0,05, \beta_2 = 0,2$			
1	0,000	0,006	0,005	-0,002	0,000	0,023	0,022	-0,009
	0,272	0,279	0,278		0,272	0,279	0,278	
2	-0,002	0,007	0,004	-0,003	-0,011	0,029	0,016	-0,011
	0,136	0,143	0,139		0,136	0,143	0,139	
3	0,002	0,002	0,002	0,001	0,005	0,003	0,004	-0,001
	0,024	0,025	0,025		0,024	0,025	0,024	
...	...	...	...	...	...	...	...	...
19	0,301	0,303	0,303	0,304	0,321	0,311	0,274	0,324
	0,277	0,290	0,281		0,271	0,283	0,236	
20	0,166	0,174	0,163	0,174	0,181	0,184	0,159	0,170
	0,105	0,102	0,108		0,088	0,091	0,116	

Верхний и нижний треугольники матрицы

1,000	0,997	0,997	0,996	0,021	0,053	0,030
0,972	1,000	0,998	0,999	0,034	0,066	0,046
0,957	0,976	1,000	0,998	0,018	0,055	0,033
0,953	0,977	0,984	1,000	0,017	0,049	0,029
-0,024	0,079	-0,024	-0,006	1,000	0,982	0,992
0,048	0,159	0,080	0,101	0,864	1,000	0,987
-0,041	0,077	-0,003	-0,009	0,958	0,888	1,000

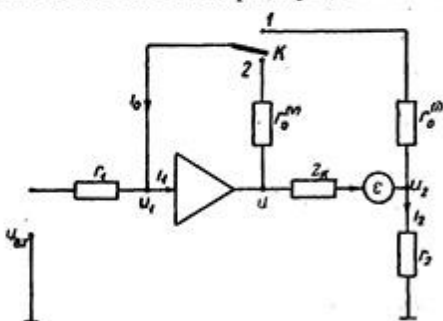
являются соответствующими треугольниками корреляционных матриц для первого и второго случаев генерации данных.

Таким образом, корреляционные матрицы позволили выявить большие суммарные связи внутри групп  $S_1, S_2$ , по сравнению со связями между группами. При этом для второй матрицы наблюдений (по отношению к первой) получены большие межгрупповые суммарные связи, что подтверждает возможность управления последними с помощью параметра  $\beta_2$ .

Поступила в редколлегию 10.10.83.

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Электрогидравлические системы регулирования (ЭГСР) сочетают в себе преимущества электрических методов измерения и обработки информации. Обладая к тому же



быстродействующими гидравлическими исполнительными механизмами, они находят широкое применение [1—3]. Для исследования ЭГСР с помощью цифровой ЭВМ необходимо создавать линейные и нелинейные параметрические модели всех ее звеньев [3].

Построим линейную и нелинейную модели электромеханического преобразователя (ЭМП), применяющегося в ЭГСР паровых турбин для атомных электростанций [4]. Электрическая схема ЭМП дана на рисунке и состоит из усилителя мощности, активных сопротивлений  $r_0^{(U)}$ ,  $r_0^{(i)}$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ , активно-индуктивного сопротивления обмотки катушки управления  $z_k = r_k + pL_k$  и ключа К. На схеме также указаны входное напряжение ЭМП  $u_{вх}$ , выходное напряжение усилителя  $u$ , ток в обмотке катушки управления  $i$ , возникающая в обмотке катушки управления противо-э. д. с.  $\epsilon$ , напряжения  $u_1$ ,  $u_2$ , токи  $i_0$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ . В положении 1 ключа К осуществляется отрицательная обратная связь (ООС) по току  $i$ , а в положении 2 — ООС по напряжению  $u$ . Выходное напряжение усилителя мощности имеет ограничения типа насыщения  $u_{мин} < u < u_{макс}$  (1). Вследствие большого коэффициента усиления усилителя и глубокой ООС справедливы допущения  $u_1 \approx 0$ ,  $i_1 \approx 0$ ,  $i_2 \approx i$ . При этих допущениях для ООС по току

$$u = (z_k + r_2) i + \epsilon; \quad i = u_2 / r_2; \quad u_2 = r_0^{(i)} u_{вх} / r_1,$$

откуда

$$u = r_0^{(i)} (r_k + r_2) u_{вх} / (r_1 r_2) + \epsilon. \quad (2)$$

Для ООС по напряжению  $u = r_0^{(U)} u_{вх} / r_1$  (3). Ток в обмотке катушки управления определяется формулой  $i = (u - \epsilon) / (z_k + r_2)$  (4).

Вводя обозначения

$$T_L = L_k / (r_k + r_2); \quad k_{UV} = r_0^{(i)} (r_k + r_2) / (r_1 r_2) = r_0^{(i)} / r_1;$$

$$k_{1U} = 1/(r_k + r_2), \quad (5)$$

перепишем уравнения электрической части ЭМП (2) — (4):

$$u = \begin{cases} k_{UV}(1 + T_L p) u_{вх} + \varepsilon & \text{при ООС по току;} \\ k_{UV} u_{вх} & \text{при ООС по напряжению,} \end{cases} \quad (6)$$

$$i = k_{1U}(u - \varepsilon)/(1 + T_L p). \quad (7)$$

Уравнение механической части ЭМП представим в виде

$$m_1 \ddot{x} + b_x \dot{x} + C_x x + F_x \operatorname{sign} x = k_{F1} i, \quad (8)$$

где  $m_1$  — масса подвижной части ЭМП;  $x$  — выходная координата ЭМП;  $b_x$  — коэффициент силы вязкого трения;  $C_x$  — жесткость пружины ЭМП;  $F_x$  — модуль силы сухого трения;  $k_{F1}$  — коэффициент усиления тяговой характеристики. При движении катушки управления в ее обмотке возникает противо-э. д. с.  $\varepsilon = k_{EX} \dot{x}$  (9).

На основании выражений (1), (6) — (9) составим нелинейную модель ЭМП:

$$\varepsilon = k_{EX} \dot{x};$$

$$u = \begin{cases} k_{UV}(u_{вх} + T_L \dot{u}_{вх}) + \varepsilon & \text{при ООС по току;} \\ k_{UV} u_{вх} & \text{при ООС по напряжению,} \end{cases} \quad (10)$$

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max};$$

$$di/dt = [k_{1U}(u - \varepsilon) - i]/T_L;$$

$$\ddot{x} = (k_{F1} i - b_x \dot{x} - C_x x - F_x \operatorname{sign} \dot{x})/m_1.$$

Пренебрегая насыщением усилителя и силой сухого трения, получаем, исходя из выражений (6) — (9), линейные модели ЭМП в виде передаточных функций. Для ООС по току

$$W_{\text{ЭМП}}^{(I)}(p) = k_{FV}/(C_x + b_x p + m_1 p^2), \quad (11)$$

а для ООС по напряжению

$$W_{\text{ЭМП}}^{(U)}(p) = k_{FV}/[(C_x + b_x p + m_1 p^2)(1 + T_L p) + k_{FX} p]. \quad (12)$$

Здесь

$$k_{FV} = k_{F1} k_{1U} k_{UV}; \quad k_{FX} = k_{F1} k_{1U} k_{EX}; \quad (13)$$

$p$  — оператор дифференцирования.

Линейные параметрические модели ЭМП (11), (12), в которых зависимые параметры вычисляются по формулам (5), (13), могут применяться для идентификации параметров ЭМП и изучения устойчивости ЭГСР. Нелинейная параметрическая модель ЭМП (10) с зависимыми параметрами, находимыми по формуле (5), позволит исследовать качество переходных процессов ЭГСР с учетом существенных нелинейностей.

Список литературы: 1. *Электрогидравлические следящие системы* / Под ред. В. А. Хохлова. — М.: Машиностроение, 1971. — 432 с. 2. *Гамынин Н. С.*

Гидравлический привод систем управления.— М.: Машиностроение, 1972.— 376 с. 3. Проектирование следящих гидравлических приводов летательных аппаратов / Под ред. Н. С. Гамынина.— М.: Машиностроение, 1981.— 312 с. 4. Исследование электрогидравлических преобразователей для системы регулирования паровых турбин ХТГЗ им. С. М. Кирова / Э. А. Пякур, В. Е. Рожанский, В. Ю. Рохленко и др.— Вести. Харьк. политех. ин-та, 1979, № 148. Прикл. механика и процессы упр., вып. 1, с. 32—34.

*Поступила в редколлегию 15.11.83.*

УДК 681.322

*Н. А. ЕГОРОВА, И. Н. СОРОКИНА*

### **СЕКВЕНЦИАЛЬНЫЙ ВЫВОД И АНАЛИЗ ВХОДНОГО СООБЩЕНИЯ ИНТЕРАКТИВНОЙ БАЗЫ ДАННЫХ**

Эффективность использования вычислительной техники повышается при переходе от систем, в которых данные организованы в виде файлов, не связанных между собой и ориентированных на отдельные задачи, к системам, функционирующим на основе единого информационного хранилища — базы данных. Теория баз данных находится в стадии становления и требует дальнейшего развития фундаментальных основ, не зависящих от вычислительной технологии. Одно из наиболее перспективных направлений связано с проблемой интерактивного взаимодействия с базой данных ее конечных пользователей [1]. Интерактивность обеспечивается мощными процессорами понимания текстов на естественном языке.

Уже создан ряд экспериментальных лингвистических процессоров, которые можно условно разделить на два класса: проблемно-ориентированные и универсальные. Главный недостаток первых — ограниченность области применения, вторых — трудоемкость настройки на предметную область. Оба эти недостатка преодолеваются логическим подходом к проектированию, когда фиксируется не предметная область, а логический инвариант класса предметных областей [2].

В работе [3] рассматриваются базы данных с отношениями изменения локализации и принадлежности. Эволюционные отношения охватывают самые разные по своей природе предметные области, возникая в системах материально-технического снабжения, учета кадров, складского учета, резервирования мест на транспорте, диагностики и профилактики заболеваний, информационного обслуживания, а также в операционных системах ЭВМ. Эволюционные отношения интересны тем, что они, являясь универсальными, образуют достаточно мощный логический ряд, относящийся к менее всего изученной конститутивной категории.

Формализм, введенный в работе [4], позволяет обогатить структуру базы данных дедуктивными средствами секвенциальны.

логических вычислений [5]. Любое отношение ряда представимо в виде конъюнкции простейших его элементов:

$$a \in A = (a \in A)_p \wedge (a \in A); \quad (1)$$

$$a \notin A = (a \notin A)_p \wedge (a \notin A); \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} a \in A \\ \downarrow \\ a \notin A \end{array} = (a \in A)_p \wedge (a \notin A); \quad (3)$$

$$\begin{array}{l} a \notin A \\ \downarrow \\ a \in A \end{array} = (a \notin A)_p \wedge (a \in A); \quad (4)$$

$$\begin{array}{l} a \in A \\ \downarrow \\ a \in B \end{array} = (a \in A)_p \wedge (a \in B). \quad (5)$$

Левые части равенств (1)—(5) — это отношения принадлежности, непринадлежности, исключения, включения и перемещения соответственно. Вертикальная стрелка символизирует временной переход из одного состояния в другое. Правые части — конъюнктивные разложения этих отношений. Знак « $p$ » — первая буква английского слова «past» — указывает на прошедшее время. Отношения в левой части равенств (1), (2) характеризуют статические ситуации предметной области, поскольку конъюнктивные члены справа совпадают. Отношения же равенств (3)—(5) описывают динамические ситуации изменения принадлежности.

В различных предметных областях отношение принадлежности может трактоваться по-разному. Его смысл эксплицитно уточняется с помощью аксиом. Так, конъюнкция принадлежности с двойственной к ней непринадлежностью невыполнима ни для каких объектов:

$$\frac{a \in A \wedge a \notin A}{\lambda}, \quad (6)$$

где  $\lambda$  — логическая константа «абсурд». С помощью следующей аксиомы класс объектов, удовлетворяющих аксиоме (6), сужается:

$$\frac{a \in A \wedge a \in B}{\lambda}. \quad (7)$$

Выражение (7) справедливо только для объектов-вещей и неверно, например, для такого объекта, как информация. Аксиомы (6), (7) используются в качестве семантических фильтров при вводе сообщений в базу данных.

Вместо выражения (7) удобнее применять более компактную аксиому:

$$\frac{a \in A}{a \notin B}. \quad (8)$$

Она имеет то же содержание (горизонтальная черта означает логический переход от верхней строки к нижней). В самом деле,

аксиома (7) выводится из аксиомы (8) с помощью аксиомы (6) и правил секвенциальных исчислений натурального вывода, а именно правила исключения конъюнкции из посылки и двойства и юго к нему правила введения конъюнкции в заключение [5].

$$\frac{\frac{\frac{a \in A \wedge a \in B}{a \in A}}{a \notin B} \quad (8) \quad \frac{a \in A \wedge a \in B}{a \in B}}{a \in B \wedge a \notin B} \quad (6).$$

Аксиомы (6), (7) неодинаково определяют отношение принадлежности. Различным принадлежностям во входном языке соответствуют разные смысловые оттенки фраз. О принадлежности в смысле (6) утверждают, когда имеют целью сообщить о самом факте принадлежности. Из двух взаимоисключающих возможностей — принадлежит или не принадлежит — выбирается первая. Фраза характеризуется эмфатическим положением глагола. Утверждения о принадлежности в смысле аксиомы (7) делаются в форме фраз с эмфатическим положением владельца (места). Из множества взаимоисключающих по аксиоме (7) владельцев выбирается один элемент. Третьей возможности — простановке акцента на объекте — отвечает аксиома монопольного обладания местом: даны место и множество возможных объектов-претендентов, выбирается один из них. Последняя аксиома записывается так:

$$\frac{a \in A \wedge b \in A}{A}$$

Применение дедуктивных средств логического исчисления натурального вывода позволяет установить на множестве ситуаций отношение следования. Например, по правилу исключения конъюнкции из посылки из ситуации исключения выводятся принадлежность в прошлом и непринадлежность в настоящем. Используя это правило в совокупности с правилом введения конъюнкции в заключение, получаем вывод из перемещения включения:

$$\frac{\frac{\frac{(a \in A)_p \wedge (a \in B)}{(a \in A)_p}}{(a \notin B)_p} \quad (8) \quad \frac{(a \in A)_p \wedge (a \in B)}{a \in B}}{(a \notin B)_p \wedge a \in B}$$

Отношения следования делают вычислимыми непрямыми запросы, требующие логического вывода, что, в свою очередь, позволяет минимизировать структуру хранения данных.



Список литературы: 1. *Werner W., Koch D.* Natural language interfaces to data bases: a day dream or a realistic goal? — *MTA Számítás techn. és Automatiz. Kut. Inter. Janul.* 1982, N 133, p. 123—138. 2. *Кандрашина Е. Ю.* Элементы семантического представления локативных связей. — В кн.: Новые задачи информатики. Новосибирск, 1979, с. 81—95. 3. *Егорова Н. А.* Эталонный язык — логическая основа семантического процессора запросов. — В кн.: Совершенствование разработки и внедрения автоматизированных управляющих и информационных систем. М., 1980, с. 58—59. 4. *Егорова Н. А.* Функционально-предикатный язык фактографических данных. — *НТИ*, сер. 2, 1975, № 1, с. 18—20. 5. *Генцен Г.* Исследование логических выводов. — В кн.: Математическая теория логического вывода. М., 1967, с. 9—76.

Поступила в редколлегию 21.11.83.

УДК 518.61

Ю. Ф. СЕНЧУК, канд. физ.-мат. наук

### ОБОБЩЕНИЕ ОДНОГО МЕТОДА ПРОГОНКИ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Большая группа сеточных методов решения уравнений эллиптического типа основана на замене частных производных конечно-разностными отношениями [1, 2]. Наиболее разработаны методы с использованием равномерной квадратной сетки. Один из таких методов изложен в монографии [2], где он применяется к уравнению Лапласа с граничными условиями первого рода, а также с одним вариантом комбинированных граничных условий. Обобщим этот метод в следующих направлениях: взамен равномерной квадратной сетки используем прямоугольную, что во многих задачах предпочтительно; вместо уравнения Лапласа рассматриваем эллиптическое уравнение более общего вида, которое сопровождается комбинированными граничными условиями более общего вида, чем в работе [2].

Пусть в прямоугольнике  $D = \{(x, y) : 0 < x < a; 0 < y < b\}$  требуется решить уравнение

$$\nabla^2 u - p(x, y)u + \varphi(x, y) = 0. \quad (1)$$

Зададим сначала граничное условие первого рода. Вводя прямоугольную сетку с клетками размера  $h \times l$  ( $a = nh$ ,  $b = ml$ ), получаем вместо выражения (1) сеточное уравнение

$$\beta^2 u_{i+1,j} + u_{i,j+1} - 2(\beta^2 + 1)u_{ij} + \beta^2 u_{i-1,j} + u_{i,j-1} - p_{ij} + \varphi_{ij} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $\beta = l/h$ ;  $p_{ij} = l^2 p(x_i, y_j)$ ;  $\varphi_{ij} = l^2 \varphi(x_i, y_j)$ .

Вводим квадратную матрицу  $(m-1)$ -го порядка  $Q = (q_{ij})$ , где

$$q_{ij} = \begin{cases} 2, & i = j; \\ -1, & |i - j| = 1; \\ 0 & \text{для всех остальных } i, j, \end{cases}$$

матрицу  $P_k = \text{diag}(p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{k,m-1})$ , а также  $(m-1)$ -мерные векторы  $u_k = (u_{k1}, u_{k2}, \dots, u_{k,m-1})$ ,  $r_k = (u_{k0}, 0, \dots, 0, u_{km})$ ,  $\varphi_k = (\varphi_{k1}, \varphi_{k2}, \dots, \varphi_{k,m-1})$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ . Запишем уравнение (2) так:

$$\beta^2 u_{k+1} - 2\beta^2 u_k + (Q + P_k) u_k + \beta^2 u_{k-1} + r_k + \varphi_k = 0. \quad (3)$$

Найдем решение данного уравнения в виде  $u_{k+1} = B_k u_k + d_k$  (4). Подставив это выражение в равенство (3), придем к следующим рекуррентным формулам:

$$B_{k-1} = \beta^2 [\beta^2 (2E - B_k) + Q + P_k]^{-1};$$

$$d_{k-1} = [\beta^2 (2E - B_k) + Q + P_k]^{-1} (\beta^2 d_k + r_k + \varphi_k) \quad (5)$$

с начальными условиями  $B_{n-1} = 0$ ;  $d_{n-1} = u_n$  (6).

Формулы (4)–(6) полностью описывают алгоритм метода. Для доказательства невырожденности этого алгоритма предположим, что  $p(x, y) \geq 0$  в области  $D$ . В соответствии с результатом, полученным в работе [3], заметим, что  $0 < B_k < E$  (7), откуда сразу следует неособенность всех матриц, подлежащих обращению на основании формул (5). Используя то же соотношение (7), нетрудно доказать вычислительную устойчивость алгоритма по отношению к малым ошибкам промежуточных вычислений [2,3].

Будем теперь решать в области  $D$  уравнение (1) с комбинированными граничными условиями

$$u(x, 0) = q_1(x); \quad u(x, b) = q_2(x);$$

$$\frac{\partial u(0, y)}{\partial x} - r(y) u(0, y) = f(y); \quad \frac{\partial u(a, y)}{\partial x} + s(y) u(a, y) = g(y),$$

где  $r(y) \geq 0$ ,  $s(y) \geq 0$  для всех  $y \in [0, b]$ . В этом случае формулы (4), (5), очевидно, сохраняют свой вид, однако начальные условия (6) уже не имеют места. Дискретизируя условие на правой границе, записываем

$$(u_{n+1} - u_{n-1})/(2h) + S u_n = g. \quad (8)$$

Здесь  $S = \text{diag}(s(y_1), s(y_2), \dots, s(y_{m-1}))$ ,  $g = (g(y_1), g(y_2), \dots, g(y_{m-1}))$ . Исключая условно введенный вектор  $u_{n+1}$  из равенства (8) и уравнения (3), взятого при  $k = n$ , получаем

$$B_{n-1} = 2\beta^2 [2\beta^2 (hS + E) + Q + P_n]^{-1};$$

$$d_{n-1} = [2\beta^2 (hS + E) + Q + P_n]^{-1} (r_n + \varphi_n + 2\beta^2 h g).$$

Это и есть начальные условия для формул (5), отвечающие новым граничным условиям. Теперь остается найти  $u_0$ . Дискретизируя условие на левой границе, имеем

$$(u_1 - u_{-1})/(2h) - R u_0 = f, \quad (9)$$

где  $R = \text{diag}(r(y_1), r(y_2), \dots, r(y_{m-1}))$ ;  $f = (f(y_1), f(y_2), \dots, f(y_{m-1}))$ . Исключая вектор  $u_{-1}$  из равенства (9) и равенства (3), взятого при  $k = 0$ , записываем

$$u_0 = [2\beta^2(hR + E - B_0) + \bar{Q} + P_0]^{-1} [r_0 + \varphi_0 + 2\beta^2(d_0 - hf)].$$

Теперь по формуле (4) можно найти векторы  $u_1, u_2, \dots, u_n$

Список литературы: 1. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений.—М.: Наука, 1978.—591 с. 2. Беллман Р., Энджел Э. Динамическое программирование и уравнения в частных производных: Пер. с англ.—М.: Мир, 1974.—207 с. 3. Обобщение одного сеточного метода решения уравнения эллиптического типа / Ю. Ф. Сенчук. М., 1982. 12 с. Рукопись деп. в ВИНТИ 12.01.82, № 160-82 Деп.

Поступила в редколлегию 22.11.83.

УДК 658.512

И. В. МЕЗЕНЦЕВ

#### ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

В практике часто приходится решать задачи конструирования и распределительные задачи, которые по своему характеру могут быть сведены к проблеме эффективного использования располагаемых ресурсов. В этих задачах требуется обеспечить выполнение заданного объема работ при условии минимума народнохозяйственных затрат. Ограничением является допустимая мера неадекватности, принятая при решении проблемы [1].

Существует множество точных и приближенных методов решения подобных задач. Однако в случае использования точных методов значительно упрощается модель, область их приложения для задач большой размерности ограничена [2]. В связи с этим значительное внимание уделяется приближенным методам, хотя их применение далеко не всегда обеспечивает необходимую близость искомого результата к оптимуму.

А. В. Дабагяном разработан подход к решению распределительных задач, который лег в основу предлагаемой методики для приближенного решения задач распределения большой размерности. Суть ее в следующем: совокупность всех заявок описывается двумерным массивом  $X[M \times N]$ , где  $N$  — количество заявок в поле;  $M$  — число параметров, характеризующих заявку. Определяются ресурсы в виде парка обслуживающих устройств (ОУ). Данные по каждому типу ОУ заносят в отдельную таблицу. В первый столбец помещают номера заявок, удовлетворяющих условию возможности обслуживания  $j$ -й заявки  $l$ -м ОУ с параметрами

$$x_{il} \geq t_{ij}, \quad i = \overline{1, M}, \quad j = \overline{1, N}, \quad l = \overline{1, T}. \quad (1)$$

Здесь  $T$  — количество типов обслуживающих устройств. Во второй столбец записывают стоимость единицы обслуживания  $S_j^l$  заявки  $j$ -м изделием типа  $l$ , в третий — число изделий  $l$ -го типа  $n_j^l$ , необходимое для обслуживания заявки  $j$ . Процедура оптимизации представлена такой последовательностью шагов:

1. Определяем наибольшую партию  $K_l$ ,  $l = \overline{1, T}$  для каждого типа ОУ; находим коэффициент партионности  $\pi_l = f(K_l)$  и пересчитываем стоимости

$$S_j^l = S_j^l \pi_l, \quad j = \overline{1, N}. \quad (2)$$

2. Во всех таблицах устанавливаем минимальную стоимость единицы обслуживания  $S_{\min}^l$ ,  $l = \overline{1, T}$ ; среди них выделяем наименьшую. Допустим, что это  $S_k^p$  — стоимость обслуживания  $k$ -й заявки ОУ типа  $p$ .

3. Из всех других таблиц вычеркивается  $k$ -я заявка; размер партии  $K_i$ ,  $i = \overline{1, T}$ ,  $i \neq p$  уменьшается; коэффициент партионности, равный отношению стоимостей единиц обслуживания при малой и оптимальной сериях ОУ, увеличивается.

4. По формуле (2) пересчитываются величины  $S_j^l$ , и весь процесс повторяется. Критерий его окончания — принадлежность любой заявки только одному ОУ.

5. Партии ОУ фиксируются в виде одномерного массива  $Y[T]$ . При следующем приближении реализуется та же последовательность шагов, но значение  $\pi$  не меняется, пока сумма элементов второго столбца каждой таблицы не станет меньше  $y_i$ ,  $i = \overline{1, T}$ . Результаты приближений сравниваются; в случае их совпадения распределение осуществлено, задача решена. В противном случае делается очередное приближение. Соблюдение условия (1) проверяется на каждом приближении.

К этой же категории задач относятся некоторые дискретные целочисленные экстремальные и оптимизационные задачи: коммивояжера, размещения, транспортная с фиксированными доплатами и другие. Разработаны различные методы решения, но далеко не всегда есть уверенность, что, решив задачу, мы получили глобальный экстремум, а не имеем дело с «потенциальной ямой» [3]. Поскольку математическое доказательство единственности не всегда возможно, требуется экспериментальная проверка сходимости и влияния на нее отдельных факторов. Программы, реализующие предлагаемый метод, были написаны на алгоритмическом языке PL/1. Контрольные примеры просчитаны на ЭВМ ЕС-1033. Анализ изложенного метода позволил установить следующее:

1. Значение коэффициента партионности, характеризующего серийность обслуживающих устройств, не оказывает существенного влияния на конечные результаты распределения.

Варьирование коэффициентов в функции партионности, изменение ее вида влияло на порядок, последовательность прикрепления заявок к ОУ. Конечное распределение при этом осталось неизменным.

2. Эксперименты в условиях недогруженности комплексов технических средств показали, что значение коэффициента партионности сказывается на времени сходимости алгоритма.

3. Варьирование мощности заявок (под мощностью понимается количество обслуживаемых устройств, необходимых для выполнения отдельной заявки), прикрепление их априори к различным комплексам обслуживания и просчет при этом разных примеров доказали надежность и устойчивость предложенного алгоритма.

4. Для контроля результатов расчетов параллельно с рассмотренным алгоритмом была реализована и несколько измененная процедура метода. Различие состояло в том, что из всех максимальных стоимостей индивидуального обслуживания  $S'_{\text{макс}}$ ,  $l = \overline{1, T}$  по каждой таблице выбиралась наибольшая. Соответствующая ей заявка вычеркивалась только из этой таблицы. Далее процедура ничем не отличалась от рассмотренной выше, в том числе и критериями окончания. Результаты расчетов по обеим модификациям, рассмотренным ранее, совпадают с точностью, достаточной для решения практических задач. Следовательно, на множестве решений сходимость к точке экстремума осуществляется из различных точек и разными путями. Так как экстремум один и тот же, можно говорить о его глобальности и единственности получаемого решения.

Таким образом, рассмотренный приближенный метод с удовлетворительной степенью точности позволяет решить поставленную проблему.

Список литературы: 1. Дабагян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств.—М.: Машиностроение, 1979.—280 с. 2. Юдин Д. Б., Горяшко А. П., Немировский А. С. Математические методы оптимизации устройств и алгоритмов АСУ.—М.: Радио и связь, 1982.—288 с. 3. Финкельштейн Ю. Ю. Приближенные методы и прикладные задачи дискретного программирования.—М.: Наука, 1976.—283 с.

Поступила в редколлегию 16.10.83.

УДК 519.713

Ю. В. МАРГАНИЯ

**ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОНТЕЙНЕРОВ  
У ГРУЗОТРАНСПОРТА**

---

Для успешного осуществления грузовых перевозок в нашей стране создается единая контейнерная транспортная система с

участием автомобильного, железнодорожного, водного, воздушного транспорта. Все шире реализуется принцип «от двери до двери», при котором грузы помещаются в контейнеры непосредственно у грузоотправителя, а извлекаются из них только у грузополучателя. Важнейшим условием эффективного функционирования этой системы является поддержание на заданном уровне запаса порожних контейнеров у грузоотправителя.

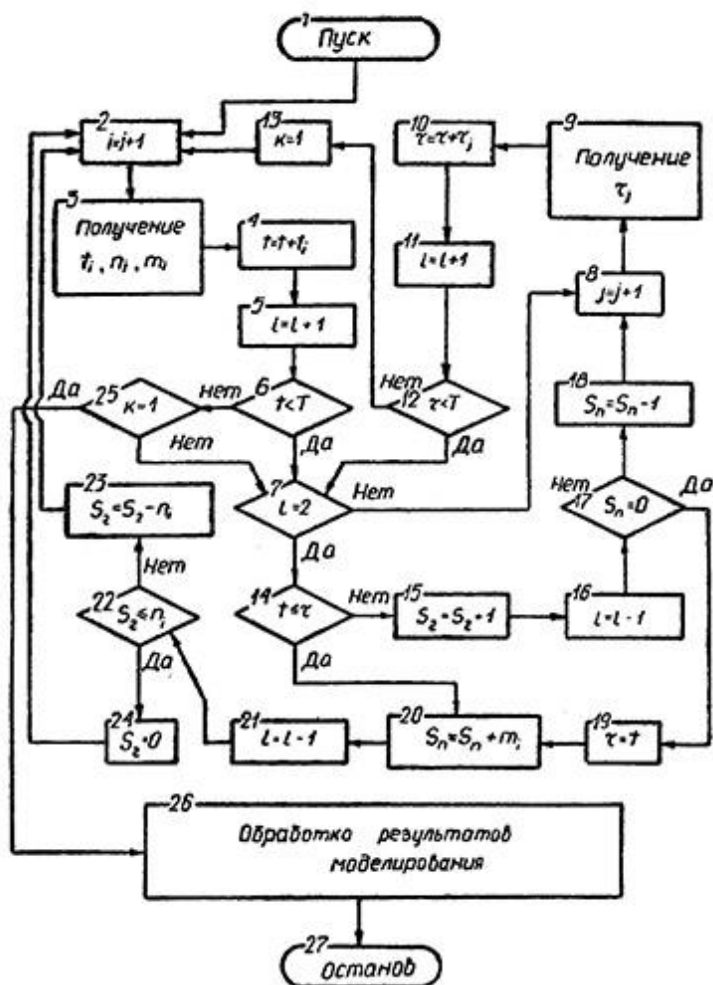
В настоящей работе предлагается имитационная модель для нахождения оптимального уровня такого запаса. Определим условия, при которых функционирует система. Порожние контейнеры доставляются грузоотправителю автотранспортом — в общем случае партиями. Этим же автотранспортом осуществляется вывоз груженых контейнеров. Поступившие контейнеры пополняют запас, из которого они по одному берутся под загрузку. Интервал времени между двумя последовательными поступлениями порожних контейнеров, количество контейнеро-мест на транспортном средстве, число контейнеров в партии и время загрузки контейнера являются случайными величинами.

Введем следующие обозначения переменных, используемых в модели:  $t_i$  —  $i$ -й интервал времени между двумя поступлениями порожних контейнеров;  $n_i$  — количество контейнеро-мест на  $i$ -м транспортном средстве;  $m_i$  — фактическое число контейнеров на  $i$ -м транспортном средстве;  $t$  — момент времени поступления очередной партии контейнеров;  $\tau_j$  — время загрузки  $j$ -го контейнера;  $\tau$  — момент времени окончания загрузки  $j$ -го контейнера;  $S_n$ ,  $S_r$  — общее количество порожних и груженых контейнеров у грузоотправителя;  $T$  — заданное время моделирования.

Рассмотрим работу моделирующего алгоритма, представленного на рисунке. В блоке 1 задаются начальные значения параметров моделирования. В блоке 2 вырабатывается очередной номер прибывшего контейнеровоза с порожними контейнерами. Блок 3 формирует значения случайных величин  $t_i$ ,  $n_i$ ,  $m_i$  в соответствии с заданными законами распределений. В блоке 4 вычисляется момент времени  $t$  поступления очередной партии порожних контейнеров. При этом значение  $t$  определяет также текущее время моделирования. После этого управление передается через блок 5 в блок 6. В блоке 9 вырабатывается время загрузки очередного контейнера, а в блоке 10 — момент окончания загрузки.

Блок 14 сравнивает значения  $t$  и  $\tau$ . Первое из них соответствует времени прибытия партии порожних контейнеров (событие 1), второе — окончанию процесса загрузки контейнера (событие 2). В зависимости от того, какое из названных событий произошло раньше, управление передается на блок 20 или 15.

Блок 20 увеличивает число порожних контейнеров, а блок 15 — число грузеных.



В блоке 22 определяется, достаточно ли грузеных контейнеров для полной загрузки транспортного средства. Если  $S_i > n_i$ , то число грузеных контейнеров уменьшается на значение  $n_i$  (блок 23). Если  $S_i \leq n_i$ , то вывозятся все грузеные контейнеры и значение  $S_i$  становится равным нулю (блок 24).



На этом заканчивается один цикл моделирования системы и управление снова передается на блок 2.

Блоки 5, 8, 11, 16 и 21 выполняют вспомогательные функции по управлению процессом моделирования. В начале моделирования  $l=0$ . После вычисления момента наступления события 1 (блок 4) значение  $l$  увеличивается на единицу (блок 5). Вслед за расчетом момента наступления события 2 (блок 10) также происходит увеличение  $l$  на единицу (блок 11). После начала моделирования величина  $l$  может быть равной только единице или двум. Если  $l=1$ , это означает, что в модели выработано одно из двух событий. Если  $l=2$ , то в модели выработаны оба события. Только тогда управление передается через блок 7 на блок 14. Затем происходит реализация одного из событий в блоках 15 или 20. В блоке 15 реализуется событие 2, в блоке 20 — событие 1. В результате реализации любого из событий значение  $l$  уменьшается на единицу (блоки 16, 21).

Когда осуществляется событие 2, очередной порожний контейнер из запаса должен быть поставлен под загрузку. Однако прежде необходимо проверить, есть ли в запасе порожние контейнеры; это выполняет блок 17. Если контейнеры имеются, производится уменьшение запаса на единицу (блок 18). В противном случае моделируется процесс ожидания прибытия партии порожних контейнеров (блок 19).

Блоки 13, 25 управляют процессом окончания моделирования. Когда значение  $t$  достигает заданного времени моделирования  $T$ , управление из блока 12 передается в блок 13, в котором величине  $k$  присваивается значение, равное единице. Процесс моделирования продолжается до тех пор, пока значение  $t$  не достигнет заданного времени моделирования. Только после этого управление из блока 6 через блок 25 передается в блок 26. Если заданного времени моделирования первой достигает величина  $t$ , то процесс моделирования продолжается, пока и значение  $t$  не станет равным  $T$ . Блок 27 выводит результаты моделирования на печать.

Предложенная имитационная модель позволяет провести эксперимент с целью определить наилучшие условия функционирования системы.

*Поступила в редколлегию 30.11.83.*

УДК 681.142

А. С. ДЕРЕВЯНКО

#### О НЕКОТОРЫХ СПОСОБАХ СУПЕРВИЗОРНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ОС ЕС

Эксплуатация современных вычислительных систем третьего поколения немыслима без использования их развитого прог-



рамного обеспечения и операционных систем (ОС). ОС ЕС, применяемая ныне почти повсеместно на моделях ЕС ЭВМ среднего и большого быстродействия, является одной из наиболее совершенных современных ОС и предоставляет пользователю широкие программные возможности. Однако, как отмечалось и разработчиками этой системы, ориентация на наиболее универсальное применение привела к тому, что для решения некоторых специальных задач системные средства оказываются малоэффективными или вообще непригодными [1]. В то же время доступ программиста к аппаратным средствам ЭВМ ограничен теми средствами, которые предоставляет ему ОС. На аппаратном уровне это ограничение достигается за счет наличия привилегированных команд и механизма защиты памяти. Возможность применения привилегированных команд и ключ доступа к памяти задаются соответствующими полями в Слове Состояния Программы (ССП). Но сами команды изменения ССП относятся к числу привилегированных, недоступных для программы пользователя [2]. Выполнение программы с доступом ко всей оперативной памяти ЭВМ и с правом выдачи привилегированных команд будем называть супервизорным (SVC) режимом выполнения, а написание таких программ — SVC-программированием. Необходимость в SVC-программировании возникает при осуществлении нестандартных режимов ввода-вывода, при разработке систем коллективного доступа, систем реального времени и в других задачах.

Супервизор ОС ЕС состоит из набора программ, имеющих номера от 0 до 255. Программы супервизора (SVC-программы) вызываются командой обращения к супервизору SVC, которая порождает SVC-прерывание [2]. По спецификациям системы последние шесть SVC-номеров отводятся для программ пользователя, которые могут быть включены в библиотеку супервизора и выполняются в SVC-режиме [3]. Возможность добавления программ пользователя в библиотеку супервизора и номера этих программ должны быть указаны на этапе генерации ОС. Таким образом, объем и количество написанных пользователем SVC-программ ограничены размером памяти в библиотеке супервизора и числом резервных SVC-номеров, отведенных при генерации. Как правило, в распределении памяти для библиотеки супервизора во время ее создания не предусматривается возможность внесения в библиотеку значительных добавлений, а ресурс свободных SVC-номеров быстро исчерпывается, поскольку целый ряд программных средств коллективного доступа и организации работы системы должен записывать свои SVC-программы в библиотеку супервизора.

Нам пришлось использовать SVC-программирование при разработке программного обеспечения нештатных внешних устройств ЕС ЭВМ, так как программирование ввода-вывода на физическом уровне невозможно без употребления привилегированных команд ввода-вывода и доступа к младшим адресам оперативной памяти. Указанные выше ограничения не позволили записать в библиотеку супервизора все программные модули, работающие в SVC-режиме, и заставили искать пути сообщения SVC-режима любой программной секции, выступающей по отношению к ОС как программа пользователя. Программа, примененная нами для этих целей, заносилась в библиотеку супервизора, как это описано выше, однако обладала рядом преимуществ. Указанная программа обеспечивала выполнение любой программной секции пользователя в SVC-режиме. Адрес программной секции пользователя сообщался SVC-программе через один из общих регистров. Объем данной SVC-программы минимальный, так как она состоит лишь из двух команд: передачи управления с возвратом (вместе с управлением программной секции пользователя передается и SVC-режим) и команды SVC 3, обеспечивающей возврат из SVC-прерывания.

Преимуществами этой программы перед SVC-программами, полностью реализующими все действия, которые необходимо выполнить в SVC-режиме, являются: минимальный объем, возможность использования одной и той же SVC-программы в различных задачах, требующих SVC-программирования. Кроме того, поскольку все действия в SVC-режиме реализуются в программных секциях пользователя, они могут быть легко изменены без вмешательства в системные библиотеки.

Применение описанной SVC-программы в значительной степени уменьшает неудобства для пользователя, связанные с ограниченностью возможностей SVC-программирования, но не ликвидирует их полностью. Поэтому для дальнейших разработок нами применен иной метод получения SVC-режима пользовательской программой. Для его реализации использовался принятый в ОС ЕС порядок обработки прерываний [4]. При прерывании текущее ССП запоминается в Блоке Запросов. Сущность метода состоит в том, что программа для получения SVC-режима прерывает сама себя, находит в Очереди Блоков Запросов свой Блок Запросов и в хранящемся в этом блоке ССП устанавливает признаки SVC-режима.

Для выполнения самопрерывания программы используются особенности работы ОС с библиотечными наборами данных [5]. Расширение системной макрокоманды поиска заданного раздела библиотеки (*FIND*) содержит команду SVC-обращения к системной SVC-программе. Последняя обращается, в свою очередь, к системной подпрограмме подвода блока (*POINT*). Адрес подпрограммы *POINT* после выполнения мак-

рокоманды *OPEN* — «открыть набор данных» — помещается системой в Блок Управления Данными, который доступен для программиста. Изменив этот адрес, программист может обеспечить выполнение своей программной секции вместо подпрограммы *POINT*. Эта программная секция находит Блок Запросов, соответствующий программе, и изменяет в хранящемся в нем ССП соответствующие поля. При возврате из прерывания ССП, хранившееся в Блоке Запросов, становится текущим и программа получает *SVC*-режим.

Поиск Блока Запросов ведется по цепочке ссылок: от Таблицы Векторов Связи, адрес которой находится в оперативной памяти в поле с адресом 16, — к Блоку Управления Задачей, от него — к Очереди Блоков Запросов. Следует иметь в виду, что если подпрограмма установки *SVC*-режима вызывается макрокомандой *LINK*, то Блок Запросов, соответствующий программе, является не последним, а предпоследним в очереди.

Программная реализация второго метода хотя и невелика по объему, но достаточно сложна, так как предполагает знание структуры системных блоков и таблиц. Кроме того, перед выдачей макрокоманды *FIND* необходимо построить управляющие блоки для ввода-вывода и, пользуясь средствами метода доступа *EXCP*, которые описаны в работе [3], выполнить начальную установку на устройстве внешней памяти прямого доступа. Это предъявляет повышенные требования к разработчику, однако подразумевается, что квалификация программиста, разрабатывающего *SVC*-программы, достаточно высока.

Таким образом, применение программ, разработанных по описанной методике, позволяет обеспечить возможность *SVC*-программирования при минимальной модификации ОС. Если же в данной конфигурации ОС нельзя осуществить *SVC*-программирование, с помощью предложенного способа можно обходить это ограничение.

Список литературы: 1 Брукс Ф. П. Как разрабатываются и создаются программные комплексы.— М.: Наука, 1979.— 151 с. 2. Вычислительная система ИБМ/360. Принципы работы / Под ред. В. С. Штаркмана.— М.: Сов. радио, 1969.— 440 с. 3. Пеледов Г. В., Райков Л. Д. Введение в ОС ЕС ЭВМ.— М.: Статистика, 1977.— 120 с. 4. Супервизор ОС ЕС ЭВМ / В. В. Наумов, Г. В. Пеледов, Ю. А. Тимофеев и др.— М.: Статистика, 1977.— 87 с. 5. Операционная система ИБМ/360. Супервизор и управление данными / Под ред. А. И. Илюшина.— М.: Сов. радио, 1973.— 312 с.

Поступила в редколлегию 22.11.83.

УДК 519.8

А. В. ГОРЕЛЫЙ, канд. техн. наук,

В. Я. ЗАРУБА, канд. техн. наук, С. В. СУХОРОКОВ

#### **ВОПРОСЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ПЕРСПЕКТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В ОТРАСЛИ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

Автоматизированная подсистема перспективных плановых расчетов в отрасли гражданской авиации (АСПР ГА-П) пред-

назначена для автоматизации функций центрального планирующего органа по обеспечению перспективного планирования развития отрасли. Такая система повысит степень обоснованности принимаемых решений на этапе разработки планов, улучшит их взаимосвязку и сбалансированность по основным разделам плана. Методологической основой создания АСПР ГА-П является введенная в действие система комплексного планирования гражданской авиации.

При алгоритмическом и программном обеспечении АСПР ГА-П наибольшую сложность имеет программа «Капитальные вложения». Это вытекает из того, что проблема распределения капитальных вложений не изучена полностью по ряду причин конкретно-экономического характера. Трудность исследования этой задачи связана, в первую очередь, с проблемой построения адекватной модели отрасли ГА. Поскольку такая модель предназначена для распределения капитальных вложений по производственно-технологическим подсистемам на пятилетний период, она должна обладать рядом отличительных особенностей: устойчивостью на временном интервале в пять лет, для чего следует выбирать достаточно высокий уровень агрегирования; адекватной структурой с отражением двух-трех уровней иерархии системы ГА; функциональной полнотой, что обуславливает включение в нее основных существенных эндогенных и экзогенных переменных; адекватной целенаправленностью с учетом настоящих и перспективных потребностей элементов системы ГА в формировании комплекса технических средств отрасли и его обслуживании, вытекающих из потребностей страны в авиaperевозках в плановом периоде и на перспективу; пригодностью формализованного представления и использования в АСПР ГА-П; приспособленностью к использованию доступного информационного обеспечения и информационной базы отрасли ГА.

Кроме того, в модели должна быть предусмотрена возможность ее модификации для использования при децентрализации планирования, например в случае активного встречного планирования. Во время разработки перспективных планов распределения капитальных вложений в ГА помимо сложностей создания модели возникают и другие трудности. Среди них проблема информационного обеспечения в условиях, когда часть информации избыточна, часть неполна, часть недостоверна. Решение проблемы рационального обмена информацией между центральным планирующим органом и нижестоящими уровнями при всех типах планово-экономических расчетов позволит значительно повысить эффективность принимаемых планов и их обоснованность.

К числу других сложностей относится несовершенство мотивации плановых расчетов на всех уровнях планирования. Эта

проблема связана с многокритериальностью оценки качества планов, количества ресурсов, необходимых для их реализации, а также степени удовлетворения потребностей народного хозяйства результатами реализации планов и их отдаленными последствиями. Значительные трудности вызваны наличием неформализуемых критериев, их «размытым» характером, особенно в связи с вероятностным характером ряда прогнозов.

Возникающие проблемы можно разрешить на базе модели, в которой отрасль ГА представлена двухуровневой иерархической системой [3]. Элемент верхнего уровня (центр) имеет в своем распоряжении ограниченный объем капитальных вложений. Последние ему необходимо распределить между производственно-хозяйственными элементами нижнего уровня, стремясь к минимизации приведенных затрат отрасли. На практике оказывается, что качество решения возникающей оптимизационной задачи планирования во многом зависит от информационного обеспечения центра, которое для рассматриваемой модели невысоко. При этом информация о производственных возможностях элементов может быть получена лишь от самих элементов. Вводя в рассмотрение промежуточный уровень иерархии отрасли — территориальные управления ГА (УГА) — удается организовать процесс обмена информацией между центром и УГА. Необходимо учитывать, что интересы центра и УГА не совпадают полностью, а управления ГА обладают определенной свободой действий и могут искажать передаваемую центру информацию. В этих условиях задача создания механизма планирования распределения капитальных вложений имеет теоретико-игровой характер.

В рамках теории организационных систем механизмы текущего планирования достаточно хорошо изучены [1]. Основные результаты этих исследований можно распространить и на случай перспективного планирования. Учитывая тот факт, что рассогласование интересов у участников процесса планирования при перспективном планировании более существенно, чем при текущем, необходимы разработка и исследование механизмов перспективного планирования на уровне самостоятельного научного направления.

Чтобы обосновать целевые функции участников процесса планирования, рассмотрим вопрос об образовании фондов экономического стимулирования в отрасли ГА. При текущем планировании фонд экономического стимулирования непосредственно зависит от результатов работы элементов — выполненного объема работ и количества использованных при этом ресурсов, т. е. элементы стремятся к максимизации фондообразующих параметров и их интересы не противостоят интересам центра. На этапе перспективного планирования фонд экономического стимулирования не связывается с назначаемым элементу планом и объемом ресурсов, необходимым для его вы-



полнения. Это приводит к тому, что элементы заинтересованы в создании больших резервов производственных мощностей, чтобы использовать их на этапе текущего планирования. Такое различие в целевых функциях существенно влияет на поведение элементов в процессе планирования.

Построенная в работе [4] многошаговая аукционная процедура является обобщением на случай перспективного планирования схемы аукциона [2]. Согласно этой процедуре процесс планирования рассматривается как многошаговый игровой процесс, на каждом шаге которого элементы обмениваются через центр порциями информации о своих производственных возможностях. Обмен осуществляется циклически в порядке возрастания присвоенных элементам номеров. Тем самым игровой процесс может быть охарактеризован как итерационный процесс, генерирующий последовательность векторов-заявок элементов. Процесс сойдется, если от элементов на некотором шаге не поступает новых заявок. Вектор заявок элементов согласно назначенному центру закону планирования на каждом шаге переводится в вектор приемлемых планов центра.

Процедура планирования была исследована с использованием  $s$ -параметрической формы закона планирования по принципу обратных приоритетов [1]. Установлено, что при стремлении элементов к максимизации своей целевой функции на шаге описанная процедура приводит к ситуации равновесия по Нэшу. Кроме того, доказано, что равновесная ситуация оптимальна по принципам максимального гарантированного результата и Эджворта.

Применение описанной процедуры принятия плановых решений позволит значительно увеличить степень информированности центра о производственных возможностях элементов и в результате повысить уровень обоснованности и надежности принимаемых плановых решений. Данная процедура может быть реализована в рамках АСПР ГА-П в виде многошагового диалога. Это позволит принять во внимание неформализуемые факторы производства, предоставляя самим элементам возможность формирования своих производственных функций, и лучше учесть целевые функции участников процесса планирования.

Список литературы: 1. Бурков В. Н., Кондратьев В. В. Механизмы функционирования организационных систем.— М.: Наука, 1981.— 384 с. 2. Дабаян А. В., Заруба В. Я. Схема аукциона в задаче распределения ограниченного ресурса.— Автоматика и телемеханика, 1981, № 3, с. 75—82. 3. Гладких В. В., Гладышевская Г. Н. Оптимизационная постановка задачи распределения капитальных вложений между функциональными подсистемами ГА.— Наука и техника гражд. авиации. Сер. организации, управления, экономики, 1980, вып. 1, с. 15—21. 4. Заруба В. Я., Сухоруков С. В. Многошаговая аукционная процедура перспективного распределения капитальных вложений в отрасли. К., 1984, 10 с. Рукопись деп. в УкрНИИТИ 02.03.84, № 397 Ук-Д84.

Поступила в редколлегию 30.11.83.

## РЕФЕРАТЫ

УДК 681.517

Восстановление управления по известному выходу. Костенко Ю. Т., Подольский А. Е.— Вестн. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 3—6.

Исследована восстанавливаемость управления по известному выходу и неполной информации о начальном состоянии рассматриваемой системы.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 62-50

Градиентные алгоритмы оптимизации марковских процессов при неполной информации. Лубчик Л. М.— Вестн. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 6—10.

Рассмотрена задача оптимизации управляемых марковских цепей с доходами в случае, если отсутствует информация о переходной матрице. Предложены адаптивные алгоритмы оптимизации, не требующие восстановления всего набора переходных матриц и использующие лишь реализации последовательностей состояний и доходов.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 62-50

Идентификация процессов с априорно неизвестными детерминированными основами. Сиренко А. Н.— Вестн. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 10—12.

Решена задача структурной идентификации процессов для случая, когда наблюдаемые показатели зависят от двух фактор-аргументов. Решение приведено в аналитической форме.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 531.381

Аппроксимационные модели вращения твердого тела. Голоскоков Е. Г., Успенский В. Б., Фролов Ю. А.— Вестн. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 13—15.

Описан один из подходов к построению моделей вращения твердого тела, в основу которого положены введение новых модельных параметров и аппроксимация их квазимногочленом. Дана схема создания модели угловой скорости.

Библиогр. ссылка в подстроч. примеч.

УДК 681.516

Синтез управления разворотом твердого тела методом стереографической проекции. Шипулина Л. В., Середя Н. В., Михайленко О. М.— Вестн. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 16—18.

Рассмотрена задача разворота твердого тела, имеющего неподвижную точку, из начального в конечное состояние при ограничении времени разворота, текущего углового положения и скорости. Использован метод стереографической проекции и решение уравнения Дарбу — Риккати.

Библиогр.: 2 назв.

Метод выбора структуры математических моделей. Кононенко И. В.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 19—22.

Предложен метод, позволяющий выбирать наилучшую из заданного класса математическую модель с помощью введенного критерия качества. Метод устойчив при отклонении фактического закона распределения от нормального.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.5

О реализуемости условий инвариантности в схемах со структурной избыточностью. Карачун В. В., Дидковский В. С.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 22—24.

Описан двухканальный метод достижения инвариантности выходного сигнала трехстепенного гироскопа по отношению к колебаниям основания прибора. Получены формулы для определения дрейфа нуля выходных сигналов при нерегулярной качке.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 658.512

Оптимизация структуры транспортной системы. Дабагян А. В., Антонович В. В.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 24—27.

Рассмотрен алгоритм формирования оптимальной структуры транспортной системы. Предложен оптимизационный метод, позволяющий решать задачи большой размерности, которые невозможно решить традиционными методами.

УДК 658.512

Оптимизация типоразмерного ряда изделий с помощью дихотомического графа. Макаренко А. В., Галата Е. С.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 27—29.

Описан алгоритм формирования оптимального типоразмерного ряда изделий, соответствующего оптимальному сечению дихотомического графа альтернативных решений. Построение графа осуществлено путем последовательной дихотомии поля заявок.

Библиогр. ссылка в подстроч. примеч.

УДК 519.6

Постановка распределительной задачи в условиях нечеткой исходной информации. Голоскоков А. Е., Москаленко Г. Н.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 29—32.

Рассмотрена одна из постановок распределительной задачи, параметры которой заданы в форме нечетких множеств. Построена математическая модель задачи распределения парка транспортных средств по сети маршрутов.

Библиогр.: 3 назв.



УДК 629.73

Алгоритм реконструкции сети аэродромов под старший тип с учетом ограничений на капитальные вложения. Годлевский М. Д., Чернышева Н. П., Никифоров А. В.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 32—34.

Предложен алгоритм, позволяющий свести до минимума эксплуатационные расходы. Показано, что специфика рассматриваемой задачи дает возможность многократно использовать простой перебор по отдельным булевым координатам. Достоинствами метода являются простота реализации и применимость к задачам большой размерности.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 007.3

О декомпозиции задачи развития и размещения систем технического обслуживания. Шевченко С. В.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 35—38.

Рассмотрена производственно-транспортная задача развития и размещения систем технического обслуживания. Математическая модель представлена задачей нелинейного дискретного программирования. Для ее оптимизации применен метод параметрической декомпозиции. Это позволяет свести решение исходной задачи к решению простых подзадач, которые итерационно координируются оптимальным планом целочисленного линейного программирования.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 658.512

Применение метода построения последовательности планов к задаче стандартизации. Цыхманов Г. В., Афанасьева С. А.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 38—40.

Для решения задачи стандартизации применен метод построения последовательности планов, что позволило перейти к задаче оптимизации на графах. Даны алгоритм получения квазиоптимального плана, оценка его временной сложности, относительная погрешность получаемого решения.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 658.512

Разработка алгоритмического обеспечения соревновательной процедуры принятия плановых решений. Выпинашко И. Н., Ершова С. И., Радинова С. К.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 41—44.

Предложен алгоритм распределения нескольких взаимозаменяемых ресурсов в двухуровневой организационной системе центр — элементы. Реализация алгоритма предусмотрена в рамках человеко-машинной процедуры принятия плановых решений.

УДК 519.852

Алгоритм интерпретации результатов статистического эксперимента. Кашев Л. Б.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 44—46.

Описана интерпретация данных имитационного моделирования, полученных с помощью метода статистических испытаний. Оценка воздействия среды на выбранный участок поверхности устанавливается в результате привлечения близлежащих реализаций, находящихся вне пределов контролируемого участка.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.237

Генератор данных для численного тестирования алгоритмов группировки параметров. Безменов Н. И., Малых О. Н.—Вести. Харьк. политехи. ин-та, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 46—49.

Предложен метод генерации данных для проверки алгоритмов группировки параметров. Особенность алгоритмической реализации метода — возможность управлять степенью связи между параметрами внутри групп и между группами. Приведены текст программы и численный пример.

Табл. 1.

УДК 62-523.3

Параметрические модели электромеханического преобразователя. Пикур Э. А., Северин В. П., Ласенко Р. Е.—Вести. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 50—52.

Построена нелинейная параметрическая модель электромеханического преобразователя в виде системы дифференциально-алгебраических уравнений. Модель соответствует схемам включения отрицательной обратной связи усилителя мощности по току или напряжению, в ней учтено насыщение усилителя по напряжению. Линеиные параметрические модели преобразователя даны в виде передаточных функций.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.322

Секвенциальный вывод и анализ входного сообщения интерактивной базы данных. Егорова Н. А., Сорокина И. Н.—Вести. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 52—55.

Рассмотрены вопросы организации интерфейса высокого уровня базы данных. Предложенная модель анализа входного сообщения основана на логических инвариантах предметной области и рассчитана в первую очередь на ситуационный анализ.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 518.61

Обобщение одного метода прогонки решения краевых задач для эллиптического уравнения. Сенчук Ю. Ф.—Вести. Харьк. политехи. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 55—57.

Обобщен сеточный метод решения неоднородного уравнения эллиптического типа, предложенный для уравнения Лапласа Р. Беллманом и Э. Энджелом на случай прямоугольной сетки. Решены первая краевая задача и задача с комбинированными граничными условиями. Установлены невырожденность и вычислительная устойчивость алгоритма.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 658.512

**Об одном алгоритме решения распределительной задачи большой размерности.** Мезенцев И. В.— Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 57—59.

Изложен эвристический алгоритм решения распределительной задачи, основанный на итеративном пересчете специально составленных таблиц. Критерием оптимальности является минимум народнохозяйственных затрат. Экспериментально доказана единственность получаемого решения.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 519.713

**Имитационная модель движения контейнеров у грузоотправителя.** Марганя Ю. В.— Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 60—62.

Описана модель для исследования движения контейнеров у грузоотправителя с целью определить наилучшие условия функционирования системы. В частности, с помощью этой модели можно найти оптимальный уровень запаса порожних контейнеров.

Ил. 1.

УДК 681.142

**О некоторых способах супервизорного программирования в ОС ЕС.** Дервянко А. С.— Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 63—65.

Предложены два способа создания программ, работающих в среде ОС ЕС и имеющих возможность доступа ко всей оперативной памяти и выдачи привилегированных команд. Первый способ предусматривает включение универсальной программы в библиотеку супервизора, второй — обеспечение супервизорного режима выполнения самой пользовательской программой.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 519.8

**Вопросы автоматизации перспективного планирования в отрасли гражданской авиации.** Горелый А. В., Заруба В. Я., Сухоруков С. В.— Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220. Техн. кибернетика и ее прил., вып. 5, с. 66—69.

Рассмотрено алгоритмическое обеспечение перспективного планирования капитальных вложений в отрасли гражданской авиации. Описаны основные положения разработанной многошаговой аукционной процедуры принятия плановых решений, основанной на теоретико-игровом подходе. Предложена возможная форма автоматизации принятия плановых решений.

Библиогр.: 4 назв.

70 к.

Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1985, № 220, 1—73.

