

Пустовалов В.Н., Науменко С.П.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ РАСЧЕТАХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ

Одной из важнейших задач теплоэнергетики является надежный расчет температурных полей деталей энергетических установок на всех возможных режимах их работы. Результаты этих расчетов представляют собой исходную информацию для последующего определения температурных напряжений, тепловых деформаций, взаимных перемещений подвижных и неподвижных элементов и, в конечном итоге, для разработки оптимальных по безопасности и экономичности режимов эксплуатации.

Численные методы решения задач теплопроводности, разработанные к настоящему времени, в сочетании с возможностями современных ЭВМ позволяют рассчитывать температурные поля в телах практически любой формы. Однако, так как уравнение теплопроводности является эллиптическим по координатам, точность расчета температуры при этом полностью определяется правильностью задания граничных условий, т.е. коэффициентов теплоотдачи на границах рассматриваемых тел.

В получении инженерных зависимостей, описывающих граничные условия теплоотдачи на поверхностях деталей турбомашин, до сих пор превалирует экспериментальный подход. Эксперимент на физических моделях характеризуется большой трудоемкостью, сложностью и дороговизной, охватывает лишь самые простые формы трактов рабочего тела и охлаждающей среды и поэтому не поспевает за запросами практики.

Даже частичная замена физического, в том числе натурального эксперимента, вычислительным экспериментом на ЭВМ сулит существенное ускорение и удешевление исследований, а также расширяет возможности использования в энергомашиностроении методов САПР. Ключевым моментом в этой проблеме является создание адекватных математических моделей турбулентных потоков среды при наличии теплообмена с омываемой поверхностью.

В настоящее время является практически общепризнанным, что нестационарные уравнения Навье-Стокса, по крайней мере, при умеренных температурах и давлениях, в совокупности с граничными условиями на достаточно мелких сетках описывают как ламинарное, так и турбулентное течение жидкости. Однако быстроедействие и объемы оперативной памяти современных ЭВМ пока недостаточны для широкой практической реализации таких расчетов в инженерных приложениях.

Альтернативный подход заключается в использовании системы уравнений Рейнольдса, дополненной дополнительными эмпирическими или полуэмпирическими зависимостями, замыкающими эту систему.

При построении математических моделей турбулентности исследователи руководствуются представлением о том, что не вся совокупность характеристик турбулентности одинаково важна для её достоверного описания в конкретном случае. В связи с этим ведутся поиски минимально необходимого количества этих характеристик и их оптимального состава для данного типа задач.

Ряд полуэмпирических моделей турбулентности ведут своё начало от основополагающих работ Колмогорова [1] и Прандтля [2]. Одной из таких моделей является двухпараметрическая $k - \varepsilon$ модель [3, 4], которая основана на добавлении к уравнениям Рейнольдса двух дифференциальных уравнений переноса для скалярных характеристик турбулентности: кинетической энергии турбулентности k и скорости её диссипации ε , причем динамическая турбулентная вязкость μ_T определяется как

$$\mu_T = c_\mu \rho k^2 / \varepsilon, \quad (1)$$

где c_μ – коэффициент, являющийся функцией числа Рейнольдса турбулентности, ρ – плотность.

Отметим, что увеличение количества одновременно решаемых дифференциальных уравнений компенсируется возможностью приближенного расчета перехода ламинарного режима течения в турбулентный и наоборот. Эта приближенность обусловлена тем, что любая двухпараметрическая модель не учитывает тонких особенностей механизма потери устойчивости ламинарного потока и ламинаризации турбулентного течения.

Первый этап проведенной нами оценки возможностей $k-\varepsilon$ модели турбулентности состоял в расчетах пограничного слоя при безградиентном обтекании бесконечной пластины. Сравнение расчетных и экспериментальных данных проводилось по числу Нуссельта Nu и коэффициенту трения C_f .

Расчеты были выполнены с помощью пакета прикладных программ, реализующего численный алгоритм Патанкара-Сполдинга [5].

Известные уравнения подобия, описывающие теплоотдачу и трение на поверхности плоской пластины в потоке воздуха при ламинарном пограничном слое, имеют вид:

$$Nu = 0,295 Re^{0,5}; \quad (2)$$

$$C_f = 0,664 Re^{-0,5}. \quad (3)$$

Для турбулентного пограничного слоя

$$Nu = 0,0255 Re^{0,8}; \quad (4)$$

$$C_f = 0,0592 Re^{-0,2}. \quad (5)$$

Было проведено две серии численных экспериментов. В первом случае начальное сечение расчетной области задавалось слева от участка перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, во втором – справа, т.е. в первом случае расчетная область включала переход, а во втором – нет. Таким образом, были получены зависимости для Nu и C_f от Re (рис. 1 и 2).

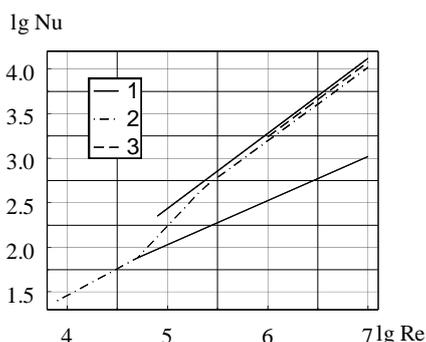


Рисунок 1 – Расчет Nu для безградиентного обтекания пластины

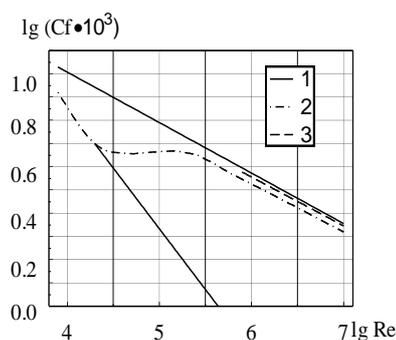


Рисунок 2 – Расчет C_f для безградиентного обтекания пластины

1 – соотношения (2), (3)

2 – расчет при задании начального сечения до перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный

3 – расчет при задании начального сечения в области развитой турбулентности

Из графиков видно, что при ламинарном течении получено полное соответствие численного расчета и эксперимента. Однако после перехода расчет дает систематически заниженные (на 15-20 %) значения Nu и C_f . Это, очевидно, объясняется тем, что

при прохождении области перехода в расчетных полях температур и скоростей накапливаются погрешности, обуславливающие занижение турбулентной вязкости μ_T .

В случае задания начального сечения в зоне турбулентного пограничного слоя, полученные расчетным путем значения Nu и C_f достаточно хорошо (с погрешностью менее 3-5 %) согласуются с «эталонными».

В случае задания начального сечения в зоне турбулентного пограничного слоя, полученные расчетным путем значения Nu и C_f достаточно хорошо (с погрешностью менее 3-5 %) согласуются с «эталонными».

Практически полное совпадение расчетных и экспериментальных данных для ламинарного режима течения является показателем адекватности использованного алгоритма расчета пограничного слоя и его программной реализации.

На втором этапе проводились гидродинамические расчеты для градиентного обтекания пластины, когда скорость на внешней границе зависела от продольной координаты.

Всего рассчитывалось три течения, отличавшихся друг от друга начальными распределениями и законами изменения скорости U на внешней границе пограничного слоя (рис. 3).

Вариант 1 был взят по экспериментам работы [6], а варианты 2 и 3 – по материалам Стэнфордской конференции [7]. В расчетах определялись три безразмерные величины, характеризующие поля скоростей: коэффициент трения C_f , толщина потери импульса θ и формпараметр профиля скорости H , где

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy; \quad (6)$$

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy; \quad (7)$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta}. \quad (8)$$

В уравнениях (6)-(8) и далее использованы традиционные обозначения теории пограничного слоя.

Расчет по $k-\varepsilon$ модели сравнивался с расчетами по методам Труккенбротта, Хэда и Брэдшоу-Ферриса, выполненными в исследовательском отделе объединения «Шкода» (Пльзень, Чехия) по лицензионным фирменным программам.

В методе Труккенбротта интегральные соотношения, вытекающие из уравнений движения и энергии для пограничного слоя и связывающие некоторые характеристики поля скоростей (в том числе C_f , δ^* и θ), дополняются эмпирическими зависимостями, справедливыми в каждом поперечном сечении. В итоге решается система пяти уравнений с пятью неизвестными.

В методе Хэда, помимо интегрального соотношения импульсов, энергии и эмпирических выражений для профиля скорости, используется дополнительное дифференциальное соотношение

$$\frac{d(Q/v)}{d Re} = m_{\delta}, \quad (9)$$

где

$$Q = \int_0^{\delta} u dy = U (\delta - \delta^*) . \quad (10)$$

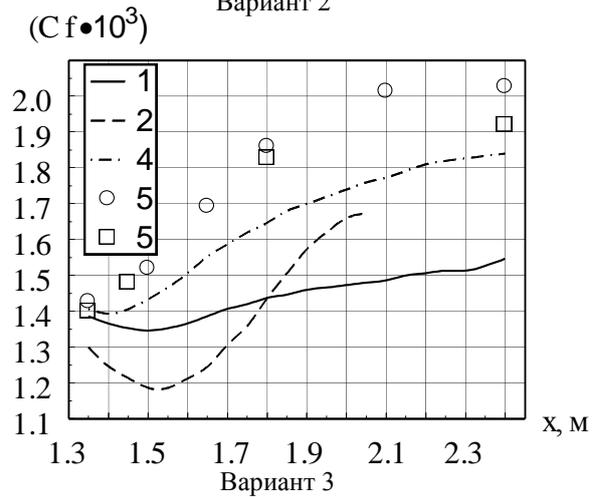
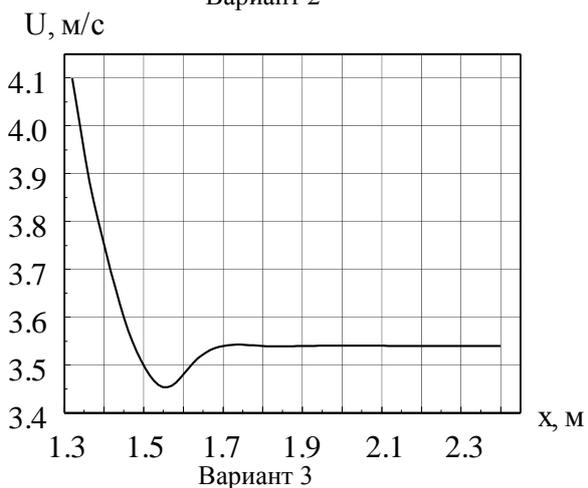
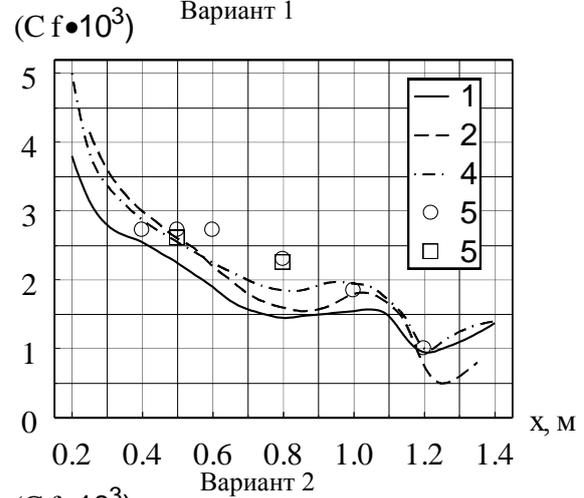
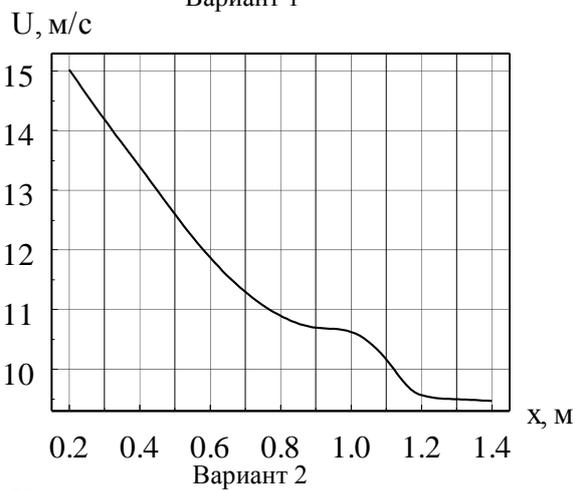
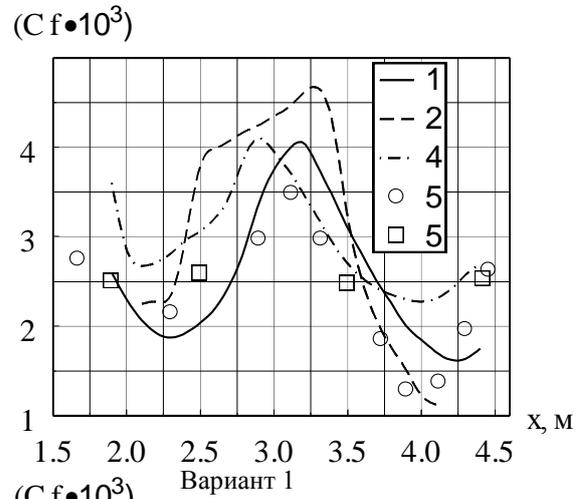
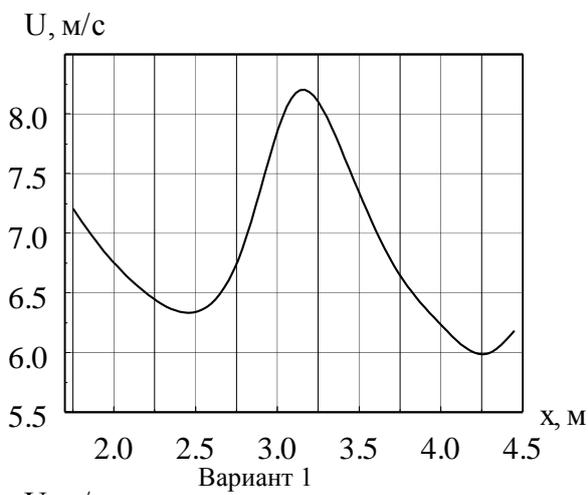


Рисунок 3 – Распределение U скорости на внешней границе пограничного слоя

Рисунок 4 – Распределение Cf вдоль пограничного слоя

1 – расчет методом Хэда

2 – расчет методом Брэдшоу-Ферриса

4 – расчет по k – ε модели турбулентности

5 – экспериментальные значения

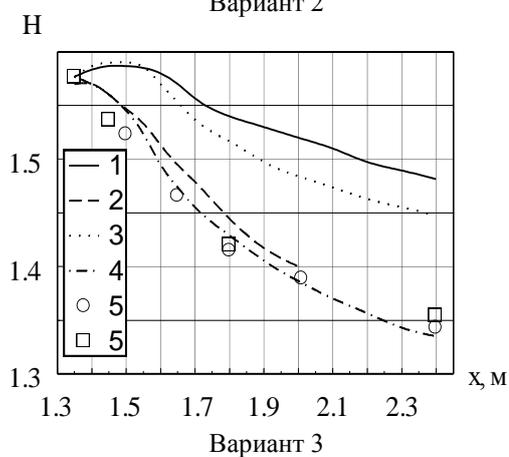
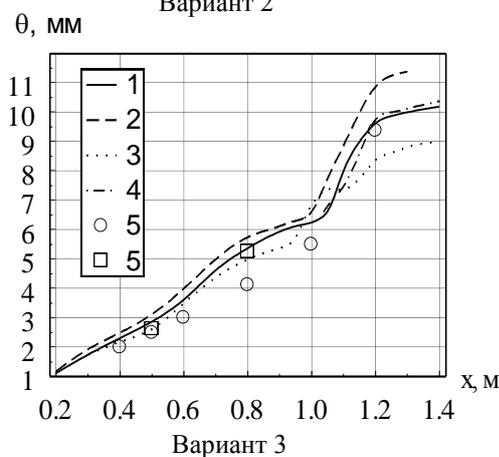
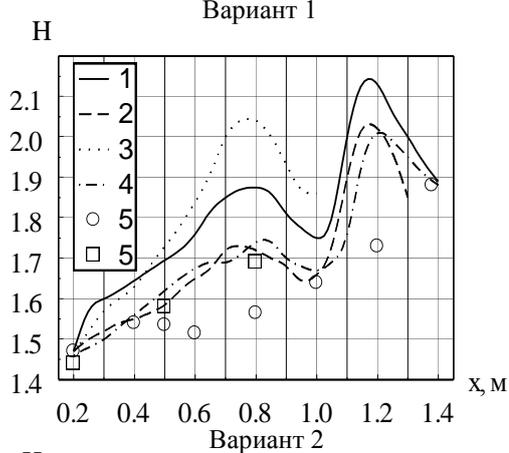
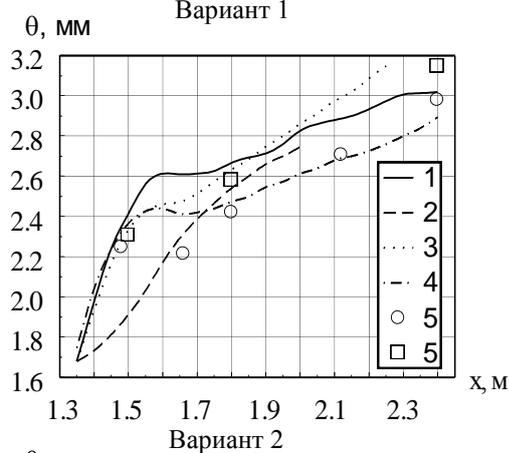
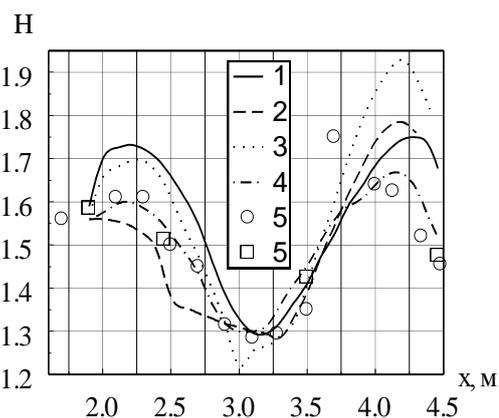
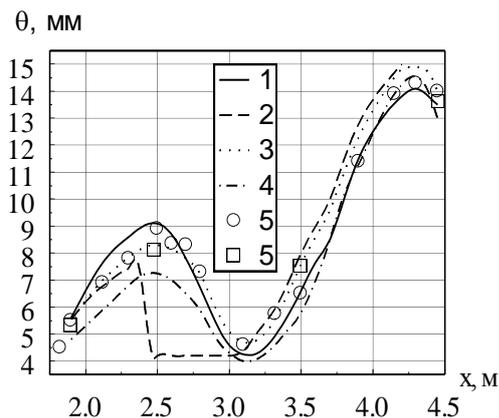


Рисунок 5 – Распределение θ вдоль

Рисунок 6 – Распределение H вдоль

- 1 – расчет методом Хэда
- 2 – расчет методом Брэдшоу-Ферриса
- 3 – расчет методом Трукенброта
- 4 – расчет по $k - \epsilon$ модели турбулентности
- 5 – экспериментальные значения

Здесь m_δ – эмпирическая функция формпараметра H , определяющая эжекционную способность пограничного слоя, Q – расход жидкости через поперечное сечение пограничного слоя.

Метод Брэдшоу-Ферриса является одним из наиболее разработанных однопараметрических методов. Он использовался для решения широкого круга задач пограничного слоя, включая трехмерное сжимаемое течение с теплопереносом. Этот метод базируется на дифференциальном уравнении, описывающем скорость изменения кинетической энергии турбулентности вдоль линий тока в допущении, что структура турбу-

лентности в данном сечении однозначно определяется профилем турбулентного напряжения трения.

При расчете первого течения (рис. 3 вариант 1) наихудшие результаты по θ (рис. 5 вариант 1) на первом участке ($x < 3,1$) дает метод Брэдшоу, наилучшие – Труккенбродта. На последующем участке ($x > 3,1$) все методы дают близкие результаты, однако $k-\varepsilon$ модель дает лучшее согласование с экспериментом. При расчете H (рис. 6 вариант 1) $k-\varepsilon$ предпочтительнее всех других. При расчете C_f (рис. 4 вариант 1) лучше других метод Хэда.

При расчете второго течения (рис. 3 вариант 2) совпадение расчетных и экспериментальных значений C_f и θ (рис. 4 и 5 вариант 2, соответственно) лучше у $k-\varepsilon$ модели, при расчете H (рис. 6 вариант 2) методы $k-\varepsilon$ и Брэдшоу дают близкие результаты.

В третьем течении (рис. 3 вариант 3) метод $k-\varepsilon$ оказывается предпочтительней других при расчете всех параметров пограничного слоя (рис. 4-6 вариант 3).

Подводя итоги, можно сказать, что ни одна из рассмотренных моделей турбулентности не обеспечивает полного совпадения с экспериментом для сложных градиентных течений, которые исследовались, однако $k-\varepsilon$ дает все же лучшие результаты, чем другие рассмотренные модели. Является ценной также представляемая этой моделью возможность учета эффектов ламинаризации течения и приближенного расчета перехода в пограничном слое от ламинарного к турбулентному режиму.

Отметим, также, что в настоящей работе использовалась одна из начальных версий $k-\varepsilon$ модели. Внесение улучшений, о которых есть сведения в последних публикациях по моделям турбулентности, по-видимому, позволит получать лучшие результаты.

Литература

1. Колмогоров А.М. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Изв. ФН СССР. Сер. физ., 1962, т. 6, № 1-2, С. 56-58.
2. Prandtl L., Wiegchart K. Über ein neues Formel System für ausgebildete Turbulenz // Nachr. Akad. Wiss., Göttingen. Math. – Phys. R. 1., 1945.
3. Jones W.P., Launder B.E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence // Int. J. Heat and Mass Transfer, 1972, vol. 15, p. 301-314.
4. Jones W.P., Launder B.E. The calculation of low Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence // Int. J. Heat and Mass Transfer, 1973, vol. 16, p. 1119-1130.
5. Патанкар С., Сполдинг Д. Теплообмен в пограничных слоях. – М.: Энергия, 1971.
6. Tsuji J., Morikawa G. Turbulent boundary layer with pressure gradient alternating in sign. // Aeron. Quarterly, 1976, vol. 27, №1, p. 15-28.
7. Proceedings of Conference on Computation of Turbulent boundary layers – 1968 // AFOSR – IFP – Stanford Conference. 1969, vol. 2.

УДК 532.6

Пустовалов В.М., Науменко С.П.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДЕЯКИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТІ ПРИ РОЗРАХУНКАХ ПОГРАНИЧНИХ ШАРІВ

Проведено порівняльний розрахунок істотно градієнтних пограничних шарів за допомогою $k-\varepsilon$ моделі турбулентності та розрахунками по методам Хэда, Брэдшоу-Ферріса і Труккенбродта. Відзначено, що застосування $k-\varepsilon$ моделі дає кращий збіг з експериментальними даними.