

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА
СПОРТУ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«Харківський політехнічний інститут»

Л. В. Курна, Г. Б. Лінник

РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Навчальний посібник

для студентів інженерних спеціальностей вищих
навчальних закладів

*Рекомендовано Міністерством
освіти і науки,
молоді та спорту України*

Харків
Видавництво «Підручник НТУ «ХПІ» 2011

УДК 517.2 ББК 22.161 К 93

Рецензенти:

О. М. Цінник, д-р фіз.-мат. наук, проф., Українська інженерно-педагогічна академія;
В. С. Проценко, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
Національний аерокосмічний університет «ХАІ»

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів (лист № 1/11-5679 від 06.07.2011 р.)

Курпа Л. В.

К 93 Рівняння математичної фізики : навч. посіб. / Л. В. Курпа, Г. Б. Лінник. - Харків : Вид-во «Підручник НТУ «ХП», 2011. -312 с.

ISBN 978-966-2426-28-1

Навчальний посібник складається з теоретичного матеріалу та набору лабораторних робіт з основних розділів традиційного курсу математичної фізики, і з питань, пов'язаних із застосуванням наближених (варіаційних) методів з використанням теорії індивідуальних домашніх завдань. Для розв'язку деяких задач використовуються комп'ютерні системи MAPLE та POLE-RL.

Призначено для студентів інженерно-фізичного та фізико-технічного факультетів. Може бути корисним для викладачів, аспірантів та наукових працівників.

Іл. 65. Табл. 6. Бібліогр.: 17 назв.

УДК 517.2 ББК 22.161

Зміст

Вступ

Розділ I. Основні види рівнянь математичної фізики

§1. Поняття про диференціальні рівняння у частинних похідних, їх загальні й частинні розв'язки

Лабораторна робота 1

§2. Про задачі, що приводять до рівнянь у частинних похідних

2.1. Рівняння коливань струни

2.2. Рівняння малих поздовжніх коливань пружного стрижня

2.3. Рівняння поперечних коливань мембрани

2.4. Телеграфне рівняння

2.5. Рівняння теплопровідності

§3. Класифікація диференціальних рівнянь другого порядку з n незалежними змінними

§4. Зведення до канонічної форми диференціальних рівнянь другого порядку з двома незалежними змінними

4.1. Зведення до канонічного вигляду рівнянь гіперболічного типу

4.2. Зведення до канонічного вигляду рівнянь параболічного типу

4.3. Зведення до канонічного вигляду рівнянь еліптичного типу

4.4. Застосування системи MAPLE для зведення рівнянь другого порядку до канонічного вигляду

Лабораторна робота 2

Розділ II. Методи розв'язку задач математичної фізики в обмежених областях

§1. Проблеми математичної фізики для обмеженої області. Загальна схема застосування методу Фур'є

§2. Самоспряжений оператор. Властивості власних функцій та власних значень самоспряженого оператора

2.1. Оператор Штурма - Ліувілля

Лабораторна робота 3

2.2. Оператор Лапласа

§3. Розвинення в ряд за власними функціями

§4. Загальна схема розв'язання неоднорідного рівняння методом Фур'є

§5. Застосування методу Фур'є до розв'язання рівнянь гіперболічного типу в одновимірних областях

5.1. Задача про вільні коливання закріпленої струни

5.2. Задача про вимушені коливання закріпленої струни

5.3. Задача про вимушені коливання струни з рухливими кінцями

5.4. Розв'язок телеграфного рівняння методом Фур'є

5.5. Коливання струни, що складається із двох частин

Лабораторна робота 4

§6. Застосування методу Фур'є до розв'язання рівнянь параболічного типу в одновимірних областях

6.1. Розв'язок задачі теплопровідності з теплообміном на кінцях

Лабораторна робота 5

§7. Розв'язання задач математичної фізики із зосередженими параметрами

7.1. δ -функція Дірака

7.2. Зосереджений параметр входить у праву частину рівняння

7.3. Зосереджений параметр входить у коефіцієнти рівняння

7.4. Зосереджений фактор входить у граничну умову

7.5. Задача про вільні поперечні коливання стержня
Лабораторна робота 6.

§8. Застосування методу Фур'є для розв'язку диференціальних рівнянь у двовимірній замкнутій області

8.1. Задача про коливання прямокутної мембрани

8.2. Внутрішня задача Діріхле для кола радіусом R
Лабораторна робота 7.

8.3. Розв'язок задачі Діріхле для прямокутника

8.4. Задача про коливання круглої мембрани
Лабораторна робота 8

§9. Метод функції Гріна для рівняння Лапласа

9.1. Задача Діріхле для кулі

9.2. Задача Діріхле для кола

9.3. Задача Діріхле для півпростору

9.4. Задача Діріхле для півплощини

Розділ III. Основні методи розв'язку рівнянь математичної

фізики в нескінченних областях

§ 1. Метод Даламбера

1.1. Задача про вільні коливання нескінченної струни
Лабораторна робота 9

1.2. Застосування методу Даламбера до задачі про коливання скінченної струни

§2. Метод Рімана і його застосування до розв'язку рівнянь, заданих у нескінченних областях

§3. Поширення хвиль у нескінченному просторі

3.1. Тривимірний випадок

3.2.Перехід до двовимірного випадку методом спуску

§4. Розв'язання рівнянь параболічного типу у необмеженій області методом Фур'є

§5. Фізичний зміст фундаментального розв'язку рівняння теплопровідності

§6. Розв'язання рівняння теплопровідності у двовимірній необмеженій області

6.1.Розв'язання однорідного рівняння при неоднорідній початковій умові

6.2.Розв'язання неоднорідного рівняння теплопровідності при неоднорідній початковій умові методом варіації довільних сталих (узагальнення функції Коші)

Розділ IV. Застосування наближених методів до розв'язання крайових задач математичної фізики

§1. Варіаційні постановки крайових задач для рівнянь еліптичного

типу (рівняння Пуассона та бігармонічне)

§2. Метод Рітца

§3. Структура розв'язку крайової задачі

§4. П-функції

4.1.Предикат (логічна формула) області

4.2.Я-функції

4.3.Я-функції, що відповідають булевим функціям двох змінних

§5. Рівняння межі довільної області

5.1.Перетин областей

5.2.Об'єднання областей

5.3.Рівняння границі довільної області

§6. Побудова координатних послідовностей функцій

§7. Програмуючі системи Поле

Лабораторна робота 10

Лабораторна робота II

Додаток 1

Список літератури