

*Вісс. Гр. Клименко*

# **БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ НА ГРАФАХ**

*Наукове видання*

*Харків «Майдан» 2011*

**УДК 519.8**  
**ББК 22.162**  
**К 49**

**Рецензенти:**

*Ю. Г. Стоян, член-кореспондент НАН України,  
проф. (зав. відділом Інституту проблем  
машинобудування НАН України);*

*В. П. Ольшанський, д-р фіз.-мат. наук, проф.  
(Харківський національний технічний університет  
сільського господарства);*

*І. Б. Сироджа, д-р техн. наук, проф.  
(Національний аерокосмічний університет імені М.Є.  
Жуковського «ХАІ»);*

**Клименко В. Г.**

**К 49 Багатокритеріальна оптимізація на графах:**  
Монографія.—Х.: Майдан, 2011.— 548 с.

**ISBN 978-966-372-383-9**

В монографії представлені наукові результати автора по дослідженню цілого ряду, побудованих ним, багатокритеріальних формалізованих моделей оптимізаційних задач на графах, які базуються на концепції упорядкування евклідового точково-векторного простору «по максимуму» і «по мінімуму». В ній формулюються і доводяться теореми існування єдиного розв'язку запропонованих автором задач багатокритеріальної оптимізації, а також встановлюється еквівалентність цих задач і споріднених з ними стратегічних ігор. Розглядаються ітераційні методи розв'язування поставлених задач, які ілюструються конкретними прикладами.

Ця книга є цілком оригінальною і не має аналогів в світовій літературі. Розрахована на спеціалістів в області прикладної математики і системного аналізу, аспірантів, студентів-дипломників.

**УДК 519.8**  
**ББК 22.162**

**ISBN 978-966-372-383-9**  
**Г., 2011**

**© Клименко В.**

## **ЗМІСТ**

**Передмова**

**Розділ 1. Попередній розгляд**

- §1. Решітка неперервних функцій
- §2. Функції відстані та їх властивості
- §3. Мінімальна і максимальна редукція функцій відстані на опуклому компактi
- §4. Упорядкування простору  $R^n$  по максимуму
- §5. Упорядкування простору  $R^n$  по мінімуму
- §6. Бульові алгебри на базі неперервних і неперервно-диференційованих функцій

## **Розділ 2. Багатокритеріальна задача мінімізації по максимуму**

- § 1. Постановка задачі, існування розв'язку
- §2. Еквівалентне редукування багатокритеріальних задач мінімізації по максимуму
- §3. Теореми про єдиність розв'язку задачі мінімізації по максимуму
- §4. Поняття регулярності сім'ї опуклих, компактних множин
- §5. Умова існування єдиного розв'язку першої задачі мінімізації по максимуму
- §6. Ігрова експлікація першої багатокритеріальної задачі мінімізації по максимуму
- §7. Теорема еквівалентності
- §8. Умови еквівалентності задачі мінімізації по максимуму відповідній їй грі в нормальній формі
- §9. Метод розв'язування першої задачі мінімізації по максимуму
- §10. Умова існування єдиного розв'язку другої задачі мінімізації по максимуму
- §11. Метод розв'язування другої задачі мінімізації по максимуму

## **Розділ 3. Багатокритеріальна задача максимізації по мінімуму**

- §1. Постановка задачі, існування розв'язку

- §2. Еквівалентна редукція
- §3. Єдиність розв'язку задачі максимізації по мінімуму
- §4. Ігрова експлікація задачі максимізації по мінімуму
- §5. Теореми еквівалентності
- §6. Метод розв'язування задачі максимізації по мінімуму

#### **Розділ 4. Задача багатокритеріального мінімакса**

- §1. Постановка задачі багатокритеріального мінімакса та спорідненої з нею стратегічної гри
- §2. Умови існування єдиної некооперативної рівноваги
- §3. Існування єдиного розв'язку задачі багатокритеріального мінімакса
- §4. Метод розв'язування задачі багатокритеріального мінімакса
- §5. Багатокритеріальна оптимізація на многовиді
- §6. Ілюстративні приклади

#### **Розділ 5. Багатокритеріальна оптимізація при невизначених об'єктах. Максимізація по максимуму та мінімізація по мінімуму**

- §1. Багатокритеріальна мінімізація по максимуму при невизначених об'єктах
- §2. Багатокритеріальна максимізація по мінімуму при невизначених об'єктах
- §3. Багатокритеріальний мінімакс при невизначених об'єктах
- §4. Задачі максимізації по максимуму і задачі мінімізації по мінімуму
- §5. Змішана задача мінімізації по максимуму
- §6. Метод розв'язування змішаної задачі мінімізації по максимуму

#### **Розділ 6. Формалізовані моделі оптимального проектування при різнорідних середовищах**

- §1. Ордовий ланцюг і ордова функція
- §2. Реберна функція, властивості

- §3. Мінімальна редукція реберної функції
- §4. Мінімальна редукція орлової функції
- §5. Максимальна редукція орлової функції
- §6. Мінімізаційна задача оптимального проектування
- §7. Метод розв'язування мінімізаційної задачі оптимального проектування при різнорідному середовищі
- §8. Максимізаційна задача оптимального проектування при різнорідному середовищі
- §9. Метод розв'язування максимізаційної задачі оптимального проектування

## **Розділ 7. Багатокритеріальна задача мінімізації по максимуму при різнорідних середовищах**

- §1. Постановка задачі мінімізації по максимуму при різнорідному середовищі
- §2. Про єдиність розв'язку
- §3. Ігровий аспект задачі мінімізації по максимуму при різнорідному середовищі. Теореми еквівалентності
- §4. Метод розв'язування задачі мінімізації по максимуму при різнорідному середовищі
- §5. Існування та єдиність розв'язку узагальненої задачі мінімізації по максимуму при різнорідному середовищі
- §6. Ігровий аспект узагальненої задачі мінімізації по максимуму при різнорідному середовищі. Теореми еквівалентності
- §7. Метод розв'язування узагальненої багатокритеріальної задачі мінімізації при різнорідному середовищі. Ілюстративний приклад

## **Розділ 8. Багатокритеріальна задача максимізації по мінімуму при різнорідних середовищах**

- §1. Постановка задачі максимізації по мінімуму при різнорідному середовищі. Існування розв'язку

- §2. Ігрова експлікація та єдиність розв'язку задачі максимізації по мінімуму при різнорідному середовищі
- §3. Метод розв'язування задачі максимізації по мінімуму при різнорідних середовищах
- §4 Узагальнююче доповнення до задачі максимізації по мінімуму
- §5. Розв'язування задачі максимізації по мінімуму у випадку її узагальнюючого доповнення

### **Розділ 9. Задача багатокритеріального мінімакса при різнорідному середовищі**

- § 1. Постановка задачі багатокритеріального мінімакса та спорідненої з нею стратегічної гри при різнорідному середовищі
- §2. Теореми існування та єдиності розв'язку задачі багатокритеріального мінімакса
- §3. Ілюстративні приклади задачі багатокритеріального мінімакса

### **Розділ 10. Побудова перегородок для систем опуклих компактів**

- §1. Теоретичне підґрунтя
- §2. Побудова рівняння перегородок
- §3. Властивості перегородок
- §4. Мінімізація рівнянь перегородок, можливості візуалізації
- §5. Деякі узагальнення
- §6. До побудови нормальних функцій та зон відчуження
- §7. До побудови максимальних редукцій функції відстані

### **Розділ 11. Багатокритеріальна оптимізація в різнорідному середовищі при наявності невизначеності**

- § 1. Постановка задачі мінімізації в різнорідному середовищі

при наявності невизначеності

§2. Єдиність розв'язку задачі мінімізації при наявності невизначеності

§3. Ігрова експлікація задачі мінімізації при наявності невизначеності

§4. Задача мінімізації при наявності невизначеності для сильно зв'язного графа

§5. Метод розв'язування задачі мінімізації по максимуму при наявності невизначеності

§6. Постановка задачі максимізації в різнорідному середовищі при наявності невизначеності

§7. Розв'язування задачі максимізації по мінімуму при наявності невизначеності

§8. Двоїстість задач оптимізації

## **Розділ 12. Багатокритеріальні задачі оптимізації на мультиграфах і орграфах**

§1. Постановка задачі мінімізації по максимуму на мультиграфі

§2. Про розв'язки багатокритеріальних задач мінімізації по максимуму на мультиграфах

§3. Ігровий аспект задачі мінімізації по максимуму на мультиграфі. Теореми еквівалентності

§4. Метод розв'язування багатокритеріальних задач мінімізації по максимуму на мультиграфах

§5. Постановка задачі мінімізації по максимуму при векторних зіставленнях. Єдиність розв'язку

§6. Змішана задача на орграфах

§7. Метод розв'язування задачі мінімізації по максимуму при векторних зіставленнях

§8. Ілюстративні приклади розв'язування задач мінімізації по максимуму при векторних зіставленнях

## **Післямова**

## **Список найуживаніших позначень**

## **Список літератури**