

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«Харківський політехнічний інститут»

В. В. Веретельник, Г. М. Тимченко

ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

Навчальний посібник для студентів технічних університетів

*Затверджено редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 07.12.2011 р.*

Харків НТУ «ХПІ» 2012

УДК 517.531
ББК 22.1
В31

Рецензенти:

І. Г. Суворова, д-р техн. наук, проф., провідний наук, співроб. Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України;

О. Г. Ніколаєв, д-р фіз.-мат. наук, проф., Аерокосмічний Університет ім. М. Є. Жуковського «ХАІ», зав. кафедри вищої математики

Веретельник В. В.

В31 Теорія функцій комплексної змінної: навч. посіб. / В. В. Веретельник, Г.М. Тимченко. - Харків : НТУ "ХПІ", 2012. -208 с.

ISBN 978-617-05-0031-1

Навчальний посібник містить теоретичний матеріал з теорії функцій комплексної змінної, наведені основні теореми та формули, які необхідні для розв'язання задач, а також зразки розв'язання типових задач. Надані індивідуальні варіанти типових розрахунків.

Призначено для студентів технічних університетів.

Лл. 38. Бібліогр.: 10 назв.

УДК 517.531 БКК22.1
ISBN 978-617-05-0031-1

© Веретельник В. В., Тимченко Г. М., 2012

Зміст

| | |
|--|-----------|
| 1 Комплексні числа та їх геометричне зображення | 5 |
| 1.1.Комплексні числа | 6 |
| 1.2.Алгебраїчна форма | 10 |
| 1.3.Геометрична інтерпретація комплексних чисел .. | 12 |
| 1.4.Тригонометрична та показникова форми | 14 |
| 1.5.Множення та ділення комплексних чисел..... | 19 |
| 1.6.Знаходження кореня цілого степеня | 21 |
| Завдання до глави 1 | 23 |
| 2 Функції комплексної змінної | 26 |
| 2.1.Область..... | 26 |
| 2.2.Послідовність комплексних чисел | 29 |
| 2.3.Нескінченно віддалена точка..... | 31 |
| 2.4.Функція комплексної змінної | 33 |
| 2.5.Границя функції. Неперервність | 35 |
| 2.6.Похідна. Умови Коші-Рімана..... | 38 |
| 2.7.Аналітичні функції | 41 |
| Завдання до глави 2 | 45 |
| 3 Елементарні функції комплексної змінної | 47 |
| 3.1.Основні елементарні функції..... | 47 |
| 3.2.Лінійна функція | 49 |
| 3.3.Функція $w = 1/z$ | 49 |
| 3.4.Степенева функція | 50 |
| 3.5.Показникова функція | 55 |
| 3.6.Логарифмічна функція | 57 |
| 3.7.Загальна показникова та степенева функції | 60 |
| 3.8.Тригонометричні функції..... | 61 |
| 3.9.Обернені тригонометричні функції | 63 |
| 3.10. Гіперболічні функції | 65 |
| 4 Інтегрування функції комплексної змінної | 67 |
| 4.1.Інтегрування по кривій | 67 |
| 4.2.Теорема Коші | 71 |
| 4.3.Інтегрування аналітичних функцій | 74 |
| 4.4.Інтегральна формула Коші | 78 |
| 4.5.Диференціальні властивості аналітичних функцій | 80 |
| Завдання до глави 4 | 81 |

| | |
|--|------------|
| 5. Ряди | 84 |
| 5.1.Числові ряди..... | 84 |
| 5.2.Функціональні ряди..... | 88 |
| 5.3.Теорема Вейєрштрасса..... | 90 |
| 5.4.Властивості рівномірно збіжних рядів..... | 90 |
| 6 Степеневі ряди | 96 |
| 6.1.Степеневі ряди. Теорема Абеля..... | 96 |
| 6.2.Область збіжності..... | 98 |
| 6.3.Властивості степеневих рядів | 99 |
| 6.4.Ряд Тейлора | 101 |
| 6.5.Ряди Тейлора елементарних функцій | 105 |
| 6.6.Теорема Ліувілля | 106 |
| 6.7.Нулі аналітичної функції | 107 |
| 6.8.Аналітичне продовження | 109 |
| 7 Ряд Лорана | 111 |
| 7.1.Ряд Лорана..... | 111 |
| 7.2.Теорема Лорана | 113 |
| 7.3.Особливі точки | 119 |
| Завдання до глави 7 | 126 |
| 8 Лишок функції | 136 |
| 8.1.Лишок | 136 |
| 8.2.Обчислення лишків | 137 |
| 8.3.Основна теорема теорії лишків..... | 141 |
| 8.4.Лишок у нескінченно віддаленій точці..... | 144 |
| 9 Обчислення інтегралів | 146 |
| 9.1. Обчислення визначених інтегралів | 146 |
| 9.2. Обчислення невластних інтегралів | 147 |
| Завдання до глави 9 | 162 |
| 10.Перетворення Лапласа | 168 |
| 10.1.Поняття інтегрального перетворення | 168 |
| 10.2.Перетворення Лапласа | 169 |
| 10.3.Теорема обернення..... | 173 |
| 10.4.Властивості перетворення Лапласа | 176 |
| 10.5.Зображення елементарних функцій | 186 |
| Завдання до глави 10..... | 193 |
| 11.Операційне числення | 195 |
| 11.1. Диференціальне рівняння першого порядку | 195 |
| 11.2. Диференціальне рівняння другого порядку | 197 |
| Завдання до глави 11 | 201 |
| Список літератури | 204 |