УДК 629. 114. 026

Александров Е.Е., Пидашов В.В.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ ПОДРЕССОРИВАНИЯ ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН (СТОХАСТИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ)

В работе приводится решение стохастической задачи параметрического синтеза системы подрессоривания гусеничной машины с использованием метода факторного эксперимента и с учётом случайного микро профиля дороги.

Уравнение вынужденных вертикальных колебаний подрессоренной части транспортного средства представляется в виде:

$$\ddot{z}(t) + 2n\dot{z}(t) + k^2 z(t) = f(t) \ , \tag{1}$$

где n, k – параметры, характеризующие затухание колебаний и другие свойства подвески, $z(t)$ – относительное положение центра масс транспортного средства относительно положения статического равновесия, $f(t)$ – функция, характеризующая случайный микро профиль дороги.

Параметры n и k рассматриваем в качестве факторов двухфакторного эксперимента. Кодированные факторы представляются в виде [1]:

$$\overline{x_1} = \frac{n - n_0}{\Delta n_0}; \quad \overline{x_2} = \frac{k - k_0}{\Delta k_0};$$

$$n_0 = \frac{n_{\max} + n_{\min}}{2}; \ \Delta n_0 = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{2};$$

$$k_0 = \frac{k_{\max} + k_{\min}}{2}; \ \Delta k_0 = \frac{k_{\max} - k_{\min}}{2}.$$

Значения $n_{\max}$, $n_{\min}$, $k_{\max}$, $k_{\min}$ образуют прямоугольник возможных значений оптимизируемых параметров, который в общем случае может выбираться произвольно. Величины n_0 и k_0 называются факторами основного уровня. Вершины 1, 2, 3, 4 назовём точками планирования и составим матрицу планирования:

Таблица 1 – Матрица планирования

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	y
1	+1	– 1	– 1	y_1 = 1.755
2	+1	+1	– 1	y_2 = 1.441
3	+1	–1	+1	y_3 = 2.413
4	+1	+1	+1	y_4 = 1.890

Фактор x_0 называется фиктивным фактором и введён для общности подхода к вычислению коэффициентов функции регрессии у, которую зададим в виде полинома:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 \quad . \tag{2}$$

Случайную функцию $f(t)$ будем формировать в соответствии с [2] в виде решения дифференциального уравнения:

$$T_1^2 \ddot{f}(t) + T_2 \dot{f}(t) + f(t) = K \quad \xi(t) \ , \tag{3}$$

где $\xi(t)$ – белый шум, генерируемый с помощью ЭВМ с использованием датчика случайных чисел [3].

Для поиска значений функции регрессии (2) будем искать решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1(t) &= z_2(t); \\
\dot{z}_2(t) &= -k_j^{\,2} z_1(t) - 2 \quad n_j z_2(t) + z_3(t); \\
\dot{z}_3(t) &= z_4(t); \\
\dot{z}_4(t) &= -\frac{1}{T_1^2} z_3(t) - \frac{T_2}{T_1^2} z_4(t) + \frac{K}{T_1^2} \xi^i(t); \\
\dot{z}_5(t) &= z_1^{\,2}(t) + z_2^{\,2}(t),
\end{aligned} \tag{4}$$

с начальными условиями $z_1(0) = 1$; $z_2(0) = 1$; $z_3(0) = 0$; $z_4(0) = 0$; $z_5(0) = 0$ при различных реализациях белого шума $\xi^i(t)$. Результаты расчётов сведены в таблицу 2, каждый элемент которой равен $y_{ji} = z_5^{\,i}(T, n_j, k_j)$:

Таблица 2 – Значения функции регрессии в разных точках плана эксперимента при различных реализациях ”белого шума”

Номер реализации,	Номер опыта			
i	1	2	3	4
1	y_{11} = 1.731	y_{21} = 1.447	y_{31} = 2.418	y_{41} = 1.903
2	y_{12} = 1.752	y_{22} = 1.441	y_{32} = 2.445	y_{42} = 1.900
3	y_{13} = 1.749	y_{23} = 1.437	y_{33} = 2.432	y_{43} = 1.891
4	y_{14} = 1.763	y_{24} = 1.441	y_{34} = 2.409	y_{44} = 1.867
5	y_{15} = 1.754	y_{25} = 1.449	y_{35} = 2.403	y_{45} = 1.902
6	y_{16} = 1.768	y_{26} = 1.448	y_{36} = 2.414	y_{46} = 1.895
7	y_{17} = 1.755	y_{27} = 1.446	y_{37} = 2,404	y_{47} = 1.834
8	y_{18} = 1.771	y_{28} = 1.441	y_{38} = 2.387	y_{48} = 1.904
9	y_{19} = 1.766	y_{29} = 1.456	y_{39} = 2.425	y_{49} = 1.889
10	y_{110} = 1.759	y_{210} = 1.435	y_{310} = 2.433	y_{410} = 1.880
$M_i\{y_{ji}\} = y_j$	y_1 = 1.758	y_2 = 1.444	y_3 = 2.417	y_4 = 1.887

Из сравнения таблиц 1 и 2 можно сделать вывод, что математические ожидания функции регрессии стохастической системы весьма близки к значениям функции регрессии детерминированной системы, вычисленных в соответствующих точках – отличие имеется только лишь в третьем знаке после запятой. Вместе с тем, значения функции регрессии при различных реализациях случайной функции $\xi^i(t)$ заметно отличаются друг от друга в одной и той же точке факторного эксперимента. В этой связи, в соответствии с [1], требуется статистическая проверка полученных результатов.

Статистическая проверка полученных результатов начинается с проверки гипотезы однородности дисперсии. Для этого вычисляют дисперсию функции регрессии в каждом опыте в соответствии с формулой:

$$D(y_i) = \frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k}(y_{ji} - y_j)^2 \ ; \ j = 1..4, \tag{5}$$

где k – число дублирований эксперимента.

При подстановке в формулу (5) данных таблицы 2, получаем:

$$D[y_1] = 0.000091; \ D[y_2] = 0.000039; \ D[y_3] = 0.000303; \ D[y_4] = 0.000475.$$

Среди вычисленных по формуле (5) значений находим наибольшую дисперсию:

$$D_{\max}[y] = D[y_4] = 0.000475.$$

Затем вычислим отношение наибольшей оценки дисперсии к сумме оценок дисперсии:

$$G = \frac{D_{\max}(y)}{\sum_{j=1}^{4} D(y_i)}; \ G = \frac{0.000475}{0.000908} = 0.523.$$

Следующим этапом является оценка числа степеней свободы:

$$f_1 = k - 1 = 9; \ f_2 = N = 4.$$

По величинам f_1 и f_2 из специальной таблицы [1] находим величину $G_{кр} = 0.502$. Строго говоря, $G > G_{кр}$, однако значения G и $G_{кр}$ приблизительно равны, поэтому можно считать, что гипотеза однородности дисперсии выполняется.

Приняв гипотезу об однородности дисперсии, найдём дисперсию функции регрессии:

$$D(y) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{4} D(y_i) = 0.000227, \tag{6}$$

и дисперсию ошибок значений коэффициентов функции регрессии:

$$D(b_i) = \frac{D(y)}{N \ \ K} = \frac{0.000227}{40} = 5.67 \cdot 10^{-6}.$$

Затем вычислим отношения абсолютных значений коэффициентов функции регрессии к величине среднего квадратичного отклонения ошибки их определения:

$$G(b_i) = \sqrt{D(b_i)} = 2.4 \cdot 10^{-3};$$

$$t_1 = \frac{1.875 \cdot 103}{2.4} = 780; \; t_2 = \frac{0.209 \cdot 103}{2.4} = 87;$$

$$t_3 = \frac{0.277 \cdot 103}{2.4} = 115; \; t_4 = \frac{0.052 \cdot 103}{2.4} = 21.7.$$

Оценим число степеней свободы: $f_3 = N(k - 1) = 36$, а затем из специальной таблицы [1] находим значении $t_{кр} = 2.03$. Все значения t_i ($i = 1 \ldots 4$) значительно превышают величину $t_{кр}$, следовательно, все коэффициенты функции регрессии (2) являются значимыми и ни одним из них нельзя пренебречь.

Перейдём к проверке адекватности полученного уравнения регрессии (2), для чего оценим дисперсию адекватности по формуле:

$$D_{\text{àä}} = \frac{1}{N-d} \sum_{j=1}^{4} (y_j^* - \bar{y}_j)^2, \tag{7}$$

где d – число членов аппроксимирующего полинома, y_j^* – значение функции регрессии, вычисленное с помощью аппроксимирующего полинома (2).

В рассматриваемом случае аппроксимирующий полином содержит четыре члена, а факторный эксперимент также проводился в 4-х точках, следовательно, $N - d = 0$ и формула (7) теряет смысл.

Добавим к числу опытов ещё один, а именно, нулевую точку, в которой $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$.

Тогда $N = 5$, $N - d = 1$, а формула (7) принимает вид:

$$D_{\text{àä}} = \sum_{j=1}^{4} (y_j^* - \bar{y}_j)^2, \tag{8}$$

где

$$y_0^* = b_0 = 1.875;$$

$$y_1^* = b_0 - b_1 - b_2 + b_{12} = 1.698 \; ; \; y_2^* = b_0 + b_1 - b_2 - b_{12} = 1.498;$$

$$y_3^* = b_0 - b_1 + b_2 - b_{12} = 2.47 \; ; \; y_4^* = b_0 + b_1 + b_2 + b_{12} = 1.834.$$

Подставляя полученные величины и результаты таблицы 1 в формулу (8) получим $D_{ад} = 0.0156$.

Используя формулу

$$F = \frac{D_{\text{àä}}}{D(y)},$$

Да

вычислим значение критерия Фишера для рассматриваемой задачи:

$$F = \frac{0.0156}{0.000227} = 68,$$

а также, число степеней свободы:

$$f_4 = N - d = 1, \ \ f_5 = N(k-1) = 45,$$

По известным f_4 и f_5 определяем критическое значение критерия Фишера $F_{кр}$ с использованием специальной таблицы [1]: $F_{кр} = 4.06$.

Следовательно, в рассматриваемом случае $F > F_{кр}$ и, строго говоря, уравнение регрессии (2) нельзя считать адекватным с вероятностью 0.95, а именно для такой вероятности составлены таблицы [1]. В этом случае либо следует удовлетвориться полученным результатом и считать уравнение регрессии (2) адекватным с меньшей вероятностью, или перейти к более сложному виду уравнения регрессии.

Заключение. В работе показано, что наиболее эффективным методом параметрического синтеза систем подрессоривания транспортного гусеничного средства является метод факторного эксперимента с решением стохастической задачи оптимизации, так как позволяет выбрать значения варьируемых параметров при движении не по тестовым неровностям, а по поверхности со случайным микро профилем. Такой подход позволяет оптимизировать параметры системы подрессоривания в широком диапазоне изменения спектра внешних возмущений.

Литература

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – Москва: Наука. 1976. – 280 с.

2. Александров Е.Е., Лебедев А.Т., Туренко А.Н. и др. Динамика транспортно-тяговых колёсных и гусеничных машин. – Харьков. 2001. – 640 с.

3. Александрова Т.Е. Исследовательский стенд для натурных испытаний элементов моторно-трансмиссионного отделения гусеничных машин специального назначения//Вестник Харьковского государственного автомобильно-дорожного технического университета. – 2001. – Вып. 15-16 – С. 180-182.

УДК 629. 114. 026

Александров Є.Є., Підашов В.В.

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМ ПІДРЕСОРЮВАННЯ ГУСЕНИЧНИХ МАШИН (СТОХАСТИЧНИЙ ВАРІАНТ)

Розглядається параметрична оптимізація систем підресорювання гусеничних машин за допомогою метода факторного експерименту з урахуванням випадкового мікро профілю дороги. Розкривається рішення стохастичної задачі параметричного синтезу. Стверджується ефективність використання означеного методу завдяки широким можливостям вар'їрування параметрами системи підресорювання.