

УДК 621.926.5

Иванов А.Н.

О СКОЛЬЖЕНИИ ЗАГРУЗКИ В ТРУБНЫХ МЕЛЬНИЦАХ*Харьковский государственный технический университет
строительства и архитектуры*

В инженерных расчетах для определения угла отрыва шаров от футеровки используется формула Дэвиса, в которой, как и в последующих теориях Фишера и Штейгера [1], не учитываются влияние коэффициента трения на подъем мелющих тел, скольжение их по футеровке, а также степень заполнения ими корпуса мельницы. Фактически из-за скольжения загрузки отрыв её происходит раньше: мелющие тела поднимаются на меньшую высоту и сила удара их по частицам измельчаемого материала уменьшается. Кроме того, если не брать в расчет силу трения, то вообще нельзя объяснить сам факт подъема загрузки в барабане мельницы. Для проектирования оптимальных режимов работы мелющих тел очень важно знать величину скольжения их по футеровке. Поэтому целый ряд авторов (Р. Гийо, Д.К. Крюков, А.В. Рыжов и др.) использовали коэффициент трения при составлении условий предупреждения скольжения загрузки и определении граничного коэффициента трения, который для различных профилей футеровки (кроме гладкой цилиндрической) заменялся коэффициентом сцепления. Однако, непосредственные зависимости для определения угла скольжения и других параметров скольжения загрузки по футеровке были впервые предложены А.В. Сланевским и И.Б. Подьячевой [1,2]. Ограниченность их применения заключается в том, что они выведены только для гладкой цилиндрической футеровки, которая применяется обычно в периодических мельницах мокрого помола. В подавляющем большинстве барабан шаровых и трубных мельниц футеруется плитами различного профиля, имеющих различные коэффициенты сцепления для обеспечения оптимальных режимов работы мелющих тел вдоль барабана мельницы.

С целью ликвидации этого недостатка автором предложены зависимости для определения скольжения загрузки по футеровкам различного профиля. В результате исследований износа футеровочных плит Крюковым Д.К. было показано, что ступенчатые бронеплиты любого угла наклона ступени в конечном итоге приобретают профиль логарифмической спирали с углом наклона 17° [3]. Так как в последнее время в первых камерах, в основном, устанавливают волнистые литые бронеплиты и футеровку из прокатных элементов, которые с учётом наличия измельчаемого материала в итоге имитируют ступенчатую футеровку с разными углами наклона ступени, то целесообразно рассмотреть скольжение загрузки именно по ступенчатой футеровке.

Ранее автором были разработаны зависимости для определения скольжения единичного шара по ступенчатой футеровке [4]. Затем с целью учета степени заполнения барабана мельницы мелющими телами автор использовал несколько вариантов: 1) замена всей мелющей загрузки на центр тяжести с соответствующей ее заменой радиуса и частоты вращения барабана; 2) замена всей мелющей загрузки на фиктивный «редуцированный» слой со своим радиусом при различных частотах вращения с учетом поправочных коэффициентов, полученных опытным путем [5].

Полученные на ЭВМ результаты расчетов показали хорошую точность определения величины нормальных нагрузок загрузки на футеровку. С целью повышения

точности определения остальных параметров скольжения с учетом влияния степени заполнения загрузки автор использовал поправочные коэффициенты, полученные А.В. Сланевским и И.Б. Подъячевой [1,2] опытным путём для гладкой футеровки. Обоснованность такого решения заключается в том, что при одной и той же степени заполнения её влияние будет одинаковым для футеровки любого профиля, так как конструктивные особенности профиля отражаются в описывающих его зависимостях.

Введем следующие обозначения:

R – расчетный радиус барабана мельницы;

m – масса мелющего тела;

ω – угловая скорость вращения барабана мельницы;

$I_{ц}$ – центробежная сила инерции;

$I_{К}$ – сила инерции Кориолиса;

$I_{д}$ – добавочная сила инерции, учитывающая степень заполнения загрузки;

N – нормальная сила реакции футеровки;

$F_{тр}$ – сила трения при скольжении мелющего тела;

OXY – неподвижная система координат;

$Ox'y'$ – подвижная система координат, связанная с барабаном;

δ – угол между неподвижной и подвижной системами координат;

θ – угол между Oy' и вектор-радиусом точки, где находится мелющее тело в рассматриваемый момент его скольжения по футеровке, т.е. угол, характеризующий скольжение мелющего тела;

f – коэффициент трения скольжения мелющего тела по футеровке;

φ_m – естественный угол трения измельчаемого материала;

φ – степень заполнения корпуса мельницы мелющими телами;

A – коэффициент, определяемый экспериментально и равный 19;

x – коэффициент, определяемый экспериментально и равный 2,64.

Схема скольжения шара по ступенчатой футеровке дана на рис. 1.

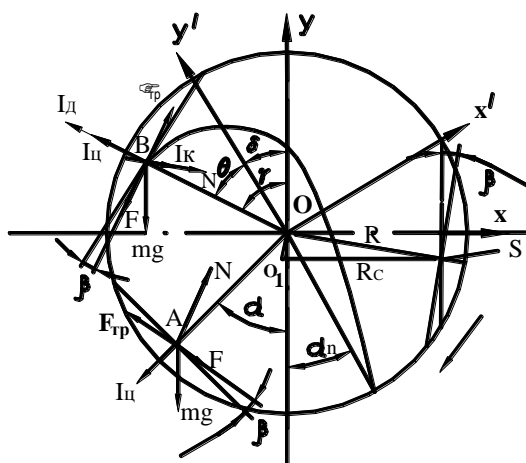


Рисунок 1 – Движение мелющего тела и загрузки по ступенчатой футеровке

Определим скольжение загрузки по ступенчатой футеровке с углом наклона ступени β (рис. 1), заменив постоянный для гладкой цилиндрической футеровки радиус R на переменный радиус ρ для ступени. Для учёта влияния степени заполнения загруз-

ки введём добавочную центробежную силу $I_D = m\omega^2 \rho A \varphi^x$, где значения A и x берём из [1,2].

Если смещающая сила F больше силы трения F_{TP} , то мелющее тело начнёт скользить вниз по барабану (точка A). В случае наличия ступени центробежная сила будет давать касательную составляющую, препятствующую скольжению загрузки, поэтому

$$F = mg\sin(\alpha-\beta) - m\omega^2 \rho \sin\beta - m\omega^2 \rho \sin\beta A \varphi^x = mg\sin(\alpha-\beta) - m\omega^2 \rho \sin\beta (1 + A \varphi^x). \quad (1)$$

Сила трения определится как

$$\begin{aligned} F_{TP} = fN = f [m\omega^2 \rho \cos\beta + m\omega^2 \rho \cos\beta \cdot A\varphi^x + mg \cos(\alpha - \beta)] = \\ = f [m\omega^2 \rho \cos\beta(1 + A\varphi^x) + mg \cos(\alpha - \beta)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Определим угол начала скольжения α_c из условия равенства этих сил

$$mg \sin(\alpha - \beta) - m\omega^2 \rho \sin\beta \cdot (1 + A\varphi^x) = fm\omega^2 \rho \cos\beta \cdot (1 + A\varphi^x) + fmg \cos(\alpha - \beta). \quad (3)$$

Учитывая, что $f = \operatorname{tg}\varphi_M$ после преобразований получаем

$$\sin(\alpha - \beta) - \operatorname{tg}\varphi_M \cos(\alpha - \beta) = \frac{\omega^2 \rho}{g} (\sin\beta + \operatorname{tg}\varphi_M \cos\beta) (1 + A\varphi^x) \quad (4)$$

или

$$\sin(\alpha - \beta - \varphi_M) = \frac{\omega^2 \rho}{g} (1 + A\varphi^x) + \sin(\varphi_M + \beta), \quad (5)$$

откуда

$$\alpha_c = \varphi_M + \beta + \arcsin \left[\frac{\omega^2 \rho}{g} (1 + A\varphi^x) \sin(\varphi_M + \beta) \right]. \quad (6)$$

Как видим, при $\beta = 0$ получаем α_c для гладкой футеровки.

Так как $\gamma = \delta + \theta$ и $\delta = \pi - \alpha_c - \omega t$, то подставляя α_c из (6)

$$\gamma = \pi - \left\{ \varphi_M + \beta + \arcsin \left[\frac{\omega^2 \rho}{g} (1 + A\varphi^x) \sin(\varphi_M + \beta) \right] + \omega t - \theta \right\}. \quad (7)$$

Определение угла отрыва и величины скольжения загрузки (θ – скорости скольжения и θ – угла скольжения) по ступенчатой футеровке ведем с учетом конструктивных особенностей ступени.

Определим угол отрыва γ_0 мелющего тела от футеровки. Отрыв мелющего тела произойдет при условии $N = 0$ (точка B). Для определения угла отрыва введем полярные координаты (R, θ) . Известно, что в полярных координатах движение мелющего тела, представляющего собой материальную точку, описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m \cdot \left(\ddot{R} - R \dot{\theta}^2 \right) = F_R; \\ \frac{m}{R} \cdot \frac{d \left(R^2 \dot{\theta} \right)}{dt} = F_\tau, \end{cases} \quad (8)$$

где F_R – сумма проекций сил на вектор-радиус в рассматриваемый момент времени; F_τ – сумма проекций сил на направление, перпендикулярное вектор-радиусу.

Следует отметить, что при определении F_R необходимо учитывать силу инерции Кориолиса (I_K), которая начинает действовать на мелющее тело в момент начала скольжения его по футеровке, так как переносная скорость барабана, относительно которой скользит мелющее тело, является угловой скоростью вращения барабана вокруг своей оси. Сила Кориолиса $I_K = 2m\omega R \dot{\theta}$, где $R \dot{\theta}$ – линейная скорость скольжения мелющего тела по футеровке. Для нахождения сил F_R и F_τ схему сил надо рассматривать для 2-го квадранта, в котором в основном и происходит скольжение шара (рис. 1).

Определение угла отрыва и величины скольжения загрузки ($\dot{\theta}$ – скорости скольжения и θ – угла скольжения) по ступенчатой футеровке ведем с учетом конструктивных особенностей ступени.

Для ступени связь $R = \text{const}$ нарушается и принимает такой вид кривой логарифмической спирали

$$\rho = R e^{-\theta \cdot \text{tg} \beta}, \quad (9)$$

тогда

$$\gamma = \pi - \left\{ \varphi_M + \beta + \arcsin \left[\frac{\omega^2 R e^{-\theta \text{tg} \beta}}{g} (1 + A \varphi^X) \sin(\varphi_M + \beta) \right] + \omega l - \theta \right\}. \quad (10)$$

Соответственно имеем первую и вторую производные по времени dt

$$\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = -R \text{tg} \beta e^{-\theta \text{tg} \beta} \cdot \frac{d\theta}{dt}; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\rho} &= \frac{d^2 \rho}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\rho}{dt} \right) = R \text{tg}^2 \beta e^{-\theta \text{tg} \beta} \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + (-R \text{tg} \beta) e^{-\theta \text{tg} \beta} \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \\ &= R e^{-\theta \text{tg} \beta} \cdot \text{tg} \beta \left(\text{tg} \beta \cdot \dot{\theta}^2 - \ddot{\theta} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда с учётом угла наклона ступени β (рис.1.) и (9), получаем

$$\begin{aligned} F_R &= fN \sin \beta + m\omega^2 R e^{-\theta \text{tg} \beta} - 2m\omega \dot{\theta} R e^{-\theta \text{tg} \beta} \cos \beta - \\ &- N \cos \beta - mg \cos \gamma + m\omega^2 R e^{-\theta \text{tg} \beta} A \varphi^X \end{aligned} \quad (13)$$

и 1-ое уравнение движения, после подстановки в него (13), примет вид

$$m \left[\operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \operatorname{tg} \beta \left(\theta^2 \operatorname{tg} \beta - \theta \right) - \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \theta^2 \right] = N (f \sin \beta - \cos \beta) +$$

$$+ m \omega^2 \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} - 2 m \omega \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \cos \beta - m g \cos \gamma + m \omega^2 \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} A \varphi^X$$
(14)

или после упрощений, заменяя $f = \frac{\sin \varphi_M}{\cos \varphi_M}$, имеем

$$-m \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \left[\theta^2 (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) + \theta \operatorname{tg} \beta \right] = \frac{-N \cos(\varphi_M + \beta)}{\cos \varphi_M} + m \omega^2 \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} -$$

$$- 2 m \omega \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \cos \beta - m g \cos \gamma + m \omega^2 \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} A \varphi^X.$$
(15)

Отсюда после преобразований

$$N = \frac{\left\{ m \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \left[\omega^2 (1 + A \varphi^X) - 2 \omega \theta \cos \beta + \theta^2 (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) + \theta \operatorname{tg} \beta \right] - m g \cos \gamma \right\} \cos \varphi_M}{\cos(\varphi_M + \beta)}, \quad (16)$$

где γ находим из (7).

Подставляя $\beta = 0$ получаем уравнение определения N для гладкой футеровки, что подтверждает правильность уравнения (16)

Из условия $N = 0$ и сокращая на mR , находим угол отрыва загрузки от ступенчатой футеровки

$$\gamma_0 = \arccos e^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \left[\omega^2 (1 + A \varphi^X \cos \beta) - 2 \omega \theta \cos \beta + \theta^2 (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) + \theta \operatorname{tg} \beta \right] \cdot \frac{R}{g}. \quad (17)$$

Подставляя $\beta = 0$, получаем уравнение для угла отрыва от гладкой футеровки, что подтверждает правильность формулы (17).

При решении дифференциального уравнения (15) получаем ряд значений θ , θ от времени скольжения t . Для определения угла отрыва в формулу (16) надо ставить значение θ , при котором давление загрузки на футеровку N по формуле (16) равно 0. Для этого решают уравнение (16) до появления первого отрицательного значения N и находят значение θ путём интерполяции последнего положительного и первого отрицательного значений N .

Для определения угла скольжения θ , скорости скольжения $\dot{\theta}$ и ускорения $\ddot{\theta}$ составляем второе уравнение движения. Для этого надо взять производную

$$\begin{aligned} \frac{d(\rho^2 \cdot \theta)}{dt} &= \frac{d(R^2 e^{-2\theta \operatorname{tg} \beta} \cdot \theta)}{dt} = -R^2 2 \operatorname{tg} \beta e^{-2\theta \operatorname{tg} \beta} \theta^2 + \theta R^2 e^{-2\theta \operatorname{tg} \beta} = \\ &= R^2 e^{-2\theta \operatorname{tg} \beta} (\theta - 2 \operatorname{tg} \beta \cdot \theta^2). \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в левую часть второго уравнения (8), а в правую значение F_τ получаем

$$\frac{m(\operatorname{Re}^{-2\theta \operatorname{tg} \beta})^2 \left(\theta - 2 \theta^2 \operatorname{tg} \beta \right)}{\operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta}} = mg \sin \gamma - fN \cos \beta - N \sin \beta - 2m\omega \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \sin \beta, \quad (19)$$

после преобразований

$$m \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \left(\theta - 2 \theta^2 \operatorname{tg} \beta \right) = mg \sin \gamma - \frac{N \sin(\varphi_M + \beta)}{\cos \varphi_M} - 2m\omega \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \sin \beta. \quad (20)$$

Подставляя значение N из (18) в уравнение (20) и после преобразований получаем дифференциальное уравнение 2-ого порядка, решая которое численным методом Рунге-Кутты находим значения θ , $\dot{\theta}$ и $\ddot{\theta}$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \left(\theta - 2 \theta^2 \operatorname{tg} \beta \right) &= \\ = g \sin \gamma - \left\{ \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \left[\omega^2 (1 + A\varphi^{os}) - 2\omega \theta \cos \beta + \theta^2 (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) + \theta \operatorname{tg} \beta \right] - g \cos \gamma \right\} \times \\ &\quad \times \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) - 2\omega \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \sin \beta, \end{aligned} \quad (21)$$

после преобразований имеем

$$\begin{aligned} \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} - \theta^2 \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} 2 \operatorname{tg} \beta - g \sin \gamma + \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \cdot \omega^2 (1 + A\varphi^X) \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) - \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \cdot \\ \cdot 2\omega \cos \beta \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) + \theta^2 \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) + \theta \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \operatorname{tg} \beta \cdot \\ \cdot \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) - g \cos \gamma \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) + 2\theta \omega \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \sin \beta = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Группируя, получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \left\{ \theta [1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta)] + \theta^2 [\operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) - 2 \operatorname{tg} \beta] + \right. \\ \left. + \theta 2\omega [\sin \beta - \cos \beta \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta)] \right\} + \operatorname{tg}(\varphi_M + \beta) (\operatorname{Re}^{-\theta \operatorname{tg} \beta} \omega^2 (1 + A\varphi^X) - g \cos \gamma) - \\ - g \sin \gamma = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где γ берём из (17).

Обычно фактические параметры скольжения определяют кино-фотосъёмкой кинематики движения загрузки через прозрачный торец лабораторной мельницы или тензометрическим методом [3]. Все данные по кинематике движения шаровой загрузки, полученные кино-фотосъёмкой, требуют корректировки. Это связано с тем, что они, как правило, получены без наличия в мельнице измельчаемого материала с целью устранения пыления и получения чётких фотоснимков. В качестве имитатора измельчаемого материала можно использовать материалы, не дающие пыления и имеющие коэффициент трения и размер, аналогичный размеру заменяемому материалу. Более точным но, относительно сложным является определение угла отрыва шаров с помощью тензометрии нормальных нагрузок на футеровку, что является единственным способом для промышленных мельниц.

Для учёта влияния измельчаемого материала можно воспользоваться результатами работы [6], показывающими увеличение угла подъёма загрузки, что объясняется увеличением сил сцепления шаров с футеровкой. Так, изменение степени заполнения на 0,05 увеличивает угол подъёма на $3-5^{\circ}$, а наличие материала – на $14-21^{\circ}$ (большие значения для футеровок с большим коэффициентом сцепления).

Уравнения были решены численным методом Рунге-Кутты. На рис. 2 и в таблице даны фрагменты результатов расчётов.

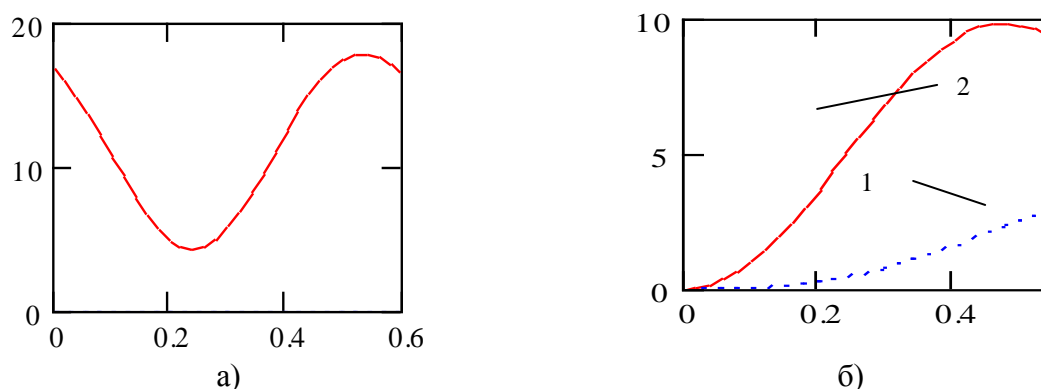


Рисунок 2 – Параметры скольжения загрузки по гладкой футеровке при $R=0,24$ м., $\varphi=0,3$ и скоростном коэффициенте 0,8:

а) зависимость N / m от времени скольжения;

б) зависимость угла (1) и скорости (2) скольжения от времени скольжения

Параметры скольжения загрузки при скоростном коэффициенте 0,8 и $R = 0,24$ м

| φ | α_c , град. | t,с | θ , град | γ_0 , град | $\alpha_{п}$,град. |
|-----------|--------------------|------|-----------------|-------------------|---------------------|
| 0,25 | 44,8 | 0,22 | 20,4 | 73 | 107 |
| | 66,8 | 0,22 | 19,4 | 63 | 117 |
| 0,30 | 49,3 | 0,24 | 24,7 | 62 | 118 |
| | 74 | 0,24 | 22,0 | 53 | 127 |
| 0,35 | 55,0 | 0,24 | 22,7 | 45 | 135 |
| | 85,0 | 0,24 | 27,7 | 39 | 141 |

Примечание: в числителе – гладкая футеровка, в знаменателе – ступенчатая.

Как видно из таблицы с увеличением степени заполнения φ угол начала скольжения α_c , угол скольжения θ и угол подъёма $\alpha_{п}$ (т.е. $180-\gamma_0$) увеличиваются. Для ступен-

чатой футеровки углы α_c и α_n больше, чем для гладкой в связи с наличием даже не-большой ступени в 12° и соответственного увеличения коэффициента сцепления.

Результаты расчётов уравнений, предложенных в [1,2] для гладкой футеровки, противоречат результатам Ельцова М.Ю., согласно которым увеличение степени заполнения φ и скоростного коэффициента уменьшают скольжение, причём от φ резче.

Достоинством разработанных автором зависимостей является возможность определения по ним условий перехода от каскадного режима работы шаров к водопадному. Делается это из условия равенства нулю величины нормальной нагрузки N за счёт варьирования степени заполнения и частоты вращения корпуса для мельниц с регулируемым приводом, а также путём изменения угла наклона ступенчатой футеровки из прокатных элементов. Если N не достигает нуля, то загрузка поднимается на определённую высоту но не отрывается от футеровки, а скользит вниз и совершает колебательные периодические перемещения (рис. 2).

Выполненные автором по различным методикам расчёты параметров скольжения загрузки и анализ полученных результатов показывают, что каждая из них применима для определённого диапазона условий работы трубных мельниц, а результаты иногда противоречивы. Всё это подчёркивает необходимость дальнейших исследований по созданию универсальной математической модели движения загрузки с учётом скольжения её по футеровкам различного профиля.

Литература

1. Сланевский А.В., Подъячева И.Б. К вопросу выбора оптимального режима работы трубной мельницы. – Труды Гипроцемента, вып. 32, –Л., 1966,– С. 29-46.
2. Сланевский А.В., Подъячева И.Б. Исследование движения мелющей загрузки в барабане трубной мельницы. Труды Гипроцемента. Вып. XXXV.– Л., 1968 .–С.161-172.
3. Крюков Д.К. Футеровки шаровых мельниц – М.: Машиностроение, 1965. – 184 с.
4. Иванов А.Н. Определение режимов работы трубных мельниц с учетом скольжения загрузки // Інтегровані технології та енергозбереження . – Харків: ХДПУ. – 2001. – № 4. – С. 22-41.
5. Иванов А.Н., Кулаенко О.А. Расчет скольжения мелющей загрузки в барабанных мельницах–// Інтегровані технології та енергозбереження. – Харків: ХДПУ. – 2003. – № 1. – С. 90-106.
6. Щенников, А.Н. Пироцкий В.З., Несмеянов Н.П. Влияние параметров бронь-футеровки с переменным коэффициентом сцепления из прокатных элементов БРОПЭКС на кинетику и эффективность процесса измельчения. Сборник научных трудов БТИСМ. Совершенствование техники и технологии измельчения материалов. Белгород.– 1989.–С. 125-144.

УДК 621.926.5

Иванов А.М.

ПРО КОВЗАННЯ ЗАВАНТАЖЕННЯ ТРУБНИХ МЛІНІВ

В статті наведені аналітичні залежності та результати розрахунків робочих режимів трубних млинів з урахуванням ковзання молоткового завантаження по футерівкам різних типів.