

ВЕСТНИК



**Харьковского
политехнического
института**

209'84

**ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Выпуск 4

»ВИЦА ШКОЛА«

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ВЕСТНИК

Харьковского политехнического института

№ 209

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Основан в 1979 г.

ВЫПУСК 4

ХАРЬКОВ,
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»

1984

Техническая кибернетика и ее приложения: Вестн. Харьк. политехн. ин-та, № 209. Вып. 4—X.: Вища шк, Изд-во при Харьк. ун-те, 1984.— 64 с.

В вестнике освещаются вопросы анализа, синтеза и оптимизации технических и социально-экономических систем. Особое внимание уделяется проблемам идентификации различных объектов, явлений и управления ими. Рассматривается возможность применения методов технической кибернетики в технике, механике, медицине и в других областях.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1984 г.

Для научных работников и специалистов.

Предыдущие три выпуска вышли в свет под названием «Прикладная механика и процессы управления».

Редакционная коллегия: Е. Г. Голоскоков (отв. ред.), Н. И. Безменов (отв. секр.), В. Б. Гринев, А. В. Дабагян, В. Н. Карабан, Ю. Т. Костенко, Ю. А. Фролов

Ответственный за выпуск *Н. И. Безменов*

Печатается по решению Ученого совета инженерно-физического факультета (протокол № 15 от 21 декабря 1982 г.)

Адрес редакционной коллегии: 310002, Харьков-2, ул. Фрунзе, 21, политехнический институт, инженерно-физический факультет, тел. 40-04-75

Редакция научно-технической литературы

Ю. Т. КОСТЕНКО, канд. техн. наук

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К АВТОМАТИЗАЦИИ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Дальнейший прогресс науки невозможен без решения вопросов автоматизации научных исследований. Автоматизация развивается по многим направлениям: съем и запись информации, первичная обработка информации, создание базы данных, окончательная обработка данных исследования, проектирование научного исследования. Если запись, съем и первичная обработка информации определяются уровнем применяемой техники, то успех исследования зависит от правильного проектирования и алгоритма окончательной обработки данных.

На ЭВМ по математической модели, которая известна с точностью до параметров, имитируется весь процесс исследования и обработка результатов. Цель проектирования — выяснить количество и место расположения датчиков, точность регистрации результатов и получения наиболее доступного алгоритма обработки данных, который реализуется в системе автоматизации исследования. Полученные алгоритмы обработки данных в случае уникальных исследований реализуются на универсальном оборудовании, при отсутствии последнего целесообразно создание уникального оборудования.

Исследования по применяемым моделям (таблица результатов, сплайн-функция, интегральное уравнение) разделяются на стационарные и нестационарные. Стационарные эксперименты имеют математическую модель, не зависящую от времени. Такой моделью может служить матрица результатов эксперимента, по которой следует найти факторы, определяющие результат эксперимента. Факторный анализ для обработки результатов медицинских наблюдений освещается в работе [1]. Существующая в медицине методика статистической обработки данных не позволяла обрабатывать полученную информацию, и только автоматизация исследования привела к полученным в работе [1] результатам. В основе нестационарных экспериментов — математическая модель, зависящая от времени.

Для установления временной зависимости исследуемой величины используется сплайн-аппроксимация. Сплайн-аппроксимация результатов исследования ожоговых больных осуществляется в работе [2]. Полученные зависимости позволяют прогнозировать течение заболевания.

Большое число нестационарных исследований описывается динамической системой: $\dot{X} = AX + BU + W$ — уравнение процесса, $Y = CX + DU + \varepsilon$ — уравнение измерений, где X — вектор состояний; Y — вектор наблюдений; U — вектор входа; A — матрица связей; B — матрица входа; C, D — матрицы наблюдений; W, ε — шумы про-

цесса и канала измерения. Векторы и матрицы определены через вектор неизвестных параметров P_i .

Возможны две задачи: по известным Y, C, D, A, B найти $U(P)$, по Y, C, D, B, U найти $A(P)$.

Зависимость между доверительными областями в пространстве измерений выясняется имитационным моделированием. Изменяя количество и место расположения датчиков (т. е. структуру и значение матриц C, D), минимизируем диаметр доверительной области в пространстве параметров при неизменном диаметре доверительной области в пространстве измерений. Физический смысл расстояний в пространстве измерений не всегда определен, поэтому рассматриваем набор метрик в пространстве измерений, минимизируя доверительную область в пространстве параметров. Эта задача относится к классу некорректно поставленных, поэтому для имитационного моделирования необходимо знать, возможно ли по Y найти P , т. е. является ли система наблюдаемой по параметрам.

Полученные результаты устанавливают, какие метрики ρ_Y, ρ_P пространств Y, P наиболее отвечают физической картине исследования и какова минимальная погрешность определения P при погрешности измерения $\rho_Y \leq \Delta$. Классификацию методов решения поставленных задач проводим по признакам: вид математической модели; функции и параметры, подлежащие определению; детерминированная или стохастическая постановка задачи; пространство решений (регуляризация задачи); прямой метод минимизации критерия идентичности; метод получения оценки измерения. Классификация алгоритмов обработки данных эксперимента показана на рисунке.

Рассмотрим существенные аспекты методов с точки зрения решения задачи параметрической идентификации модели эксперимента. Выбор математической модели предопределяется априорными данными исследуемого физического процесса, характер используемой математической модели влияет на выбор параметров идентификации. Автоматизация экспериментальных исследований систем с распределенными параметрами способствует параметризации модели. Она осуществляется разложением по ортонормальному базису, составленному из собственных функций некоторого оператора (проекционные методы параметризации), или по специально выбранным финитным функциям (проекционно-сеточные методы). При этом важно рационально выбрать размерность конечномерной аппроксимирующей системы.

Существенный момент идентификации — выбор критерия идентичности. В последнее время наметился отход от традиционных критериев типа среднеквадратической невязки. Априорная информация о характере шумов формализует процесс выбора критерия идентичности. Использование численных методов градиентного типа для минимизации полученного критерия обуславливает появление робастных алгоритмов, обладающих свойствами оптимальности на заданном классе распределений. Применение минимаксных алгоритмов идентификации,



требующих для своей реализации минимальной информации о помехах, освещается в работе [4]. Помехоустойчивость и сходимость оценок параметров обеспечивается методом регуляризации. Идентификацию завершает проверка адекватности полученной математической модели реальному физическому процессу.

Таким образом, решение задачи автоматизации научных исследований должно основываться на построении математической модели исследования с последующим имитационным моделированием как процесса, так и алгоритмов обработки данных.

Список литературы: 1. Голубев Л. Н., Безменов Н. И. Применение факторного анализа в онкологических исследованиях. — См. статью в настоящем вестнике. 2. Воскобойников Л. М., Григорьева Т. Г., Самулева С. В. и др. Математическое моделирование иммунопатологических процессов при ожоговой болезни. — См. статью в настоящем вестнике. 3. Деркач В. М. Новый способ обработки экспериментальных данных для получения спектров размеров частиц. — См. статью в настоящем вестнике. 4. Любчик Л. М. Квазиоптимальные алгоритмы минимаксной фильтрации и управления. — См. статью в настоящем вестнике.

Поступила в редколлегию 19.11.82.

УДК 681.51

Е. Н. БУТ, канд. техн. наук

АЛГОРИТМ АППРОКСИМАЦИИ СПЛАЙН-ФУНКЦИЕЙ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОЛЯ В МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

При решении некорректно поставленных обратных задач теплопроводности методами идентификации для получения оценки температуры в точках измерения приходится многократно решать прямую задачу.

Количество обращений к алгоритму восстановления температурного поля по граничным условиям велико, и поэтому необходимы алгоритмы, позволяющие устойчиво находить искомые значения температуры за минимальное время. Известные реализации этих алгоритмов требуют значительного машинного времени, которое не удастся уменьшить в силу неустойчивого поведения при изменении временного шага непосредственно во время счета. Явные разностные схемы обладают неустойчивостью и требуют малого значения шага. Неявные схемы устойчивы, но те и другие получают решение только в узлах разностной сетки, и, как следствие, шаг по времени обязан уложиться целое число раз в заданный интервал $(0, t)$. Изменение шага равносильно изменению разностной сетки, что влечет за собой изменение всей системы уравнений.

Предлагаемый нами вариант проекционно-сеточного метода [1] позволяет преодолеть эти трудности при решении двумерного уравнения теплопроводности

$$C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1)$$

с начальным условием $T(0, x, y) = \psi(x, y)$, $(x, y) \in D$ (2) и граничным $T(\tau, x, y) = \varphi(\tau, x, y)$, $(x, y) \in \Gamma D$ (3). Здесь $T(\tau, x, y)$ — зависимость температуры от времени и пространства; $\tau(T)$, $C_p(T)$ — зависимость теплопроводности, теплоемкости от температуры; D — область температурного поля; ΓD — граница области.

В качестве пространства решений выберем пространство трехмерных сплайн-функций порядка (2) — (3). Тогда

$$T(\tau, x, y) = \sum_{l < k < n} C_k \text{Sp}_k(\tau, x, y), \quad (4)$$

где l, n — векторы; k — мультииндекс, записи $l \leq k \leq n$, $\text{Sp}_k(\tau, x, y)$ читаются так: $l_i \leq k_i \leq n_i$ ($i = 1, 2, 3$), $\text{Sp}_k(\tau, x, y) = \text{Sp}_{k_1}^{(2)} \text{Sp}_{k_2}^{(3)} \text{Sp}_{k_3}$.

По известным теоремам анализа $\text{Sp}_k(\tau, x, y)$ — базис. Функции $\text{Sp}_k(\tau, x, y)$ финитны, т. е. множество, на котором они отличны от нуля, открытое, связанное, и его диаметр конечен. Точки, в которых $\text{Sp}_k(\tau, x, y) = 1$, назовем узлами. Тогда, подставив равенство (4) в выражения (1) — (3), получим переопределенную систему, которая имеет единственное решение в смысле МНК, и его примем за искомое. Для простоты рассуждений будем считать, что $C(\rho) = \text{const}$, $\tau = \text{const}$. Если, в связи с линейностью, уравнение (1) удовлетворяется $T(\tau, x, y)$ в узлах, оно будет удовлетворяться и в области D . Пусть $\forall (\tau, x, y)_i, L(T(\tau, x, y)_i) = 0$, где L — оператор уравнения (1). Тогда в силу выражения (4) $L(C_{k_1(i)}, \dots, C_{k_n(i)}) = 0$, где $\xi K_p(i) \xi$ — множество узлов, принадлежащих носителю $\text{Sp}_i(\tau, x, y)$. Рассмотрим точку $(\tau, x, y) \in D$, $\forall (\tau, x, y) \in D$. Существует брус с вершинами в узлах i . Тогда справедливо $L(C_{k_1(i_1)}, \dots, C_{k_n(i_1)}) = 0$; $L(C_{k_1(i_2)}, \dots, C_{k_n(i_2)}) = 0$; $L(C_{k_1(i_n)}, \dots, C_{k_n(i_n)}) = 0$.

Суммируя и используя свойство линейности, получаем $L(C_k) = 0$, где C_k — коэффициент при сплайне k -узла, $C_k = C_{k(i_1)} + \dots + C_{k(i_n)}$. Удовлетворив уравнение (1) во внутренних узлах сплайн-сетки, в области D , мы удовлетворили исходное уравнение во всей области D . Возникает проблема соотношения узлов, которые удовлетворяют уравнению (1) и краевым условиям (2), (3). Узлы $(\tau, x, y) \in D$ назовем внутренними, $(\tau, x, y) \in \Gamma D$ — граничными, $(\tau, x, y) \notin \Gamma D$ — внешними. Пусть в каждом сечении по времени n — число граничных узлов, m — внешних, l — число временных узлов, p — число внутренних узлов. Тогда уравнение (1) порождает nl уравнений относительно коэффициентов C_k , уравнение (2) порождает n уравнений относительно узлов вида $(0, x, y)_i$.

Для замыкания системы необходимо, по крайней мере, $(n + m)l - nl - n = ml - n$ уравнений для граничных и внешних узлов. Уравнение (3) порождает как угодно много уравнений $n + m$ граничных и внешних узлов. В зависимости от соотношения числа уравнений, удовлетворяющих граничным условиям и уравнению (1),

получаем решения, подобные вариационным методам Ритца или Треффта. Если уравнению (1) удовлетворяем точно, а граничным — приближенно, то решение в сплайн-функциях совпадает с решением Ритца, в противном случае — с решением Треффта.

Трудностью реализации подобного метода в многосвязных областях является большой объем работы по выписыванию уравнений. Изменение области или сетки, когда хотя бы один узел меняет статус внешнего, граничного или внутреннего узла, заставляет проделявать всю работу заново. Существующие способы задания геометрии не решают оперативно статус узлов сетки. Ее решение видится в применении идей R -функции k -значной логики для построения аналитического чертежа геометрии исследуемой области. Частное решение задачи приведено в работе [2].

Предлагаемый алгоритм позволяет решать задачу аппроксимации нестационарного температурного поля на ЭВМ без расчета соотношения временного шага сетки и времени искомой температуры. Он составляет сеточную систему уравнений непосредственно в машине, что позволяет решать задачи по тепловой оптимизации геометрии.

Список литературы: 1. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. — М.: Наука, 1981. — 416 с. 2. Рвачев В. Л. Теория R -функций и ее некоторые приложения. — К.: Наук. думка, 1982. — 552 с.

Поступила в редколлегию 19.11.82.

УДК 519.65

В. М. ДЕРКАЧ

НОВЫЙ СПОСОБ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СПЕКТРОВ РАЗМЕРОВ ЧАСТИЦ

Определение и контроль дисперсного состава твердых или жидких частиц является актуальной задачей во многих областях современного производства. Он является одной из важных характеристик измельченных в процессе производства твердых материалов или распыленных жидкостей и во многом определяет их свойства. С этим вопросом непосредственно связано производство стройматериалов, керамических изделий, порошковая металлургия, оптика облаков, туманов, дождей, проблема межзвездных частиц, проблема скрытого фотографического изображения, исследования коллоидных систем.

Проблемы оптики рассеивающих сред можно разбить на две части: прямую и обратную задачи светорассеяния. Прямая задача определяет структуру светового поля по оптическим свойствам и геометрии среды, а также условиям ее освещенности. Если $f(r)$ —

функция распределения частиц по размеру $f(r) = dn/ndr$, где n — полное число частиц; dn — число частиц, радиус которых лежит в интервале от r до $r + dr$.

Эта задача теории рассеяния состоит в нахождении функций $\varphi(x)$, где x — геометрическая или оптическая характеристика:

$$\varphi(x) = \int_0^{\infty} F(x, r) f(r) dr. \quad (1)$$

Ядро $F(x, r)$ известно из теории Ми. В конкретном случае $F(x, r)$ может быть индикатрисой рассеяния, описывающей рассеяние под углом $\beta = x$. Обратная задача заключается в определении физических свойств объема рассеивающего вещества, т. е. нахождении неизвестной функции $f(r)$ по экспериментально определенным функциям $\varphi(x)$, $F(x, r)$. Равенство (1) является линейным интегральным уравнением первого рода, решение которого позволяет получить функцию $f(r)$.

Теория дает аналитическое выражение для $F(x, r)$, если функция $f(r)$ выражается через интеграл от $\varphi(x)$ и некоторое ядро. Если параллельный пучок света с длиной волны λ рассеивается совокупностью взвешенных в газовой среде частиц одинакового радиуса (монодисперсным аэрозолем), то зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеивания выражается соотношением

$$I(\beta) = I_0 r^2 J_1(\rho\beta)/\beta^2. \quad (2)$$

I_0 — это интенсивность пучка света в отсутствие рассеивания; J_1 — функция Бесселя первого порядка; ρ — параметр дифракции; $\rho = 2\pi r/\lambda$. Соотношение (2) справедливо при $\beta \ll 1$, $\rho \gg 1$. Пучок света проходит через слой различных по размеру частиц с функцией распределения частиц по размерам $f(r)$, тогда индикатриса рассеивания выражается следующим образом:

$$I(\beta) = I_0 \int_0^{\infty} f(r) r^2 J_1(\rho\beta) dr / \beta^2. \quad (3)$$

Соотношение (3) представляет собой частный случай приведенного уравнения (1), связывающего функции $\varphi(x)$, $f(r)$.

В работе [1] решена задача обращения интегрального уравнения (3):

$$f(r) = -\frac{C}{r^2} \int_0^{\infty} \rho\beta J_1(\rho\beta) N_1(\rho\beta) \frac{d}{d\beta} [I(\beta) \beta^3] d\beta, \quad (4)$$

где $N_1(\rho\beta)$ — функция Неймана первого порядка; C — нормировочная постоянная.

Для расчета $f(r)$ в соотношении (4) интеграл должен вычисляться от 0 до ∞ . Углы рассеяния ограничены снизу β_{\min} , сверху β_{\max} .

Ограничение снизу связано с конечной шириной светового пучка, сверху — тем, что интенсивность сигнала очень быстро убывает с ростом β .

Введем обозначения

$$d[I(\beta)\beta^3] = \varphi_1(\beta),$$

$$\rho\beta J_1(\rho\beta) N_1(\rho\beta) = F_1(\rho\beta).$$

Имеем две функции одной переменной.

Применяем описанную в работе [2] сплайн-аппроксимацию функции одной переменной для аппроксимации функции $I(\beta)$. Аппроксимация ведется на отрезке $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ при помощи В-сплайнов третьего порядка

$$I(\beta) = \sum_{i=-1}^{r_\beta+1} c_i \text{Sp}_i^3(\beta),$$

где c_i — коэффициенты разложения; $\text{Sp}_i^3(\beta)$ — В-сплайн третьего порядка по переменной β , вычисленный согласно формуле (5), r_β — число участков аппроксимации по i . Уравнение В-сплайна третьего порядка по переменной β имеет вид

$$\text{Sp}_0^3(\beta) = \begin{cases} 1 - 3\beta^2(2 - |\beta|)/4, & |\beta| < 1, \\ (2 - |\beta|^3)/4, & 1 \leq |\beta| < 2; \\ 0, & |\beta| \geq 2. \end{cases}$$

Для определения i -го сплайна функции по переменной используется соотношение

$$\text{Sp}_i^3(\beta) = \text{Sp}_0^3\left(\frac{\beta - \beta_{\min}}{d\beta} - i\right), \quad (5)$$

где $d\beta = (\beta_{\max} - \beta_{\min})/r_\beta$.

Преимущество кубической сплайн-аппроксимации в том, что приближается не только значение функции, но и ее первая и вторая производные:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\beta} \text{Sp}_0^3 &= P \text{Sp}_0^3(\beta) = \\ &= \begin{cases} 0,75|\beta|(3|\beta| - 4 \text{sign } \beta), & |\beta| < 1; \\ -0,75(2 - |\beta|)^2 \text{sign } \beta, & 1 \leq |\beta| < 2; \\ 0, & |\beta| \geq 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Для функции $\varphi_1(\beta)$ имеем

$$\varphi_1(\beta) = \beta^3 \left\{ \sum_i c_i P \text{Sp}_i^3(\beta) \right\} + 3\beta^2 \left\{ \sum_i c_i \text{Sp}_i^3(\beta) \right\}.$$

Аналогичным образом представляем функцию $F_1(\rho\beta)$ в виде

$$F_1(\rho\beta) = \sum_{k=-1}^{r_k+1} d_k \text{Sp}_k^3(\rho\beta),$$

где d_i — коэффициенты разложения; r_k — число участков аппроксимации по k . Тогда окончательно

$$f(r) = -\frac{c}{r^2} \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \sum_k d_k \operatorname{Sp}_k^{(3)}(\rho\beta) \times \\ \times [\beta^3 \{ \sum_i c_i P \operatorname{Sp}_i^{(3)}(\beta) \} + 3\beta^2 \{ \sum_i c_i \operatorname{Sp}_i^{(3)}(\beta) \}] d\beta.$$

Применяя разработанные подпрограммы сплайн-аппроксимации, данное уравнение решается программным путем.

Этот способ повышает точность и значительно уменьшает время обработки экспериментальных данных [3]. Появляется возможность работы в режиме реального времени.

Список литературы: 1. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. — М.: Гостехиздат, 1951. — 288 с. 2. Завьялов Ю. С. Методы сплайн-функций. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО АН СССР, 1978. — 210 с. 3. Костенко Ю. Т. Об одном подходе к автоматизации научных исследований. — См. статью в настоящем вестнике.

Поступила в редколлегию 16.11.82.

УДК 62—50

Л. М. ЛЮБЧИК, канд. техн. наук

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МИНИМАКСНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Эффективным методом решения задач теории управления в условиях неопределенности является минимаксный подход [1]. В сочетании с предложенным в работе [2] методом гарантированных эллипсоидальных оценок неопределенных векторных величин

$$x \in E(a, Q) = \{x | (x - a)^T Q^{-1} (x - a) \leq 1\}$$

этот подход позволяет получить разнообразные алгоритмы фильтрации и управления. Отказ от оптимальности оценок, заключающейся в минимизации объема аппроксимирующих эллипсоидов, значительно упрощает вычислительные процедуры при сохранении достаточной точности оценивания.

Рассмотрим управляемую динамическую систему вида

$$x(n+1) = Ax(n) + Bu(n) + \xi(n), \\ y(n) = Hx(n) + \eta(n), \quad (1)$$

где $x(n) \in R^N$ — вектор состояния, $u(n) \in R^M$ — вектор управления, $y(n) \in R^K$ — вектор наблюдения, A, B, H — заданные матрицы со-

ответствующих размерностей. Предположим начальное состояние и внешние воздействия заданными своими эллипсоидальными оценками

$$x(0) \in E(x_0, Q_0), \quad \xi(n) \in E(0, G), \quad \eta(n) \in E(0, S).$$

Построим рекуррентную оценку состояния $x(n+1) \in E(\hat{x}(n+1), Q(n+1))$ при условии, что задана последовательность управлений $\{u(0), \dots, u(n)\}$. Обозначим через $\tilde{x}(n+1), \tilde{Q}(n+1)$ параметры эллипсоидальной оценки, полученной по последовательности наблюдений $\{y(0), \dots, y(n)\}$ и аппроксимирующей, в силу (1), сумму эллипсоидов $E(0, G)$ и $E(A\tilde{x}(n) + Bu(n), AQ(n)A^T)$. Применяв аппроксимацию суммы эллипсоидов, которая предложена в работе [3], получим

$$\begin{aligned} \tilde{x}(n+1) &= A\tilde{x}(n) + Bu(n), \quad \tilde{Q}^{-1}(n+1) = \varepsilon(AQ(n)A^T)^{-1} + \delta G^{-1}, \quad (2) \\ \varepsilon &= \|AQ(n)A^T\| (1 + \sqrt{\|(AQ(n)A^T)^{-1}G\|})^{-1} (\|AQ(n)A^T\| + \|G\|)^{-1}, \\ \delta &= \|G\| (1 + \sqrt{\|G^{-1}AQ(n)A^T\|})^{-1} (\|AQ(n)A^T\| + \|G\|)^{-1}. \end{aligned}$$

Для вычисления оценки $\hat{x}(n+1), Q(n+1)$ с учетом нового наблюдения $y(n+1)$ построим эллипсоидальную аппроксимацию пересечения множеств

$$\begin{aligned} E(\tilde{x}(n+1), \tilde{Q}(n+1)) \cap E'(y(n+1), S), \\ E'(y(n+1), S) = \{x | (y(n+1) - Hx)^T S^{-1} (y(n+1) - Hx) \leq 1\}. \end{aligned}$$

В соответствии с методикой [4] квазиоптимальную минимаксную оценку найдем из условия

$$\begin{aligned} \min \max \| \hat{x} - x \|^2, \quad \hat{x} \in R^N, \quad x \in X, \\ X = \{x | (x - \tilde{x}(n+1))^T \tilde{Q}^{-1}(n+1) (x - \tilde{x}(n+1)) + \\ + (y(n+1) - Hx)^T S^{-1} (y(n+1) - Hx) \leq 1\}. \end{aligned}$$

Получаем выражения для параметров эллипсоидальной оценки:

$$\begin{aligned} \hat{x}(n+1) &= P(n+1) [H^T S^{-1} y(n+1) + \tilde{Q}^{-1}(n+1) \tilde{x}(n+1)], \\ Q(n+1) &= \beta(n+1) P(n+1), \quad P(n+1) = \\ &= [\tilde{Q}^{-1}(n+1) + H^T S^{-1} H]^{-1}, \quad (3) \\ \beta(n+1) &= 1 - \tilde{x}^T(n+1) \tilde{Q}^{-1}(n+1) \tilde{x}(n+1) - \\ &- y^T(n+1) S^{-1} y(n+1) + \tilde{x}^T(n+1) P(n+1) \tilde{x}(n+1). \end{aligned}$$

Преобразуя уравнение (3), получим

$$\hat{x}(n+1) = \tilde{x}(n+1) + P(n+1) H^T S^{-1} [y(n+1) - H\tilde{x}(n+1)]. \quad (4)$$

Таким образом, соотношения (2) — (4), дополненные начальными условиями $\hat{x}(0) = x_0, Q(0) = Q_0$, задают рекуррентный алгоритм минимаксной фильтрации.

Такой подход является эффективным при синтезе алгоритмов минимаксного управления. Рассмотрим задачу слежения за заданной программной траекторией $z(n)$

$$J(n+1) = \|x(n+1) - z(n+1)\|^2 \rightarrow \min, \quad u^T(n) D^{-1}u(n) \leq 1.$$

С учетом неопределенности вектора $x(n)$ определим последовательность управлений

$$\min \max \|Bu - z\|^2, \quad u \in E(0, D), \\ z \in E(A\hat{x}(n) - z(n+1), \quad \tilde{Q}(n+1)). \quad (5)$$

Решение задачи (5) можно получить лишь численными методами. Траектуя множество $E(0, D)$ как априорную информацию о векторе управлений, последовательность управлений $u^*(n)$ находим из условия

$$\min \max \|u^* - u\|^2, \quad u^* \in R^M, \\ u \in U = \{u \mid u^T D^{-1}u + (Bu - A\hat{x}(n) - z(n+1))^T \cdot \\ \tilde{Q}^{-1}(n+1)(Bu - A\hat{x}(n) - z(n+1)) \leq 1\}.$$

Алгоритм управления можно представить в виде $u^*(n) = [D^{-1} + B^T \tilde{Q}^{-1}(n+1)B]^{-1} B^T \tilde{Q}^{-1}(n+1)[z(n+1) - A\hat{x}(n)]$. Аналогично можно получить алгоритмы вычислений оценок точности управления с учетом неопределенности вектора состояний.

Такие алгоритмы целесообразно использовать в системах автоматизации эксперимента [5].

Список литературы: 1. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. — М.: Наука, 1977. — 230 с. 2. Черноусько Ф. Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов. — Изв. АН СССР. Сер. техн. кибернетика, 1980, № 3, с. 3—11. 3. Бакан Г. М. Фильтрация в условиях нестатически заданной неопределенности. — Автоматика, 1980, № 2, с. 13—21. 4. Гулинский О. В. О численном решении некоторых некорректных задач теории управления. — Автоматика и телемеханика, 1976, № 8, с. 66—80. 5. Костенко Ю. Т. Об одном подходе к автоматизации научных исследований. — См. статью в настоящем вестнике.

Поступила в редколлегию 19.11.82.

УДК 62—504.3

Н. Г. КИРЕЕВ, канд. техн. наук, **П. И. ЗАХАРЕНКО**
К ВОПРОСУ ИДЕНТИФИКАЦИИ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ
С КВАНТОВАННЫМ ПО УРОВНЮ ВЫХОДНЫМ СИГНАЛОМ

Рассмотрим объект

$$\dot{x} = Ax + Bf(\sigma) + m(t), \quad y = \varphi(Cx), \quad \sigma = D^T x, \quad (1)$$

где x — n -мерный вектор переменных состояния объекта, y — вектор выходных переменных, $m(t)$ — вектор возмущения, который

состоит либо из известных функций времени, либо из неизвестных констант. Матрицы A , C , D известны и постоянны. C — диагональная матрица с хотя бы одним ненулевым элементом. D — матрица-столбец. B — неизвестная матрица-столбец с элементами, изменяющимися от одного включения релейного элемента к другому. $\varphi(x)$ — векторная функция, компоненты которой — скалярные функции квантования по уровню соответствующих компонент вектора x . $f(\sigma)$ — скалярная релейная функция общего вида с гистерезисом и зоной нечувствительности.

Требуется определить значения компонент матрицы B во время каждого из включений релейного элемента. Рассматриваются объекты, у которых время включения релейного элемента меньше времени между двумя последовательными включениями на 3—5 порядков. Методы линеаризации [1, 2] либо использования скользящих режимов [3] применить невозможно. Предлагается определять компоненты матрицы B по результатам измерений, проведенных при включенном релейном управлении.

Решение дифференциального уравнения (1) при постоянном значении функции $f(\sigma)$ имеет вид

$$x(t) = e^{At} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B f(\sigma) d\tau + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} m(\tau) d\tau. \quad (2)$$

При $f(\sigma) = 0$ по результатам $n+r$ измерений (где r — число неизвестных постоянных возмущений) можно определить $x(t_0)$, m и знать $x(t)$ в любой момент между последовательными включениями релейного элемента, в том числе и в моменты времени, предшествующие моменту t_0 первого измерения на данном промежутке выключения релейного элемента. Измерения проводятся, когда функция $\varphi(x)$ изменяет значение и соответствующие компоненты x , y связаны однозначно.

Если известно $x(t)$, можно определить $\sigma(t)$, $f(t)$, моменты времени, в которые изменяется релейная функция, а также значения x в эти моменты времени. По этим данным определяются искомые компоненты матрицы B из уравнения (2) при включенном релейном управлении.

Этот метод используется в таких случаях: 1) постоянная матрица A неизвестна. Предварительно ее определяют при выключенном управлении; 2) матрица A является известной функцией времени. Тогда в уравнении (2) вместо матричной экспоненты будет фундаментальная матрица, определяемая из однородного дифференциального уравнения; 3) B , D — матрицы общего вида, $f(\sigma)$ — векторная релейная функция от векторного аргумента σ . Компоненты ее являются скалярными релейными функциями общего вида от соответствующих компонент вектора σ . Измерения производятся, когда выключены все релейные элементы. Применяется этот метод, когда промежутки времени, в течение которых f_i отличны от нуля, не накладываются друг на друга.

Измерения выходной величины y производятся с фиксированным шагом, т. е. система (1) является квантованной не только по уровню, но и по времени. В этом случае из-за неточного определения моментов времени, в которые функция $\varphi(x)$ изменяет свои значения, погрешности определения компонент матрицы B будут значительно больше.

Рассматривая вычислительные аспекты этого метода, следует отметить:

если определять $x(t_0)$, m не по $n+r$ измерениям, а по большему количеству методом наименьших квадратов, можно уменьшить погрешности определения искомого компонент матрицы B ;

для устранения накопления ошибок определения $x(t_0)$, m во времени можно наряду с определением $x(t_0)$, m найти $x(t_1)$, m для момента времени t_1 , который гораздо ближе к моменту последующего включения релейного элемента, чем t_0 . Первое измерение t_0 находим как можно ближе к моменту предшествующего выключения релейного элемента.

Можно увеличить быстродействие метода, когда матрица A представляет собой известную константу или функцию времени, вычисляя матричную экспоненту e^{At} или фундаментальную матрицу до начала процесса индентификации.

Этот метод и его модификации были реализованы для объекта второго порядка:

$$\ddot{x} = b\dot{f}(\sigma) + m(t), \quad y = \varphi(x), \quad \sigma = x + 10\dot{x}.$$

Результаты индентификации при использовании различных вариантов метода приведены в таблице, где использованы обозначения: b_1 — оценка искомого параметра b по результатам трех измерений; b_2 — оценка параметра по результатам 16 измерений, обработанных методом наименьших квадратов; b_3 — оценка параметра по результатам двух групп по 8 измерений в каждой, используемых для определения $x(t_0)$, m и $x(t_1)$, m соответственно; b_4 — оценка параметра b по результатам двух групп по 80 измерений в каждой; Δb — погрешности определения параметра b , %. Оценки b_1 , b_2 , b_3 производятся при непрерывном наблюдении выходного сигнала, что дает возможность точно определить моменты изменения значения

| b | b_1 | Δb | b_2 | Δb | b_3 | Δb | b_4 | Δb |
|-------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|
| 5,003 | 4,824 | 3,5 | 5,069 | 1,3 | 4,997 | 0,1 | 6,650 | 33,0 |
| 5,284 | 3,770 | 28,7 | 5,095 | 3,4 | 5,300 | 0,3 | 6,509 | 23,0 |
| 4,866 | 4,576 | 6,0 | 4,586 | 5,8 | 4,906 | 0,8 | 5,906 | 21,4 |

функции $f(x)$ во время каждого из измерений. Уровень квантования выходного сигнала при этом равен 0,1. Оценка b_4 производится при дискретном наблюдении выходного сигнала с периодом 0,005 с. и уровне квантования 0,01. В этом случае результаты идентификации параметра b значительно хуже, как и предсказывалось выше.

Таким образом, рассматриваемый метод обладает достаточной точностью.

Список литературы: 1. *Цыпкин Я. З.* Релейные автоматические системы.— М.: Наука, 1974.—576 с. 2. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния.— М.: Мир, 1975.—684 с. 3. *Уткин В. И.* Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой.— М.: Наука, 1974.—272 с.

Поступила в редколлегию 01.12.80.

УДК 681.327

В. М. ЕРМОЛЕНКО, канд. техн. наук, *И. А. ТОКМАКОВА*

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ, ЗАДАННЫХ МАТРИЦАМИ

Ряд задач технической диагностики и распознавания образов математически трактуется следующим образом: элементы матриц A , B имеют значения 0 или 1. Размерность матрицы A — $n \times m$, а B — $s \times m$, причем $s < n$. При решении задачи величина s увеличивается. Матрица B представляет собой k последовательных строк матрицы A . Необходимо определить номер строки матрицы A , начинающей с которой матрица B с ней совпадает. Рассматривая строки матриц A , B как некоторые числа, записанные в двоичном коде, представляем каждую из матриц в виде таблицы десятичных чисел. По этим данным строим функции $F(x)$ и $f(x)$, соответствующие матрицам A , B . Эти функции можно получить методом приближения эмпирической функции линейной комбинацией показательных функций*. Функция $F(x)$ задана таблично, ее можно записать следующим образом:

$$F(x_0 + j\Delta x) = R_0 + R_1 e^{\lambda_1(x_0 + j\Delta x)} + \dots + R_n e^{\lambda_n(x_0 + j\Delta x)},$$
$$j = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

Обозначим в выражении (1) $e^{\lambda_1 \Delta x} = u_1$, $e^{\lambda_2 \Delta x} = u_2$, ..., $e^{\lambda_n \Delta x} = u_n$. Следуя методу, приведенному в работе А. Анго, определяем значения u_1 , u_2 , ..., u_n , находим показатели степени λ_1 , λ_2 , ..., λ_n и вычисляем коэффициенты R_0 , R_1 , ..., R_n . Функция $F(x)$ не всегда имеет вид (1), он зависит от значений u_1 , u_2 , ..., u_n .

Рассмотрим три возможных варианта получения $F(x)$,

* Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров.— М.: Наука, 1965.—780 с.

1. Все u_s ($s = 1, 2, \dots, n$) вещественные положительные. Тогда

$$\lambda_s = \frac{1}{\Delta x} \ln u_s.$$

Представление $F(x)$ через комбинацию экспонент имеет вид

$$F(x) = R_0 + R_1 e^{\lambda_1 x} + R_2 e^{\lambda_2 x} + \dots + R_n e^{\lambda_n x}.$$

2. Среди u_s есть вещественные отрицательные, например u_k . Тогда

$$\lambda_k = \frac{1}{\Delta x} [1 \ln |u_k| + (2n + 1) \pi i],$$

$$F(x) = R_0 + R_1 e^{\lambda_1 x} + \dots + R_k e^{\frac{x}{\Delta x} \ln |u_k|} e^{\frac{x}{\Delta x} (2n+1) \pi i} + \dots + R_n e^{\lambda_n x}.$$

Учитывая, что

$$e^{\frac{x}{\Delta x} (2n+1) \pi i} = \cos \frac{x}{\Delta x} (2n + 1) \pi + i \sin \frac{x}{\Delta x} (2n + 1) \pi = \cos \frac{x}{\Delta x} \pi,$$

будем иметь

$$F(x) = R_0 + R_1 e^{\lambda_1 x} + \dots + R_k e^{\frac{x}{\Delta x} \ln |u_k|} \cos \frac{x}{\Delta x} \pi + \dots + R_n e^{\lambda_n x}.$$

Таким образом, при наличии вещественных отрицательных u_k в выражении $F(x)$ будут присутствовать члены вида

$$R_k e^{\frac{x}{\Delta x} \ln |u_k|} \cos \frac{x}{\Delta x} \pi.$$

3. Среди u_s есть комплексные сопряженные. Например, $u_k = \alpha + i\beta$; $u_{k+1} = \alpha - i\beta$. В этом случае

$$\lambda_k = \frac{1}{\Delta x} \left(\ln \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + i \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} \right),$$

$$\lambda_{k+1} = \frac{1}{\Delta x} \left(\ln \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - i \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} \right).$$

Комплексным сопряженным u будут соответствовать комплексные сопряженные $\lambda_k = \rho + i\mu$, $\lambda_{k+1} = \rho - i\mu$. Отсюда

$$F(x) = R_0 + R_1 e^{\lambda_1 x} + \dots + (a + ib) e^{(\rho + i\mu)x} + (a + ib) e^{(\rho - i\mu)x} + \dots + R_n e^{\lambda_n x}.$$

Преобразуя выражение, окончательно получим

$$F(x) = R_0 + R_1 e^{\lambda_1 x} + \dots + 2e^{\rho x} (a \cos \mu x - b \sin \mu x) + \dots + R_n e^{\lambda_n x}.$$

Выражение $F(x)$ содержит член $2e^{\rho x} (a \cos \mu x - b \sin \mu x)$, соответствующий паре комплексных сопряженных u .

Дальнейшее решение заключается в нахождении функции

$$I = \int_x^{x+l} F(x) dx - \int_0^l f(x) dx$$

и ее минимизации. Значение l берется равным единице. Найденное значение x обеспечивает минимум I и определяет начало интервала совпадения функций $F(x)$, $f(x)$ и строку, начиная с которой совпадают матрицы A , B . Если решение неоднозначно, то значение l увеличивается на единицу до получения единственного интервала совпадения.

Другой способ решения заключается в том, что по данным таблиц строятся кусочно-линейные функции $H(x)$ и $h(x)$, соответствующие матрицам A , B . В основе решения лежит соотношение

$$\sum_{j=0}^s \int_{x+j}^{x+j+1} H(x) dx = \sum_{j=0}^s \int_j^{j+1} h(x) dx.$$

Из этого уравнения определяется номер строки, начиная с которой матрицы A и B совпадают. При малом числе строк матрицы B возможна неоднозначность полученного решения. Тогда учитываются $s+1$ и следующие строки до получения однозначного решения для x . Если размерность матриц $A - n \times m$, а $B - s \times p$, причем $n > s$, а $m > p$, составляется матрица C размерности $n(m-p+1) \times p$. Каждый блок матрицы C представляет n строк и p столбцов матрицы A . Первый блок — это первое p столбцов матрицы A , следующие блоки получаются путем сдвига на один столбец вправо. Дальнейшее решение задачи совпадает с изложенным выше, если матрицу A заменить матрицей C .

Третий способ решения задачи состоит в том, что функция $F(x)$ представляется в аналитической форме, а функция $f(x)$ строится как кусочно-линейная. Интервал идентификации расширяется до получения единственного минимума.

Эта методика может быть обобщена на задачах, где элементы матрицы представляют собой любые числа.

Поступила в редколлегию 15.11.82.

УДК 62—503

Э. А. ПИКУР, канд. техн. наук, В. П. СЕВЕРИН

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПО ЧАСТОТНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Методы определения коэффициентов передаточных функций по частотным характеристикам обладают большой точностью, малым влиянием шумов, большой избыточностью информации [1]. Для про-

стейших звеньев разработаны графические методы определения передаточных функций по логарифмическим амплитудным характеристикам [2] и по вещественной и мнимой частотным характеристикам [3]. Точнее можно определить передаточную функцию на цифровой ЭВМ с помощью универсальных методов. Один из таких методов заключается в формировании и решении системы линейных алгебраических уравнений [4].

Частотная передаточная функция линейного звена системы автоматического регулирования имеет вид

$$W(j\omega) = B(j\omega)/A(j\omega), \quad A(j\omega) = \sum_{k=0}^n (j\omega)^k a_k, \quad B(j\omega) = \sum_{k=0}^m (j\omega)^k b_k, \\ a_0 = 1, \quad (1)$$

где $j^2 = -1$, ω — круговая частота, A, B, W — комплексные функции частоты и коэффициентов a_k ($k = 1, n$) и b_k ($k = 0, m$).

С целью упрощения преобразований введем обозначение $k = \overline{i(2)n}$ для числовой последовательности, элементы которой, начиная с $k = i$, увеличиваются на 2 и не превосходят n , и положим

$$\omega_0 = 1, \quad \omega_1 = \omega, \quad \omega_2 = -\omega^2, \quad \omega_k = \omega^2 \omega_{k-2}, \quad k = \overline{3, 2n}. \quad (2)$$

С учетом этих обозначений можно записать $A = A_1 + jA_2$, $B = B_1 + jB_2$, где

$$A_1 = \sum_{k=\overline{0(2)n}}^n \omega_k a_k, \quad A_2 = \sum_{k=\overline{1(2)n}}^n \omega_k a_k, \quad B_1 = \sum_{k=\overline{0(2)m}}^m \omega_k b_k, \quad B_2 = \sum_{k=\overline{1(2)m}}^m \omega_k b_k \quad (3)$$

вещественные функции частоты и коэффициентов. Полагая в выражении (1) $W = X + jY$, получаем вещественную и мнимую частотные характеристики как вещественные функции частоты и коэффициентов:

$$X = (A_1 B_1 + A_2 B_2)/(A_1^2 + A_2^2), \quad Y = (A_1 B_2 - A_2 B_1)/(A_1^2 + A_2^2). \quad (4)$$

Если U_i, V_i ($i = \overline{1, l}$) — значения экспериментальных вещественной и мнимой частотных характеристик на частоте ω_i , то минимизируя функцию неизвестных коэффициентов $z = (a_1, a_2, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m)^T$,

$$S(z) = \sum_{i=1}^l s_i(z), \quad (5)$$

$$\text{где } s_i(z) = [U_i - X(z, \omega_i)]^2 + [V_i - Y(z, \omega_i)]^2, \quad (6)$$

можно вычислить z с заданной допустимой погрешностью.

В статье [4] описан метод, в котором для вычисления коэффициентов передаточной функции решается специально сформированная система линейных алгебраических уравнений. Однако формулы, данные в этой работе, можно упростить. Рассматривая частотные характеристики на одной частоте, индекс частоты i опускаем.

На основании (6) запишем $s = e/|A|^2$, где $e = (UA_1 - VA_2 - B_1)^2 + (VA_1 + UA_2 - B_2)^2$. Обозначая $G = U^2 + V^2$ (7), получаем

$$e = G(A_1^2 + A_2^2) + (B_1^2 + B_2^2) - 2[(UA_1 - VA_2)B_1 + (VA_1 + UA_2)B_2]. \quad (8)$$

В работе [4] минимизируется не функция (5), а функция

$$E(z) = \sum_{i=1}^l e_i(z, \omega_i), \quad (9)$$

которая квадратична относительно z . Минимум ее определяется из условия

$$\frac{\partial E}{\partial z_k} = \sum_{i=1}^l \frac{\partial e_i}{\partial z_k} = 0, \quad k = \overline{1, n+m+1}. \quad (10)$$

На основании (8)

$$\frac{\partial e}{\partial z_k} = \frac{\partial e}{\partial A_1} \frac{\partial A_1}{\partial z_k} + \frac{\partial e}{\partial A_2} \frac{\partial A_2}{\partial z_k} + \frac{\partial e}{\partial B_1} \frac{\partial B_1}{\partial z_k} + \frac{\partial e}{\partial B_2} \frac{\partial B_2}{\partial z_k},$$

где

$$\frac{1}{2} \frac{\partial e}{\partial A_1} = GA_1 - UB_1 - VB_2; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial e}{\partial A_2} = GA_2 + VB_1 - UB_2;$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial e}{\partial B_1} = -UA_1 + VA_2 + B_1; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial e}{\partial B_2} = -VA_1 - UA_2 + B_2;$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial a_r} = \omega_r, \quad r = \overline{1(2)n}; \quad \frac{\partial A_1}{\partial a_r} = \omega_r, \quad r = \overline{2(2)n};$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial b_r} = \omega_r, \quad r = \overline{0(2)m}; \quad \frac{\partial B_2}{\partial b_r} = \omega_r, \quad r = \overline{1(2)m}.$$

После алгебраических преобразований с учетом обозначений (2)–(3) систему линейных алгебраических уравнений (10) получим в виде $Hz = c$ (11), где H — матрица размерности $(n+m+1) \times (n+m+1)$, z, c — векторы размерности $n+m+1$:

$$H = \begin{bmatrix} -P_2 & 0 & -P_4 & \dots & T_1 & T_2 & T_3 & \dots \\ 0 & P_4 & 0 & \dots & -T_2 & -T_3 & -T_4 & \dots \\ -P_4 & 0 & -P_6 & \dots & T_3 & T_4 & T_5 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_1 & -T_3 & T_5 & \dots & Q_0 & 0 & Q_2 & \dots \\ T_2 & -T_3 & T_4 & \dots & 0 & -Q_2 & 0 & \dots \\ T_3 & -T_4 & T_5 & \dots & Q_2 & 0 & Q_1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

$$z = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ -P_2 \\ 0 \\ \dots \\ T_0 \\ T_1 \\ T_2 \\ \dots \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$P_k = \sum_{i=1}^l G_i \omega_{ki}, \quad k = \overline{2(2)2n}; \quad G_k = \sum_{i=1}^l \omega_{ki}, \quad k = \overline{0(2)2m};$$

$$T_k = \begin{cases} \sum_{i=1}^l U_i \omega_{ki}; & k = \overline{0(2)n+m}; \\ \sum_{i=1}^l V_i \omega_{ki}; & k = \overline{1(2)n+m}. \end{cases} \quad (13)$$

Теперь алгоритм определения вектора коэффициентов z передаточной функции с заданными n, m по частотным характеристикам U_i, V_i ($i = \overline{1, l}$) на экспериментальных частотах ω_i состоит из таких этапов:

по формулам (7), (2) вычислить G_i, ω_{ki} ($i = \overline{1, l}; k = \overline{0, 2m}$);

по формулам (13) вычислить P_k ($k = \overline{2(2)2n}$), Q_k ($k = \overline{0(2)2m}$), T_k ($k = \overline{0, n+m}$);

на основании (12) сформировать матрицу H и вектор c ;

решить систему линейных алгебраических уравнений (11), определив вектор неизвестных коэффициентов z .

В работе [4] рекомендуется умножать элементы матрицы H и вектора c на отрицательные степени максимальной частоты ω_l , чтобы уменьшить ошибки округления и избежать переполнения разрядной сетки цифровой ЭВМ. Изменяя масштаб частоты в 10^r раз, где r определяется из условия $0,5 \leq 10^r \omega_l \leq 5$, результат получим тот же. Тогда в вычисленных коэффициентах

$$a_k (k = \overline{1, n}), \quad \bar{b}_k (k = \overline{0, m})$$

изменяем порядок, умножая их на 10^{kr} .

Этот алгоритм исследовался на стандартных передаточных функциях [5], для которых по известным коэффициентам на основании формул (2)—(4) вычислялись с машинной точностью вещественные и мнимые частотные характеристики на 14-ти частотах в диапазоне $10^{-3} < \omega < 1$. Эти частотные характеристики были взяты как исходные для определения коэффициентов передаточных функций. При этом относительная погрешность вычисления коэффициентов по сравнению с известными значениями для $m = 0, n =$

$\overline{= 1, 8}$ не превысила 10^{-6} , а для $m = 1, 2, n = \overline{1, 6}$ — не превысила 10^{-4} .

Если взять тестовой пример из работы [4] с передаточной функцией

$$W(p) = (1 + p)/(1 + 0,1p + 0,01p^2),$$

то при задании частотных характеристик с двумя цифрами после запятой погрешность определения коэффициентов достигает величины 10^{-2} [4], а при задании частотных характеристик с машинной точностью эта погрешность не превышает 10^{-10} . Следовательно, погрешность вычисления и переход от минимизации функции (5) к минимизации функции (9) сказываются на результатах идентификации гораздо меньше, чем погрешность задания частотных характеристик.

Рассмотренный алгоритм идентификации можно применять для понижения порядка передаточной функции и упрощения математических моделей линейных звеньев.

Список литературы: 1. Дейч А. М. Методы идентификации динамических объектов.— М.: Энергия, 1979.— 240 с. 2. Гроп Д. Методы идентификации систем.— М.: Мир, 1979.— 302 с. 3. Генкин Л. И. Определение динамических характеристик процессов в деревообрабатывающей промышленности.— М.: Лесная промышленность, 1973.— 119 с. 4. Сахаров В. В. Идентификация автоматических систем по экспериментальным частотным характеристикам.— Изв. вузов. Сер. электромеханика, 1976, № 4, с. 466—470. 5. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.— 600 с.

Поступила в редколлегию 09.12.80.

УДК 519.854

О. Н. МАЛЫХ, канд. техн. наук

МЕТОД ЛОКАЛЬНОГО ПОИСКА РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Задача построения расписания считается заданной, если определены: множества деталей $I = \{\overline{i} \mid i = \overline{1, n}\}$ и станков для их обработки $Q = \{q \mid q = \overline{1, m}\}$; индивидуальная технологическая последовательность выполнения операций $\vec{O}_i = (iq_1, iq_2, \dots, iq_j, \dots, iq_{j'})$ каждой детали, где iq_j — операция детали i , выполняемая на станке q в j -м порядке; длительность t_{iq} каждой операции. Надо построить расписание начала и завершения каждой операции минимальной длительности.

Расписание можно построить, если установлено допустимое сочетание порядков $\vec{O}_q = (i_1q, i_2q, \dots, i_{pq}, \dots, i_{mq})$, $q = \overline{1, m}$, осуществления операций на станках. Здесь i_pq — операция детали i , вы-

полняемая на станке q в p -м порядке согласно установленной очереди.

Последовательности $\vec{O}_i, i = \overline{1, n}$ и допустимый набор $\vec{O}_q, q = \overline{1, m}$, план задачи представим матрицами $T = \|iq_j\|_{n \times \max_i j_i}$ и $\Pi = \|i_p q\|_{m \times \max_q p}$.

Если для Π из множества допустимых планов D определена окрестность $L(\Pi)$, метод локального поиска работает согласно эвристическому принципу малых шагов — находить подходящее решение, а затем искать лучшее в окрестности найденного приближения. Он характеризуется шестью параметрами (А, Б, В, Г, Е, Ж), где А представляет способ построения допустимого плана задачи; Б — правило формирования окрестностей плана; В — способ задания фильтра решений, т. е. выделение подмножества планов в D , перспективных для осуществления поиска; Г — правило выбора очередного приближения в исследуемых окрестностях; Е — порядок использования правила организации окрестностей; Ж — количество начальных точек, по отношению к которым применяется процедура поиска решения.

Построение допустимого плана осуществляет алгоритм I.

1. Сформировать матрицу весов $\Theta = \|\xi_{ij}\|_{n \times \max_i j_i}$, где ξ_{ij} — вес, соответствующий операции iq_j в последовательности \vec{O}_i , путем генерации монотонно возрастающих последовательностей $\Theta_i' = (\xi_{ij} < \xi_{i,j+1} | j = \overline{1, j_i - 1}, i = \overline{1, n}$, псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на интервале $(0, 1)$, таких, что $\forall i, i' \in I, i \neq i', \Theta_i \cap \Theta_{i'} = \emptyset$.

2. Для всех станков $q \in Q$ выделить множества выполняемых на них операций $Oq, q = \overline{1, m}$.

3. Упорядочить операции каждого из множеств $Oq, q = \overline{1, m}$, по возрастанию соответствующих им весов в матрице Θ , т. е. получить последовательности выполнения операций $\vec{O}_q, q = \overline{1, m}$ и допустимый план Π .

Алгоритм позволяет получить один план. Переход к другому плану осуществляется изменением состава чисел в $\Theta_i, i = \overline{1, n}$, т. е. изменением весов операций множеств $Oq, q = \overline{1, m}$.

Формирование окрестности реализует алгоритм II.

1. Составить матрицу весов Θ_0 и соответствующее ей исходное решение Π_0 .

2. Установить случайное сочетание номеров деталей $I_k = \{i_v | v = \overline{1, K}\}$ над I .

3. В Θ_0 строки с номерами из I_k заменить на новые последовательности $\Theta_{i_v}' = \{\xi_{i_v j} < \xi_{i_v, j+1} | j = \overline{1, j_{i_v} - 1}, v = \overline{1, K}$, псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на $(0, 1)$, а значе-

ния весов остальных строк оставить прежними, т. е. получить новую матрицу весов Θ' .

4. Используя T , Θ' , построить допустимый план Π' .

В каждом допустимом плане порядок выполнения операций определяется соотношениями между их весами. Поэтому в плане Π' операции k деталей из I_K , которым присвоены новые значения весов, изменят свой порядок следования по отношению к порядку их выполнения в исходном плане Π_0 . Остальные операции будут выполняться в Π' в таком же порядке, как и в Π_0 , так как их веса не менялись. Следовательно, в Π' имеет место частичное изменение упорядоченности операций относительно Π_0 .

При N -кратном повторении шагов 2—4 алгоритма последовательно фиксируются случайные сочетания над I заданного порядка K , каждое из которых используется для построения одного Π' . В результате получим подмножество планов из $L(\Pi_0, K)$ — окрестности исходного Π_0 .

Уменьшение разброса планов в $L(\Pi_0, K)$ по отношению к Π_0 , т. е. сокращение окрестности, обеспечивается уменьшением количества выбираемых деталей, для операций которых устанавливается новый порядок выполнения относительно Π_0 .

Эффективность метода локального поиска достигается введением фильтра решений, локализирующего процесс поиска решения задачи в подмножестве $\bar{D} \subset D$, перспективных для исследования планов.

Преобразование $\Pi \notin \bar{D}$ в план $\bar{\Pi} \in \bar{D}$ и построение расписания по T , $\bar{\Pi}$ осуществляет алгоритм III.

1. Положить $h = 1$; $\forall i \in I$, $\forall q \in Q$ положить $U_i = 0$, $U_q = 0$.

2. Выбрать из T множество O_T^h , а из Π — множество O_Π^h операций, не имеющих предшествующих.

3. Сформировать разбиения $O_T^h/q = \{O_T^{h,q}/q = \overline{1, m}\}$, $O_\Pi^h/q = \{O_\Pi^{h,q}/q = \overline{1, m}\}$ по номеру станка q .

4. Положить $q = 1$.

5. Если $O_T^{h,q} = \emptyset$, перейти к п. 11.

6. Если $O_T^{h,q} \cap O_\Pi^{h,q} \neq \emptyset$, выбрать операцию $iq \in O_\Pi^{h,q}$ и перейти к п. 10.

7. Если $|O_T^{h,q}| = 1$, выбрать операцию $iq \in O_T^{h,q}$ и перейти к п. 9.

8. Равновероятно выбрать операцию iq из $O_T^{h,q}$.

9. Для всех операций из \vec{O}_q^h , предшествующих iq , осуществить сдвиг на единицу вправо, а iq поместить на место операции из $O_\Pi^{h,q}$.

10. Для операций iq положить $u_{iq} = u_i$, вычислить $u_i = \max \times (u_{iq}, u_q) + t_{iq}$ и положить $u_q = u_i$.

11. Положить $q = q + 1$; если $q \leq m$, перейти к п. 5.

12. Положить $h = h + 1$; выбрать из T множество O_T^h операций, предшествующие которым включены в расписание.

13. Если $O_T^h \neq \emptyset$, выбрать из Π множество O_Π^h операций, предшествующие которым включены в расписание, и перейти к п. 3; иначе вычислить длительность расписания и остановиться.

Здесь u_{iq}, u_q — моменты завершения операций, которые непосредственно предшествуют в последовательностях \vec{O}_i, \vec{O}_q операции iq , включаемой в расписание; u_i — ранний срок завершения операции детали i , которая последней включена в составленную часть расписания.

Рассмотрим условия формирования расписания на h -ом цикле алгоритма при заданных $T, \Pi \in \bar{D}$. Будем считать, что все операции, включаемые в расписание на каждом цикле h алгоритма, образуют множество O^h .

Пусть на h -ом цикле алгоритма выделены из T, Π соответственно множества O_T^h, O_Π^h . Создаются разбиения $O_T^h/q = \{O_T^{hq}/q = \overline{1, m}\}, O_\Pi^h/q = \{O_\Pi^{hq}/q = \overline{1, m}\}$, для элементов которых $|O_T^{hq}| \geq 1, |O_\Pi^{hq}| = 1$. Операции O_T^{hq}, O_Π^{hq} принадлежат последовательности $\vec{O}_q^h = (i_p^h q, i_{p+1}^h q, \dots, i_{r_q}^h q)$ операций на станке q , не включенных в расписание перед реализацией h -го цикла алгоритма, где $i_p^h q \in O_\Pi^{hq}$.

Поскольку $(\forall h) O_T^h \cap O_\Pi^h \neq \emptyset$, так как в противном случае Π является недопустимым планом, для каждого h существует хотя бы одна операция $iq \in O_T^h \cap O_\Pi^h$, включаемая в расписание. Число операций в расписании на h -ом цикле можно реализовать, если есть хотя бы один станок q , для которого $O_T^{hq} \neq \emptyset$, а $O_T^{hq} \cap O_\Pi^{hq} = \emptyset$. При этом каждая операция из O_T^{hq} имеет в \vec{O}_q^h такой порядковый номер p' , что $p < p' \leq p_q$.

Определение. Правилom единичного левого сдвига называется изменение порядка выполнения операций в последовательности \vec{O}_q^h , осуществляемое передвижением некоторой операции из O_T^{hq} на первое место в \vec{O}_q^h при сохранении порядка следования остальных операций.

В результате выполнения на h -м шаге алгоритма в последовательности \vec{O}_q^h единичного левого сдвига в O_Π^{hq} попадает сдвигаемая операция, принадлежащая O_T^{hq} . Поэтому $O_T^{hq} \cap O_\Pi^{hq} \neq \emptyset$ и операция $iq \in O_\Pi^{hq}$ включается в расписание. Конечное число единичных левых сдвигов на каждом цикле h алгоритма преобразует первоначальный план $\Pi \notin \bar{D}$ в допустимый план $\bar{\Pi} \in \bar{D}$. Он характеризуется тем, что на каждом цикле h в расписание включается максимально возможное количество операций, равное числу станков, на которых должны выполняться операции из O_T^h , т. е. $(\forall h) |O^h| = |O_T^h/q|$.

Два допустимых плана эквивалентны, если один из них может быть получен из другого с помощью некоторого числа единичных левых сдвигов. Очевидно, каждый допустимый план $\bar{P} \notin \bar{D}$ эквивалентен некоторому плану $\bar{P} \in \bar{D}$.

Такой алгоритм не фиксирует \bar{P} , а осуществляет построение расписания, определяемого планом \bar{P} , который эквивалентен данному допустимому $\bar{P} \notin \bar{D}$.

При преобразовании $\bar{P} \notin \bar{D}$ и формировании расписания на 8-м шаге алгоритма возможен неоднозначный выбор операции из $O_T^{hg} \neq \emptyset$ для выполнения единичного левого сдвига, так как $|O_T^{hg}| \geq 1$. Тогда один и тот же допустимый план \bar{P} будет эквивалентен нескольким различным планам из \bar{D} .

Если для всякого допустимого $\bar{P} \in L(\Pi_0, K)$ ограничиться однократным употреблением алгоритма, получим подмножество $S(\Pi_0) \subset \bar{D}$, планы которого оцениваются длительностью расписания. Фиксация приближения осуществляется запоминанием матрицы весов Θ^* , которая порождает план $\bar{P}^* \in L(\Pi_0, K)$, являющийся прообразом плана $\bar{P} \in S(\Pi_0)$ приближения. При построении очередной окрестности в D за исходную матрицу весов принимается Θ^* , т. е. $\Theta_0 = \Theta^*$, устанавливающая новый исходный план $\Pi_0 = \bar{P}^*$.

Рассмотренные алгоритмические реализации параметров А, Б, В метода локального поиска являются основой для разработки алгоритма управления процессом поиска решения.

Для задания правила Б достаточно указать порядок K сочетания I_k номеров деталей. Возможные значения порядков сочетаний определяются вектором $\vec{K} = (K_\lambda / \lambda = 1, \Lambda)$, последовательность записи элементов которого обуславливает очередность их применения при задании правила Б в ходе поиска. Число Λ показывает, сколько различных по порядку сочетаний может быть образовано.

Общая схема метода предусматривает сокращение в процессе поиска составляемых окрестностей, что достигается представлением \vec{K} монотонно убывающей последовательностью чисел.

Если в течение поиска исчерпаны все возможности применения порядка K_λ , метод локального поиска заканчивает работу по отношению к выбранной начальной точке и может быть продолжен с новой начальной точки при заданном векторе \vec{K} .

Для получения начальной точки значение $K_1 \in \vec{K}$ полагается равным n . Тогда обнаружение приближения, принимаемого за начальную точку, осуществляется во всей области D . Величина любого другого элемента $K_\lambda \in \vec{K}$ находится редуцированием значения элемента $K_{\lambda-1}$, например делением пополам.

Алгоритм управления поисковым процессом устанавливает: по правилу Е порядок использования элементов \vec{K} при построении

окрестностей; по правилам Г1, Г2 способ выделения текущего приближения в исследуемой окрестности.

Согласно правилу Е в ходе поиска решения учитывается предыстория поискового процесса. Если в окрестности с параметром $K_{\lambda-1}$ выделено приближение, на следующей итерации формируется окрестность найденного приближения с прежним параметром $K_{\lambda-1}$. Он употребляется, пока в последовательно образуемых окрестностях происходят улучшения решения. Если на последней итерации нет приближения, выполняется построение окрестности прежнего приближения с новым параметром K_{λ} .

Выбор направления поиска, т. е. выделение в окрестности плана, принимаемого за текущее исходное решение, осуществляется или по первому приближению — правило Г1, при обнаружении которого прекращается исследование окрестности, или по наилучшей пробе — правило Г2, получаемой после многократного построения случайных решений в изучаемой окрестности, число которых определяется априори заданным объемом выборки N . Одновременно величина N является верхней границей числа решений, образуемых при использовании правила Г1.

Поступила в редколлегию 20. 11. 82.

УДК 656.512

А. Е. ГОЛОСКОКОВ, канд. техн. наук, В. С. ПЕДАН

МЕТОДЫ И МОДЕЛИ АДАПТАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ К СЛУЧАЙНЫМ КОЛЕБАНИЯМ СПРОСА НА ПЕРЕВОЗКИ

Работа транспорта планируется в условиях, когда параметры, характеризующие спрос на перевозки, являются не стационарными, случайными или неопределенными. В одних случаях статистика позволяет установить законы распределения и их параметры, в других — возможны колебания спроса на перевозки относительно прогнозируемых величин. Поэтому необходима разработка методов адаптации транспортных систем к колебаниям спроса. Рассмотрим основные подходы к решению поставленной задачи.

Первый — заключается в построении стохастических одноэтапных моделей распределения транспортных средств (ТС), которые учитывали бы влияние случайных факторов на ход транспортного процесса. Такие модели обладают более высокой степенью адекватности, а их оптимальные планы могут быть использованы при формировании расписания движения ТС.

Второй — в корректировке расписания, которая реализуется с помощью многоэтапных стохастических моделей. Однако он обладает нестабильностью расписания, и корректировка его выполняется только при устойчивых колебаниях спроса. В целом этот подход можно рекомендовать как метод корректировки плана регулярных перевозок.

Третий подход заключается в оптимальном маневрировании парком ТС для удовлетворения непредсказуемых колебаний спроса. В этом случае решается задача оперативного перераспределения парка ТС в условиях нестационарного по времени спроса. Это позволяет учесть условие стабильности расписания и повысить интенсивность использования производственных фондов.

В работе [1] показано, что принятие решения осуществляется с помощью модели маневрирования ТС, имеющей вид

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \left[\sum_{i \in I} (a_{ij}^k z_{ij}^k + b_{ij}^k x_{ij}^k) - P_j^k(C_j^k, x_{ij}^k) \right] \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij}^k z_{ij}^k \geq Q_k, \quad k \in K; \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} g_{ij}^k x_{ij}^i \leq \Lambda_e^k, \quad k \in K, \quad e \in L; \quad (3)$$

$$z_{ij}^k - j_{ij}^k x_{ij}^k \leq 0, \quad k \in K, \quad i \in I, \quad j \in J; \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq K_{ij}, \quad i \in I, \quad j \in J; \quad (5)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad z_{ij}^k \geq 0, \quad k \in K, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad (6)$$

где x_{ij}^k , z_{ij}^k — переменные модели (1) — (6), i — тип ТС; j — транспортное предприятие; k — нерегулярное направление перевозок. Реальный физический смысл параметров модели показан в работе [1]. Модель (1) — (6) — линейная задача дискретного программирования с разрывной целевой функцией (разрывность обусловлена функциями P_j^k). Размерность модели: $2 \times I \times J \times K$ переменных и $K(L + 1) + (K + 1) + (I + J)$ ограничений, что составляет матрицу размером 5000×3000 .

Особенность модели (1) — (6) затрудняет решение задачи в целом, что обуславливает необходимость использования методов декомпозиции. В работах [2—3] показано, что для решения распределительных задач целесообразно использовать метод параметрической декомпозиции. Рассмотрим построение двухуровневой системы оптимизации модели (1) — (6) с использованием алгоритма параметрической декомпозиции.

Узлом (подсистемой) H_j будем называть j -е транспортное предприятие с транспортными средствами и направлениями перевозок. Тогда исходную задачу (1) — (6) можно интерпретировать как задачу перераспределения ТС по подсистемам. Это позволяет сформировать двухуровневую систему решения поставленной задачи. На нижнем уровне для каждой подсистемы H_j решается задача распределения парка ТС всех типов по нерегулярным направлениям перевозок, принадлежащих узлу при фиксированных объемах перевозок Q_k и пропускных способностях Λ_e^k . Суть координирующей задачи заключается в распределении ТС по подсистемам. Технико-экономическая интерпретация и алгоритм параметрической декомпо-

зиции позволяют расчлениить исходную модель (1) — (6) на J независимых подзадач вида

$$S_j = \sum_{k \in K} \left[\sum_{i \in I} (a_{ij}^k z_{ij}^k + b_{ij}^k x_{ij}^k) - P_j^k(C_j^k, x_{ij}^k) \right] \rightarrow \min;$$

$$\sum_{i \in I} d_i^k z_{ij}^k \geq Y_{jk}^1, \quad k \in K; \quad \sum_{i \in I} g_{ie}^k x_{ij}^k \leq Y_{jek}^2, \quad k \in K, \quad e \in L;$$

$$z_{ij}^k - f_{ij}^k x_{ij}^k \leq 0, \quad i \in I, \quad k \in K; \quad \sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq K_{ij}, \quad i \in I;$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad z_{ij}^k \geq 0, \quad i \in I, \quad k \in K, \quad j \in J.$$

Пусть $S_j(Y_{jk}^1, Y_{jk}^2)$ — минимальное значение целевой функции j -ой подзадачи, полученное при фиксированных Y_{jk}^1, Y_{jk}^2 . Тогда координирующую задачу можно представить в виде:

$$\sum_{j \in J} S_j(Y_{jk}^1, Y_{jk}^2) \rightarrow \min; \quad \sum_{j \in J} Y_{jk}^1 \geq Q_k, \quad k \in K;$$

$$\sum_{j \in J} Y_{ilk}^2 \leq \Lambda_l^k, \quad l \in L, \quad k \in K; \quad Y_{jk}^1 \geq 0; \quad Y_{jk}^2 \geq 0, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad l \in L.$$

Целевая функция координирующей задачи является выпуклой и задана в неявном виде, а ограничения линейны. Подзадачи имеют тот же вид, что и исходная (1) — (6).

Для оптимизации координирующей задачи и подзадач можно использовать известные численные методы математического программирования.

Таким образом, рассмотрен один из возможных подходов к построению модели принятия решения. Он может быть рекомендован для планирования работы ТС в условиях случайных колебаний спроса на перевозки.

Список литературы: 1. Педан В. С. Моделирование процесса выполнения внеплановых перевозок в гражданской авиации. — Наука и техника гражданской авиации. Сер. организация, управление, экономика, 1980, вып. 2, с. 14—17. 2. Голоскоков А. Е. Построение стохастической модели планирования. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1979, № 148. Прикладная механика и процессы управления, вып. 1, с. 59—61. 3. Голоскоков А. Е., Емельянов В. И., Гиттик Ю. Л. Об одном подходе к решению распределительной задачи большой размерности: Исследование больших систем в гражданской авиации. — Тр. ГосНИИГА, 1977, вып. 149, с. 63—68.

Поступила в редколлегию 30.11.82.

УДК 519.3

Л. А. ГАМБАРОВ, канд. техн. наук

ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ В УСЛОВИЯХ ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО ПРИКРЕПЛЕНИЯ ПОСТАВЩИКОВ К ПОТРЕБИТЕЛЯМ

Рассмотрим систему из n поставщиков и m потребителей неоднородного продукта. Для надежного функционирования потребителей важное значение имеют бесперебойные поставки материальных

ресурсов. Дискретность поставок и неритмичность работы звена поставщик — потребитель приводят к сверхнормативным запасам у одних и дефицита у других. С целью снижения искусственного дефицита возникает необходимость в перераспределении ресурсов. Эффективность перераспределения и надежность функционирования всей системы существенно повышается при наличии резерва на уровне потребителей. При этом предполагается определенная степень централизации последнего. Маневрирование резервом на уровне предприятий потребителей позволяет с меньшим дефицитом обеспечить снабжение во времени и снизить уровень сверхнормативных запасов. Рассмотрим подход, связанный с формированием резерва на этапе планирования.

Прикрепление поставщиков к потребителям по критерию минимума затрат на перевозку неоднородного продукта $l \in L = \{1, 2, \dots, q\}$ из пунктов $i \in I$ в пункты $j \in J$ осуществляется решением задачи

$$\min_{x_{ijl}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ijl} x_{ijl} \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^m x_{ijl} = a_{il}, \quad i \in I, \quad l \in L; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijl} = b_{jl}, \quad j \in J, \quad l \in L; \quad (3)$$

$$x_{ijl} \geq 0, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad l \in L. \quad (4)$$

Как следует из ограничений (2) — (4), коэффициенты c_{ijl} целевой функции (1) и компоненты плана x_{ijl} образуют двухиндексные матрицы $\{c_{ij}\}$, $\{x_{ij}\}$. Решения задачи (1) — (4) сводятся к решению q независимых двухиндексных транспортных задач. Предполагается, что весь производимый продукт в каждом i -ом пункте производства полностью используется и спрос каждого j -го пункта потребления удовлетворяется.

Полученные минимальные затраты не всегда эффективны с точки зрения работы всей системы в целом. Реализация такого прикрепления в динамике приводит к необходимости перераспределения ресурсов. Это связано с дополнительными затратами на перевозки, которые возрастают в связи с решением задачи оперативного маневрирования ресурсами.

С целью снижения затрат предлагается иной подход, который реализует перемещение неоднородного продукта $l \in L$ не только из пунктов $i \in I$ в пункты $j \in J$, но и между предприятиями уровня j . Физически это означает, что отдельные предприятия уровня j (в дальнейшем будем их называть централизованными предприятиями) будут выполнять функции диспетчера, т. е. переадресовывать ресурсы нецентрализованным потребителям. Если при этом учесть, что для заданной надежности функционирования предприятий уровня $j \in J$

централизованный запас ресурса всегда меньше суммарного, то эффективность предлагаемого подхода очевидна.

Формализуем задачу централизованного прикрепления. Введем в рассмотрение уровень $k \in K = \{1, 2, \dots, m\}$. Будем считать, что перемещение неоднородного продукта $l \in L$ осуществляется из пунктов $i \in I$ в пункты $k \in K$ и далее в $j \in J$. При этом $K = J$. Уровень k имеет тот же физический смысл, что и уровень j в задаче (1) — (4). Согласно закрытой транспортной задаче с промежуточными узлами следует, что продукт в полном объеме должен перейти с уровня i на уровень k и далее j . Построить такую математическую модель, чтобы на уровне k появились централизованные предприятия, наряду с нецентрализованными, можно следующим путем.

Рассмотрим ограничения (3) задачи (1) — (4). Просуммируем их по j

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^q x_{ijl} = \sum_{l=1}^q b_{jl} = b_j, \quad j \in J. \quad (5)$$

В выражении (5) b_j — это количество единиц неоднородного продукта, потребляемого в j -ом пункте. В задаче централизованного прикрепления величины b_j , $j \in J$ на уровне j должны оставаться без изменения, что соответствует плановым показателям. В то же время на уровне k , в силу различных физических или формальных соображений, не обсуждаемых в работе, могут иметь место одновременно следующие соотношения:

$$b_k = b_j, \quad b_k < b_l, \quad b_k > b_l \quad (6)$$

при условии

$$\sum_{k=1}^m b_k = \sum_{j=1}^m b_j. \quad (7)$$

В результате выполнения условий (6) и (7) отдельные предприятия уровня k снабжаются материальными ресурсами в объемах, меньших, чем им установлено соотношениями (5), другие — больших. Могут быть и предприятия, которые получают ровно выделенный им фонд.

Весь материальный ресурс находится на уровне k . Задача в том, чтобы объемы материальных ресурсов нецентрализованных предприятий довести до уровня выделенных им фондов согласно (5). На этом этапе мы также не должны нарушать условий закрытой транспортной задачи (все, что пришло — все ушло). Перемещение продукта с уровня k на уровень j осуществляется при наличии следующих ограничений. Все нецентрализованные предприятия передают ресурс, полученный ими на уровне k на уровень j с нулевыми затратами на перевозку. Некоторые из них согласно условий (6) не получат объемы, равные выделенным им фондам b_j , $j \in J$. Разницу между фондированными объемами материальных ресурсов и теми, которые уже есть, эти предприятия на уровне j дополучат от централизованных предприятий с уровня k . Одновременно централизованные предприятия с уровня k передадут сами на себя, т. е. на уровень j , объемы материальных ресурсов, которые определены им согласно (5).

Это позволяет сформулировать следующую четырехиндексную задачу линейного программирования транспортного типа:
найти

$$\min_{x_{ikl}, \hat{x}_{kjl}} \left(\sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^q c_{ikl} x_{ikl} + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^q \hat{c}_{kjl} \hat{x}_{kjl} \right) \quad (8)$$

при ограничениях

$$\sum_{k=1}^m x_{ikl} = a_{il}, \quad i \in I, \quad l \in L; \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ikl} = \sum_{j=1}^m \hat{x}_{kjl}, \quad k \in K, \quad l \in L; \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^m \hat{x}_{kjl} = b_{jl}, \quad j \in J, \quad l \in L; \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^q x_{kjl} \leq b_k, \quad k \in K; \quad (12)$$

$$x_{ikl} \geq 0, \quad \hat{x}_{kjl} \geq 0, \quad i \in I, \quad k \in J, \quad l \in L. \quad (13)$$

Анализ целевой функции (8) и ограничений (10) показывает, что задача (8) — (13) допускает расчленение общей системы на подсистемы за счет формирования локальных целевых функций подсистем. Это позволяет процесс разработки оптимального плана всей системы представить как итеративный процесс, на каждом шаге итерации которого все подсистемы уточняют свои модели на основе взаимного обмена информацией и производят пересчет плана*. Такое распараллеливание алгоритма решения является эффективным средством борьбы с большой размерностью.

Поступила в редколлегию 18.11.82.

УДК 658.512

А. В. ДАБАГЯН, д-р техн. наук, **Г. В. ЦЫХМАНОВ**

О МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИИ ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА ИЗДЕЛИЙ

При рассмотрении эвристического алгоритма построения оптимального типоразмерного ряда изделий одним из авторов сделаны предположения.**

* Гамбаров Л. А. Итеративный алгоритм решения одного класса задач линейного программирования. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, № 199. Прикладная механика и процессы управления вып. 3. — Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1983, с. 11—15.

** Дабагян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств. — М.: Машиностроение, 1979. — 280 с.

Множество работ, для выполнения которых предназначены проектируемые изделия, сгруппированы в заявки и образуют в совокупности поле заявок. Заявка идентифицируется номером j ($j = 1, \dots, N$), где N — число заявок в поле заявок.

Число заданных M -типов изделий не ограничено.

Для каждой пары изделие — заявка известны величины: n_{ij} — число изделий i -типа, необходимое для обслуживания j -заявки; S_{ij} — стоимость обслуживания j -заявки изделием типа i , рассчитанная для оптимальной партии i -типа изделия (под стоимостью обслуживания понимаются затраты на проектирование, изготовление и эксплуатацию изделий). Если изделие типа i не может обслужить заявку j , то $n_{ij} = 0$, $S_{ij} = 0$.

Для каждого типа изделия известна невозрастающая функция $f_i(n_i) \geq 1$, показывающая относительное увеличение стоимости обслуживания для i -типа изделия при партии меньшей, чем оптимальная ($f_i = 1$) при оптимальной партии).

За критерий оптимальности принят минимум народнохозяйственных затрат на проектирование, изготовление и эксплуатацию изделий.

Формализованная постановка задачи имеет вид

$$\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M S_{ij} f_i \left(\sum_{j=1}^N n_{ij} x_{ij} \right) x_{ij} \rightarrow \min, \quad \sum_{i=j}^M x_{ij} = 1 \quad (j = 1, \dots, N), \quad (1)$$

где $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если изделие } i \text{ обслуживает заявку } j, \\ 0, & \text{если изделие } i \text{ не обслуживает заявку } j. \end{cases}$

Для решения задачи булевого программирования предложен эвристический алгоритм, который отличают простота в реализации и приемлемое время решения.

Введем определения:

$\omega_{ij} = S_{ij} f_i(n_{ij})$ — стоимость обслуживания i -типом изделия, который используется только для обслуживания j -заявки;

$W_j = \min_{i/S_{ij} \neq 0} \omega_{ij}$ верхняя граница стоимости обслуживания j -заявки;

$g_{ij} = S_{ij} f_i \left(\sum_{j=1}^N n_{ij} \right)$ — стоимость обслуживания i -типом изделия

j -заявки при условии, что он используется для обслуживания всех заявок, которые могут быть им обслужены.

Если для каких-то пар изделие — заявка не выполняется условие $g_{ij} < W_j$ (2), то можно положить $n_{ij} = 0$, $S_{ij} = 0$, исключив из арела обслуживания изделия типа i заявку j . Пересчитываем величины g_{ij} , ω_{ij} , W_j , проверяем выполнение условия (2). Действия повторяются, пока условие (2) будет выполнено для всех пар изделие — заявка.

Исключение является основой для построения алгоритма. Представим его в виде последовательности шагов: 1) вычисляем величину

ны g_{ij} , ω_{ij} , W_j ; 2) осуществляем процедуру исключения; 3) если в каждом столбце матрицы, состоящей из элементов S_{ij} , равно по одному ненулевому элементу, то процесс решения закончен.

Уменьшаем значения нижней границы для всех заявок $W_j = \max_i g_{ij}$ ($j = 1, \dots, N$) и повторяем шаги 2, 3.

Уменьшение можно производить различным образом. Например, можно уменьшать W_j только на одной из заявок, использовать для этой цели метод Монте-Карло и т. д.

Алгоритм реализован на языке ПЛ-1. Просчет ряда контрольных примеров показал, что эффективность его резко возрастает с увеличением размерности задачи.

Поступила в редколлегию 30.11.82.

УДК 658.512

А. В. МАКАРЕНКО, И. В. ЛАБАЗОВА

ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СТОИМОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПТИМИЗАЦИИ ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА ИЗДЕЛИЙ

Оптимальный типоразмерный ряд изделий, как показано в [1], синтезируется путем построения дихотомического графа альтернативных решений и нахождения его оптимального сечения. Построение графа осуществляется по принципу дихотомии, т. е. разбиением всего множества заявок на два — с малыми и большими значениями параметров. Оптимальная дихотомия поля заявок осуществляется методом интегральных стоимостных характеристик (ИСХ).

Типоразмер изделия — это вектор $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$, компоненты которого технические параметры изделия.

Осуществим построение ИСХ: промежуточная $Q(\mathbf{x})$ представляет собой суммарные затраты на обслуживание заявок, параметры которых не больше \mathbf{x} , изделием типоразмера \mathbf{x} ; максимальная $R(\mathbf{x})$ — суммарные затраты на обслуживание заявок, параметры которых не больше \mathbf{x} , изделием максимального типоразмера

$$\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T. \quad (1)$$

Из определения максимальной и промежуточной ИСХ следует, что в точке (1) характеристики равны. Обозначим это значение через D . Тогда суммарные затраты на обслуживание всего поля заявок изделиями промежуточного и максимального типоразмеров $S(\mathbf{x}) = D + Q(\mathbf{x}) - R(\mathbf{x})$ (2). В работах [1—3] излагается алгоритм оптимальной дихотомии, который позволяет минимизировать функцию (2).

При построении промежуточной ИСХ учитывается партионность (серийность): $Q_p(\mathbf{x}) = Q(\mathbf{x})P(N_Q)$, где $Q_p(\mathbf{x})$ — промежуточная ИСХ

с учетом партионности; P — коэффициент партионности, $P \geq 1$, $P(\infty) = 1$; N_Q — количество изделий, необходимое для обслуживания части поля заявок, параметры которых не больше x .

А. В. Дабагян и А. В. Макаренко предложили учесть партионность при построении максимальной ИСХ с помощью дополнительной ИСХ $G(x)$. Она выражает суммарные затраты на обслуживание заявок, параметры которых больше x , изделием максимального типоразмера. Стоимость обслуживания всего поля заявок с учетом партионности $S_P(x) = Q_P(x) + G_P(x)$ (3), где $G_P(x)$ — дополнительная ИСХ с учетом партионности, $G_P(x) = G(x)P(N_G)$ (4), где N_G — количество изделий, необходимое для обслуживания части поля заявок, параметры которых больше x .

При сохранении вида целевой функции (2) стоимость обслуживания всего поля заявок с учетом партионности $S_P(x) = D_P + Q_P(x) - R_P(x)$ (5), где $D_P = DP(N)$ — значение характеристик в точке (1); N — число изделий, необходимое для обслуживания всего поля заявок.

Из выражений (3), (5) следует, что максимальная ИСХ с учетом партионности $R_P(x) = D_P - G_P(x)$ (6).

Равенство будет аналогичным и для ИСХ без учета партионности $G(x) = D - R(x)$.

Формула используется для построения дополнительной ИСХ без учета партионности, если максимальная ИСХ без учета партионности уже построена. Количество изделий N_G можно найти по формуле $N_G = N - N_Q$.

Таким образом, алгоритм построения максимальной ИСХ с учетом партионности состоит из этапов: построение дополнительной ИСХ без учета партионности; нахождение величины N_G ; построение дополнительной ИСХ с учетом партионности по формуле (4); построение максимальной ИСХ с учетом партионности в соответствии с выражением (6).

Список литературы: 1. Дабагян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств. — М.: Машиностроение, 1979. — 280 с. 2. Дабагян А. В., Макаренко А. В. Применение последовательной дихотомии при построении оптимального типоразмерного ряда КТС. — В кн.: Некоторые методы оптимизации, идентификации и распределения ресурсов в сложных системах. К.: 1980, с. 15—23. 3. Дабагян А. В., Макаренко А. В. Оптимальная дихотомия поля заявок и ее алгоритм. — Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1980, № 163. Прикладная механика и процессы управления, вып. 2, с. 55—58.

Поступила в редколлегию 19. 11. 82.

Н. М. ВОСКОВОЙНИКОВ, канд. мед. наук,
Т. Г. ГРИГОРЬЕВА, канд. мед. наук, *С. В. САМУЛЕВА*, канд.
мед. наук, *О. П. ЧИЖИК*, канд. мед. наук, *Н. А. ЗМИЕВСКАЯ*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИММУНОПАТОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОЖОГОВОЙ БОЛЕЗНИ

Математические модели углубляют понимание патогенетических механизмов болезнетворного процесса, прогнозируют течение, исход заболевания и оптимизируют процесс лечения.

Математическое моделирование иммунопатологических процессов при ожоговой болезни является трудоемкой задачей. Один из этапов ее решения это многофакторный корреляционный анализ и определение его ценности. Здесь исследовалась лабораторная информация у тяжелобольных кибернетическими методами [1]. На основании полученных результатов появились рекомендации по использованию доступных лабораторных методов в новом направлении и сделаны предположения: 1) Единство реакции организма на ожоговую травму; 2) постоянная скорость реакции организма на лечебные воздействия; 3) организм человека способен к саморегулированию и является управляемой системой.

Таким образом, в момент ожога организм испытывает импульсное воздействие, которое выводит его из равновесного состояния. В результате защитных приспособительных и компенсаторных реакций организм больного возвращается в исходное состояние или близок к нему.

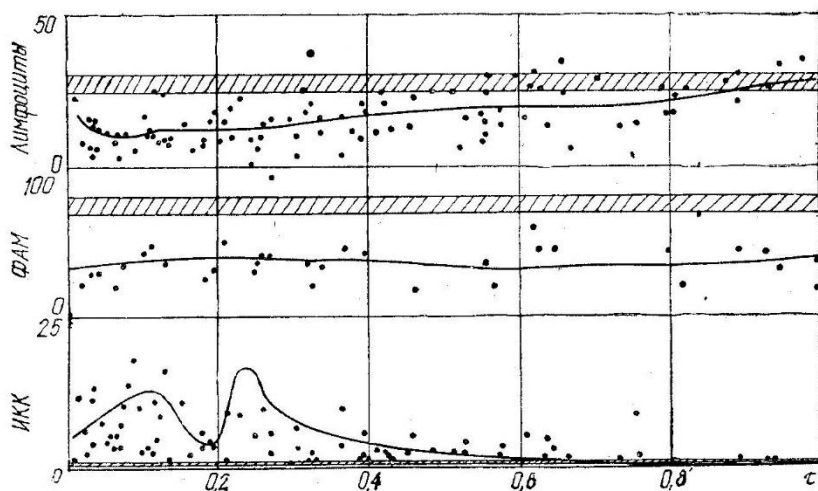
Рассмотрим выходы динамической системы после воздействия на нее импульсом в момент τ_0 . Начинаются резкие колебания функции X_1 , затем они затухают и к моменту τ_1 незначительны. Функция X_2 скачком меняет свое значение, возвращаясь в начальное положение только в момент τ_1 . Функция X_3 скачком изменяет свое значение, а затем плавно стремится к исходному положению.

С целью нахождения таких функций, выявления корреляции их с другими измерениями вводится понятие относительного времени $\bar{\tau}$ пребывания в стационаре. Предположим, больной А находился в стационаре 60 суток, а больной Б — 80. На 20-е сутки был произведен клинический анализ крови. Результаты анализа для больного А $\bar{\tau}_A = 20/60 = 1/3$, а для больного Б $\bar{\tau}_B = 20/80 = 1/4$.

Результаты лабораторных анализов тяжелообожженных (III группа — индекс тяжести свыше 60 единиц Франка) были нанесены на графики, где ось абсцисс — относительное время $\bar{\tau}$; ось ординат — значение показателей в соответствующих измерениях. Были построены импульсно-переходные функции организма человека после ожоговой травмы для различных выходов (сегментноядерные лейко-

циты; моноциты периферической крови; лимфоциты; фагоцитарная активность лейкоцитов; индекс интоксикации Кальф-Калифа; относительное и абсолютное количество Т-лимфоцитов; относительное и абсолютное количество В-лимфоцитов; реакция бластной трансформации лимфоцитов на стимуляцию ФГА).

Затем проводилась сплайн-аппроксимация импульсно-переходных функций $\hat{X}_i = \sum_k C_k Sp_k \bar{\tau}_i$, чтобы найти минимум функционала $F = \sum_i (X_i - \hat{X}_i)^2$.



Условия $\frac{\partial F}{\partial C_k} = 0$ порождают линейную систему уравнений $AC = B$, где C — вектор искомых коэффициентов сплайн-аппроксимации, AB — матрицы соответствующих размерностей определяемые значениями $(X_i Sp_k(\tau_i))$. Результаты сплайн-аппроксимации некоторых функций представлены на рисунке.

Анализируя полученные графические функции лабораторных исследований, можно сделать такие обобщения:

Для тяжелой ожоговой травмы характерно стойкое угнетение основных показателей, отражающих состояние антиинфекционной защиты организма пострадавших (макро- и микрофаги; фагоцитарная активность лейкоцитов; абсолютное и относительное количество Т-лимфоцитов; угнетение функциональной активности лимфоцитов).

После тяжелой ожоговой травмы остаются угнетенными показатели ФАЛ, относительное и абсолютное количество Т-лимфоцитов. К моменту выздоровления превышают норму гуморальные компоненты иммунитета.

Наибольшую чувствительность, наглядность и информативность обнаруживает индекс интоксикации Кальф-Калифа (150). Фазы функции его обратно пропорциональны показателям клеточного иммунитета.

Для тяжелой ожоговой травмы характерно состояние высокой аутосенсбилизации, приходящееся на 0,4 относительного времени болезни т.

Целесообразно продолжить исследования в направлении корреляционного анализа всех результатов лабораторного обследования больного и клинического течения заболевания.

Список литературы: 1. Костенко Ю. Т. Об одном подходе к автоматизации научных исследований. — См. статью в настоящем сборнике. 2. Варга Р. Функциональный анализ и теория аппроксимации в численном анализе. — М.: Мир, 1974. — 159 с.

Поступила в редколлегию 19.11.82.

УДК 519.237

Л. Н. ГОЛУБЕВ, канд. мед. наук, Н. И. БЕЗМЕНОВ

ПРИМЕНЕНИЕ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА В ОНКОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Широкое внедрение в медицинскую практику математических методов рассматривается как одно из направлений автоматизации научных исследований [1].

Предлагается метод построения математической модели заболевания организма в целом, основанный на использовании факторного анализа [2]. Достоинство последнего в том, что он может быть применен для оценки величин, непосредственно не поддающихся измерению, но взаимосвязанных с измеренными параметрами. При построении модели заболевания организма используется как можно большее число переменных, чтобы они, по возможности, перекрыли область исследования.

Исследовались 725 больных, у которых подробно изучались соматофункциональные особенности и особенности опухолевого роста по отношению к результатам лечения. Было выделено 373 ранговые переменные, отражающие возраст больных, данные объективно и специального обследования, характер терапевтического воздействия. Для построения общей корреляционной картины вводилось еще шесть переменных, характеризующих продолжительность жизни после лечения. Для выявления корреляции между методом лечения и исследуемыми ранговыми переменными вводилась исследовательская переменная. При этом применялись только альтернативные переменные. Наличие признака обозначалось единицей, отсутствие — нулем. В результате была построена матрица наблюдений X размера 725×380 . Особенностью матриц наблюдений является

то, что чаще всего нет ни одного больного, который подвергался бы исследованию по всем признакам. В результате при заполнении матрицы появлялись пустые клетки, которые кодировались числом 9 (значение признака неизвестно).

Расчет статистических характеристик k -й переменной ведется по формулам:

$$X_{ik} \rightarrow \bar{X}_k = \frac{1}{N} \sum_{1 \leq i < N} X_{ik} \rightarrow \sum_{1 \leq i < N} X_{ik}^2 \rightarrow \frac{1}{N} \sum_{1 \leq i < N} X_{ik}^2 \rightarrow S_{kk} = \sum_{1 \leq i < N} \frac{1}{N} X_{ik}^2 -$$

$$- \left(\frac{1}{N} \sum_{1 \leq i < N} X_{ik} \right)^2 \rightarrow \sigma_k^2 = S_{kk} / (N - 1) \rightarrow \sigma_k = \sqrt{\sigma_k^2},$$

где i, k — номера строки и столбца матрицы наблюдений; N — число наблюдений; \bar{X}_k — среднее значение k -й ранговой переменной; S_{kk} — сумма квадратов отклонений k -й ранговой переменной от среднего значения \bar{X}_k ; σ_k^2, σ_k — дисперсия и среднеквадратичное отклонение k -й ранговой переменной.

Коэффициент корреляции r_{jk} между j -й и k -й ранговыми переменными находится по цепочке:

$$X_{ij}, X_{ik} \rightarrow \sum_{1 \leq i < N} X_{ij} X_{ik} \rightarrow \bar{X}_j \bar{X}_k \rightarrow S_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{1 \leq i < N} X_{ij} X_{ik} -$$

$$\bar{X}_j \bar{X}_k \rightarrow r_{jk} = S_{jk} / \sqrt{S_{jj} S_{kk}}.$$

При вычислении статистик по этим формулам суммирование ведется по значениям i , при которых $X_{ik} \neq 9, X_{ij} \neq 9$.

Возможно коэффициент корреляции r_{jk} не определится (например, при всех значениях индекса i один из элементов X_{ij} или X_{ik} не определен). В этом случае, если известны значения r_{jp}, r_{pk} , коэффициент корреляции r_{jk} можно оценить величиной $r_{jk} = r_{jp} r_{pk}$. Такая оценка более соответствует истине, чем приравнение r_{jk} нулю, т. е. пренебрежение корреляцией между j -й и k -й переменными.

По этой методике построена корреляционная матрица размера 380×380 . Исследованием выделено 80 переменных, сильно коррелируемых, с отдаленными результатами лечения.

По программам стандартного математического обеспечения TRACE, LOAD, VARIMAX проведен факторный анализ по 80 переменным. Выделены 4 фактора, влияющие на ход заболевания: летальный, витальный, показания к хирургии, показания к лучевой терапии.

Как показали результаты исследований, предложенная методика позволяет использовать не только собственные наблюдения, но и более полноценно обрабатывать архивный материал.

Список литературы: 1. Костенко Ю.Т. Об одном подходе к автоматизации научных исследований. — См. статью в настоящем вестнике. 2. Иберда К. Факторный анализ. — М.: Статистика, 1980. — 398 с.

Поступила в редколлегию 19.11.82.

Н. В. ТКАЧУК, канд. техн. наук, *В. Г. БАЖЕНОВ*, канд. техн. наук

АВТОМАТНО-ЛИНГВИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ДИАЛОГОМ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Разработка универсальной методики проектирования и реализации систем автоматизированного проектирования конкретного назначения является актуальной задачей. Главный вопрос — это создание формализованной модели механизма управления процессом диалога [1,2].

Диалоговый режим α взаимодействия пользователя и системы можно представить как чередующуюся последовательность: $d = \{s(1)r(1)\}, \{s(2)r(2)\}, \dots \{s(n)r(n)\}$, где $s(i)$ — сообщение, введенное пользователем; $r(i)$ — ответная реакция системы.

Под сообщением пользователя $s(i)$ понимаем любую последовательность символов — директиву входного языка системы, числовые параметры, символ выбора определенного пункта предлагаемого системой меню. Под реакцией системы $r(i)$ — одну из форм выдачи информации системой пользователю: результаты расчета, предлагаемые для альтернативного выбора, пункты некоторого меню, различные символьные макеты сценария диалога, например, в системе ИНЭС [3] сообщения об ошибках. Тогда пару $\{s(i)r(i)\}$ назовем шагом диалога, а индекс h — рангом диалога. В каждый момент времени t_i диалоговая система находится в состоянии z_i . В зависимости от характеристик состояния, а также от параметров вводимого пользователем сообщения $s(i)$, система переходит в новое состояние z_{i+1} . В этом случае диалоговую систему можно формально представить конечным инициальным автоматом Мура [4] — формальным объектом M вида: $M = (S, Z, R, z_0, \sigma, \rho)$ (1), где S — непустое конечное множество входных сообщений системы; Z — непустое конечное множество состояний диалоговой системы; R — множество реакций системы; $z_0 \in Z$ — выделенное начальное состояние системы; σ — функция переходов, такая, что $\sigma: Z \times S \rightarrow P(Z)$ (т. е. σ отображает пары, включающие состояние и входное сообщение, в множество всех подмножеств Z [4]); ρ — функция выходов, такая, что $\rho: Z \times S \rightarrow R$.

В множестве состояний диалоговой системы выделяются такие, в которых она при любых входных сообщениях $s(i) \in S$ переходит в это же состояние. Назовем их финальными (заключительными). Множество финальных состояний Z_F есть подмножество множества Z : $Z_F \subset Z$.

Элементы множества реакций диалоговой системы $r(i) \in R$ представляют семантическую интерпретацию входных сообщений $s(i)$. Тогда автомат (1) определяет некоторый формальный язык [4], который описывает структуру диалога в системе.

Для программной реализации предлагаемой модели необходима структуризация множества состояний диалоговой системы Z : $Z = P \times W \times R$ (2).

Здесь P — множество всех возможных последовательностей входных сообщений, т. е. $P = \bigcup_{k=1}^n S^{(k)}$, $S^{(1)} = S$, $S^{(2)} = S^{(1)} \times S$, ..., $S^{(k)} = S^{(k-1)} \times S$, W — множество иницируемых посредством входных сообщений внутренних функций системы (например, процедуры обработки проблемных данных, обращения к библиотекам программ и т. п.), R — множество реакций системы (внешняя информация для пользователя).

Планирование процесса диалога (т. е. реализация переходов в рассматриваемом автомате (1) в зависимости от оценки входных сообщений) осуществляется с помощью механизма управления, состоящего из реализованного программным путем стека (магазина состояний) и управляющей таблицы. Стек заполняется идентификаторами функций, соответствующих элементам множества W из (2) в последовательности, фиксируемой предварительно составленным для автомата (1) графом состояний [4]. При извлечении верхнего элемента стека идентификатор соответствующей функции заносится в текущую строку управляющей таблицы, в которой однозначно определяется обработка референцируемой им функции (в зависимости от типа функции, оценки входных параметров, предшествующего состояния системы и т. п.).

Предлагаемая автоматно-лингвистическая модель может использоваться и для управления диалогом, реализованным с помощью стандартных средств базовой диалоговой системы, например языка описания сценария диалога системы ИНЭС [3].

Список литературы: 1. Цурия О. Ф., Зайченко Л. Е. Автоматизация проектирования одного класса диалоговых систем. — Управляющие системы и машины, 1979, № 5, с. 15—19. 2. Смирнов Е. Н. Об одном подходе к проектированию диалоговых систем. — В кн.: Трансляция и модели программ. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1980, с. 129—132. 3. Арлазаров В. А. Информационная система ИНЭС. — Автоматика и телемеханика, 1979, № 6, с. 109—121. 4. Оллонгерн А. Определение языков программирования интерпретирующими автоматами. — М.: Мир, 1977. — 288 с.

Поступила в редколлегию 20.11.82.

УДК 539.3

А. С. БЕЛОМЫТЦЕВ, В. Н. КАРАБАН, д-р техн. наук,
В. М. ШАТОХИН, канд. техн. наук

О ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ ИССЛЕДОВАНИЯ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Учет технологических и конструктивных нелинейностей и переменности параметров моделей многих технических устройств приводит к необходимости решать сложные дифференциальные урав-

нения [1,2]. В работах [3—5] предложен итерационный метод на основе интегральных уравнений движения. Он эффективен для расчетов систем с постоянными параметрами и небольшим числом нелинейных элементов. В статье обобщается метод Ньютона-Канторовича на системы с переменными параметрами, большим числом нелинейных элементов, имеющих режимы с сильными высокочастотными составляющими. Метод разработан для уравнений движения в дифференциальной форме. Он позволяет добиться линейной зависимости времени счета от числа точек дискретизации искомого решения, при этом учет переменности параметров, большего числа нелинейностей практически не ведет к увеличению времени счета.

Рассмотрим несвободную произвольную цепную дискретную систему с n степенями свободы. Представим нелинейный упругий момент, действующий на j -ый участок, и нелинейный демпфирующий момент, действующий на k -ю массу, соответственно в виде

$$R_j(\psi_j) = c_j \psi_j + f_j(\psi_j), \quad B_k(\dot{\theta}_k) = b_k \dot{\theta}_k + q_k(\dot{\theta}_k),$$

где $\psi_j = \theta_r - \theta_p$ — угол закручивания j -го нелинейного участка (θ_r, θ_p — углы поворота прилежащих масс, $r > p$), $\dot{\theta}_k$ — угловая скорость k -ой массы. Тогда дифференциальные уравнения движения системы запишутся в виде

$$I\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + C\theta = N(t) - f(\theta) - q(\dot{\theta}). \quad (1)$$

Здесь $I = \text{diag}\{I_1, I_2, \dots, I_n\}$ — матрица моментов инерции; C, B — $(n \times n)$ матрицы, характеризующие упругие и демпфирующие свойства системы; $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ — вектор-столбец углов поворота масс; $f(\theta), q(\dot{\theta})$ — векторы-столбцы дополнительного возбуждения, зависящие от движения системы; $N(t)$ — вектор-столбец периодических возмущающих моментов.

Если находим периодические решения (1) с периодом T , кратным периоду возмущающих моментов, это уравнение рассматриваем совместно с краевыми условиями $\theta(0) = \theta(T), \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}(T)$ (2).

Предположим, что некоторые параметры системы (например, моменты инерции) являются периодическими функциями времени, причем период возмущающих моментов кратен периоду изменения параметров. Тогда, вводя вектор-столбец $Y(t)$ по правилам

$$y_{2i-1}(t) = \theta_i(t); \quad y_{2i}(t) = \dot{\theta}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

перепишем уравнение (1) и условия (2):

$$Y = A(t)Y - F(Y) + M(t) \quad (3); \quad Y(0) = Y(T) \quad (4).$$

Связь между векторами-столбцами и матрицами в уравнениях (1), (3) очевидна.

Для решения уравнений (3), (4) воспользуемся итерационным методом Ньютона-Канторовича (МНК). Представим (3) в виде операторного уравнения $LY = 0$ (5), где L — нелинейный оператор

$LY = \dot{Y} - A(t)Y + F(Y) - M(t)$ (6). По МНК $(\nu + 1)$ -е приближение $Y_{\nu+1}$ решения уравнения (5) при известном ν -ом приближении Y_{ν} определяется из операторного уравнения

$$LY_{\nu} + L'(Y_{\nu})[Y_{\nu+1} - Y_{\nu}] = 0, \quad (7)$$

где $L'(Y_{\nu})$ — производная Фреше от оператора L (этот оператор применяется к элементу $[Y_{\nu+1} - Y_{\nu}]$). К уравнению (7) присоединяем краевые условия, которые на основании (4) запишем так: $Y_{\nu+1}(0) = Y_{\nu+1}(T)$ (8).

Производная Фреше от оператора L , примененная к элементу h [6],

$$L'(Y)h = \dot{h} - A(t)h + F'(Y)h. \quad (9)$$

Подставляя уравнения (9), (6) в (7), получаем

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{\nu+1} - A(t)Y_{\nu+1} + F'(Y_{\nu})Y_{\nu+1} = \\ = -F(Y_{\nu}) + F'(Y_{\nu})Y_{\nu} + M(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Следовательно, на каждом шаге итерационного процесса необходимо решать систему линейных дифференциальных уравнений (10) совместно с условиями (8). Начальные условия, соответствующие решению системы (10), (8), определяются

$$Y_0 = (E - G(T))^{-1}P(T),$$

где E — единичная матрица, $G(t)$ — матрицант однородной системы, соответствующей (10), $P(t)$ — решение системы (10) при нулевых начальных условиях, $Y_{\nu+1}(0) = 0$ (11), т. е. для построения матрицы $G(T)$ требуется решить на отрезке $[0, T]$ $2n$ задач Коши

$$\frac{dG(t)}{dt} = (A(t) - F'(Y_{\nu}))G(t); \quad G(0) = E,$$

а для построения вектора $P(T)$ — задачу Коши (10), (11). Можно доказать, что многие известные способы расчета являются частными случаями изложенного метода или при некоторых предположениях полностью совпадают с ним. Например, если в уравнении (3) матрица A и вектор-столбец F являются кусочно-постоянными функциями вектора состояния Y , то уравнения итерационного процесса МНК будут совпадать с уравнениями итерационного процесса (1).

Покажем, что метод тригонометрической коллокации (МТК) [7] совпадает при определенных предположениях с изложенным алгоритмом. Приближение i -ой компоненты решения системы (3), (4) требуется найти в виде тригонометрического полинома

$$y_i(t) = d_{0i} + \sum_{j=1}^m (d_{ji} \cos j\omega t + e_{ji} \sin j\omega t); \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (12)$$

где T — период искомого решения. Вектор значений приближенного решения

$$\tilde{Y} = (y_1(t_0), \dots, y_1(t_{2m}), \dots, y_{2n}(t_0), \dots, y_{2n}(t_{2m})),$$

вычисляемый в равноотстоящих узлах коллокации $t_i = Ti/(2m+1)$, $i = 0, 1, \dots, 2m$, определяется из условия точного удовлетворения решений вида (12) системе уравнений (3) в узлах коллокации, т. е. из системы нелинейных уравнений относительно компонент \tilde{Y} : $\tilde{D}\tilde{Y} = \tilde{A}\tilde{Y} - F(\tilde{Y}) + \tilde{M}$ (13).

Здесь \tilde{D} , \tilde{A} — блочные матрицы

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} \overline{D} & & & & & \\ & \overline{D} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \overline{D} & & \\ & & & & \overline{D} & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} \overline{a_{11}} & \dots & \overline{a_{1,2n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{a_{2n,1}} & \dots & \overline{a_{2n,2n}} \end{bmatrix},$$

$$\overline{a_{ij}} = \begin{bmatrix} a_{ij}(t_0) & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 0 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & a_{ij}(t_{2m}) \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}, \quad D = ((2m+1) \times (2m+1)) \text{ — матрица}$$

линейного преобразования, связывающего вектор значений первой производной тригонометрического полинома (12) с вектором значений самого полинома (12) в узлах коллокации $\tilde{y}_i = D\tilde{y}'_i$, \tilde{M} — вектор значений вектора M . Нелинейное уравнение (13) решаем методом Ньютона, т. е. $(v+1)$ -е приближение вектора значений \tilde{Y}_{v+1} вычисляется по v -му приближению \tilde{Y}_v :

$$\tilde{Y}_{v+1} = \tilde{Y}_v - W^{-1}(\tilde{Y}_v) \varphi(\tilde{Y}_v),$$

где

$$\varphi(\tilde{Y}) = (\tilde{A} - \tilde{D})\tilde{Y} - F(\tilde{Y}) + \tilde{M}, \quad (14)$$

$$W(Y) = \frac{d\varphi(\tilde{Y})}{d\tilde{Y}} = \tilde{A} - \tilde{D} - \frac{dF(\tilde{Y})}{d\tilde{Y}}.$$

Преобразовав уравнение (14) с учетом двух последних выражений, получим систему линейных уравнений относительно компонент вектора \tilde{Y}_{v+1} :

$$\left(\tilde{A} - \tilde{D} - \frac{dF(\tilde{Y}_v)}{d\tilde{Y}_v} \right) \tilde{Y}_{v+1} = F(\tilde{Y}_v) - \frac{dF(\tilde{Y}_v)}{d\tilde{Y}_v} \tilde{Y}_v - \tilde{M}. \quad (15)$$

Применяя МТК к системе дифференциальных уравнений (10), получим систему линейных уравнений относительно компонент вектора \tilde{Y}_{v+1} :

$$\tilde{D}\tilde{Y}_{v+1} - \tilde{A}\tilde{Y}_{v+1} + \frac{dF(\tilde{Y}_v)}{d\tilde{Y}_v} \tilde{Y}_{v+1} = -F(\tilde{Y}_v) + \frac{dF(\tilde{Y}_v)}{d\tilde{Y}_v} \tilde{Y}_v + \tilde{M},$$

которая совпадает с уравнением (15).

При интегрировании системы (10) используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Для уменьшения времени счета в программе, реализующей описанный алгоритм, использовалась специальная процедура умножения матрицы на вектор, учитывающая тот факт, что матрица A содержит большое количество нулевых элементов. Для этого строились: матрица K размерности $(2n \times 2n)$, первые элементы i -ой строки которой обозначают номера ненулевых элементов i -ой строки матрицы A ; вектор J с $2n$ элементами, i -ый элемент которого равен количеству ненулевых элементов в i -ой строке матрицы A . Таким образом, l -ый элемент вектора $Q = AY$ вычисляется по формуле

$$q(l) = \sum_{m=1}^{J(l)} A(l, K(l, m)) Y(K(l, m)).$$

Описанный в статье алгоритм применялся для определения периодических решений системы дифференциальных уравнений вида

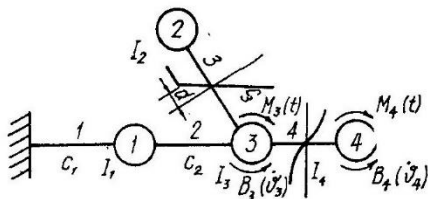


Рис. 1

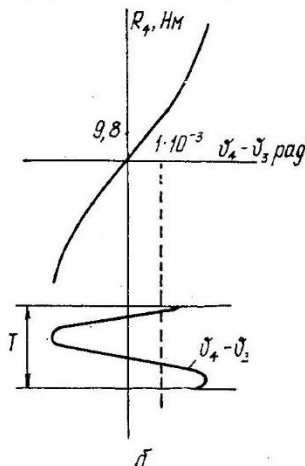
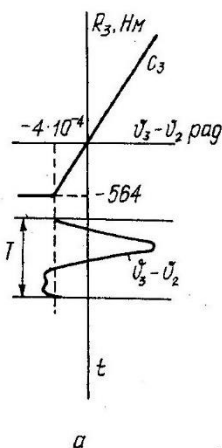


Рис. 2

(1), описывающей крутильные колебания четырехмассовой дискретной системы. Механическая модель ее изображена на рис. 1. Два участка системы являются нелинейными, третий имеет кусочно-линейную характеристику (рис. 2, а), характеристика четвертого задана в виде

$$R_4(\psi_4) = c_4' \psi_4^3 + c_4'' \psi_4.$$

Параметры системы имеют такие значения: моменты инерции масс $I_1 = 1,31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_2 = 1,96 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_3 = 0,52 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ момент инерции четвертой массы изменяется по закону

$$I_4 = I_{40} + 0,098 \cos 2\omega t,$$

где $I_{40} = 0,35 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$, жесткости участков $c_1 = 9,8 \times 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $c_2 = 3,63 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $c_3 = 1,41 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $c_4 = 1,72 \times 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $c_4' = 9,8 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $d = 4,10^{-4} \text{ рад}$. На третью и четвертую массы действуют нелинейные демпфирующие моменты $B_k(\dot{\phi}_k)$ и возмущающие моменты

$$M_k(t): B_k(\dot{\phi}_k) = \xi |\dot{\phi}_k|^\eta \text{sign } \dot{\phi}_k, M_k(t) = \alpha_k \cos \omega t + \beta_k \sin \omega t, k = 3, 4,$$

где $\xi = 49 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^\eta$, $\eta = 2$; $\alpha_3 = -3,44 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $\alpha_4 = -5,04 \times 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $\beta_3 = 6,66 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $\beta_4 = 4,13 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Графики углов закручивания нелинейных участков приведены на рис. 2 (а, б).

Список литературы: 1. Вейц В. Л., Кочура А. Е., Мартыненко А. М. Динамические расчеты приводов машин.— Л.: Машиностроение, 1971.— 352 с. 2. Вульфсон И. И., Коловский М. З. Нелинейные задачи динамики машин.— Л.: Машиностроение, 1968.— 282 с. 3. Карабан В. Н., Шатохин В. М. О численной реализации метода Ньютона-Канторовича для систем с нелинейностью общего вида.— Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1979, № 148. Прикл. механика и процессы управления, вып. 1. с. 16—19. 4. Карабан В. Н., Шатохин В. М., Штейнвольф Л. И. Применение итерационных методов в нелинейной механике машин.— Динамика и прочность машин, 1979, вып. 29, с. 17—21. 5. Карабан В. Н., Шатохин В. М., Штейнвольф Л. И. К вопросу применения итерационного метода для расчетов колебаний существенно нелинейных систем.— Динамика и прочность машин, 1981, вып. 33, с. 54—63. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика.— М.: Мир, 1969.— 448 с. 7. Самойленко А. М., Ронто Н. И. Численно-аналитические методы исследования периодических решений.— К.: Вища школа, 1976.— 180 с.

Поступила в редколлегию 16.11.82.

УДК 628.517

И. В. ШЕВЧЕНКО, В. Е. МАСЛОВ, канд. техн. наук

ВИБРОИЗОЛЯТОР С УПРАВЛЯЕМЫМ ДЕМПФЕРОМ

Важной проблемой современного машиностроения является создание эффективных средств защиты оборудования и человека-оператора от вибрационных воздействий. При разработке средств виброизоляции существует несколько направлений. Первое — пассивные виброизоляторы, содержащие упругие и диссипативные элементы. Второе — активные виброизоляторы. Вибрационное воздействие в них компенсируется силовым элементом, питающимся от внешнего источника энергии.

Пассивные виброизоляторы в ряде случаев не могут обеспечить требуемое качество виброзащиты из-за наличия резонансной зоны

на частотной характеристике, вблизи которой происходит не ослабление, а усиление колебаний. Использование упругих и диссипативных элементов с нелинейными характеристиками дает незначительное улучшение виброзащитных свойств.

Применение активных систем виброизоляции ограничено необходимостью иметь источник энергии, что не всегда возможно. Кроме того, частотные характеристики активных виброизоляторов также имеют область резонанса, так как роль упругого элемента в такой системе играет обратная связь по относительному смещению.

Существует и третий подход к проблеме. Можно ослабить резонансные явления и улучшить качество виброзащиты, если целенаправлено изменять параметры или структуру пассивного виброизолятора в функции фазовых координат колебательной системы [1—2]. В работе определяется квазиоптимальный закон управления коэффициентом демпфирования в пассивной системе виброизоляции, содержащей упругий элемент, вязкий регулируемый демпфер и систему управления.

Такая колебательная система является нелинейно-параметрической и получить аналитически закон управления для нее трудно.

Используя линейный подход к задаче, можно получить функцию управления для линейной системы и, наложив ограничения, присущие реальной системе, исследовать ее известными методами.

Итак, рассмотрим виброизолятор с одной степенью свободы (рис. 1), поддерживающий объект с массой m на колеблющемся основании. Дифференциальное уравнение, соответствующее рассматриваемой модели, запишем в виде $m\ddot{z} + b(\dot{z} - \dot{q}) + c(z - q) = 0$ (1), где q — абсолютная координата основания; z — абсолютная координата объекта; b — коэффициент сопротивления; c — жесткость упругого элемента.

Введем относительную координату $x = z - q$ и запишем выражение (1) в виде $m\ddot{x} = -b\dot{x} - cx = R(t)$ (2), где $R(t)$ — реакция связи, формирующая силовое воздействие на защищаемый объект. Предполагается, что основание является абсолютно жестким телом. Реакция связи в этом случае рассматривается как управление, переводящее объект за некоторое время из одного состояния в другое.

Тогда задача оптимального управления без ограничений на координаты может быть сформулирована так: среди стационарных управляющих воздействий на отрезке $[t; t + T]$ требуется найти управление, обеспечивающее минимум выбранному критерию оптимальности.

Для этого преобразуем выражение (2) в виде $\dot{z}_1 = z_2, \dot{z}_2 = -u(t)$ (3), где $u(t) = R(t)/m$.

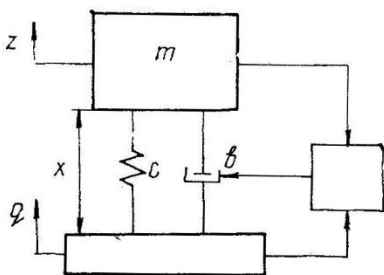


Рис. 1

Поскольку требуется обеспечить минимальное воздействие виброизолятора на объект, выберем в качестве критерия квадратичный функционал, соответствующий энергии управления [3]:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T u^2(t) dt. \quad (4)$$

Если t — произвольный момент времени из интервала $(0, T)$, то оптимальное управление в этот момент времени должно удовлетворять следующему условию:

$$J(u^*) = \min_u \frac{1}{2} \int_t^T u^2(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Воспользуемся необходимыми условиями принципа максимума, для чего составим гамильтониан $H = \frac{1}{2} u^2 + \psi_1 z_2 + \psi_2 u$ (6) из условия $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$ находим $u^*(t) = -\psi_2(t)$ (7). Для всех $\tau \geq t$ функции $\psi_1(\tau)$ и $\psi_2(\tau)$ должны удовлетворять уравнениям

$$\dot{\psi}_1 = -\frac{\partial H}{\partial z_1} = 0; \quad \dot{\psi}_2 = -\frac{\partial H}{\partial z_2} = -\psi_1(\tau), \quad (8)$$

решая которые, находим

$$\psi_1(\tau) = \psi_1(t); \quad \psi_2(\tau) = \psi_2(t) - (\tau - t) \psi_1(t). \quad (9)$$

Используя условие (7), запишем (3):

$$z_1(t) = z_2(t); \quad z_2(t) = (\tau - t) \psi_1(t) - \psi_2(t). \quad (10)$$

Конечные условия запишем в виде $z_1(T) = z_2(T) = 0$, так как идеальный виброизолятор должен полностью погасить колебания объекта.

Интегрируя систему (10), с учетом конечных условий, получаем

$$\begin{aligned} z_1(t) + \psi_1(t) \frac{(t-T)^3}{3} + \psi_2(t) \frac{(t-T)^2}{2} &= 0; \\ z_2(t) + \psi_1(t) \frac{(t-T)^2}{2} + \psi_2(t)(t-T) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Откуда $\psi^2(t) = \frac{6}{(T-t)^2} z_1(t) + \frac{4}{(T-t)} z_2(t)$ (12), а с учетом (7)

$$u^*(z_1, z_2, t) = -\frac{6}{(T-t)^2} z_1(t) - \frac{4}{T-t} z_2(t) \quad (13).$$

В такой форме реализовать закон управления невозможно, так как при $t \rightarrow T$ коэффициенты при z_1, z_2 неограниченно возрастают. Поэтому запишем квазиоптимальное управление с постоянными коэффициентами размерности $[c^{-1}]$, $[c^{-2}]$ соответственно $u = -k_1 z_2 - k_2 z_1$ (14).

Итак, реакция связи должна формироваться под воздействием сигналов по абсолютной координате объекта, что полностью совпадает с управлением активными виброизоляторами.

Поскольку в нашем случае силовым элементом является демпфер, то именно он должен управляться по закону (14) с учетом (2), $g\dot{x} = k_1 z_2 + k_2 z_1 - \omega_0^2 x$ (15), где $\omega_0 = \sqrt{c/m}$. Соответственно, коэффициент сопротивления

$$g(t) = \frac{k_1}{x} \dot{z} + \frac{k_2}{x} z_1 - \frac{\omega_0^2}{x} x \quad (x \neq 0). \quad (16)$$

При моделировании выяснилось, что сигнал $-\frac{\omega_0^2 x}{x}$ влияет на поведение системы незначительно и его можно опустить:

$$g(t) = \frac{k_1 \dot{z} + k_2 z}{x} \quad (\text{при } x \neq 0). \quad (17)$$

Наложим ограничения, свойственные системам с диссипацией. Поскольку $g(t)$ — величина неотрицательная, управляющее устройство должно вычислять $g = g_{\min}$, если правая часть (17) неположительна; $g = g^*$, если правая часть (17) положительна, но не превышает некоторого максимального значения; $g = g_{\max}$, если максимальное значение достигнуто, т. е. устройство управления работает в зоне насыщения, а виброизолятор максимально задемпфирован. С одной стороны, чем шире диапазон регулирования $g(t)$, тем эффективнее управление, но с другой — применять устройства, способные полностью закрыть виброизолятор, не следует. При попадании \dot{x} в область минимальных значений, система станет жесткой на неопределенно долгое время. При моделировании системы предполагалось, что

$$\frac{g_{\max}}{g_{\min}} = 100; \quad g_{\max} = 5g_{\text{кр}} = 10\omega_0.$$

При этом система никогда не становится абсолютно жесткой и легко проходит особые точки $\dot{x} = 0$. В реальной системе с вязким демпфером усилие также не может быть сколь угодно большим.

С физической точки зрения формула (17) (с учетом ограничений) отражает следующее: управляемый демпфер должен формировать некоторое усилие, зависящее от взвешенной суммы $k_1 z + k_2 z$, если диссипативная сила, которую он может развить, совпадает по знаку с необходимым усилием; усилие в демпфере не зависит от величины x в пределах возможностей реального управляющего устройства и исполнительного элемента.

На рис. 2 показаны графики перемещений (1, 2) и скоростей (1', 2') основания (1) и объекта (2) на частоте резонанса нерегулируемой, слабо демпфированной системы $\omega = \omega_0$. Штрих-пунктирной

линией изображен график изменения коэффициента сопротивления $g(t)$. Как видно из графиков, существуют участки траекторий, где $g(t)$ регулируется пропорционально величине сигнала управления. Именно на этих участках возможно уменьшение скорости объекта практически до нуля. Поскольку на отдельных участках траектории коэффициент сопротивления максимален, на высоких частотах

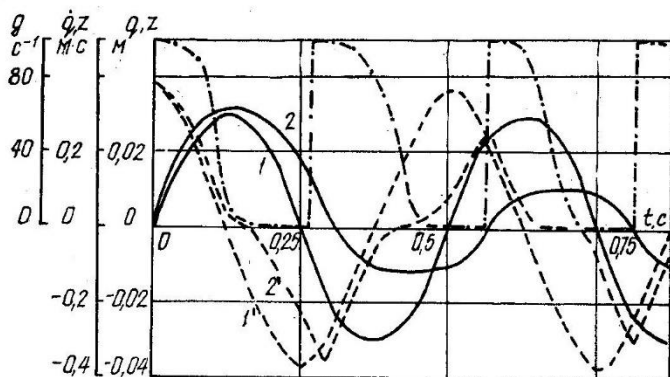


Рис. 2

эффективность устройства может резко падать. Как показали исследования, на частотах $\omega > \omega_0$ относительная скорость \dot{x} быстро возрастает и значения $g(t)$ почти не превышают критических. Среднее значение $g(t)$ оказывается меньше критического, т. е. с увеличением частоты возбуждения виброизолятор становится мягким, оставаясь эффективнее обычного пассивного.

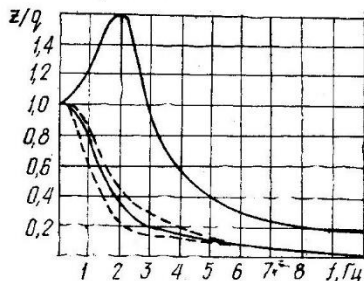


Рис. 3

Частотная характеристика виброизолятора (рис. 3) снималась при гармоническом возбуждении с амплитудой 0,05 м в диапазоне 0,5 — 10 Гц на аналоговой машине в реальном масштабе времени. Для сравнения приведена частотная характеристика пассивной системы с $g = 0,4g_{кр}$.

Поскольку система обладает нелинейными свойствами, при исследованиях оказалось, что коэффициент передачи виброизолятора зависит от амплитуды входного воздействия. Разброс частотных характеристик при изменении амплитуд воздействий в 5 раз (0,01 + 0,05 м) показан пунктиром. Очевидно, что нелинейность системы не позволяет с уверенностью судить о ее свойствах по частотной характеристике. Тем не менее следует ожидать, что разрабатыва-

емая система виброизоляции, реализующая данный способ управления, найдет применение в различных отраслях промышленности и на транспорте.

Список литературы: 1. А. С. 568 770 (СССР). Устройство для гашения колебаний объекта/Н. В. Герасимов, Ю. В. Шатилов. — Оpubл. в Б. И., 1977, № 30, с. 84. 2. А. С. 621 916 (СССР). Амортизатор/Н. В. Герасимов, Ю. В. Шатилов. — Оpubл. в Б. И., 1978, № 32, с. 119. 3. Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. — М.: Машиностроение, 1968. — 764 с.

Поступила в редколлегию 27.10.82.

УДК 531.383

В. В. КАРАЧУН, канд. техн. наук, *В. Н. КОЛОСОВ*,
канд. техн. наук, *В. С. ДИДКОВСКИЙ*, канд. техн. наук,
О. Н. ЮДИН, канд. техн. наук

О ПОГРЕШНОСТИ ДВУХГИРОСКОПНОГО ДАТЧИКА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПРИ КАЧКЕ ОСНОВАНИЯ

До настоящего времени применялись два метода повышения точности двухстепенных гироскопов. Первый — основан на использовании двух гироскопов с противоположными направлениями вращения роторов и кинематически соединенных с помощью зубчатых секторов или шарнирного сочленения (антипараллелограмма). Существенный недостаток метода — наличие кинематической связи между гироскопами, нагруженной подавляемыми в ней моментами, которая приводит к увеличению моментов сил сухого трения.

Второй — заключается в принудительном возврате на нуль подвижной части прибора (компенсационный метод). В этом случае устраняется только боковая чувствительность гироскопа по перекрестной угловой скорости и существенно уменьшается погрешность измерения. Основной недостаток — необходимость ограничивать угол поворота кожуха прибора, что значительно снижает верхний предел рабочего диапазона. Этот метод не уменьшает влияния на погрешность прибора внутренних причин трения, дебаланса.

Как известно, двухстепенной гироскоп имеет погрешность типа дрейфа (у интегрирующего гироскопа) или сдвига нуля (датчик угловой скорости), обусловленную качкой основания, даже когда угол поворота подвижной части прибора равен нулю [1]. И, как видно, оба метода не решают до конца задачи уменьшения влияния качки на показания приборов.

Исследуем возможность уменьшения погрешности двухстепенного гироскопического датчика угловой скорости (ДУС) с помощью схемы автокомпенсации влияния внешних механических возмущений. В основу схемы положен метод двухканальности [2]. Суть его — в использовании двух электрически связанных гироскопов с противоположными направлениями вращения роторов и формировании

выходного сигнала в виде разности сигналов двух приборов. Для обоих гироскопов по сумме их сигналов вводится жесткая отрицательная обратная связь.

Проанализируем возмущенное движение прибора, возникающее вследствие качки основания. Свяжем с основанием систему координат x, y, z . Ось y направим параллельно осям прецессии гироскопов, ось z — параллельно осям чувствительности гироскопов, ось x — перпендикулярно z, y . Для определения проекций угловой скорости основания воспользуемся выражениями

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\Theta} - \dot{\varphi} \sin \psi \approx \dot{\Theta} - \omega_z \psi; \\ \omega_y &= \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi + \dot{\psi} \cos \theta \approx \dot{\psi} + \omega_z \theta; \\ \omega_z &= \dot{\varphi} \cos \theta \cos \psi - \dot{\psi} \sin \theta \approx \omega_z - \dot{\psi} \theta.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь углы Эйлера φ, ψ, θ и их производные предполагаются малыми, а угловую скорость рыскания представим в виде $\dot{\varphi} = \omega_z$, предполагая вектор ее параллельным осям чувствительности приборов.

Уравнения движения ДУС с автокомпенсацией влияния помех запишем в форме Лагранжа в предположении малости постоянной времени усилителя в цепи обратной связи и кинематического момента гироскопа. Решение ищем методом последовательных приближений $\beta = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots$.

Здесь β_1, β_2 — поправки к β_0 , имеющие соответственно первый и второй порядок малости.

Уравнения движения ДУС с автокомпенсацией помех методом двухканальности для первых двух приближений запишем в виде [1]

$$\ddot{\beta}_{11} + 2h_1\dot{\beta}_{11} + n_1^2\beta_{11} = r_1\omega_{1x} - q_1\omega_{1z} - \dot{\omega}_{1y} - k_{01}(\beta_{11} + \beta_{12}); \quad (2)$$

$$\ddot{\beta}_{12} + 2h_2\dot{\beta}_{12} + n_2^2\beta_{12} = r_2\omega_{1x} - q_2\omega_{1z} - \dot{\omega}_{1y} - k_{02}(\beta_{11} + \beta_{12});$$

$$\begin{aligned}\ddot{\beta}_{21} + 2h_1\dot{\beta}_{21} + n_1^2\beta_{21} &= r_1\omega_{2x} - q_1\omega_{2z} + \beta_{11}(r_1'\omega_{1x} - q_1'\omega_{1z}) + \\ &+ 2^{-1}a_1[(\omega_{1x}^2 - \omega_{1z}^2) \sin 2\beta_{01} + 2\omega_{1x}\omega_{1z} \cos 2\beta_{01}] - \\ &- \dot{\omega}_{2y} - k_{01}(\beta_{21} + \beta_{22});\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\beta}_{22} + 2h_2\dot{\beta}_{22} + n_2^2\beta_{22} &= r_2\omega_{2x} - q_2\omega_{2z} + \beta_{12}(r_2'\omega_{1x} - q_2'\omega_{1z}) + \\ &+ 2^{-1}a_2[(\omega_{1x}^2 - \omega_{1z}^2) \sin 2\beta_{02} + 2\omega_{1x}\omega_{1z} \cos 2\beta_{02}] - \dot{\omega}_{2y} - k_{02}(\beta_{21} + \beta_{22}),\end{aligned}$$

где β_{vi} — угол поворота подвижной части прибора; $v = 1, 2$ — приближение, $i = 1, 2$ — номер гироскопа;

$$b_i B_i^{-1} = 2h_i; \quad c_i B_i^{-1} = k_{0i}^2; \quad r_{0i} B_i^{-1} = r_i; \quad q_{0i} B_i^{-1} = q_i; \quad R_i B_i^{-1} = a_i;$$

$$n_i^2 = k_{0i}^2; \quad B_i = J_{0i} + J_i; \quad R_i = J_{0i} + J_{zi} - J_{xi};$$

$$H_1 \approx -H_2; \quad r_{0i} = -H_i \sin \beta_{0i};$$

$$q_{0i} = H_i \cos \beta_{0i}; \quad k_{0i} = k_i B_i^{-1}; \quad i = 1, 2;$$

J_{xi}, J_{yt}, J_{zt} — моменты инерции внутреннего кольца i -го гироскопа; J_i, J_{0i} — полярный и экваториальный моменты инерции ротора i -го гироскопа; c_i, b_i — соответственно коэффициенты жесткости пружины и коэффициенты демпфирования гироскопов; ω_{ij} ($i = 1, 2$; $j = x, y, z$) — определяемые из (1) составляющие первого и второго порядка малости, штрихи обозначают производные по β_{0i} ; k_i — коэффициенты передачи в цепи обратной связи.

Рассмотрим реакцию ДУС на гармонические колебания основания. Предположим, что колебания основания являются синхронными и происходят по гармоническому закону, т. е. углы ψ, θ и угловая скорость ω_z измеряется следующим образом:

$$\theta = \rho_\theta \sin(\gamma t + \delta_\theta); \quad \psi = \rho_\psi \sin(\gamma t - \delta_\psi); \quad \omega_{1z} = \omega_z = \gamma \rho_\varphi \cos(\gamma t + \delta_\varphi).$$

Тогда составляющая β_1 выходного сигнала прибора определяется формулой

$$\begin{aligned} \beta_1 &= W_{\beta_1^x} \omega_{1x} + W_{\beta_1^z} \omega_{1z} + W_{\beta_1^y} \dot{\omega}_{1y} = \\ &= [(r_2 - r_1) \gamma^3 \rho_\theta \cos(\gamma t + \delta_\theta + \varepsilon) + (q_1 - q_2) \gamma^3 \rho_\psi \cos(\gamma t + \\ &\quad + \delta_\varphi + \varepsilon) + 2(h_1 r_2 - h_2 r_1) \gamma^2 \rho_\theta \sin(\gamma t + \delta_\theta + \varepsilon) + \\ &\quad + 2(h_2 - h_1) \gamma^3 \rho_\psi \cos(\gamma t + \delta_\psi + \varepsilon) + 2(h_2 q_1 - h_1 q_2) \gamma^2 \rho_\varphi \times \\ &\quad \times \sin(\gamma t + \delta_\varphi + \varepsilon) + [r_1(n_2^2 + 2k_{02}) - r_2(n_1^2 + 2k_{01})] \times \\ &\quad \times \gamma \rho_\theta \cos(\gamma t + \delta_\theta + \varepsilon) + [(n_2^2 + 2k_{02}) - (n_1^2 + 2k_{01})] \gamma^2 \rho_\varphi \times \\ &\quad \times \sin(\gamma t + \delta_\psi + \varepsilon) + [q_2(n_1^2 + 2k_{01}) - q_1(n_2^2 + 2k_{02})] \gamma \rho_\psi \cos(\gamma t + \\ &\quad + \delta_\varphi + \varepsilon)] [(\gamma^2 - \gamma^2 c + e)^2 + \gamma^2 (\gamma^2 b - d)^2]^{-1/2}, \end{aligned}$$

где $b = 2(h_1 + h_2)$; $c = (n_1^2 + n_2^2 + k_{01} + k_{02} + 4h_1 h_2)$; $d = 2[h_1 \times (n_2^2 + k_{02}) + h_2(n_1^2 + k_{01})]$; $e = k_{01} n_2^2 + k_{02} n_1^2 + n_1^2 n_2^2$, W_i — передаточные функции.

Очевидно, что постоянных составляющих первое приближение не дает. Обращает на себя внимание тот факт, что амплитуды вынужденных колебаний выходного сигнала прибора относительно равновесного состояния $\beta = \beta_0$ значительно меньше (по сравнению с обычным датчиком).

Таким образом, гармонические колебания основания в первом приближении приводят лишь к появлению вынужденных колебаний выходного сигнала с частотой γ около равновесного положения.

Решая уравнения (3), получаем для второго приближения

$$\beta_2 = W_{\beta_2^x} \omega_{2x} + W_{\beta_2^z} \omega_{2z} + W_{\beta_2^y} \dot{\omega}_{2y} + W_{\beta_2^1} Q_1 + W_{\beta_2^2} Q_2, \quad (4)$$

где $Q_i = \beta_{1i}(r'_i \omega_{1x} - q'_i \omega_{1z}) + 2^{-1} a_i [(\omega_{1x}^2 - \omega_{1z}^2) \sin 2\beta_{0i} + 2\omega_{1x} \omega_{1z} \times \cos 2\beta_{0i}]$, $i = 1, 2$.

Правая часть уравнения (4) содержит гармонические слагаемые и постоянное слагаемое c , которому в установившемся движении

соответствует некоторый сдвиг $\beta_2^{(0)}$ в показаниях прибора, определяемый как частное решение уравнения (4)

$$\beta_2^{(0)} = [k_{01}n_2^2 + k_{02}n_1^2 + n_1^2n_2^2]c^{-1}.$$

Таким образом, прибор будет выдавать сигнал $\beta_0 + \beta_2^{(0)}$, пропорциональный угловой скорости $\omega_z + \Delta\omega$, где $\Delta\omega$ определяет динамическую ошибку ДУС.

Определяя сдвиг нуля прибора, полагаем $\beta_{0i} = 0$.

Систематическая погрешность прибора во втором приближении соответствует ложной угловой скорости $\Delta\omega$, определяемой по формуле

$$\begin{aligned} 2\Delta\omega = & [H_1(c_2 + 2k_2) - H_2(c_1 + 2k_1)]^{-1} \{ [H_2(c_1 + 2k_1) + \\ & + H_1(c_2 + 2k_2)] \gamma \rho_\theta \rho_\psi = \sin(\delta_\theta - \delta_\psi) + [R_1(c_2 + 2k_2) - \\ & - R_2(c_1 + 2k_1)] \gamma^2 \rho_\theta \rho_\psi \cos(\delta_\theta - \delta_\psi) - \gamma \rho_\theta [(\gamma^4 - \gamma_c^2 + e)^2 + \\ & + \gamma^2(\gamma^2 b - d)^2]^{-1/2} \{ [H_1(c_2 + 2k_2) F_1 + H_2(c_1 + 2k_1) F_2] \times \\ & \times \cos(\delta_\psi - \delta_\theta + \epsilon) + [H_1(c_2 + 2k_2) L_1 + H_2(c_1 + 2k_1) L_2] \times \\ & \times \cos(\delta_\psi - \delta_\theta + \epsilon) + [H_1(c_2 + 2k_2) D_1 + H_2(c_2 + 2k_1) D_2] \times \\ & \times \sin(\delta_\psi - \delta_\theta + \epsilon) + [H_1(c_2 + 2k_2) E_1 + H_2(c_1 + \\ & + 2k_1) E_2] \sin(\delta_\psi - \delta_\theta + \epsilon) \} \}, \end{aligned}$$

где $F_i = -2h_j \gamma^2 \rho_\psi$; $L_i = \rho_\psi [H_i B_i^{-1} (c_i B_i^{-1} + k_j B_j^{-1}) + k_i H_j B_i^{-1} B_j^{-1}]$; $D_i = -\gamma^2 \rho_\psi [\gamma^2 - B_j^{-1} (c_j + k_j) + k_i B_i^{-1}]$; $E_i = 2h_j H_i B_i^{-1} \rho_\psi$, $i = 1, 2$; $j = 2, 1$.

Рассмотрим числовой пример. Пусть $H_1 = 2,09 \cdot 10^{-1}$ Н·м·с; $H_2 = -2,11 \cdot 10^{-1}$ Н·м·с; $c_1 = 1,2 \cdot 10^{-1}$ Н·м; $c_2 = 1,22 \cdot 10^{-1}$ Н·м; $k_1 = k_y k_{дм1} = 0,3$ Н·м; $k_2 = 0,304$ Н·м; $\gamma = 0,5$ с⁻¹, $\rho_\theta = \pi/36 = 5^\circ$; $\rho_\psi = \rho_\psi = 1^\circ = \pi/180$. Тогда $\Delta\omega \approx 0,94 \cdot 10^{-5}$ с⁻¹.

Для условий приведенного примера обычный ДУС имеет сдвиг нуля, соответствующий величине ложной угловой скорости $\Delta\omega$ приблизительно на два порядка большей.

Список литературы: 1. Луцк. Я. Л. Ошибки гироскопических приборов. — Л.: Судостроение, 1968. — 231 с. 2. Одинцов А. А. Метод автокомпенсации влияния внешних помех, действующих на гироскопы и маятниковые акселерометры. — В кн.: Автоматика и приборостроение. К.: Техника, 1973, с. 87 — 94.

Поступила в редколлегию 04.10.82.

УДК 518.61

Ю. Ф. СЕНЧУК, канд. физ.-мат. наук

ОБ ОДНОМ ПРЯМОМ ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

Прямые численные методы решения уравнений эллиптического типа делятся на две основные группы. В методах первой группы замена частных производных отношениями конечных разностей про-

изводится непосредственно в исходном уравнении, а второй — в соответствующем вариационном функционале. В монографии [1] предложен один метод второй группы, основанный на идее динамического программирования. В работах [2, 3] он обобщается на случай равномерной и неравномерной прямоугольных сеток.

В статье обобщается один из методов первой группы [1] на случай прямоугольной сетки.

Обращаясь к задаче Дирихле, будем искать решение уравнения Лапласа $\nabla^2 u(x, y) = 0$ в области $D = \{(x, y) : 0 < x < a; 0 < y < b\}$ при граничном условии первого рода. Покрывая область D равномерной прямоугольной сеткой с ячейками $h \times l$ ($a = nh$, $b = ml$), придем к следующему конечно-разностному уравнению

$$\frac{u_{i+1, j} - 2u_{ij} + u_{i-1, j}}{h^2} + \frac{u_{i, j+1} - 2u_{ij} + u_{i, j-1}}{l^2} = 0. \quad (1)$$

Полагая $\beta = l/h$, перепишем уравнение (1) так:

$$\beta^2 u_{i+1, j} + u_{i, j+1} - 2(\beta^2 + 1)u_{ij} + \beta^2 u_{i-1, j} + u_{i, j-1} = 0. \quad (2)$$

Вводя $(m-1)$ -мерные векторы $u_k = (u_{k1}, u_{k2}, \dots, u_{km-1})$, $r_k = (u_{k0}, 0, \dots, 0, u_{km})$ и квадратную матрицу $(m-1)$ -го порядка $Q = (q_{ij})$, где

$$q_{ij} = \begin{cases} 2, & i = j, \\ -1, & |i - j| = 1, \\ 0 & \text{для всех остальных } i, j, \end{cases}$$

получим из уравнения (2)

$$\beta^2 u_{k+1} - 2\beta^2 u_k + \beta^2 u_{k-1} - Q u_k + r_k = 0. \quad (3)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде $u_{k+1} = A_k u_k + b_k$ (4).

Подставляя формулу (4) в уравнение (3), находим

$$\begin{cases} A_{k-1} = \beta^2 (2\beta^2 E + Q - \beta^2 A_k)^{-1}, \\ b_{k-1} = A_{k-1} (b_k + r_k / \beta^2). \end{cases} \quad (5)$$

Из формулы (4) имеем $u_n = A_{n-1} u_{n-1} + b_{n-1}$, а так как u_n не зависит от u_0 , то должно быть $A_{n-1} = 0$, $b_{n-1} = u_n$ (6).

Формулы (5) с начальными условиями (6) и формула (4) полностью описывают алгоритм решения задачи.

Для доказательства корректности алгоритма обозначим $B_{k+1} = \beta^2 (E - A_k)$, ($k \leq n-1$). Тогда [3] $0 < B_k < E$, а значит $0 < A_k < E$, $k \leq n-2$ (7). Отсюда следует неособенность всех матриц $2\beta^2 E + Q - \beta^2 A_k$, а значит процесс корректен.

Докажем теперь устойчивость процесса. Пусть на некотором шаге вместо матрицы A_k мы получили некоторую матрицу $\tilde{A}_k = A_k + \Delta_k$, где Δ_k — малая ошибка. Тогда

$\tilde{A}_{k-1} = \beta^2 (2\beta^2 E + Q - \beta^2 \tilde{A}_k)^{-1}$, откуда легко следует, что $\Delta_{k-1} = A_{k-1} \Delta_k \tilde{A}_{k-1}$. Так как Δ_k мало, то $\Delta_{k-1} \approx A_{k-1} \Delta_k A_{k-1}$. Поэтому

$\|\Delta_{k-1}\| \leq \|A_{k-1}\|^2 \|\Delta_k\|$. Но из неравенства (7) следует, что $\|A_{k-1}\| < 1$, а значит, $\|\Delta_{k-1}\| < \|\Delta_k\|$, т. е. небольшая ошибка, допущенная на некотором шаге, в дальнейшем не увеличивается. Точно так же, предположив, что векторы b_k и u_k найдены с некоторыми ошибками δ_k, ε_k , получим $\|\delta_{k-1}\| < \|\delta_k\|, \|\varepsilon_k\| < \|\varepsilon_{k-1}\|$. Тем самым доказывается устойчивость процесса по отношению к малым ошибкам промежуточных вычислений.

Рассмотрим теперь уравнение Лапласа в том же прямоугольнике, но с комбинированными граничными условиями

$$\begin{aligned} u(x, 0) = f_1(x); \quad u(x, b) = f_2(x); \\ \frac{\partial u(0, y)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u(a, y)}{\partial x} = 0. \end{aligned}$$

В этом случае справедливы равенства (2), (3), только теперь u_0, u_n неизвестны. Однако последнее граничное условие с точностью до $O(h^3)$ дает $u_{n+1} = u_{n-1}$, в результате чего соотношение (3) при $k = n$ запишется в виде

$$2\beta^2 u_{n-1} - 2\beta^2 u_n - Qu_n + r_n = 0,$$

откуда

$$u_n = (2\beta^2 E + Q)^{-1} (2\beta^2 u_{n-1} + r_n).$$

С другой стороны, $u_n = A_{n-1}u_{n-1} + b_{n-1}$; тогда

$$A_{n-1} = 2\beta^2 (2\beta^2 E + Q)^{-1}, \quad b_{n-1} = (2\beta^2 E + Q)^{-1} r_n. \quad (8)$$

Далее, исходя из начальных условий (8), по формулам (5) последовательно находим $A_{n-2}, b_{n-2}; A_{n-3}, b_{n-3}; \dots; A_0, b_0$. Теперь, чтобы использовать формулу (4), заметим, что в силу граничного условия на левой стороне с точностью до $O(h^3)$ будет $u_{-1} = u_1$, и тогда уравнение (3) при $n = 0$ дает $2\beta^2 u_1 - 2\beta^2 u_0 - Qu_0 + r_0 = 0$. Решая это уравнение совместно с уравнением $u_1 = A_0 u_0 + b_0$, находим $u_0 = [2\beta^2 (E - A_0) + Q]^{-1} (2\beta^2 b_0 + r_0)$ (9) (неособенность матрицы $2\beta^2 (E - A_0) + Q$ следует из неравенства (7)).

После вычисления u_0 по формуле (9) последовательно находим u_1, u_2, \dots, u_n на основании формулы (4). Корректность и устойчивость данного алгоритма очевидны.

Описанный прием можно применить и к решению уравнения более общего вида: $\nabla^2 u - g(x, y)u + \varphi(x, y) = 0$ с неоднородными граничными условиями третьего рода.

Список литературы: 1. Беллман Р., Энджел Э. Динамическое программирование и уравнения в частных производных. — М.: Мир, 1974. — 207 с. 2. Сенчук Ю. Ф. Об одном численном методе решения задачи Дирихле для прямоугольника. — Л., 1981. — 6 с. — Рукопись деп. в ВИНТИ, № 732 — 81 Деп. 3. Сенчук Ю. Ф. Обобщение одного сеточного метода решения уравнения эллиптического типа. — Л., 1982. — 12 с. — Рукопись деп. в ВИНТИ № 952 — 82 Деп.

Поступила в редколлегию 12.11.82.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Костенко Ю. Т. Об одном подходе к автоматизации научных исследований | 3 |
| Бут Е. Н. Алгоритм аппроксимации сплайн-функцией нестационарного поля в многосвязной области | 6 |
| Деркач В. М. Новый способ обработки экспериментальных данных для получения спектров размеров частиц | 8 |
| Любчик Л. М. Квазиоптимальные алгоритмы минимаксной фильтрации и управления | 11 |
| Киреев Н. Г., Захаренко П. И. К вопросу идентификации релейных систем с квантованным по уровню выходным сигналом | 13 |
| Ермоленко В. М., Токмакова И. А. Идентификация объектов, заданных матрицами | 16 |
| Пикур Э. А., Северин В. П. Вычисление коэффициентов передаточных функций систем регулирования по частотным характеристикам | 18 |
| Малых О. Н. Метод локального поиска решения общей задачи построения расписания | 22 |
| Голоскоков А. Е., Педан В. С. Методы и модели адаптации транспортных систем к случайным колебаниям спроса на перевозки | 27 |
| Гамбаров Л. А. Об одной модификации транспортной задачи в условиях централизованного прикрепления поставщиков к потребителям | 29 |
| Дабаян А. В., Цыхманов Г. В. О методе оптимизации типоразмерного ряда изделий | 32 |
| Макаренко А. В., Лабазова И. В. Построение интегральных стоимостных характеристик при оптимизации типоразмерного ряда изделий | 34 |
| Воскобойников Н. М., Григорьева Т. Г., Самулева С. В., Чижик О. П., Змиевская Н. А. Математическое моделирование иммунопатологических процессов при ожоговой болезни | 36 |
| Голубев Л. Н., Безменов Н. И. Применение факторного анализа в онкологических исследованиях | 38 |
| Ткачук Н. В., Баженов В. Г. Автоматно-лингвистическая модель управления диалогом в системах автоматизированного проектирования | 40 |
| Беломиццев А. С., Карабан В. Н., Шатохин В. М. О численных методах исследования существенно нелинейных колебаний в системах с переменными параметрами | 41 |
| Шевченко И. В., Маслов В. Е. Виброизолятор с управляемым демпфером | 46 |
| Карачун В. В., Колосов В. Н., Дидковский В. С., Юдин О. Н. О погрешности двухгироскопного датчика угловой скорости при качке основания | 51 |
| Сенчук Ю. Ф. Об одном прямом численном методе решения уравнения Лапласа в прямоугольнике | 54 |

**ВЕСТНИК
ХАРЬКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА**

№ 209

Техническая кибернетика и ее приложения

Выпуск 4

Редактор *Л. К. Гаврюшенко*
Художественный редактор *Т. П. Воробийко*
Технический редактор *Г. П. Александрова*
Корректор *Л. А. Марченко*

Сдано в набор 17.01.84. Подп. в печать 10.05.84. БЦ 09154.
Формат 60×90/16. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Выс. печать. 4 печ. л. 4,25 кр.-отт. 4,7 уч.-изд. л. Тираж 500 экз.
Изд. № 1159. Зак. 4-536. Цена 65 к.

Издательство при Харьковском государственном университете
издательского объединения «Вища школа»
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

Отпечатано с матриц книжной фабрики им. М. В. Фрунзе
в Харьковской городской типографии № 16
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16 Зак. 925.

РЕФЕРАТЫ

УДК 681.51

Об одном подходе к автоматизации научных исследований. Костенко Ю. Т.—Вест. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 3—6.

Предложена классификация методов для решения ряда задач математической физики, которая делает более удобным переход к автоматизации научных исследований. Рассмотрены наиболее существенные аспекты перечисленных методов с точки зрения решения задачи параметрической идентификации модели эксперимента.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.51

Алгоритм аппроксимации сплайн-функцией нестационарного поля в много-связной области. Бут Е. Н.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 6—8.

Предложен алгоритм решения некорректно-поставленных задач теплопроводности. При построении алгоритма был использован один из вариантов проекционно-сеточного метода, а именно, аппроксимация сплайн-функцией. Алгоритм может быть использован для аппроксимации нестационарного температурного поля, оптимизации геометрии с учетом тепловых потоков.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.65

Новый способ обработки экспериментальных данных для получения спектров размеров частиц. Деркач В. М.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 8—11.

Разрабатывается новый способ определения дисперсного состава частиц. Методом светорассеяния под малыми углами получают экспериментальные данные. Они обрабатываются при помощи сплайн-идентификации уравнения метода, что позволяет повысить точность обработки экспериментальных данных и сократить время обработки.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 62—50

Квазиоптимальные алгоритмы минимаксной фильтрации и управления. Лубчик Л. М.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 11—13.

Рассмотрена задача управления линейной динамической системой при наличии неопределенных внешних воздействий. Получены простые алгоритмы фильтрации и управления по минимаксным критериям.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 62—504.3

К вопросу идентификации релейных систем с квантованным по уровню выходным сигналом. Киреев Н. Г., Захаренко П. И.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 13—16.

Предлагается метод идентификации релейных систем с квантованным по уровню выходным сигналом. В связи с тем, что время работы релейного элемента значительно меньше времени между двумя его последовательными включениями, идентификация производится на основе измерений, выполненных при выключенном релейном элементе. Исследованы основные источники погрешностей, способы их уменьшения и направления распространения предложенного метода на более широкий класс систем.

Табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.327

Идентификация объектов, заданных матрицами. Ермоленко В. М., Токова И. А.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 16—18.

Предлагается метод определения участка совпадения двух объектов, заданных с помощью матриц. В основе метода лежит представление матрицы в виде функции одной переменной. Рассмотрены различные варианты решения задачи.

Библиогр. ссылка в подстроч. примеч.

УДК 62—503

Вычисление коэффициентов передаточных функций систем регулирования по частотным характеристикам. Пикур Э. А., Северин В. П.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 18—22.

Рассмотрен универсальный метод определения коэффициентов передаточных функций по вещественной и мнимой частотным характеристикам путем формирования и решения системы линеаризованных алгебраических уравнений. Работа метода исследуется на примерах стандартных передаточных функций до восьмого порядка включительно.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 519.854

Метод локального поиска решения общей задачи построения расписания. Малых О. Н.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 22—27.

Излагается алгоритмическое воплощение метода локального поиска решения общей задачи теории расписаний.

УДК 656.512

Методы и модели адаптации транспортных систем к случайным колебаниям спроса на перевозки. Голоскоков А. Е., Педан В. С.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 27—29.

Рассмотрены основные методы адаптации транспортных систем к случайным колебаниям спроса на перевозки. Даны рекомендации по их использованию. Один из подходов, заключающийся в оптимальном маневрировании парком транспортных средств на этапе оперативного управления, рассмотрен подробно. Предложена математическая модель и двухуровневая система ее оптимизации с использованием алгоритма параметрической декомпозиции.

Библиогр.: 3 назв.

Об одной модификации транспортной задачи в условиях централизованного прикрепления поставщиков к потребителям. Гамбаров Л. А.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 29—32.

Рассматриваются вопросы централизованного прикрепления поставщиков к потребителям. Предлагается подход, обеспечивающий перемещение неоднородного ресурса от поставщиков к потребителям и на уровне предприятий-потребителей по критерию минимума затрат на перевозку.

Библиогр. ссылка в подстроч. примеч.

О методе оптимизации типоразмерного ряда изделий. Дабагян А. В., Цыхманов Г. В.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 32—34.

Рассматривается задача построения оптимального типоразмерного ряда изделий. Критерием эффективности является минимум народнохозяйственных затрат на проектирование, изготовление и эксплуатацию изделий. Предложен эвристический алгоритм для получения приближенного решения задачи за приемлемое время.

Библиогр. ссылка в подстроч. примеч.

Построение интегральных стоимостных характеристик при оптимизации типоразмерного ряда изделий. Макаренко А. В., Лабазова И. В.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 34—35.

Представлена задача построения интегральных стоимостных характеристик при формировании типоразмерного ряда изделий. Оптимальный ряд соответствует оптимальному сечению дихотомического графа альтернативных решений. Строятся промежуточная и максимальная характеристика с учетом серийности. Задача формализована, изложен и обоснован алгоритм ее решения.

Библиогр.: 3 назв.

Математическое моделирование иммунопатологических процессов при ожоговой болезни. Воскобойников Н. М., Григорьева Т. Г., Самулева С. В. и др.—Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 36—38.

В предположении, что организм человека является динамической системой, рассмотрены зависимости лабораторных анализов от относительного времени. Зависимости аппроксимировались с помощью В-сплайнов. Полученные результаты помогают прогнозировать состояние больного.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.237

Применение факторного анализа в онкологических исследованиях. Голубев Л. Н., Безменов Н. И.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 38—39.

Предложен метод построения математической модели заболевания организма в целом, основанный на использовании факторного анализа. Выделены переменные, описывающие поведение больного организма, указаны факторы, влияющие на ход заболевания.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 658.512

Автоматно-лингвистическая модель управления диалогом в системах автоматизированного проектирования. Ткачук Н. В., Баженов В. Г.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 40—41.

Рассмотрена математическая модель управления процессом диалога в проблемно-ориентированной системе автоматизированного проектирования, основанная на использовании понятия конечного инициального автомата Мура. Формальные объекты из определения такого автомата интерпретированы на уровне отдельных программных компонент диалоговой системы, предлагается методика ее реализации.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 539.3

О численных методах исследования существенно нелинейных колебаний в системах с переменными параметрами. Беломятцев А. С., Карабан В. Н., Шатохин В. М.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 41—46.

Обобщается метод Ньютона для исследования периодических режимов в нелинейных системах с переменными параметрами при записи уравнений движения в дифференциальной форме.

Приводится пример расчета.

Ил. 2. Библиогр.: 7 назв.

УДК 628.517

Виброизолятор с управляемым демпфером. Шевченко И. В., Маслов В. Е.—Вестн. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 46—51.

Показана возможность улучшения качества виброзащиты при использовании пассивного виброизолятора с управляемым демпфером. Для одномерной системы синтезирована функция управления. Приведены результаты исследования системы при гармоническом воздействии.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

УДК 531.383

О погрешности двухгироскопного датчика угловой скорости при качке основания. Карачун В. В., Колосов В. Н., Дидковский В. С., Юдин О. Н.— Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 51—54.

Рассматривается двухканальная автокомпенсационная схема двухстепенного гироскопического датчика угловой скорости. Показана эффективность схемы при синхронной качке основания.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 518.61

Об одном прямом численном методе решения уравнения Лапласа в прямоугольнике. Сенчук Ю. Ф.— Вести. Харьк. политехн. ин-та, 1984, № 209. Техническая кибернетика и ее приложения, вып. 4, с. 54—56.

В работе обобщается для прямоугольной сетки один конечно-разностный метод решения уравнения Лапласа, предложенный Р. Беллманом и Э. Энджелом. Рассматриваются различные граничные условия. Доказывается невырожденность алгоритма и его устойчивость по отношению к малым ошибкам промежуточных вычислений.

Библиогр.: 3 назв.