

УДК 622.248.5

Огородніков П.І., Світлицький В.М.

ПОБУДОВА ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ З ВРАХУВАННЯМ ДІЇ ШИРОКОСМУГОВИХ ВІБРАЦІЙ, ЩО ГЕНЕРУЄ ДОЛОТО ПРИ БУРІННІ

В процесі поглиблення вибою в осьовому напрямку передається збудуюча сила, обумовлена роботою долота, обертанням бурильної колони і рухом промивального розчину. Діють також незакономірні сили пов'язані з подачею інструменту, коливаннями бурової установки і т.ін.

При неперервному контакті зубців долота з вибоєм в колоні виникають пружні хвилі, зв'язані як з перекочуванням долота з зуба на зуб, так і з перекочуванням самих шарошок, як конусів по хвилеподібному вибою. Збурення які передаються на бурильну колону носять випадковий характер, що пов'язане не тільки з нерівномірними обертаннями долота і колони, але і з неоднорідністю порід, які розбурюються, чергуванні пропластків з різною твердістю, а також взаємодією долота з вибоєм.

Роботи в області дослідження розповсюдження вібрацій в бурильній колоні при заглибленні вибою ведуться давно [1–6]. Результатом цих робіт явились рекомендації, які визначають допустимі рівні вібрацій і методи боротьби з останніми [1,3,4,5]. Основою для рекомендацій служили статистичні оцінки отримані при апаратурному записі коливань верха бурильної колони і долота на вибої [1,5].

Були запропоновані якісні механічні моделі бурильної колони, наприклад [1,3] при дії синусоїдальних вібрацій. Вимірювались параметри вібрацій при різних компоновках бурильної колони КНБК, різних режимах, при різних геологічних умовах буріння.

Однак багато задач пов'язаних з динамікою бурильної колони залишаються не розв'язаними. Виходячи з цього в Міжнародному науково-технічному університеті ім. акад. Ю.Бугая (МНТУ) разом з ДК "Укргазвидобування" були початі дослідження області динаміки бурильної колони з ціллю розробки ефективних систем віброзахисту і більш доцільного використання хвильової і коливної енергії останньої.

Для отримання інформації про взаємодію долота з вибоєм, в свердловині глибиною 200 м була зацементована її частина (10 метрів) цементом різної твердості. В кожному шар цементувався приймач вібрацій, шлейф якого виводиться на поверхню і підключався до фіксуючої апаратури. На квадратній трубі бурильної колони ставився також приймач вібрацій і підключався до фіксуючої апаратури.

В процесі буріння фіксувались вібрації квадратної штанги, а також коливання взаємодії долота з вибоєм. Датчик зацементований в даному шарі розбурювався, після чого фіксувався процес наступним датчиком і т.д. Коливання фіксувались на магнітну плівку багатоканальним приладом одночасно.

На рис. 1 приведений взірєць віброграми. З приведеної віброграми видно, що коливання в обох випадках носять широкосмуговий випадковий процес. Виявилось, що параметри системи можуть мінятися з часом. Ясно, що вони залежать від факторів збудуючої функції, яка в свою чергу залежить від режимів буріння, промивки, породи, конструкції КНБК і інших факторів.

Повтор експериментів на бурових з застосуванням вибійного приладу, запису вібрацій підтверджує результати отримані в вищеописаному експерименті.

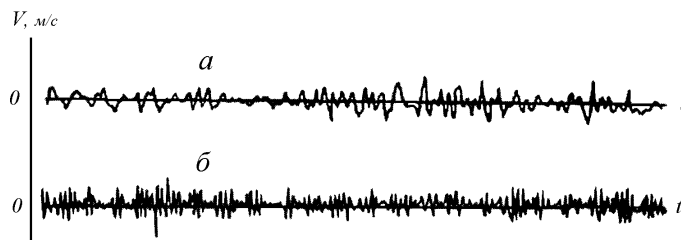


Рисунок 1 – Відрізок віброграми бурильної колони:
 а – вібрації квадратної штанги; б – коливання долота

По суті в описаних випадках розглядається система бурове долото-квадратна штанга – (вхід і вихід). Для подальшого розгляду взяті три компоновки КНБК з віброзахисними пристроями встановленими в різних точках:

I – віброзахисний пристрій встановлений безпосередньо на долоті;

II – віброзахисний пристрій встановлений на віддалі $\frac{\lambda}{4}$ від долота, де λ – довжина хвилі на опорних частинах;

III – віброзахисний пристрій встановлений над об'єктами бурильними трубами.

В подальшому розглядаються вертикальні коливання долота і вертикальна складова коливань квадратної (ведучої) штанги. В якості вхідного сигналу приймалось віброшвидкість долота, а в якості вихідного сигналу – віброшвидкість квадратної штанги.

Задача полягає в визначенні частотних характеристик у вказаних трьох позиціях при вібраційному навантаженні. Так, як об'єкт дослідження являється система з параметрами, які міняються в часі, була вибрана методичка, яка дозволяє зробити необхідні заміри за час, якого зміни параметрів системи були настільки малими, що їх можна розглядати, як постійні. Цій умові відповідає використаний спосіб збурення системи за допомогою широкосмугового випадкового сигналу, замість використаного в більшості випадків синусоїдального.

Розглянемо бурильну колону як лінійну механічну систему, на вхід котрої подається випадковий сигнал $x(t)$. На виході такої системи сигнал $y(t)$ також буде випадковим і стаціонарним, причому спектральна щільність цих сигналів буде пов'язана між собою відношенням

$$S_y(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_x(\omega), \quad (1)$$

де $S_x(\omega)$ і $S_y(\omega)$ – спектральні щільності вхідного і вихідного сигналів; $H(j\omega)$ – передавальна функція бурильної колони.

Спектральні щільності вхідного і вихідного сигналів можуть бути знайдені по теоремі Вінера-Хінчина:

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_x(\tau) \cos \omega\tau \cdot d\tau, \quad S_y(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_y(\tau) \cos \omega\tau \cdot d\tau, \quad (2)$$

де K_x і K_y – автокореляційні функції відповідно вхідного і вихідного сигналів, які визначаються наступними співвідношеннями:

$$K_x(\tau) = \int_0^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt; \quad K_y(\tau) = \int_0^{\infty} y(t)y(t+\tau)dt. \quad (3)$$

Таким чином, для визначення квадрата модуля передавальної функції досліджуємо систему по експериментально отриманим записам вхідного і вихідного сигналів, достатньо визначити кореляційні функції (3) і функції експериментальної щільності обох сигналів по формулі (2).

Виходячи з цього, використовуючи співвідношення (1), легко визначити квадрат модуля передавальної функції $|H(j\omega)|^2$. В результаті ми отримуємо дискретні значення функції $|H(j\omega)|^2$ для ряду значень частот.

Для отримання широкосмугових вібрацій в стендових умовах, при дослідженні динаміки на моделі бурильної колони був вибраний електродинамічний вібратор, який дозволив збурювати випадкові вібрації в широкому діапазоні частот з достатнім прискоренням і зусиллями. Таким вібратором був ВЕДС-200 з системою управління СУВ-1, який дозволив збурювати вібрації в діапазоні від 5 до 5000 Гц при максимальній амплітуді +13 мм. Дослідження вібрацій в області частот до 250 Гц.

В результаті експерименту було отримано ряд віброграм, на вході і виході системи. Були визначені основні статистичні характеристики, як з використанням віброграм отримані при розбурюванні цементного каменю, а також віброграм отриманих на стенді. При цьому, рішаючи поставлену задачу, оперують лише з кореляційними функціями, що повністю достатньо для розгляду випадкового процесу як стаціонарного в широкому понятті [12].

Відомо, що стаціонарний процес можна вважати стаціонарним по трьом умовам – математичне очікування не залежить від часу, дисперсія процесу не залежить від часу і кореляційна функція не міняється (заміна t на $t+b$, де b – довільна величина). Умови стаціонарності для всіх випадків, і умовах бурової і на стенді виконувались.

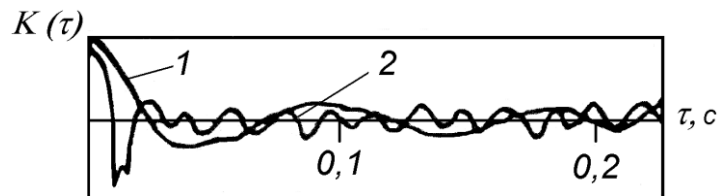


Рисунок 2 – Кореляційна функція віброшвидкості на вході (1) і на виході (2) бурильної колони

В подальшому для дослідження передавальної функції бурильної колони буде використана методика запропонована в роботі [8]

На рис. 2 приведені взірці графіків нормованих кореляційних функцій вібраційної швидкості на вході (1) і виході (2) бурильної колони для однієї із компоновок. Значення кореляційних функцій обчислювались в діапазоні $t = 0,1 \div 0,2$ Т, де Т – тривалість реалізації процесів. Порівнюючи два графіка (див. рис. 2) видно різну характеристику кореляційних функцій віброшвидкості на вході і виході бурильної колони. Кореляційна функція віброшвидкості на квадратній штанзі змінюється повільніше в залежності від часу. В складі випадкових коливань долота (вхід) є регулярна складова. Графік кореляційної функції дає можливість оцінити вплив цієї складової за допомогою коефіцієнта регулярності [7], який визначається за формулою:

$$\chi = a/\sqrt{D_c},$$

де a – амплітуда регулярного процесу; D_c – дисперсія чисто випадкової складової процесу.

Отримані експериментально амплітудно-частотні характеристики бурильної колони при різному розташуванні віброзахисного пристрою, при дії широкосмугового випадкового збурення, при взаємодії долота з вибоєм дозволяють перейти до синтезу динамічних моделей.

У першому наближенні бурильну колону представляємо як лінійну механічну систему з одним виходом від долота яке взаємодіє з вибоєм на квадратну штангу, яка складається з послідовно з'єднаних труб з погонною масою БТ і ОБТ, пружних елементів і демпферів.

Як наслідок проведених розрахунків при довжині колони $l \geq 4,3\sqrt[3]{EI/q}$ критичне навантаження буде однакове для різних умов закріплення її верхнього кінця при моделюванні, і може бути визначено виразом [3]

$$P_{кр} = 1,018\sqrt[3]{EI/q^2}.$$

Для розв'язання поставленої задачі скористаємося представленням досліджуваної моделі бурильної колони у вигляді чотириполюсника (див. рис. 3). Метод синтезу моделі, вперше сформульований в теорії електричних ланцюгів [10], застосовуємо для даної механічної системи.

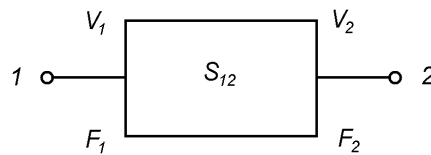


Рисунок 3 – Складна лінійна система

Вибираючи другу систему електромеханічних аналогій [11] в якій узагальнена сила еквівалентна електричному струму, узагальнена швидкість еквівалентна різниці потенціалів, узагальнена маса – індуктивності, опір тертя – провідності, можна записати співвідношення між зусиллями і швидкостями на вході і виході бурильної колони, як об'єкту дослідження розповсюдження подовжніх коливань з присутністю амортизатора в її різних точках. В літературі [9], колона бурильних труб моделюється як довгий, тонкий стрижень, а розповсюдження подовжніх коливань описується телеграфними рівняннями.

Рівняння однієї лінії, використовуючи електромеханічні аналоги, для бурильної колони як для чотириполюсника можна записати:

$$F_1 = \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} F_2 e^a; \quad V_1 = \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{1c}}} V_2 e^a,$$

де F_1 і F_2 – відповідно навантаження на вході і виході; V_1 і V_2 – відповідно віброшвидкість на вході і виході; Z_{1c} – вхідний опір при узгодженому навантаженні; Z_{2c} – дові-

льне навантаження зі сторони квадратної штанги; Z_{1B} – вхідний опір БК; Z_{2B} – вхідний опір БК зі сторони квадратної штанги; a – власне затухання.

Ці рівняння показують, що бурильну колону можна представити як симетричний чотириполюсник з характерними параметрами

$$g = \gamma l \text{ і } Z_c = Z_B,$$

де g – міра передачі; γ – коефіцієнт розповсюдження; l – довжина колони труб.

Розглянемо КНБК – обважений низ бурильної колони як з генератором коливань – долотом в точці 1 і колоною бурильних труб, і талевою системою в точці 2 (рис. 4).

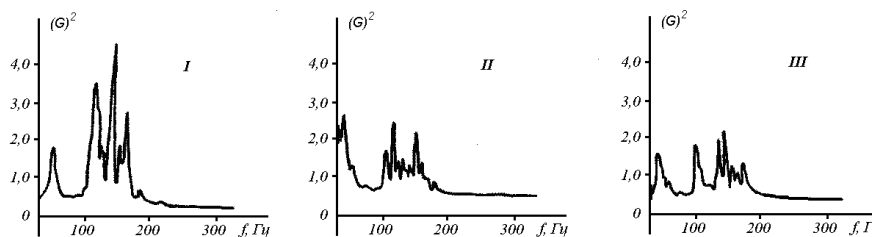


Рисунок 4 – Амплітудно-частотна характеристика бурильної колони

Припустимо, що колона, як механічна система знаходиться в коливному режимі, що рух кожної із точок обмежується в'язами і визначається узагальнюючою координатою x_1 або x_2 .

Припустимо, що вибрані координати являються швидкостями в точках 1 і 2, які змінюються в часі по закону $x_1 = V_1(t)$, $x_2 = V_2(t)$, а зусилля в цих точках змінюється по закону $n_1 = f_1(t)$, $P_2 = f_2(t)$.

Замінімо визначені вище функції їх перетвореннями по Лапласу $V_1(t) \rightarrow V_1(S)$, $V_2(t) \rightarrow V_2(S)$; $f_1(t) = F_1(S)$; $f_2(t) = F_2(S)$. Так для розглянутої системи справедливими наступні співвідношення

$$V_1 = \alpha_{11}V_2 + \alpha_{12}F_2, \quad F_1 = \alpha_{21}V_2 + \alpha_{22}F_2, \quad (4a)$$

або в математичній формі

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ F_1 \end{Bmatrix} = S_{12} \begin{Bmatrix} V_2 \\ F_2 \end{Bmatrix}. \quad (4б)$$

Матриця S_{12} з елементами α_{ij} називають матрицею переноса [12].

Елементи матриці визначаються за допомогою наступних співвідношень

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{F_2=0} & \alpha_{12} &= \left. \frac{V_1}{F_2} \right|_{V_2=0} \\ \alpha_{21} &= \left. \frac{F_1}{V_2} \right|_{F_2=0} & \alpha_{22} &= \left. \frac{F_1}{F_2} \right|_{V_2=0} \end{aligned} \quad (5)$$

Якщо рахувати, що бурильна колона закріплена, то $V_2 = 0$. При вільній точці 2, без закріплення $F_2 = 0$.

Елементи матриці переносу являються відповідно передаточним імпедансом і динамічною рухомістю системи. Елементи матриці переносу α_{22} і α_{11} можна розглянути як передавальні функції системи відповідно по силі і швидкості. Зворотна величина елементу матриці α_{11} співпадає з передавальною функцією $H(S)$ системи яку ми розглянемо.

Відомо [14], що передавальну функцію лінійного чотиріполюсника можна записати в загальному вигляді за допомогою дрібно-лінійного виразу:

$$H(S) = \frac{S^n + a_{n-1}S^{n-1} + a_{n-2}S^{n-2} + \dots + a_0}{S^m + b_{m-1}S^{m-1} + b_{m-2}S^{m-2} + \dots + b_0}, \quad (6)$$

де $S = j\omega$ і $m > n$.

Вводимо нову змінну $P = S^2$ отримаємо вираз для квадрату модуля передавальної функції:

$$|H(S)|^2 = \frac{P^n + c_{n-1}P^{n-1} + c_{n-2}P^{n-2} + \dots + c_0}{P^m + d_{m-1}P^{m-1} + d_{m-2}P^{m-2} + \dots + d_0}. \quad (7)$$

Візьмемо вираз (7) в якості аналітичної апроксимації експериментально отриманої амплітудно-частотної характеристики $|H(S)|^2$.

Визначимо значення $m+n$ невідомих коефіцієнтів c_i, d_i в виразі (7). Виберемо $m+n$ різних частот ω . Прирівнюючи значення (7) значенням експериментально отриманих амплітудно-частотної характеристики для відповідної частоти ω_i , отримаємо систему $m+n$ лінійних алгебраїчних рівнянь з $m+n$ невідомими:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_1^{2n} + c_{n-1}\omega_1^{2(n-1)} + \dots + c_0}{\omega_1^{2m} + d_{m-1}\omega_1^{2(m-1)} + \dots + d_0} &= |H(j\omega_1)|^2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \frac{\omega_N^{2n} + c_{n-1}\omega_N^{2(n-1)} + \dots + c_0}{\omega_N^{2m} + d_{m-1}\omega_N^{2(m-1)} + \dots + d_0} &= |H(j\omega_N)|^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Можна показати, що в загальному випадку визначник цієї системи відрізняється від нуля [13]. Того система (8) має рішення і тільки єдине. Система (8) рішається за допомогою ЕОМ.

В результаті рішення (8) отримаємо значення коефіцієнтів c_i, d_i і, як наслідок, аналітичний вираз експериментально отриманої функції $H(j, \omega)$.

Використаємо для цього метода Геверца [14]. Внаслідок того, що чисельник і знаменник в виразі (7) являються парним і поліномами відносно аргументу S , поючи і

нули функції $|H(j, \omega)|^2$ знаходяться в квадратній симетрії. В цьому випадку перший крок при відтворенні передавальної функції $H(j, \omega)$ з даної $|H(j, \omega)|^2$ полягає в заміні ω^2 на S^2 . В першому представимо функцію $|H(j, \omega)|^2$ в силу симетричності розташування полюсів і нулів наступним чином

$$|H(S)|^2 = H(S)H^*(S) = H(S)H(-S). \quad (9)$$

Будемо рахувати передавальну функцію $H(S)$ максимально фазовою, яка не має нулів в правій півплощині [15]. Тоді вибираючи всі нулі і полюси, які лежать в лівій півплощині, знайдемо передавальну функцію $H(j, \omega)$.

Отримавши таким чином аналогічний вираз для передавальної функції можна перейти до синтезу моделі. Застосовуємо для цього матричний метод синтезу [14].

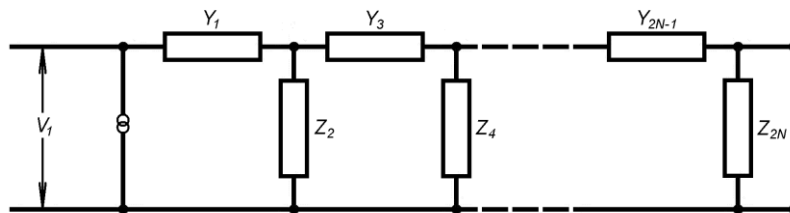


Рисунок 5 – Каскадне з'єднання чотирьохполюсників до матричного методу синтезу передавальної функції

Бурильна колона представляє систему послідовно з'єднаних труб, які в свою чергу представляють більш прості лінійні системи. Таку систему можна представити як каскадне з'єднання чотирьохполюсника (рис. 5). Використовуючи метод моделювання запропонований в роботах [1, 3] модель буринної колони можна представити у загальному вигляді (див. рис. 6).

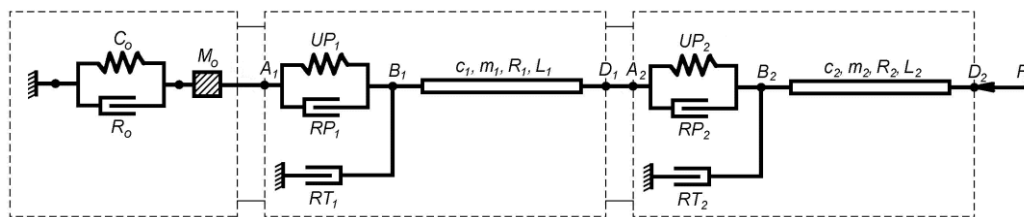


Рисунок 6 – Модель буринної колони (каскадне з'єднання чотирьохполюсників)
Матриця переносу S_{12} такої системи буде мати наступний вигляд

$$S_{12} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & Y_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdots \begin{vmatrix} 1 & Z_{N-1} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & Y_N \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Матричний метод синтезу базується на розкладанні матриці переносу на множники. Розглянемо перетворення лівої частини (10). Перший етап розкладу оснований на наступній очевидній тотожності:

$$\left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ -\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} & 1 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} 1 & -\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} \\ 0 & 1 \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} \alpha_{11} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_{11}} \end{array} \right\|. \quad (11)$$

Звідки отримаємо

$$\left\| \begin{array}{cc} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} & 1 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} \alpha_{11} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_{11}} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} 1 & \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} \\ 0 & 1 \end{array} \right\|. \quad (12)$$

За допомогою тотожності (11) ми виділили з матриці переносу діагональну матрицю з елементами α_{11} і α_{11}^{-1} .

В задачі реалізації в якості вихідної служить не матриця переносу S_{12} , а передавальна функція. В нашому випадку задана передавальна функція по кінематичному параметру віброшвидкості $H(j, \omega)$.

На основі рівняння (5) в випадку коли стоїть розділювач КНБК(конструкція низу бурильної колони) або відбивач, і цю частину колони можна рахувати як стрижень з вільним кінцем і сила на виході КНБК дорівнює нулю (точка 2 не з'єднана колоною бурильних труб), отримаємо

$$H(j, \omega) = \frac{1}{\alpha_{11}}.$$

Це показує, що передавальна функція по кінематичному параметру обернена елементу α_{11} матриці переносу S_{12} . В зв'язку з тим, що представлена ланцюгова схема являється ланцюгом мінімальної фази [15], то можна обмежитись передавальними функціями цієї фази. Передавальна функція мінімальної фази завжди може бути записана, як добуток позитивної дійсної функції.

Так як функція зворотна позитивна дійсної функції, також являється додатною дійсною, то очевидно, що елемент α_{11} також може бути записаний як добуток додатних дійсних функцій. Тоді отримаємо:

$$\alpha_{11}(S) = \frac{1}{H(S)} = \prod_{i=1}^N K_i f_i(S), \quad (13)$$

де K_i – постійні коефіцієнти; $f(S)$ – додатні дійсні функції.

Елементи діагональної матриці в правій частині виразу (9) складаються з добутку декількох множників. Така діагональна матриця може бути записана, як добуток діагональних матриць, діагональні елементи котрих складаються із одного множника відповідного діагонального елементу початковою матриці. Як наслідок можна записати

$$\left\| \begin{array}{cc} \alpha_{11} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_{11}} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} K_1 f_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_1 f_1} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} K_2 f_2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_2 f_2} \end{array} \right\| \cdots \left\| \begin{array}{cc} K_N f_N & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_N f_N} \end{array} \right\|. \quad (14)$$

Формулу (14) легко перевірити, виконавши вказані дії множення.
Після підстановки виразу (14) в рівняння (12), отримаємо

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}} & 1 \end{vmatrix} \|M_1\| \cdot \|M_2\| \dots \|M_N\| \cdot \begin{vmatrix} 1 & \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (15)$$

де матриця $\|M_i\|$ визначається як

$$\|M_i\| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ K_i f_i & 0 \\ 0 & K_i f_i \end{vmatrix}. \quad (16)$$

В рівнянні (15) матриця переносу розложена на співмножники, однак складові матриці не подібні зі складовими матрицями рівняння (10). З ціллю отримання бажаної форми запису необхідно застосувати деякі тотожні перетворення. Перше з них має вигляд

$$\begin{vmatrix} x_1 x_2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x_1 x_2} \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{x_1} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & x_1 - \frac{1}{x_2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ x_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \frac{1 - x_1 x_2}{x_1 x_2^2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Його також просто перевірити виконанням, застосувавши цю тотожність для послідовної підстановки замість діагональних матриць у вираз (15). Для цього спочатку об'єднаємо матриці $\|M_i\|$ попарно, позначивши $\|M_i\| \|M_{i+1}\| = \left\| M'_{\frac{i+1}{2}} \right\|$ для того, щоб кожний елемент діагоналі містив два позитивних речових множника. Ця вимога парного числа додатних речових множників заданої передаючої функції. Однак це другорядне обмеження, тому що самий простий розклад α_{11} на додатні речові множники мають не парне їх число, то можна рахувати одиницю за доповняльний множник, що робить загальне число множників додатнім.

В результаті вказаної підстановки отримаємо

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} &= \left\{ \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}} & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{K_1 f_1} & 1 \end{vmatrix} \right\} \cdot \begin{vmatrix} 1 & K_1 f_1 - \frac{1}{K_2 f_2} \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ K_2 f_2 & 1 \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} 1 & -\frac{K_1 f_1 K_2 f_2}{K_1 f_1 (K_2 f_2)^2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \left\| M'_{\frac{N}{2}} \right\| \dots \left\| M'_{\frac{N}{3}} \right\| \begin{vmatrix} 1 & \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

Останній вираз спрощується за допомогою перемноження перших двох матриць у фігурних дужках і використання ще однієї тотожності

$$\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_2}{d_1} x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

яке означає, що помноження трикутної матриці на діагональну еквівалентно помноженню тієї ж матриці на трикутну, у якій один елемент змінений вказаним чином. Застосуємо цю тотожність до виразу (18), що дозволить значно спростити його. Дійсно найближча зліва від $\|M'_2\|$ матриця є трикутною. На основі тотожності (19) можна перемістити цю трикутну правіше усіх діагональних матриць $\|M_i\|$, змінюючи відповідно її елементи.

У результаті цієї операції отримаємо розклад матриці переносу у вигляді:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_{21} - \frac{1}{K_1 f_1} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & K_1 f_1 - \frac{1}{K_2 f_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_2 f_2 - \frac{1}{K_2 f_2} & 1 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} 1 & K_{N-1} f_{N-1} - \frac{2}{K_N f_N} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K_N f_N & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

де y – складна функція, складена із додатних речових множників.

Перша і остання матриці виразу (20) реалізуються в моделі чотириполюсника відповідно, як послідовні гілки з вихідними полюсами (рис. 5).

Так як ці гілки не чинять впливу на передавальну функцію $H(S)$ по кінематичному параметру, то першу і останню матриці в виразі (20) можна не враховувати.

Порівнюючи вирази (20) і (10), легко бачити, що матриці переносу досліджуваної системи представлені у вигляді добутку трикутних матриць, чому відповідає вихідна модель (рис. 4). Функції, які відповідають імпедансам паралельних гілок динамічної рухливості послідовних гілок, визначаються за допомогою виразів

$$F_i(S) = K_i f_i - \frac{1}{K_i + 1 f_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (21)$$

$$F_N(S) = K_N f_N.$$

Таким чином, для того, щоб, знаючи аналітичний вираз передавальної функції, синтезувати модель колони у вигляді ланцюгової системи (рис. 5) необхідно виконати наступні операції:

- 1) записати функцію, зворотну заданій функції;
- 2) представити її у вигляді добутку додатних речових функцій згідно виразу (14);
- 3) здійснити визначення функції за формулою (21);
- 4) реалізувати кожну функцію F_i , як динамічну рухливість послідової гілки або імпеданс паралельної гілки моделі.

Вочевидь, що вибір ступенів поліномів у виразі (3) для передавальної функції, а також спосіб розбивання виразу (14) є довільним, тому задача синтезу моделі може ма-

ти багато рішень. Цю обставину можна використати для вибору із сукупності рішень найкращого за деякими прикметами. Такою традиційною прикметою є така, яка за інших рівних умов має бути мінімально можливою.

Література

1. Огородников П.И. Управление углублением забоя скважины на базе изучения динамических процессов в бурильной колонне. //Дис. док. техн. наук. – МИНХ им. Губкина. – М., 1991, с. 472.
2. Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра, 2004.– с. 283.
3. Сурнин Л.С. Повышение эффективности применения амортизаторов на базе исследования волновых процессов в бурильной колонне. //Дис. канд. техн. наук. – Ив.-Фр. 1986. – с. 186.
4. Дэринг Д.В. Ливсей Б.Ж. Продольные и угловые колебания бурильных труб при наличии демпфирования //Сб. конструирования и технология машиностроения. /Тр. американского общества инженеров-механиков. – М.: Мир, 1968. -№ 4 с.163–173.
5. Копилов В.Е., Бойко В.Г. Опыт измерения продольных вибраций долота и бурильных труб при бурении скважин в Тюменской области //ИНТС: Бурение. – 1967. – Вып. 24. – с. 6–9.
6. Мойсшин В.М. Основы механіки бурильної колони при поглиблені свердловин роторним способом. //Автореферат дис. дакт. техн. наук. – Ів.-Фр. ІФТУНГ, 1996. – с.48.
7. Екимов В.В. Вероятностные методы в строительстве корабля. Л.: Судостроение, 1966. – 276 с.
8. Глухарев К.К. Фролов К.В. Функциональное моделирование в биомеханическом анализе человека-оператора. – М.: Наука, 1973. – В сборнике академии наук СССР Виброизоляция машин и виброзащита человека-оператора. – с. 17–30.
9. Сароян А.Е. Бурильные колонны в глубоком бурении. – М.: Недра, 1979. – 229 с.
10. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
11. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы. – М.: Мир, 1971. – с. 557.
12. Юсупов Р.М. Получение информации об управляемом процессе в самонастраивающихся процессах. – М.: Энергия, 1966. – с. 267.
13. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. – М.: Мир, 1969. – 348 с.
14. Сешу С. Балабанян. Анализ линейных цепей. – М.: Госэнергоизда, 1963.
15. Стюарт Дж. Теория и синтез электрических цепей. –М.: ИЛ, 1962.

УДК 622.248.5

Огородников П.И., Светлицкий В.М.

ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ С УЧЕТОМ ДЕЙСТВИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ВИБРАЦИЙ, КОТОРАЯ ГЕНЕРИРУЕТ ДОЛОТО ПРИ БУРЕНИИ

На основании анализа случайных процессов построена динамическая модель бурильной колонны с учетом воздействия широкополосных вибраций.