

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ, МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«Харьковский политехнический институт»

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

В примерах и задач

Учебное пособие

В двух томах

Том 1

Под редакцией Ю. Л. Геворкяна

Харьков
Видавництво «Підручник НТУ «ХПІ»
2011

ББК 22.1 В93 УДК 51

Рецензенты:

Ю. В. Гандель, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математической физики и вычислительной математики Харьковского национального университета им. В. Н. Каразина;
А. И. Колосов, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики Харьковской государственной академии городского хозяйства.

Авторы: Ю. Л. Геворкян, Л. А. Балака, С. С. Габриелян,
В. Д. Крупка, Л. И. Курпа, Т. С. Полянская, О. М. Прохорова, И. А. Токмакова, И. Н. Юхно.

Высшая математика в примерах и задачах : учеб. пособие : в 2 т. /

В93 Ю. Л. Геворкян, Л. А. Балака, С. С. Габриелян [и др.] / под ред. Ю. Л. Геворкяна - Харьков: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. — 408 с. - На рус. яз.

ISBN 978-966-2426-19-9 (полное издание)

ISBN 978-966-2426-20-5 (т. 1)

В пособии изложены методы решения основных типов задач по курсам «Линейная алгебра» и «Математический анализ». Каждый раздел содержит необходимый теоретический материал, включающий в себя основные определения, формулировки теорем, подробные решения примеров, а также задания для самостоятельной работы с ответами.

Предназначается для студентов технических вузов дневной, заочной и дистанционной форм обучения, аспирантов, преподавателей и научных сотрудников технических университетов. Ил. 66. Табл. 5. Библиогр.: 35 назв.

ББК 22.1 УДК 51

О Ю. Л. Геворкян, Л. А. Балака, С. С. Габриелян,
В. Д. Крупка, Л. И. Курпа, Т. С. Полянская,

ISBN 978-966-2426-19-9 О. М. Прохорова, И. А. Токмакова, И. Н. Юхно, 2011

ISBN 978-966-2426-20-5 (т. 1) © Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011

Оглавление

Глава 1. Элементы линейной алгебры

§ 1. Матрицы и действия над ними

Умножение матрицы на число

Сложение матриц

Умножение матриц

Многочлен от квадратной матрицы

Транспонирование матриц

Задачи для самостоятельного решения

§ 2. Определители

Некоторые свойства определителей

Некоторые способы вычисления определителей

1) Разложение по элементам строки или столбца

2) Приведение определителя к треугольному виду

3) Правило треугольника для вычисления определителя третьего порядка

Задачи для самостоятельного решения

§3. Обратная матрица

Матричные уравнения

Задачи для самостоятельного решения

§4. Ранг матрицы

Задачи для самостоятельного решения

§5. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Методы решения СЛАУ

1) Матричный метод

2) Правило Крамера

3) Метод Гаусса

Однородные СЛАУ

Задачи для самостоятельного решения

§6. Собственные числа и собственные векторы

Задачи для самостоятельного решения

Глава 2. Элементы векторной алгебры

§7. Линейные операции над векторами

Разложение вектора по ортам осей

Основные задачи на векторы

1) Умножение вектора на число

2) Сложение и вычитание векторов

3) Вычисление модуля вектора

4) Вычисление вектора по координатам его начала и конца

5) Условие коллинеарности векторов

6) Направляющие косинусы вектора

7) Вычисление орта вектора

8) Разложение вектора по базису

Задачи для самостоятельного решения

§8. Скалярное произведение векторов

Скалярное произведение векторов в координатной форме

Угол между векторами

Вычисление проекции вектора на ось

Физический смысл скалярного произведения

Задачи для самостоятельного решения

§9. Векторное произведение векторов

Векторное произведение в координатной форме

Вычисление площадей параллелограмма и треугольника

Физический смысл векторного произведения

Задачи для самостоятельного решения

§10. Смешанное произведение векторов

Смешанное произведение в координатной форме
Задачи для самостоятельного решения

Глава 3. Элементы аналитической геометрии

§11. Плоскость

Задачи для самостоятельного решения

§ 12. Прямая на плоскости

Задачи для самостоятельного решения

§13. Прямая в пространстве

Задачи для самостоятельного решения

§14. Кривые второго порядка

Задачи для самостоятельного решения

Глава 4. Числовые последовательности. Пределы

§15. Числовые последовательности

Задачи для самостоятельного решения

§16. Предел функции

Вычисление предела функции при стремлении аргумента x к $+\infty$, $-\infty$, ∞

Вычисление предела функции при стремлении аргумента x к конечному числу $x_0 \in \mathbf{R}$

Задачи для самостоятельного решения

§17. Вычисление пределов функций с использованием первого замечательного предела, а также следствий из него

Задачи для самостоятельного решения

§18. Вычисление пределов функций с использованием второго замечательного предела, а также следствий из него

Задачи для самостоятельного решения

§19. Непрерывность функции

Задачи для самостоятельного решения

Глава 5. Производная

§20. Определение производной

Задачи для самостоятельного решения

§21. Производные основных элементарных функций

Задачи для самостоятельного решения

§22. Производные сложных функций

Задачи для самостоятельного решения

§23. Дифференцирование функций, заданных неявно

Задачи для самостоятельного решения

§24. Логарифмическое дифференцирование

Задачи для самостоятельного решения

§25. Дифференцирование функций, заданных параметрически

Задачи для самостоятельного решения

§26. Геометрический смысл производной

Задачи для самостоятельного решения

§27. Некоторые приложения производной к задачам физики

Вычисление скорости движущейся точки

Вычисление теплоемкости тела

Вычисление силы тока

Задачи для самостоятельного решения

§28. Дифференциал функции

Задачи для самостоятельного решения

§29. Производные высших порядков

Задачи для самостоятельного решения

§30. Дифференциалы высших порядков

Задачи для самостоятельного решения

§31. Основные теоремы дифференциального исчисления

Задачи для самостоятельного решения

§32. Правило Лопиталья

Неопределенности вида $||0/0||$ и $||\infty/\infty||$

Неопределенности вида $||\infty-\infty||$, $||0-\infty||$

Неопределенность вида $||0^0||$, $||\infty^0||$, $||1^\infty||$

Задачи для самостоятельного решения

§33. Теорема (формула) Тейлора

Задачи для самостоятельного решения

§34. Исследование поведения функции и построение графиков

Асимптоты графика функции

Задачи для самостоятельного решения

Интервалы монотонности. Точки экстремума

Задачи для самостоятельного решения

Наибольшее и наименьшее значения функции

Задачи для самостоятельного решения

Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.....

Задачи для самостоятельного решения

Общая схема исследования функции и построения её графика

Задачи для самостоятельного решения

Глава 6. Неопределенный интеграл

§35. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла.

§36. Таблица основных интегралов

§37. Свойства неопределенного интеграла

Задачи для самостоятельного решения

§38. Основные методы интегрирования

Метод подстановки (замена переменной)

Задачи для самостоятельного решения

Метод интегрирования по частям

Задачи для самостоятельного решения

§39. Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен

Задачи для самостоятельного решения

§40. Интегрирование рациональных функций

Задачи для самостоятельного решения

Интегрирование простейших рациональных дробей

Задачи для самостоятельного решения

§41. Интегрирование тригонометрических функций

Задачи для самостоятельного решения

§42. Интегрирование некоторых иррациональных функций

Задачи для самостоятельного решения

§43. Понятие об интегралах, не выражающихся через элементарные функции

Глава 7. Определенный интеграл

§44. Определение. Свойства определенного интеграла. Формула

Ньютона - Лейбница

Определение определенного интеграла

Свойства определенного интеграла

Формула Ньютона - Лейбница

Задачи для самостоятельного решения

§45. Методы интегрирования определенного интеграла

Интегрирование по частям определенного интеграла

Задачи для самостоятельного решения

Замена переменной в определенном интеграле

Задачи для самостоятельного решения

Интегрирование четных и нечетных функций по симметричному интервалу

Задачи для самостоятельного решения

Теорема о среднем

Задачи для самостоятельного решения

§46. Приложения определенного интеграла

Вычисление площади плоских фигур (кривая задана

Уравнением $y=f(x)$)

Задачи для самостоятельного решения

Вычисление площади плоских фигур (кривая задана параметрически

$x = x(t), y = y(t)$; кривая задана в полярной системе координат $\rho = \rho(\varphi)$)

Задачи для самостоятельного решения

Вычисление объемов тел вращения

Задачи для самостоятельного решения

Вычисление длин дуг

Задачи для самостоятельного решения

Приложения определенных интегралов к решению физических задач

Задачи для самостоятельного решения

§47. Несобственные интегралы

Несобственные интегралы первого рода

Задачи для самостоятельного решения

Признаки сходимости несобственных интегралов первого рода

Задачи для самостоятельного решения

Несобственные интегралы второго рода

Задачи для самостоятельного решения

Признаки сходимости несобственных интегралов второго рода

Задачи для самостоятельного решения

Глава 8. Функции многих переменных

§ 48. Общие сведения о функциях двух переменных

Задачи для самостоятельного решения

§ 49. Частные производные и дифференциал первого порядка

Задачи для самостоятельного решения

§ 50. Производная сложной функции

Задачи для самостоятельного решения

§ 51. Производная неявно заданной функции. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

Задачи для самостоятельного решения

§ 52. Частные производные и дифференциалы высших порядков

Задачи для самостоятельного решения

§ 53. Экстремум функции двух переменных

Задачи для самостоятельного решения

§ 54. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных.

Задачи для самостоятельного решения

§ 55. Условный экстремум функции двух переменных

Задачи для самостоятельного решения

Список рекомендованной литературы