

ISSN 2074-272X

науково-практичний
журнал

2012/5

ЕІЕлектротехніка і ЕІЕлектромеханіка

Електротехніка. Визначні події. Славетні імена
Електричні машини та апарати
Силова електроніка
Теоретична електротехніка
Техніка сильних електричних та магнітних полів
Електричні станції, мережі і системи
Ювілеї



НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ «ЕЛЕКТРОТЕХНІКА І ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА»

ДЕРЖВИДАННЯ

Свідоцтво Державного комітету інформаційної політики,
телебачення та радіомовлення України КВ № 6115 від 30.04.2002 р.
Видання засновано у 2002 р. Національним технічним університетом
«Харківський політехнічний інститут»

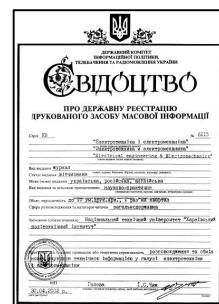
РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

Клименко Б.В. д.т.н., професор, НТУ «ХПІ», Харків

Члени редколегії

Баранов М.І.	д.т.н., начальник відділу НДПКІ «Молнія» НТУ «ХПІ», Харків
Батигін Ю.В.	д.т.н., професор завідувач кафедри фізики, ХНАДУ, Харків
Боєв В.М.	д.т.н., професор кафедри теоретичних основ електротехніки НТУ «ХПІ», Харків
Болюх В.Ф.	д.т.н., професор кафедри загальної електротехніки НТУ «ХПІ», Харків
Буткевич О.Ф.	д.т.н., професор, головний науковий співробітник ІЕД НАНУ, Київ
Гончаров Ю.П.	д.т.н., професор кафедри промислової та біомедичної електроніки НТУ «ХПІ», Харків
Гурін А.Г.	д.т.н., професор, завідувач кафедри електроізоляційної і кабельної техніки НТУ «ХПІ», Харків
Данько В.Г.	д.т.н., професор, завідувач кафедри загальної електротехніки НТУ «ХПІ», Харків (голова редакційної ради)
Жемеров Г.Г.	д.т.н., професор кафедри промислової та біомедичної електроніки НТУ «ХПІ», Харків
Загірняк М.В.	д.т.н., професор, член-кореспондент АПНУ, ректор КрНУ, Кременчук
Кириленко О.В.	д.т.н., професор, академік НАНУ, директор ІЕД НАНУ, Київ
Кравченко В.І.	д.т.н., професор, директор НДПКІ «Молнія» НТУ «ХПІ», Харків
Лупіков В.С.	д.т.н., професор, завідувач кафедри електричних апаратів НТУ «ХПІ», Харків
Маслієв В.Г.	д.т.н., професор кафедри електричного транспорту та тепловозобудування НТУ «ХПІ», Харків
Михайлов В.М.	д.т.н., професор кафедри інженерної електрофізики НТУ «ХПІ», Харків
Міліх В.І.	д.т.н., професор, завідувач кафедри електричних машин НТУ «ХПІ», Харків
Намітоков К.К.	д.т.н., професор кафедри світлотехніки і джерел світла ХНАМГ, Харків
Омельяненко В.І.	д.т.н., професор, завідувач кафедри електричного транспорту та тепловозобудування НТУ «ХПІ», Харків
Панасенко М.В.	д.т.н., професор, начальник Харківської філії ДНДЦ Укрзалізниці, Харків
Подольцев О.Д.	д.т.н., провідний науковий співробітник ІЕД НАНУ, Київ
Пуйло Г.В.	д.т.н., професор кафедри електричних машин ОНТУ, Одеса
Резцов В.Ф.	д.т.н., професор, член-кореспондент НАНУ, керівник відділення ІЕД НАНУ, Київ
Рудаков В.В.	д.т.н., професор, завідувач кафедри інженерної електрофізики НТУ «ХПІ», Харків
Сокол Є.І.	д.т.н., професор, проректор НТУ «ХПІ», Харків
Сосков А.Г.	д.т.н., професор, завідувач кафедри електротехніки ХНАМГ, Харків
Ткачук В.І.	д.т.н., професор, завідувач кафедри електричних машин і апаратів НУ «Львівська політехніка», Львів
Шинкаренко В.Ф.	д.т.н., професор, завідувач кафедри електромеханіки НТУУ «КПІ», Київ
Юферов В.Б.	д.т.н., начальник відділу ННЦ ХФТІ, Харків



Відповідальний секретар: Гречко Олександр Михайлович, тел. + 38 067 359 46 96, e-mail: a.m.grechko@mail.ru
Технічне редактування: Ємельянов Вадим Леонідович, тел. + 38 057 707 69 76, e-mail: evl2008@ukr.net

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ

Кафедра «Електричні апарати», НТУ «ХПІ», вул. Фрунзе, 21, м. Харків, 61002, Україна.
тел.: +38 057 707 62 81. e-mail: a.m.grechko@mail.ru

ISSN 2074-272X

© Національний технічний університет «ХПІ», 2012

Підписано до друку 16.10.2012 р.

Формат 60 x 90 ¼. Офсетний. Друк – лазерний. Друк. арк. 9,375.

Наклад 200 прим. Зам. № 0084/0256. Ціна договірна.

Дизайн та оформлення обкладинки ФОП Тимченко А.М. 61124, Україна, м. Харків-124, а/с 2249

Надруковано ТОВ «Друкарня "Мадрид"», м. Харків, вул. Ольмінського, 8



ЗМІСТ

Електротехніка. Визначні події. Славетні імена

Баранов М.И.	Антология выдающихся достижений в науке и технике. Часть 10: Открытие и изучение сверхпроводимости материалов	3
---------------------	--	----------

Електричні машини та апарати

Авдеева Е.А.	Сравнительный анализ планарной и пространственной аксиальной трёхфазных электромагнитных систем с параллельными образующими поверхностями стержней и обмоточных окон (потери активной мощности)	13
Байда Е.И.	Динамика нечеткого срабатывания бистабильного электромагнитного актуатора на базе высококоэрцитивных постоянных магнитов	18
Кобозєв О.С., Середа О.Г., Моргун В.В.	Визначення діючих значень періодичного несинусоїdalного струму і його непарних гармонік за дискретними значеннями безперервної залежності струму у часі	21
Лущик В.Д., Варванський А.Ю.	Двигун стартера вантажного автомобіля з неявнополюсним статором	27
Маляр В.С., Маляр А.В., Добушовська І.А.	Моделювання асинхронних режимів синхронного двигуна з конденсаторами в колі обмотки збудження	31
Петренко А.Н., Танянский В.И., Петренко Н.Я.	Дополнительные потери мощности частотно-управляемого асинхронного двигателя от высших гармоник напряжения	34
Чабан В.Й., Чабан О.В.	Математична модель асинхронної машини з несиметрією статора й ротора	36

Силова електроніка

Жемеров Г.Г., Лобач И.О.	КПД двухпульсного мостового неуправляемого выпрямителя с емкостным фильтром	38
-------------------------------------	---	-----------

Теоретична електротехніка

Боев В.М.	Сверхпроводимость и измерение внешних магнитных полей электрооборудования. Часть 1. Общие вопросы	41
Придубков П.Я., Хоменко І.В.	Про невідповідність схеми заміщення трансформатора його електромагнітним процесам	47

Техніка сильних електрических та магнітних полів

Гнатов А.В.	Электромагнитные процессы в индукторной системе с тонким круговым витком с разрезом над тонкостенным листом металла	51
Дубовенко К.В.	Влияние параметров электровзрывного размыкателя на характеристики электрического разряда в контуре с индуктивно-емкостным накопителем энергии	56
Корытченко К.В., Поклонский Е.В., Болюх В.Ф.	Механизм поперечного расширения токопроводящего канала искры за счет электронной теплопроводности на стадии перехода в дугу	63

Електричні станції, мережі і системи

Канов Л.Н.	Математическое моделирование ветроэлектрической установки с асинхронным генератором	71
-------------------	---	-----------

Ювілеї

Жемеров Г.Г.	К 75-летию со дня рождения	75
---------------------	----------------------------	-----------

ШАНОВНІ ЧИТАЧІ!

Науково-практичний журнал «Електротехніка і Електромеханіка» – передплатне видання. Звертаємо вашу увагу, що починаючи з 2006 року журнал виходить шість разів на рік. Вартість передплати на рік – 136,44 грн., на два місяці – 22,74 грн., на чотири місяці – 45,48 грн., на шість місяців – 68,22 грн., на вісім місяців – 90,96 грн., на десять місяців – 113,7 грн. Передплатний індекс: 01216.

ШАНОВНІ АВТОРИ ЖУРНАЛУ!

Постановою президії ВАК України від 15 січня 2003 р. № 1-08/5 науково-практичний журнал «Електротехніка і Електромеханіка» внесено до Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук та зареєстровано постановою президії ВАК України від 10 лютого 2010 р. № 1-05/1. Журнал зареєстровано як фаховий з № 1 2002 року.

Починаючи з 2005 року згідно з договором між редакцією журналу «Електротехніка і Електромеханіка» та Всеросійським інститутом наукової та технічної інформації Російської академії наук (ВІНІТИ РАН), інформація про статті з журналу за відбором експертів ВІНІТИ розміщується у Реферативному журналі (РЖ) та Базах даних (БД) ВІНІТИ. Згідно з цим договором ВІНІТИ надає редакції журналу звіт про відображення статей з журналу у РЖ та БД ВІНІТИ.

Починаючи з №1 за 2006 р. згідно з Наказом МОН України №688 від 01.12.2005 р. журнал надсилається до УкрІНТЕІ.

Електронна копія журналу «Електротехніка і Електромеханіка», який зареєстровано у Міжнародній системі реєстрації серійних (періодичних) видань під стандартизованим кодом ISSN 2074-272X, надсилається до Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського. Електронна версія журналу представлена на сайті <http://nbuv.top.gov.ua> в розділі «Інформаційні ресурси / Наукова періодика України» починаючи з 2009 року.

Звертаємо увагу авторів на необхідність оформлення рукописів відповідно до Вимог, які наведені на офіційному сайті НТУ «ХПІ» (<http://www.kpi.kharkiv.edu/eie/>). Статті, оформлені згідно з Вимогами, будуть публікуватися у першу чергу.

М.І. Баранов

АНТОЛОГІЯ ВЫДАЮЩИХСЯ ДОСТИЖЕНИЙ В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ. ЧАСТЬ 10: ОТКРЫТИЕ И ИЗУЧЕНИЕ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Наведено короткий науково-історичний нарис з усесвітньої історії відкриття і вивчення явища надпровідності матеріалів, що знайшло широке застосування в різних галузях науки і техніки.

Приведен краткий научно-исторический очерк из всемирной истории открытия и изучения явления сверхпроводимости материалов, нашедшего широкое применение в различных областях науки и техники.

"Для человека иметь удовлетворение в своей специальности и что-то сделать – это великое счастье. Вот почему я считаю себя человеком счастливой судьбы".

Академик РАН, лауреат Нобелевской премии по физике за 2003 год – В.Л. Гинзбург, 2009 год

ВВЕДЕНИЕ

Одним из выдающихся научных открытий в мире стало обнаружение явления сверхпроводимости вещества (первоначально у ряда металлов), при котором происходит резкое падение (практически до нуля) его удельного электрического сопротивления $\rho(T)$ вблизи определенной температуры T_C , называемой температурой перехода материала в сверхпроводящее состояние [1]. Вещества, которые обладают такими свойствами, получили название сверхпроводников того или иного рода. В настоящее время известно до 1000 наименований различных материалов (чистых металлов, всевозможных сплавов и керамик), обнаруживающих свойство сверхпроводимости [1, 2]. Практическое отсутствие у сверхпроводников электрического сопротивления вызывает в токоведущих частях силового электрооборудования, изготовленных на их основе с применением низких температур, минимальные тепловые потери энергии, обусловленные протеканием по ним переменного (импульсного) или постоянного электрического тока. Данный практический эффект от использования сверхпроводников в современных электрических машинах (аппаратах) объектов электроэнергетики и электротранспорта, токопроводах обмоток мощных электромагнитных систем для научно-технологических целей и кабельных линиях электропередачи является определяющим при технико-экономическом обосновании целесообразности их выбора и применения в подобных устройствах. В период наступления на нашей планете режима глобального ресурсо- и энергосбережения реальное использование такого физико-технического явления как сверхпроводимость приобретает особую значимость.

1. ПЕРВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ МЕТАЛЛОВ

Появление в мире нового направления в науке – физики низких температур было связано, прежде всего, с именем выдающегося нидерландского физика-экспериментатора Хейке Камерлинг-Оннеса (рис. 1), с 1882 по 1923 годы трудившегося в Лейденском университете на разных должностях: профессора, руководителя физической лаборатории и ректора [2]. В

1894 году им в данном университете на основе физической лаборатории была создана крупная Лейденская криогенная научно-исследовательская лаборатория, фактически ставшая со временем в составе этого известного европейского учебного заведения всемирно известным научно-исследовательским институтом.



Рис. 1. Выдающийся нидерландский физик и организатор науки Хейке Камерлинг-Оннес (1853-1926 гг.)

Отметим, что в 1892 году известным английским физиком Джеймсом Дьюаром (1842-1923 гг.) был изобретен сосуд для длительного сохранения сжиженных при низких температурах газов ("сосуд Дьюара"), являющийся сегодня необходимым атрибутом любой криогенной лаборатории, а в 1898 году им был получен в небольшом количестве жидкий водород H (с температурой кипения 20,3 К) [2]. Несжиженным газом к концу 19-го столетия оставался только гелий He , к "штурму" которого многие годы упорно и тщательно готовился нидерландский ученый Х. Камерлинг-Оннес. После "завоевания" им в своей лаборатории кислорода O (с температурой кипения 90,2 К) и получения в 1906 году на новом лейденском охладителе жидкого водорода H в объемах до 4 л/час при рабочем давлении до 200 атм перед Х. Камерлинг-Оннесом открылся путь к абсолютному нулю температур [2]. Обусловлено это было тем, что единственным подходящим для охлаждения гелия He хладоагентом был на то время жидкий водород H , которого теперь у Х. Камерлинг-Оннеса было в достаточном количестве. Добыв из монацитового песка путем его прокаливания 360 л газообразного гелия, он в июне 1908 года после нескольких месяцев напряженной работы с помощью метода, примененного им при охлаждении водорода H , и использования эффекта Джоуля – Томсона получил жидкий гелий He (с температурой кипения 4,2 К) в объеме до 60 см³ [2]. Не случайно Х. Камерлинг-Оннес в связи с охлаждением гелия He говорил [2]: "...В этом удачном эксперименте человек и машина выложились до конца". Ожи-

жение гелия He стало в научном мире событием огромного значения: криогенщиками Лейденской лаборатории была открыта новая область температур вблизи абсолютного нуля, в которой можно было проводить изучение новых физических свойств различных веществ. Дальнейшие события в мировой науке подтвердили существование в этой области сверхнизких температур совершенно неожиданных и загадочных явлений, существенно повлиявших на представления физиков об устройстве микромира. Заметим, что в 1913 году Х. Камерлинг-Оннес за "исследование свойств тел при низких температурах и получение жидкого гелия" был удостоен Нобелевской премии по физике [2]. Поэтому овладев интервалом гелиевых температур в единицы градусов Кельвина, Х. Камерлинг-Оннес со своими сотрудниками сразу с 1908 года приступил к комплексным электрофизическим исследованиям поведения физических тел в условиях воздействия на них сверхнизких температур, достигших у него к 1910 году уровня 1,04 K, а к 1922 году – 0,83 K [2, 5]. На рис. 2 приведен общий вид Лейденской криогенной лаборатории, в которой Х. Камерлинг-Оннес совместно со своим талантливым учеником-физиком Гиллесом Холстом (1886–1968 гг.) в 1911 году открыл новое в науке физическое явление – исчезновение электрического сопротивления у ртути Hg при температуре $T_c=4,19$ K [2, 3]. Схема этого широко известного в области техники и физики низких температур эксперимента представлена на рис. 3.



Рис. 2. Внешний вид Лейденской криогенной лаборатории (фото 1922 года), носящей с 1932 года и по сей час современное название – Лаборатории Х. Камерлинг-Оннеса [2]

Согласно рис. 3 при помещении цилиндрического соленоида из ртути Hg в сосуд Дьюара с жидким гелием He и пропускании по нему постоянного электрического тока от аккумулятора (ключ 1 замкнут, а ключ 2 – разомкнут) вокруг соленоида возникало биполярное постоянное магнитное поле, на которое чутко реагировала магнитная стрелка компаса, расположенного вне сосуда Дьюара со стеклянными стенками. В данном простом опыте было установлено то, что после механической коммутации указанных ключей (ключ 2 замкнут, а ключ 1 – разомкнут) в электротропе соленоида без аккумулятора неограниченно долго поддерживался постоянный электрический ток и соответственно наблюдалось существование вокруг его витков внешнего постоянного магнитного поля.

В связи с обнаруженным в описанном выше опыте новым физическим фактом Х. Камерлинг-Оннес в свое время написал следующее [2]: "...В интервале температур 4,21–4,19 K сопротивление ртути уменьшилось очень резко и при 4,19 K вообще исчез-

ло". Ему стало ясно, что при гелиевой температуре "...*переходит в новое состояние, которое вследствие его необычных электрических свойств может быть названо сверхпроводящим состоянием*" [2]. Активно продолжая изучение низкотемпературных свойств иных чистых металлов, Х. Камерлинг-Оннес в 1912 году открыл сверхпроводимость у олова Sn и свинца Pb , а в 1919 году совместно с учеником В. Тюйном – у таллия Tl , урана U и индия In [1, 4].

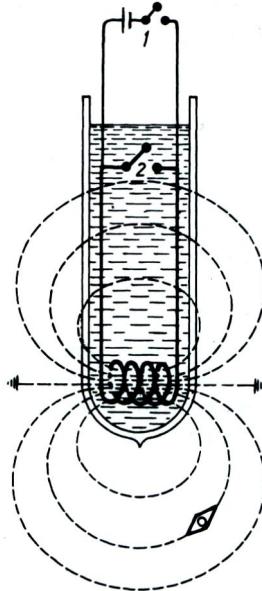


Рис. 3. Схема низкотемпературного опыта Х. Камерлинг-Оннеса и Г. Холста от 1911 года, в котором была открыта сверхпроводимость в витках соленоида из ртути Hg [2]

Интересным фактом в указанных опытах Х. Камерлинг-Оннеса с металлами, погруженными в жидкий гелий He , является то, что в них его интересовало, прежде всего, их остаточное удельное электрическое сопротивление ρ_0 при приближении температуры T к абсолютному нулю, приведенное на рис. 4 и характерное для меди Cu . Из данных рис. 4 видно, что чем выше температура T , тем больше удельное электрическое сопротивление ρ меди, тем сильнее колеблются в узлах ее кристаллической решетки атомы (положительные ионы меди) и тем большую помеху они представляют для дрейфующих в ней свободных электронов и соответственно для электрического тока, обусловленного этими отрицательно заряженными носителями электричества. Он знал, что чем меньше в исследуемом образце металла дефектов (примесей), тем меньше и его остаточное удельное сопротивление ρ_0 . Вот поэтому для первых опытов при гелиевых температурах им была выбрана именно ртуть Hg , которую в то время можно было довести до большей степени чистоты, чем иные известные проводящие материалы. Заметим, что его предварительные низкотемпературные опыты с такими хорошими проводниками как золото Au , платина Pt и медь Cu , широко используемыми как тогда, так и сейчас в электротехнике, не позволили установить ему в них явления их сверхпроводимости, возникающего скачком при понижении температуры. Тонкие исследования показали, что такой переход вещества из нормального состояния в

сверхпроводящее наблюдается в некотором узком интервале температур (рис. 5). При этом "трение" движущихся свободных электронов на узлах кристаллической решетки металла исчезает независимо от "чистоты" исследуемого образца. Но чем образец "чище" (меньше примесей), тем резче скачок электрического сопротивления. Ширина этого скачка в самых "чистых" образцах будет меньше сотой доли градуса.

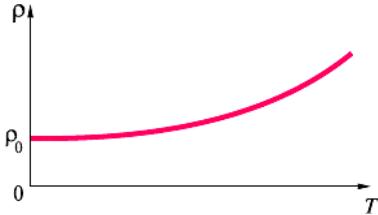


Рис. 4. Классическая зависимость удельного электрического сопротивления $\rho(T)$ для меди Cu от ее температуры T [4]

В 1913 году Х. Камерлинг-Оннес ввел в физику новые термины "сверхпроводимость" и "сверхпроводник" [2]. В этом же году он обнаружил разрушение сверхпроводимости вещества пропусканием через него электрического тока определенной величины, а в 1914 году – установил исчезновение этого свойства у вещества за счет действия на него (сверхпроводящее вещество) внешнего сильного магнитного поля. Позже в 1925 году в Лейденской криогенной лаборатории было установлено, что в аксиальном магнитном поле сопротивление сверхпроводящих сплошных цилиндрических образцов восстанавливается скачком в очень узком интервале индукции магнитного поля, а в 1926 году Х. Камерлинг-Оннес и его ученики показали, что критическое значение тока для сверхпроводника непосредственно связано с критическим уровнем напряженности магнитного поля. В 1922 году он со своим талантливым учеником В. Тюйном уточнил температуру перехода свинца Pb в сверхпроводящее состояние, оказавшуюся равной около $T_c=7,26$ К [2]. На следующем этапе низкотемпературных исследований открытого Х. Камерлинг-Оннесом сверхпроводящего состояния вещества были выполнены эксперименты со сверхпроводящими катушками и кольцами. Им был создан первый сверхпроводящий магнит на основе катушки из свинцовой проволоки, создающий в воздухе магнитное поле с индукцией в 400 Гс=0,04 Тл. Отметим и то, что он обнаружил в сверхпроводящей электрической цепи с использованием свинцовой проволоки незатухающие в течение нескольких часов постоянные электрические токи. Это дало ему возможность разработать новый сверхчувствительный метод определения малых электросопротивлений [2]. В 1914 году Х. Камерлинг-Оннес экспериментально показал, что незатухающий электрический ток в сверхпроводящей цепи может быть возбужден заряженной электрической батареей и выключен путем механического разрыва данной сверхпроводящей электрической цепи [2]. Явление сверхпроводимости для различных весьма чистых металлов, открытое в период 1911–1926 годов в Лейденской криогенной лаборатории ее основателем Х. Камерлинг-Оннесом и его сотрудниками, было совершенно неожиданным

физическими фактами и не могло быть объяснено существовавшими тогда теориями классической физики.

Опыты Х. Камерлинг-Оннеса от 1911 и 1924 годов указывали на существование максимума плотности жидкого гелия He при температуре 2,19 К и свидетельствовали о скачкообразном изменении удельной теплоемкости, происходящем в жидким гелии при указанной температуре [2]. Он близко подошел к открытию существования жидкого гелия He в двух фазовых состояниях: выше температуры перехода 2,19 К – в состоянии гелий I, а ниже этой температуры – в состоянии гелий II. Обстоятельное изучение этих необычных физических свойств жидкого гелия He в 1928 году выполнил ученик Х. Камерлинг-Оннеса – известный нидерландский физик Виллем Кеезом (1876–1956 гг.), который в 1935 году совместно с дочерью-физиком А. Кеезом обнаружил необычно высокую теплопередачу в жидким гелии II (сверхбольшой скачок его теплопроводности при переходе через λ -точку), заполняющем узкие теплопроводы (щели) [2, 6].

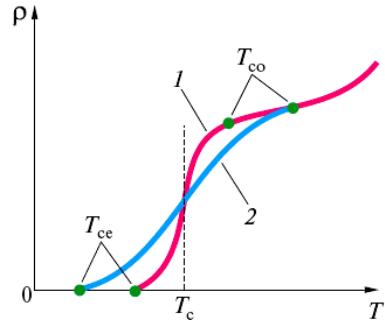


Рис. 5. Температурная зависимость удельного электрического сопротивления $\rho(T)$ для двух сверхпроводящих образцов металла (для более "чистого" металла – кривая 1 и более "грязного" металла – кривая 2) [4]

Согласно данным рис. 5 критическая температура T_c обозначает середину перехода вещества в сверхпроводящее состояние, когда его удельное электрическое сопротивление ρ падает наполовину по сравнению с нормальным состоянием. На кривых рис. 5 начало этого падения величины ρ обозначено символом T_{c0} , а окончание – T_{ce} . Отсутствие электросопротивления у вещества является не единственной отличительной чертой его сверхпроводимости. Другим важным отличием сверхпроводников от идеальных проводников является проявление в них эффекта Мейснера, открытого в 1933 году известными немецкими физиками Вальтером Мейснером (1882–1974 гг.), портрет которого приведен на рис. 6, и Робертом Оксенфельдом (1901–1993 гг.) [2, 7]. Физическая суть эффекта Мейснера заключается в практически полном вытеснении магнитного поля из объема проводника при переходе его материала в сверхпроводящее состояние (рис. 7). При этом в сверхпроводнике с рабочим током имеется приповерхностная плотность электрического тока, распределенная на его некоторой крайне малой глубине Δ_m [7]. Впервые природа эффекта Мейснера была объяснена известными английскими физиками – братьями Фрицем (1900–1954 гг.) и Хайнцем (1907–1970 гг.) Лондонами на основе по-

лученного ими в 1935 году уравнения Лондона, являющегося элементом их феноменологической теории сверхпроводимости вещества в слабых магнитных полях [2, 7, 8].



Рис. 6. Известный в области техники и физики низких температур немецкий ученый Вальтер Мейснер (1882-1974 гг.)

При этом Ф. и Х. Лондоне теоретически показали, что в массивный сверхпроводник магнитное поле проникает на некоторую глубину от поверхности Δ_M – на так называемую лондоновскую глубину проникновения магнитного поля, составляющую для металлов фиксированную величину порядка 0,01 мкм [7, 8].

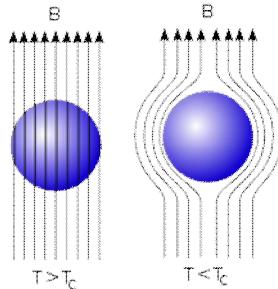


Рис. 7. Схематическое изображение поведения линий магнитной индукции B внешнего поля при отсутствии (картина слева при $T > T_c$) и проявлении (картина справа при $T < T_c$) в материале проводящего шара эффекта Мейснера [7]

Одной из яркой современной иллюстрацией проявления эффекта Мейснера в сверхпроводнике является левитация постоянного магнита вблизи его поверхности, приведенная на рис. 8 [7, 8]. Для реализации в воздухе подобной левитации постоянного магнита выбранный материал (например, высокотемпературную сверхпроводящую керамику, имеющую критическую температуру до $T_c=100$ К [8]) за счет его охлаждения низкотемпературным хладоагентом (например, жидким азотом N) приводят в сверхпроводящее состояние. Далее на плоскую поверхность этого сверхпроводника кладут небольшой постоянный магнит. Из-за проявления в этом случае в сверхпроводнике эффекта Мейснера и соответственно выталкивания магнитного поля из области его сверхпроводящей фазы магнит как бы отталкивается от неподвижного сверхпроводника и "всплыивает" над ним. После этого магнит продолжает легко "парить" над поверхностью сверхпроводника до тех пор, пока внешние температурные или электромагнитные воздействия не выведут сверхпроводник из сверхпроводящей фазы. Опыты, подобные приведенному на рис. 8, показывают, что в магнитных полях с индукцией порядка 0,001 Тл

смещение вверх постоянного магнита от поверхности сверхпроводника составляет до 10 мм [7, 8]. При увеличении индукции (напряженности) магнитного поля вплоть до критического уровня, характерного для каждого вида сверхпроводника, постоянный магнит будет подниматься над ним на еще большую высоту [8].

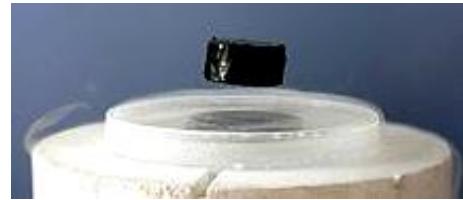


Рис. 8. Внешний вид постоянного магнита, левитирующего в воздухе над охлажденным жидким азотом N (с температурой кипения в 77,4 К) сверхпроводником из керамики [7]

Именно благодаря эффекту Мейснера физики поняли, что сверхпроводимость вещества – квантовомеханическое явление, определяемое сложным поведением его квантовых микрообъектов – свободных электронов в кристаллической решетке этого вещества [8]. Кроме того, этот эффект стимулировал исследования критического уровня магнитного поля – значения магнитной индукции B_c (напряженности H_c), выше которого сверхпроводник находится в нормальном состоянии (рис. 9). Физикам стало известно, что при уменьшении температуры T сверхпроводника величина H_c возрастает в первом приближении как [1, 9]: $H_c = H_0[1 - (T/T_c)^2]$, где H_0 – максимальное значение критической напряженности магнитного поля.

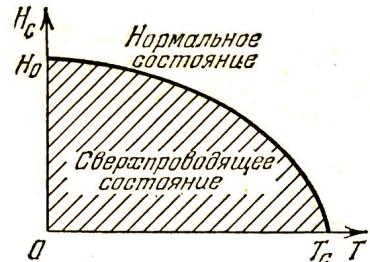


Рис. 9. Зависимость критической напряженности H_c магнитного поля от температуры T сверхпроводника [1, 9]

В ходе этих работ было установлено, что критические значения магнитной индукции B_c обычно лежат в интервале от нескольких десятков гауссов до нескольких сотен тысяч гауссов в зависимости от сверхпроводника и его металлофизического состояния [8]. Критическое поле сверхпроводника меняется с температурой, уменьшаясь при ее повышении. При температуре перехода T_c критическое поле равно нулю, а при абсолютном нуле оно максимально (см. рис. 9). Внешнее магнитное поле, более слабое, чем критическое, не проникает в толщу сверхпроводника, являющегося формально идеальным диамагнетиком. При внешней напряженности магнитного поля более величины H_0 сверхпроводящая фаза вещества скачкообразно переходит в нормальное состояние и сверхпроводимость в нем исчезает [1]. Сверхпроводимость никогда не наблюдается в структурах, в которых существует ферромагнетизм или антиферромагнетизм.

2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Первые попытки физиков по объяснению экспериментальных данных из области сверхпроводимости вещества носили феноменологический характер: они базировались на искусственных предположениях или нестрогих модификациях существующих теорий классической физики и имели целью достижение согласия с экспериментом. Примером таких попыток может служить двухжидкостная модель [9], в которой постулируется то, что при температуре перехода T_C некоторая часть электронов проводимости вещества приобретает способность двигаться, не испытывая сопротивления со стороны атомов его кристаллической решетки. Эта модель объясняла температурную зависимость критического поля, критический ток в сверхпроводнике и глубину проникновения Δ_M магнитного поля, но ничего не давала для физического понимания самого явления сверхпроводимости [7, 8].

Определенный прогресс в физике сверхпроводимости был достигнут в 1935 году, когда английские физики-теоретики, братья Ф. и Х. Лондёны предложили сверхпроводимость рассматривать как макроскопический квантовый эффект [9]. Заметим, что до этого физикам были известны только квантовые эффекты, наблюдающиеся в атомных масштабах, то есть на расстояниях порядка 10^{-10} м. Упомянутые физики Лондёны так модифицировали классические уравнения электромагнетизма, что из них вытекали: эффект Мейснера, бесконечная электропроводность сверхпроводника и крайне ограниченная глубина проникновения Δ_m в него магнитного поля. Далее в 1950 году английский физик-теоретик Герберт Фрёлих (1905–1991 гг.) построил теорию сверхпроводимости, основанную на электронно-фононном взаимодействии, и предсказал экспериментально подтвержденный в будущем изотопический эффект, при котором температура перехода T_c вещества в сверхпроводящее состояние зависит от массы изотопов его атомов [2, 9]. Напомним читателю, что фонон – это квант колебательной энергии кристаллической решетки вещества [1, 2]. На взгляд автора, данная модель сверхпроводимости (модель Фрёлиха) явилась ключевым теоретическим положением в дальнейших изучениях и уточненных построениях в скором времени (в 1957 году) выдающимися американскими физиками-теоретиками Джоном Бардином (1908–1991 гг.), Леоном Купером (1930 года рождения) и Джоном Шриффером (1931 года рождения) общепринятой на сегодня микроскопической теории сверхпроводимости (теории БКШ, удостоенной в 1972 году Нобелевской премии по физике) [2, 9]. В этой связи пионерская модель Фрёлиха, базирующаяся на упомянутом выше электронно-фононном взаимодействии в материале сверхпроводника, заслуживает более подробного рассмотрения и описания на основании известных литературных источников [2, 9]. Согласно модели Фрёлиха свободные электроны могут притягиваться друг к другу за счет их взаимодействия с атомами решетки вещества, называемого электронно-фононным взаимодействием. Механизм такого взаимодействия коротко заключается в следующем. Сво-

бодный электрон, движущийся в кристаллической решетке вещества, искажает ее. Это искажение обусловлено взаимодействием между отрицательно заряженными электронами и положительно заряженными атомами (ионами) решетки. Поэтому движущийся через указанную решетку свободный электрон "сближает" ее заряженные атомы (рис. 10).

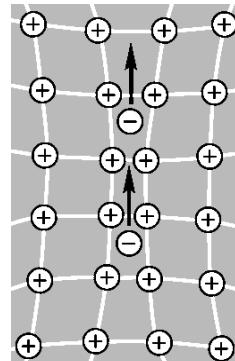


Рис. 10. Схематическое изображение электронно-фононного взаимодействия в решетке материала сверхпроводника [9]

Второй свободный электрон, следующий за первым, втягивается в "суженную" межатомную область решетки под усиленным действием ее положительно-го заряда. Энергия первого свободного электрона, затрачиваемая на "деформацию" решетки, передается без потерь второму члену этой электронной ("куперовской") пары. Такая электронная пара движется по кристаллической решетке вещества сверхпроводника, обмениваясь энергией через атомы этой решетки, но не теряя при этом своей энергии в целом. Электроны этой пары достаточно удалены друг от друга (на расстояние от $50 \cdot 10^{-9}$ м до 10^{-6} м [9]). На таких расстояниях взаимное отталкивание свободных электронов мало по сравнению с их электронно-фононным взаимодействием, в результате чего электроны эффективно притягиваются друг к другу. Заметим, что согласно современным данным в 1 см³ вещества число таких электронных пар составляет около 1020 [9]. Развивая эту упрощенную модель Фрёлиха для сверхпроводника, в 1956 году физик Л. Купер из Иллинойского университета (США) теоретически показал, что если свободные электроны притягиваются друг к другу, то, сколь бы слабым ни было это притяжение, они должны "конденсироваться" в связанное состояние. Именно притяжение между двумя свободными электронами и должно было приводить, по его мнению, к образованию перемещающихся в кристаллической решетке сверхпроводника связанных электронных пар (эффект Купера [2, 9]), получивших в дальнейшем название "куперовских" пар. Эти электронные пары, движущиеся внутри металла, образуют при его охлаждении электронный жидкий микроконденсат решетки вещества. В этой связи в основе теоретического объяснения явления сверхпроводимости вещества, предложенного в 1957 году Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Шриффером, и было заложено представление об образовании в нем электронных "куперовских" пар, представляющих собой подобие "двуэлектронной молекулы". Радиус такой электронной пары (услов-

ной "молекулы") равен примерно 300 ангстрем [9], что намного больше расстояния между соседними атомами решетки вещества сверхпроводника в несколько ангстрем. Поэтому неоднородности кристаллической решетки материала с размерами не больше десятка ангстрем не представляют собой препятствия для свободного течения жидкого электронного конденсата из "куперовских" пар. Именно из-за этого потерь энергии на узлах (ионах) решетки материала сверхпроводника и не происходит. А раз в нем (таком материале) нет потерь энергии от протекания по нему электронного тока, то значит он и не обладает электрическим сопротивлением. В этом, по мнению указанных авторов, и заключается физическая причина возникновения сверхпроводимости в веществе [2, 9].

3. ВКЛАД РОССИЙСКИХ ФИЗИКОВ В ИЗУЧЕНИЕ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ МАТЕРИАЛОВ

В 1950 году выдающимися российскими физиками-академиками Львом Давидовичем Ландау (1908-1968 гг.) и Виталием Лазаревичем Гинзбургом (1916-2010 гг.) была построена феноменологическая теория сверхпроводимости (теория Гинзбурга-Ландау), основанная на фазовых переходах вещества [2, 10]. Данная теория позволила объяснить ряд свойств сверхпроводников и впоследствии стала основой для создания теории сверхпроводников 2-го рода. Однако указанная теория Гинзбурга-Ландау не раскрывала детального физического механизма сверхпроводимости материала. В 1952 году на основе упомянутой теории Гинзбурга-Ландау выдающимся российским физиком-теоретиком Алексеем Алексеевичем Абрикосовым (1928 года рождения, академик АН СССР с 1987 года) была выдвинута идея о существовании в сверхпроводниках 2-го рода сверхтонких областей нормальной фазы [2]. В 1957 году А.А. Абрикосовым была построена теория магнитных свойств сверхпроводящих сплавов, использующая представление "смешанного" состояния в сверхпроводниках 2-го рода (одновременное наличие в них нормальной и сверхпроводящей фаз) [2]. Позднее им же был произведён детальный теоретический расчёт структуры этого "смешанного" состояния в сверхпроводниках 2-го рода. Оказалось, что нормальные области в них зарождаются в форме тонких нитей ("вихрей Абрикосова" [2]), пронизывающих сверхпроводящий образец и имеющих толщину, сравнимую с глубиной проникновения магнитного поля Δ_M в сверхпроводник этого рода. При увеличении напряженности внешнего магнитного поля концентрация таких нитей в нем возрастает [11]. За разработку подобной теории сверхпроводников 2-го рода А.А. Абрикосов в 1966 году был удостоен престижной Ленинской премии СССР [2]. Кроме того, А.А. Абрикосов в 1960 году совместно с российским физиком Львом Петровичем Горьковым (1929 года рождения, академик АН СССР с 1987 года) разработал теорию сверхпроводников с магнитными примесями и предсказал явление бесщелевой сверхпроводимости вещества [2]. Следует указать, что Л.П. Горьков в период 1968-1970 годов совместно с российским физиком-теоретиком Герасимом Матвеевичем Элиашбергом (1930 года рождения, академик РАН с 2000 года) построил микроскопическую теорию

нестационарных процессов в сверхпроводниках [2]. Отметим и то, что Г.М. Элиашберг в 1960 году разработал теорию электронно-фононного взаимодействия в сверхпроводниках (см. раздел 2) при конечных температурах и обобщил упомянутую выше теорию сверхпроводимости Гинзбурга – Ландау [2, 11]. В дальнейшем он установил эффект усиления сверхпроводимости материала внешним высокочастотным электромагнитным полем. В этом ряду достижений российских физиков в области сверхпроводимости отметим и феноменологическую теорию сверхтекучести вещества, разработанную в 1958 году В.Л. Гинзбургом (академик АН СССР с 1966 года, рис. 11) с российским физиком-теоретиком Львом Петровичем Питаевским (1933 года рождения, академик РАН с 1990 года) – теория Гинзбурга-Питаевского [2, 11]. Здесь необходимо заметить, что результаты российских физиков в изучении сверхпроводимости вещества были признаны международной научной общественностью. Об этом свидетельствует заслуженное присуждение академикам В.Л. Гинзбургу и А.А. Абрикосову Нобелевской премии по физике за 2003 год [2].

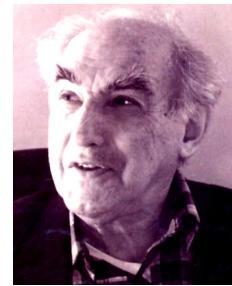


Рис. 11. Выдающийся российский физик, академик РАН
Виталий Лазаревич Гинзбург (1916-2010 гг.)

В 1960 году В.Л. Гинзбург в рамках работ по углубленному изучению конденсированного состояния вещества и теории фазовых переходов II рода в нем вывел критерий применимости теории среднего поля (критерий Гинзбурга) [2]. С 1964 года этот научный мэтр активно занимался в Физическом институте им. П.Н. Лебедева АН СССР (ФИАН) разработкой теоретических проблем высокотемпературной сверхпроводимости материалов [12-14]. Продолжая перечисление важных научных результатов российских физиков в области низкотемпературной проблематики следует указать и разработанную Л.Д. Ландау в период 1940-1941 годов в Институте физических проблем (ИФП) АН СССР квантовую теорию сверхтекучести жидкого гелия II [2, 6], положившую начало физике квантовых жидкостей и концепции квазичастиц. В 1956 году им была существенно развита теория таких жидкостей, получившая в теоретической физике название теории ферми-жидкостей [1, 2]. В 1962 году Л.Д. Ландау за пионерские исследования по теории конденсированных сред и жидкого гелия была присуждена Нобелевская премия по физике. В этом же ряду низкотемпературных исследований поведения вещества находятся и уникальные эксперименты выдающегося российского физика, академика АН СССР с 1939 года Петра Леонидовича Капицы (1894-1984 гг.), проведенные им в 1937 году в ИФП АН СССР при температуре жидкого

го гелия ниже критической 2,19 К. Эти исследования привели его к открытию сверхтекучести жидкого гелия II [2, 6]. Им экспериментально было установлено, что жидкий гелий II состоит из двух компонент – сверхтекучей и нормальной. Эти важные результаты активно стимулировали создание Л.Д. Ландау квантовой теории жидкого гелия. В 1978 году академик П.Л. Капица за фундаментальные исследования и открытия в области техники и физики низких температур был удостоен Нобелевской премии по физике [2, 6].

4. КЛАССИФИКАЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

В зависимости от поведения сверхпроводников в магнитном поле их различают на [1, 2, 9]: сверхпроводники 1-го и 2-го родов. **Сверхпроводники 1-го рода** (как правило, все чистые металлы, кроме переходных) характеризуются скачкообразным переходом в сверхпроводящее состояние и обладают одной критической напряженностью H_C магнитного поля, при которой наблюдается этот переход. Значения критической температуры T_C и критической напряженности H_C магнитного поля у них малы. Укажем, что максимальные значения T_C и H_C в этой группе сверхпроводящих материалов имеет свинец Pb ($T_C = 7,2$ К, а $H_C = 65$ кА/м), а минимальное – вольфрам W ($T_C = 0,01$ К, а $H_C = 0,1$ кА/м) [1, 9]. Такие значения величин T_C и H_C для сверхпроводников 1-го рода затрудняет их практическое использование при решении различных электротехнологических задач. Для сверхпроводников 1-го рода характерным является четкое проявление в них эффекта Мейснера (см. раздел 1). Низкие значения критической напряженности H_C у сверхпроводников 1-го рода существенно ограничивают в них плотность электрического тока. Поэтому большинство сверхпроводящих металлов для электротехнических целей применить пока не удается. В этой группе сверхпроводников 13 химических элементов проявляют свои сверхпроводящие свойства при сверхвысоких давлениях. Среди них имеются и такие полупроводники как [1, 9]: кремний Si , германий Ge , селен Se , теллур Te , сурьма Sb и др. **Сверхпроводники 2-го рода** (как правило, все интерметаллические соединения и сплавы) переходят в свое сверхпроводящее состояние не скачкообразно, как сверхпроводники 1-го рода, а в некотором интервале температур [1, 9]. Значения T_C и H_C у них больше, чем у сверхпроводников 1-го рода. В этой связи у сверхпроводников 2-го рода различают нижнее значение критической напряженности H_{C1} магнитного поля и верхнее критическое значение такого поля H_{C2} . При достижении напряженностью магнитного поля величины H_{C1} начинается проникновение магнитного поля в материал этого типа сверхпроводника. Его свободные электроны, вектор скорости которых оказывается перпендикулярным вектору напряженности H_{C1} , под влиянием электродинамической силы Лоренца начинают двигаться внутри материала сверхпроводника по окружности. Так в нем возникают вихревые нити, ствол (канал) которых остается нормальным (несверхпроводящим материалом), вокруг которого движутся свободные электроны, обеспечивающие сверхпроводимость

его остального материала. В результате действия указанного нами физического микромеханизма материал сверхпроводника 2-го рода обладает как сверхпроводящей составляющей проводимости, так и нормальной проводимостью (см. раздел 3 – нити или "вихри Абрикосова"). Поэтому-то в таких сверхпроводниках токи полностью не вытесняются на поверхность образца (эффект Мейснера в чистом виде не проявляется), а образуют цилиндрические каналы, пронизывающие его весь объем. В центральных областях таких цилиндрических каналов "куперовских" электронных пар нет и поэтому в этих каналах сверхпроводимость отсутствует. При возрастании напряженности магнитного поля и достижении ею более высоких значений $H_{C2} > H_{C1}$ указанные каналы токовых нитей расширяются и сближаются между собой, что и приводит к разрушению сверхпроводящего состояния материала сверхпроводника 2-го рода. При достижении критического значения напряженности поля (величины H_{C2}) магнитное поле полностью проникает в объем такого сверхпроводника. Например, значения H_{C2} для таких сверхпроводников 2-го рода как Nb_3Sn и $PbMo_6S$ составляют около 105 Э (8,35 кА/м) [1, 9]. Достаточно высокие уровни магнитного поля, которые способны выдерживать сверхпроводники 2-го рода без разрушения своей сверхпроводящей фазы, позволяют использовать их в различного типа устройствах для создания сильного магнитного поля – системах магнитной подвески транспортных средств, устройствах удержания высокотемпературной плазмы в термоядерных реакторах и др. Сверхпроводники 2-го рода, имеющие структурные неоднородности (дефекты решетки и примеси), называют "**жесткими**" сверхпроводниками [1, 9]. Иногда такие сверхпроводящие материалы выделяются в самостоятельную группу – **сверхпроводники 3-го рода**. К "жестким" сверхпроводникам относится большая группа сплавов на основе ниобия Nb и ванадия V : например, такие как $Nb-Ti$, $V-Ga$, $Nb-Ge$ [9-11]. Тонкие пленки из сверхпроводниковых металлов алюминия Al , висмута Bi и ниобия Nb также являются "жесткими" сверхпроводниками. Внутри этих сверхпроводников движение магнитного потока сильно затруднено дефектами и кривые их намагничивания обнаруживают сильный гистерезис. Именно "жесткие" сверхпроводники, у которых электрическое сопротивление принимает близкое к нулю значение вплоть до очень сильных магнитных полей, представляют практический интерес с точки зрения их использования в технических приложениях. Их применяют для изготовления сверхпроводящих обмоток мощных магнитов и других целей. Существенным недостатком сверхпроводников этой группы является их хрупкость, сильно затрудняющая изготовление из них проволоки или ленты для обмоток сверхпроводящих магнитов. Особенно это относится к соединениям типа V_2Ga и Nb_3Sn [1, 9]. В настоящее время все вещества, переходящие в сверхпроводящее состояние, условно разделяют на два больших класса [1, 9]: **низкотемпературные и высокотемпературные сверхпроводники**. К **низкотемпературным сверхпроводникам** (T_C не более 25 К) относят: некоторые чистые металлы и сплавы, ряд

полупроводников и интерметаллических соединений типа NbN и TaC . К **высокотемпературным сверхпроводникам** принадлежат керамики на основе оксида меди Cu (например, $Tl_2Ca_2Ba_2Cu_3O_{10}$ с $T_c=127$ К [9]) и другие оксидные сверхпроводники. Отметим, что особое значение в оксидных высокотемпературных сверхпроводниках имеет состояние кислородной подрешетки – концентрация, структурное положение и подвижность атомов кислорода O в их кристаллической структуре. Сверхпроводимость вещества носит фундаментальный характер и согласно современным научным данным ее природа и характеристики во многом еще недостаточно исследованы [3, 12-14].

5. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ СОВРЕМЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

С учетом данных, приведенных выше в разделе 2, нам уже стало известным то, что в сверхпроводнике взаимодействие свободных электронов друг с другом происходит в результате обменного фононного взаимодействия через атомы (ионы) кристаллической решетки его материала. Поэтому сверхпроводимость должна наблюдаться у веществ, характеризующихся сильным взаимодействием электронов проводимости с узлами (ионами) их кристаллической решетки и поэтому являющимися относительно плохими проводниками в обычных температурных условиях. Если взаимодействие свободных электронов с кристаллической решеткой вещества слабое (случай, когда вещество является хорошим проводником), то перехода в сверхпроводящее состояние такого вещества (например, меди Cu , серебра Ag и золота Au) ученым зарегистрировать так и не удалось [9]. В этом случае малое сопротивление указанных хорошо проводящих материалов указывает на слабое взаимодействие в них свободных электронов с атомами решетки таких веществ. Такое слабое электронно-фононное взаимодействие не создает вблизи абсолютного нуля температуры достаточного межэлектронного притяжения, способного преодолеть кулоновское отталкивание свободных электронов. В этой связи в таких веществах и не наблюдается переход в сверхпроводящее состояние. Современные данные свидетельствуют о том, что образованию сверхпроводящего состояния в полупроводниках и диэлектриках препятствует малая концентрация в них свободных электронов [8, 9]. Тем не менее, в материалах с большой диэлектрической проницаемостью силы кулоновского отталкивания между свободными электронами в значительной мере ослаблены. Поэтому некоторые из диэлектрических материалов также проявляют свойства сверхпроводников при низких температурах. Примером здесь может служить титанат стронция $SrTiO_3$, относящийся к группе сегнетоэлектриков [8, 9]. В ходе изучения свойств сверхпроводимости у неметаллов было установлено, что ряд полупроводников можно перевести в сверхпроводящее состояние добавкой больших концентраций легирующих примесей. Определенной кульминацией исследований сверхпроводимости стали опыты американского физика Джона Кюнцлера (1923 года рождения), выполненные в 1960 году [2]. Они продемонстрировали, что проволока из сплава Nb_3Sn при $T=4,2$ К в магнитном поле с напря-

женностью 88 кЭ (индукция – 8,8 Тл) пропускает постоянный ток плотностью 1 кА/мм² [2, 11]. Следует указать, что в период с 1911 по 1986 годы в мире были исследованы до тысячи сверхпроводящих металлов и сплавов, но наивысшая измеренная температура сверхпроводящего перехода T_c в них составляла всего 23,2 К (для пленочного соединения-металлоида Nb_3Ge) [8, 9]. Для охлаждения до такой температуры требовался дорогостоящий жидкий гелий He . Поэтому в указанные годы наиболее успешные практические применения сверхпроводимости оставались на уровне научных лабораторных экспериментов, для которых не требовалось больших количеств жидкого гелия He .

В 1986 году Карлом Мюллером (Швейцария) и Йоханнесом Беднерцем (Германия), работавшими в Цюрихской исследовательской лаборатории IBM, был открыт новый тип сверхпроводников, получивших название высокотемпературных [9, 10]. Ими было обнаружено, что керамический проводник, построенный из атомов лантана La , бария Ba , меди Cu и кислорода O , имеет температуру перехода T_c в сверхпроводящее состояние, равную около 36 К [10]. Отметим, что в марте 1987 года в ФИАН на основе соединений иттрия Y , бария Ba , меди Cu и кислорода O были созданы сверхпроводники из керамических материалов с весьма высокой температурой перехода T_c . Так, для образцов из высокотемпературной сверхпроводящей иттриевой керамики $YBa_2Cu_3O_7$ температура перехода T_c достигала 93 К [9, 10, 12]. Вскоре исследовательскими группами в разных странах мира были получены керамические материалы с температурой перехода T_c от 90 до 100 К [9], которые способны оставаться сверхпроводниками 2-го рода в сильных магнитных полях с индукцией до 200 тысяч гауссов (до 20 Тл [1]). В 1988 году японскими физиками была синтезирована высокотемпературная сверхпроводящая керамика $Bi-Sr-Ca-Cu-O$, имеющая температуру перехода $T_c = 120$ К [12]. По состоянию на январь 2006 года рекорд по уровню температуры перехода T_c принадлежал открытому в 2003 году высокотемпературному сверхпроводящему керамическому соединению на основе ртути Hg , бария Ba , меди Cu и кислорода O , для которого значение T_c было равно 135 К [10]. При давлении $350 \cdot 10^3$ атм это соединение является сверхпроводником при температуре перехода T_c до 164 К [10]. Основным достоинством этих керамических материалов является то, что их можно изучать и технологически использовать при низкотемпературном охлаждении сравнительно недорогим жидким азотом N .

6. НЕКОТОРЫЕ ИЗВЕСТНЫЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Учеными лаборатории сверхпроводимости всемирно известного ФИАН в свое время для потребностей микро- и радиоэлектроники бывшего СССР были созданы микрополосковые СВЧ-резонаторы из сверхпроводящих сплавов Nb_3Sn и Nb_3Ge , надежно работающие в жидком водороде H до температуры 21 К [12]. Укажем, что в 1978 году советскими учеными была запущена термоядерная установка "Токамак-7", содержащая сверхпроводящие обмотки для создания сильного аксиального магнитного поля, удерживаю-

щего высокотемпературную плазму в ее рабочем торoidalном объеме [2]. При создании в Харьковском физико-техническом институте (ХФТИ) в период 70-х годов XX века для поисковых исследований в области термоядерного синтеза мощных стеллараторов типа "Ураган-2" (рис. 12) были также использованы сверхпроводящие токопроводящие системы [2, 15]. В создаваемой в Российской Федерации установке термоядерного синтеза нового поколения "Токамак-15", в рабочем объеме которой должна накапливаться огромная магнитная энергия величиной до 600 МДж [16], обойтись без использования эффекта сверхпроводимости вещества просто невозможно.

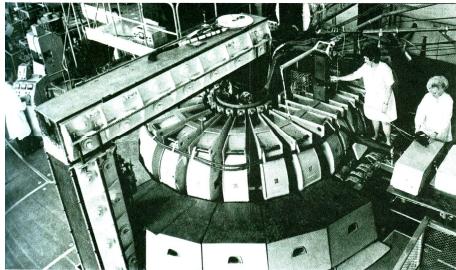


Рис. 12. Общий вид мощной исследовательской термоядерной установки ХФТИ стеллараторного типа "Ураган-2" [2]

Явление сверхпроводимости уже практически используется в проходящих ныне ходовые испытания скоростных поездов "Maglev" (Япония), использующих эффект магнитной левитации на сверхпроводниках (см. рис. 8) [16]. В данных поездах применяются мощные бортовые магниты, приподнимающие локомотив и вагоны поезда над уложенными на земле специальными рельсами. Такой электротранспорт на сверхпроводящей магнитной подвеске оказывается высокоскоростным (достигнутые скорости составляют уже до 500 км/ч) и энергетически эффективным. Американская фирма "Локхид" к примеру построила сверхпроводящий электромагнит, который весит 85 килограммов и создает сильное постоянное магнитное поле напряженностью в $15 \cdot 10^3$ Э (магнитная индукция – 1,5 Тл) [8, 9]. Крупнейшие сверхпроводящие магниты с магнитным полем в (30-40) тысяч эрстед (3-4 Тл) и габаритным размером порядка 4 м уже работают в ряде научно-исследовательских ускорительных лабораторий Европы и Америки. Для проведения физических исследований твердых тел, молекул, атомов и ядер необходимы сильные магнитные поля в малых объемах. Сверхпроводящие магниты оказываются здесь незаменимым физическим инструментарием и поэтому они сейчас широко используются во многих физических лабораториях мира. К настоящему времени созданы сверхпроводящие электромагниты с напряженностью постоянного магнитного поля до 170 тысяч эрстед (магнитная индукция – 17 Тл) [8, 9]. В 1963 году усилиями сотрудников Института металлургии им. А.А. Байкова АН СССР и ФИАН на основе ниобий-циркониевого сплава была создана сверхпроводящая проволока, примененная в сверхпроводящих соленоидах для получили сильных магнитных полей с напряженностью до 250 кЭ (индукция – 25 Тл) [11].

Сверхпроводники открывают совершенно новые

возможности при создании вычислительной техники. Незатухающий ток в сверхпроводящих системах и их элементах позволяет создавать идеальные запоминающие устройства с огромной памятью, способные хранить колосальное количество информационных данных и выдавать их с фантастической скоростью. Уже получены металлические сплавы, сохраняющие сверхпроводимость при (18-20) К [8, 9]. Считается, что создание механически прочного вещества, которое обладало бы сверхпроводящими свойствами при температуре хотя бы в 150 К, может привести к подлинной революции в электротехнике и электроэнергетике. Сверхпроводники 1-го и 2-го родов нашли активное применение при разработке и создании в Европейском центре ядерных исследований (CERN, Швейцария) уникального Большого адронного коллайдера (БАК), предназначенного для встречного ускорения мощных протонных пучков [9, 17]. С их помощью в БАК были изготовлены сверхпроводящие цилиндрические элементы уникальной магнитной системы длиной 27 км,держивающей в глубоком вакууме протонные пучки на заданной траектории, и сверхпроводящие кабели (рис. 13) системы энергобеспечения электромагнитов ускорительного кольца БАК. Сейчас в некоторых странах мира начинается активное использование энергосберегающих силовых кабелей питания, созданных американской компанией *American Superconductor (AMSC)* и изготовленных из многожильного электропровода на основе высокотемпературного сверхпроводника (*High Temperature Superconductor – HTS*) [16]. Первая и наиболее протяженная на сегодня силовая кабельная линия на основе *HTS* была проложена в 2008 году на американском острове Лонг-Айленд (США, штат Нью-Йорк). В настоящее время по этой сверхпроводящей электросети передается электроэнергия мощностью 774 МВт [16].



Рис. 13. Внешний вид не- и сверхпроводящих электрических кабелей, используемых в мощных ускорителях заряженных частиц Европейского центра ядерных исследований CERN (сверху – обычные силовые кабели для Большого электронно-позитронного коллайдера; внизу – сверхпроводящие кабели для Большого адронного коллайдера) [9, 17]

Отметим и то, что в США сейчас реализуется проект *Tres Amigas Project*, который должен связать три электроэнергетические сети с применением *HTS* и создать первый национальный рыночный центр возобновляемой электроэнергии ("renewable energy market hub") [16]. Укажем, что согласно [16] крупнейший на сегодняшний день в мире заказ на поставку сверхпроводящих кабелей марки *HTS* недавно был размещен компанией *LS Cable* в Южной Корее. Для

энергетики будущего важно иметь новые эффективные способы хранения и передачи электроэнергии. Сверхпроводники при решении подобных крупных научно-технических задач могут оказаться весьма перспективными. Ученые Висконсинского университета (США) уже разработали проект системы для длительного хранения больших запасов электроэнергии. В соответствии с данным проектом гигантская сверхпроводящая электрическая катушка диаметром более 100 м должна быть установлена в специальном туннеле, пробитом в скальных породах. В ней с помощью жидкого гелия *He* будет поддерживаться температура, близкая к абсолютному нулю. Незатухающий электрический ток в витках такой сверхпроводящей катушки обеспечит создание и запасение в ее рабочем объеме гигантской энергии порядка $4 \cdot 10^{11}$ Дж [18]. В настоящее время во всем мире активно ведутся проектно-конструкторские работы по созданию крупных электрических машин: турбо- и гидрогенераторов со сверхпроводящими обмотками и системами их возбуждения [8, 9]. Другой реальной областью применения в настоящее время сверхпроводников являются магниторезонансные сканеры *MRI*, которые можно найти во многих больницах по всему миру. В них используются небольшие магнитные катушки со сверхпроводящей электрообмоткой для создания вращающегося магнитного поля, которое в итоге и формирует детальное изображение частей человеческого тела [16]. В металлообрабатывающей индустрии огромные механизмы, называемые "устройствами для нагрева заготовок" ("billet heater"), используют электроэнергию для разогрева тугоплавкого металла обрабатываемых заготовок примерно до температуры 1000 °C. Делается это для смягчения металла перед его обработкой. Применив высокотемпературную сверхпроводимость, немецкие компании *Bultmann GmbH* и *Zenergy Power* совместно разработали электромагнитное устройство для нагрева подобных заготовок [16]. Разработанное сверхпроводящее устройство продемонстрировало 80 %-ный выигрыш в энергетической эффективности по сравнению с существующими механизмами подобного технологического назначения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1990. – 624 с.
- Храмов Ю.А. История физики. – Киев: Феникс, 2006. – 1176 с.
- Гинзбург В.Л. К истории открытия и изучения сверхпроводимости // Вопросы истории естествознания и техники. – 1980. – № 1. – С. 44-56.
- <http://biographera.net/biography.php?id=176>.
- Камерлинг-ОНнес Х. О наимизшей температуре, достигнутой до настоящего времени // Успехи физических наук. – 1924. – Том 4. – С. 240.
- Баранов М.И. Избранные вопросы электрофизики: Монография в 2-х томах. Том 1: Электрофизика и выдающиеся физики мира. – Харьков: Изд-во НТУ "ХПИ", 2008. – 252 с.
- <http://ru.wikipedia.org/wiki/B5>.
- <http://bibliotekar.ru/100otkr/34.htm>.
- http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/tehnologiya_i_promyshlennost/sverhprovodimost.html.

- <http://ru.wikipedia.org/wiki/Сверхпроводимость>.
- <http://elementy.ru/lib/430825/430827>.
- Головашкин А.И. Экспериментальные исследования по сверхпроводимости в ФИАНе // История науки и техники. – 2009. – № 4. – С. 62-68.
- Гинзбург В.Л., Киржнич Д.А. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости. – М.: Наука, 1977. – 400 с.
- Гинзбург В.Л., Андрюшин Е.А. Сверхпроводимость. – М.: Альфа, 2006. – 240 с.
- Юферов В.Б., Друй О.С., Скибенко Е.И. и др. Сверхпроводящие магнитные системы сложной формы и высокой плотности транспортного тока // Електротехніка і електромеханіка. – 2003. – № 2. – С. 81-89.
- <http://www.ibm.com/news/ru/ru/2011/04/18/r727593j41411x46.htm>.
- Баранов М.И. Антология выдающихся достижений в науке и технике. Часть 8: Создание ускорителей заряженных частиц // Електротехніка і електромеханіка. – 2012. – № 3. – С. 3-10.
- <http://www.physbook.ru/index.php/M>.

- Bibliography (transliterated):**
- Yavorskij B.M., Detlaf A.A. Spravochnik po fizike. – M.: Nauka, 1990. – 624 s.
 - Hramov Yu.A. Istorya fiziki. – Kiev: Feniks, 2006. – 1176 s.
 - Ginzburg V.L. K istorii otkrytiya i izucheniya sverhprovodimosti // Voprosy istorii estestvoznanija i tekhniki. – 1980. – № 1. – S. 44-56.
 - <http://biographera.net/biography.php?id=176>.
 - Kamerling-Onnes H. O nainizshej temperatuze, dostignutoj do nastoyaschego vremeni // Uspehi fizicheskikh nauk. – 1924. – Tom 4. – S. 240.
 - Baranov M.I. Izbrannye voprosy elektofiziki: Monografiya v 2-h tomah. Tom 1: ‘Elektrofizika i vydayuschiye fiziki mira. – Har’kov: Izd-vo NTU “HPI”, 2008. – 252 s.
 - <http://ru.wikipedia.org/wiki/B5>.
 - <http://bibliotekar.ru/100otkr/34.htm>.
 - http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/tehnologiya_i_promyshlennost/sverhprovodimost.html.
 - <http://ru.wikipedia.org/wiki/Sverhprovodimost>.
 - <http://elementy.ru/lib/430825/430827>.
 - Golovashkin A.I. ‘Eksperimental’nye issledovaniya po sverhprovodimosti v FIANe // Istorya nauki i tekhniki. – 2009. – № 4. – S. 62-68.
 - Ginzburg V.L., Kirzhnic D.A. Problema vysokotemperaturnoj sverhprovodimosti. – M.: Nauka, 1977. – 400 s.
 - Ginzburg V.L., Andryushin E.A. Sverhprovodimost’. – M.: Al’fa, 2006. – 240 s.
 - Yuferov V.B., Druj O.S., Skibenko E.I. i dr. Sverhprovodyaschie magnitnye sistemy slozhnoj formy i vysokoj plonosti transportnogo toka // Elektrotehnika i elektromehanika. – 2003. – № 2. – S. 81-89.
 - <http://www.ibm.com/news/ru/ru/2011/04/18/r727593j41411x46.htm>.
 - Baranov M.I. Antologiya vydayuschihsya dostizhenij v nauke i tekhnike. Chast’ 8: Sozdanie uskoritelej zaryazhennyh chastic // Elektrotehnika i elektromehanika. – 2012. – № 3. – S. 3-10.
 - <http://www.physbook.ru/index.php/M>.

Поступила 17.06.2011

Баранов Михаил Иванович, д.т.н., с.н.с.

НИПКИ "Молния"

Национальный технический университет

"Харьковский политехнический институт"

61013, Харьков, ул. Шевченко, 47

Тел. (057) 7076841, e-mail: eft@kpi.kharkov.ua

Baranov M.I.

An anthology of outstanding achievements in science and technology. Part 10: Discovery and research on superconductivity of materials.

A brief scientific and historical essay on the history of discovery and research on the phenomenon of superconductivity of materials widely applied in various fields of science and technology is given.

Key words – history, superconductivity of materials, application domains.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПЛАНАРНОЙ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ АКСИАЛЬНОЙ ТРЁХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИСТЕМ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ОБРАЗУЮЩИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ СТЕРЖНЕЙ И ОБМОТОЧНЫХ ОКОН (ПОТЕРИ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ)

Отримані аналітичні залежності визначення оптимальних геометрических співвідношень за критерієм мінімуму утрат активної потужності трансформатора та виконано порівняльний аналіз енергетичної ефективності планарної і просторової аксиальної трифазних електромагнітних систем з паралельними твірними поверхнями стержнів і обмоткових вікон.

Получены аналитические зависимости определения оптимальных геометрических соотношений по критерию минимума потерь активной мощности трансформатора и выполнен сравнительный анализ энергетической эффективности планарной и пространственной аксиальной трехфазных электромагнитных систем с параллельными образующими поверхностями стержней и обмоточных окон.

Основой конструктивных схем большинства трехфазных индукционных статических устройств малой мощности, а также части трансформаторов I и II габаритов являются "традиционные" планарные структуры электромагнитных систем (ЭМС) с параллельными образующими поверхностями (ОП) стержней и обмоточных окон. Такие структуры, как и структуры более мощных ЭМС с цилиндрическими ОП, практически достигли предела развития [1].

Коэффициент полезного действия (КПД) индукционных преобразователей энергии малой мощности значительно ниже, а в диапазоне мощности до 60-250 кВ·А ниже, чем при больших мощностях [2, 3]. Поэтому потери электроэнергии в распределительных сетях Украины составляют до 20% мощности отпущенной генерирующими станциями и значительную долю этой части составляют потери в трансформаторах I – II габаритов классов напряжения 6-35 кВ [4].

Указанные обстоятельства, а также современные требования энергоресурсозбережения при проектировании и организации производства новых индукционных преобразователей, обуславливают необходимость дальнейшего усовершенствования распределительных и специальных трансформаторов различной мощности. Особо важной и актуальной, в соответствии с [4], является задача разработки и освоения производства трансформаторов мощностью до 250 кВ·А с повышенным КПД.

Замена планарной структуры ЭМС на симметричную пространственную аксиальную при использовании технологии изготовления магнитопроводов навивкой и разрезкой рулона электротехнической стали (ЭТС) [5], а также сохранении параллельных и взаимно перпендикулярных ОП, преобразует прямоугольные сечения стержней в секторные [6]. Подобное преобразование позволяет, согласно [7], снизить массу и стоимость ЭМС соответственно на 4-6 % и 5-8 % относительно традиционных аналогов с прямоугольным сечением стержней шихтованного или витого магнитопроводов.

Целью настоящей работы – продолжении [7] является сравнительный анализ энергетической эффективности вариантов трехфазного трансформатора (ТТ) с параллельными и взаимно перпендикулярными ОП ЭМС, отличающихся планарной (рис. 1,а) и пространственной аксиальной (рис. 1,б) структурами.

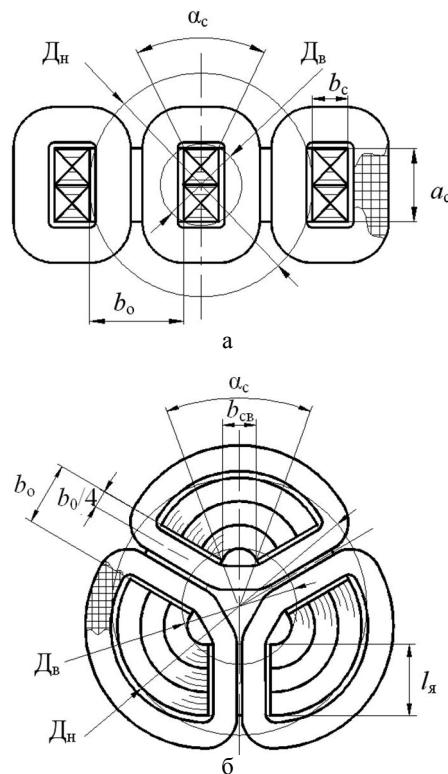


Рис. 1. Поперечные сечения и геометрические параметры планарной (а) и пространственной (б) электромагнитных систем с витыми стыковыми магнитопроводами и плоскими параллельными образующими поверхностями обмоточных окон и стержней

При сравнительном анализе энергетической эффективности ЭМС (рис. 1) принимаются следующие известные допущения [7]. Используется конструкция обмоток с чередующимися фазными катушками и средними витками, расположенными на четверти ширины b_o обмоточного окна. В таких обмотках одинаковы плотности фазных токов ($j_{01}=j_{02}=j_0$) высокого и низкого напряжений. Исходя из принципа электромагнитной эквивалентности при сравнительном анализе, принимаются соответственно идентичными электромагнитные нагрузки (ЭМН) – плотности фазных токов проводников катушек ($j_{0h}=j_{0c}=j_0$) и средние (по сечению) значения амплитуд магнитной индукции в стержнях ($B_{ch}=B_{cc}=B_c$) с прямоугольными (в планар-

ной ЭМС) и секторными (в пространственной ЭМС) образующими контурами. Также соответственно идентичными являются коэффициенты заполнения обмоточного окна ($K_{зоп} = K_{зос} = K_{зо}$) и коэффициенты заполнения магнитопровода ЭТС ($K_{зсп} = K_{зсц} = K_{зс}$). Средние значения амплитуд индукции ярем $B_{яр}$ (рис. 1,а), прямых участков ярем $B_{яс}$ (рис. 1,б) и стержней одинаковы ($B_{яп(c)} = B_c$).

Значение КПД трансформатора определяется суммой потерь холостого хода (ПХХ) и потерь короткого замыкания (ПКЗ) [2,3]. Указанные потери на основе метода относительных коэффициентов целевых функций в виде относительных показателей технического уровня [8] представляются полной целевой функцией потерь активной мощности

$$F_{пп} = (\sqrt{\Pi_{ид}})^3 \Pi_{па}, \quad (1)$$

где $\Pi_{ид}$ – идентичный для сравниваемых ЭМС (рис. 1) показатель исходных данных и ЭМН ТТ. $\Pi_{па}$ – целевая функция относительного показателя потерь активной мощности в виде коэффициента $\Pi_{па}^*$,

$$\Pi_{па} = K_{дх} \gamma_c P_{ум} B_c^2 \Pi_{па}^*,$$

где $K_{дх}$ – коэффициент добавочных ПХХ [3]; γ_c – плотность ЭТС; $P_{ум}$ – удельные потери ЭТС магнитопровода.

Входящий в (1) показатель $\Pi_{па}^*$ является функцией $K_{зо}$ (класса напряжения), коэффициента удельных показателей и ЭМН K_y , двух основных относительных и третьей дополнительной (используемой в части ЭМС) геометрических управляемых переменных (УП) a_m , λ_o и α_c

$$\Pi_{па}^* = f(K_{зо}, K_y, a_m, \lambda_o, \alpha_c),$$

где a_m – отношение наружного D_n и внутреннего D_b диаметров расчетных окружностей магнитопроводов ЭМС (рис. 1); λ_o – отношение высоты h_o и ширины b_o обмоточного окна; α_c – центральный угол стержня:

$$a_m = D_n / D_b; \quad (2)$$

$$\lambda_o = h_o / b_o. \quad (3)$$

Коэффициент удельных показателей и ЭМН определяется соотношением [9]

$$K_y = \frac{K_{дк} \gamma_o P_{yo} j_o^2}{K_{дх} \gamma_c P_{ум} B_c^2}, \quad (4)$$

где $K_{дк}$ – коэффициент добавочных потерь короткого замыкания [3]; γ_o – плотность активного материала обмотки (АМО); P_{yo} – удельные потери в АМО.

При принятых допущениях ПХХ $P_{ххп(c)}$, в соответствии с числом и пространственным положением ярем, а также, вне зависимости от особенностей структуры магнитопровода, ПКЗ $P_{кзп(c)}$ ЭМС с прямоугольными (рис. 1,а) и секторными (рис. 1,б) образующими сечений стержня определяются уравнениями [3, 9]:

$$P_{ххп} = K_{дх} K_{зс} \gamma_c P_{ум} B_c^2 \times (V_{сп} + V_{яп} + V_{уп}); \quad (5)$$

$$P_{ххс} = K_{дх} K_{зс} \gamma_c P_{ум} B_c^2 \times (V_{cc} + V_{яс} + 0,757 V_{yc}); \quad (6)$$

$$P_{кзп(c)} = 1,5 K_{дк} P_{yo} \gamma_o K_{зо} \times j_o^2 \lambda_o l_{wп(c)} b_{оп(c)}^2, \quad (7)$$

где $V_{сп(c)}$, $V_{яп(c)}$ и $V_{уп(c)}$ – соответственно объемы стержней, ярем и угловых участков ярем; $l_{wп(c)}$ и $b_{оп(c)}$ – средняя длина витка катушки чередующейся обмотки и ширина обмоточного окна магнитопровода вариантов ЭМС (рис. 1).

Согласно [7], средняя длина витка и ширина обмоточного окна каждого из рассматриваемых вариантов ЭМС определяются выражениями:

$$l_{wп} = 2D_b \left[\sin \frac{\alpha_c}{2} + \cos \frac{\alpha_c}{2} + \frac{\pi}{8} \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right) \right]; \quad (8)$$

$$l_{wс} = D_b [2,0472(a_m - 1) + 2,2092K_{α1} + 1,5708K_{α2}]; \quad (9)$$

$$b_{оп} = D_b [a_m - \sin(\alpha_c/2)]/2; \quad (10)$$

$$b_{oc} = K_{α2} D_b, \quad (11)$$

где $K_{α1}$ и $K_{α2}$ – коэффициенты угла α_c (рис. 1,б):

$$K_{α1} = \sin\left(\frac{\alpha_c}{2}\right) / \left[\cos\left(\frac{\alpha_c}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha_c}{2}\right) \right] / \sqrt{3};$$

$$\hat{E}_{α2} = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\alpha_{\tilde{n}}}{2}\right) / \left[\cos\left(\frac{\alpha_c}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha_c}{2}\right) \right] / \sqrt{3}.$$

Объемы стержней, ярем и угловых участков магнитопровода (рис. 1,а) при принятых допущениях определяются соотношениями:

$$V_{сп} = 3h_0 S'_{сп}; \quad (12)$$

$$V_{яп} = 4b_0 S'_{сп}; \quad (13)$$

$$V_{уп} = 6b_c S'_{сп}, \quad (14)$$

где площадь прямоугольного сечения $S'_{сп}$ и ширина стержня $b_{сп}$ определяются из (4):

$$S'_{сп} = (D_b^2/2) \sin \alpha_c; \quad (15)$$

$$b_c = D_b \sin(\alpha_c/2). \quad (16)$$

После подстановки (3), (10) и (15), (16) соотношения (12) – (14) преобразуются:

$$V_{сп} = \frac{3}{4} \lambda_o D_b^3 [a_m - \sin(\alpha_c/2)] \sin \alpha_c; \quad (17)$$

$$V_{яп} = D_b^3 [a_m - \sin(\alpha_c/2)] \sin \alpha_c; \quad (18)$$

$$V_{уп} = 3D_b^3 \sin(\alpha_c/2) \sin \alpha_c. \quad (19)$$

На основе (17) – (19) уравнение (5) принимает вид

$$P_{ххп} = K_{дх} K_{зс} \gamma_c P_{ум} B_c^2 D_b^3 \sin \alpha_c \times \left[3 \sin \frac{\alpha_c}{2} + (1 + \frac{3}{4} \lambda_o)(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2}) \right]. \quad (20)$$

Уравнение (7) после подстановки геометрических параметров (8) и (10) ЭМС (рис. 1,а) запишется в виде

$$P_{кзп} = \frac{3}{4} K_{дк} K_{зо} \gamma_o P_{yo} j_o^2 \lambda_o D_b^3 \times \left[\sin \frac{\alpha_c}{2} + \cos \frac{\alpha_c}{2} + \frac{\pi}{8} \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right) \right]. \quad (21)$$

Суммарные потери ТТ с ЭМС (рис. 1,а) определяются на основе (4) и (20), (21) уравнением

$$P_{ΣΠ} = P_{ххп} + P_{кзп} = K_{дх} \gamma_c P_{ум} B_c^2 \times \left[\begin{aligned} & \times D_b^3 \left\{ K_{зс} \sin \alpha_c \left[3 \sin \frac{\alpha_c}{2} + \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_o \right) \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{3}{4} K_y K_{зо} \lambda_o (a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2})^2 \left[\sin \frac{\alpha_c}{2} + \cos \frac{\alpha_c}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{\pi}{8} (a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2}) \right] \end{aligned} \right], \quad (22)$$

где диаметр внутренней расчетной окружности (рис. 1,а) определяется выражением [7]

$$\Delta_B = 4 \sqrt{8\Pi_{id} / \left[K_{3c} K_{30} \lambda_0 \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right)^2 \sin \alpha_c \right]}. \quad (23)$$

Подстановка (23) преобразует уравнение потерь (22) к виду

$$P_{\Sigma P} = K_{dx} \gamma_c P_{ym} B_c^2 (4\sqrt{\Pi_{id}}) \Pi_{nap}^*,$$

где относительный показатель потерь ТТ с ЭМС (рис. 1,а) определяется выражением

$$\begin{aligned} \Pi_{nap}^* = & \left(4 \sqrt{8 / \left[K_{3c} K_{30} \lambda_0 \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right)^2 \sin \alpha_c \right]} \right)^3 \times \\ & \times \left\{ K_{3c} \sin \alpha_c \left[3 \sin \frac{\alpha_c}{2} + \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0 \right) \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right) \right] + \right. \\ & + \frac{3}{4} K_y K_{30} \lambda_0 \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right)^2 \left[\sin \frac{\alpha_c}{2} + \cos \frac{\alpha_c}{2} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{\pi}{8} \left(a_m - \sin \frac{\alpha_c}{2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

В ТТ АМО являются электротехнические медь и алюминий, а при производстве магнитопроводов используется холоднокатаная рулонная ЭТС [2, 3, 10]. В связи с ортогональным, по отношению к направлению проката, направлением магнитного потока стержней, в магнитопроводе ЭМС (рис. 1,б) целесообразно использование аморфной или холоднокатаной изотропной ЭТС, например ЭТС 2412 с $\gamma_c = 7650 \text{ кг/м}^3$ и $P_{ym} = 1,15 \text{ Вт/кг}$. При разработке "сухих" и "масляных" ТТ различной мощности для рулонной ЭТС толщиной 0,35 мм принимаются значения коэффициентов добавочных потерь и расчетный диапазон индукции $K_{dk} \leq 1,15$, $K_{dx} \leq 1,25$ и $B_c = 1,6-1,7 \text{ Тл}$. При использовании медных обмоточных проводов с $\gamma_o = 8900 \text{ кг/м}^3$ и $P_{yo} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ Вт/кг}$, а также частоте сети $f_1 = 50 \text{ Гц}$, в диапазонах номинальной мощности ТТ $S_n = 0,3-1 \text{ кВ·А}$ и $S_n = 1-2,5 \text{ кВ·А}$, плотность тока соответствует значениям: $j_o = 2,4-1,7 \text{ А/мм}^2$ и $j_o = 1,7-1,4 \text{ А/мм}^2$ [2]. При аналогичных АМО и частоте, согласно [3], в масляных ТТ при $S_n = 2,5-63 \text{ кВ·А}$, $j_o = 1,8-2,2 \text{ А/мм}^2$ и при $S_n = 63-630 \text{ кВ·А}$, $j_o = 2,2-3,5 \text{ А/мм}^2$, а в "сухих" ТТ с $S_n = 10-1600 \text{ кВ·А}$ полу сумма плотностей тока первичной и вторичной концентрических обмоток составляет $j_o = 1,7-2,4 \text{ А/мм}^2$. В указанных диапазонах изменения ЭМН расчетные значения коэффициента (4) составляют:

$$K_y \geq \frac{1,15 \cdot 8900 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12} \cdot (1,4 \cdot 10^6)^2}{1,25 \cdot 7650 \cdot 1,15 \cdot 1,7^2} = 1,515;$$

$$K'_y \leq \frac{1,15 \cdot 8900 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12} \cdot (2,4 \cdot 10^6)^2}{1,25 \cdot 7650 \cdot 1,15 \cdot 1,6^2} = 5,026;$$

$$K''_y \leq \frac{1,15 \cdot 8900 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12} \cdot (3,5 \cdot 10^6)^2}{1,25 \cdot 7650 \cdot 1,15 \cdot 1,6^2} = 10,689.$$

Принимается минимальное K_{ymin} и максимальное K_{ymax} значения коэффициента удельных показателей и ЭМН

$$1,5 = K_{ymin} \leq K_y \leq K''_{ymax} = 5,5 \quad (11).$$

Результаты расчета оптимальных значений УП и

показателей энергетической эффективности планарной ЭМС (рис. 1,а) при $K_{3c} = 0,91$, трех значениях K_{30} и значениях K_{ymin} , K_{ymax} и K''_{ymax} (25) представлены в табл. 1-3. Примеры функциональных зависимостей (24) от a_m показаны на рис. 2. Указанные зависимости получены при экстремальных значениях соответственно $\alpha_c = 51,04^\circ$ и $\alpha_c = 51,67^\circ$ при $K_{30} = 0,3$.

Таблица 1

Экстремальные значения управляемых переменных и показателя потерь активной мощности планарной электромагнитной системы при K_{ymin}

Коэффициент заполнения обмоточного окна, о. е.	Экстремальные значения управляемых переменных			Π_{nap}^* , о.е.
	a_m , о.е.	λ_o , о.е.	α_c , град.	
0,3	1,872	2,769	51,04	31,69
0,25	2,006	2,764	50,99	33,35
0,2	2,189	2,756	50,89	35,59

Таблица 2

Экстремальные значения управляемых переменных и показателя потерь активной мощности планарной электромагнитной системы при K_{ymax}

Коэффициент заполнения обмоточного окна, о. е.	Экстремальные значения управляемых переменных			Π_{nap}^* , о.е.
	a_m , о.е.	λ_o , о.е.	α_c , град.	
0,3	1,196	2,807	51,67	62,015
0,25	1,269	2,793	51,56	64,307
0,2	1,363	2,796	51,502	67,412

Таблица 3

Экстремальные значения управляемых переменных и показателя потерь активной мощности планарной электромагнитной системы при K''_{ymax}

Коэффициент заполнения обмоточного окна, о. е.	Экстремальные значения управляемых переменных			Π_{nap}^* , о.е.
	a_m , о.е.	λ_o , о.е.	α_c , град.	
0,3	0,978	2,812	51,903	92,466
0,25	1,029	2,818	51,903	95,192
0,2	1,097	2,815	51,789	98,885

Объемы стержней, ярем и угловых участков магнитопровода (рис. 1,б) при принятых допущениях определяются выражениями [9]

$$V_{cc} = \pi \lambda_o K_{\alpha 2} \Delta_B^3 (a_m - 1) \left(\frac{K_{\alpha 1}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right); \quad (26)$$

$$V_{yc} = 3,627 K_{\alpha 2} \Delta_B^3 (a_m - 1) \left(\frac{K_{\alpha 1}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right); \quad (27)$$

$$V_{yc} = 2,418 \pi \Delta_B^3 (a_m - 1) \left(\frac{K_{\alpha 1}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right)^2. \quad (28)$$

На основе (26) – (28) уравнение (6) преобразуется

$$\begin{aligned} P_{xxc} = & K_{dx} K_{3c} \gamma_c P_{ym} B_c^2 \Delta_B^3 (a_m - 1) \left(\frac{K_{\alpha 1}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right) \times \\ & \times \pi \left[K_{\alpha 2} (1,1545 + \lambda_o) + 1,83 \left(\frac{K_{\alpha 1}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right) \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Уравнение (7) после подстановки геометрических параметров (9) и (11) ЭМС (рис. 1,б) принимает вид

$$\begin{aligned} P_{kzc} = & 1,5 K_{dk} K_{30} \gamma_o P_{yo} j_o^2 K_{\alpha 2}^2 \lambda_o \Delta_B^3 \times \\ & \times [2,0472(a_m - 1) + 2,2092 K_{\alpha 1} + 1,5708 K_{\alpha 2}] \end{aligned} \quad (30)$$

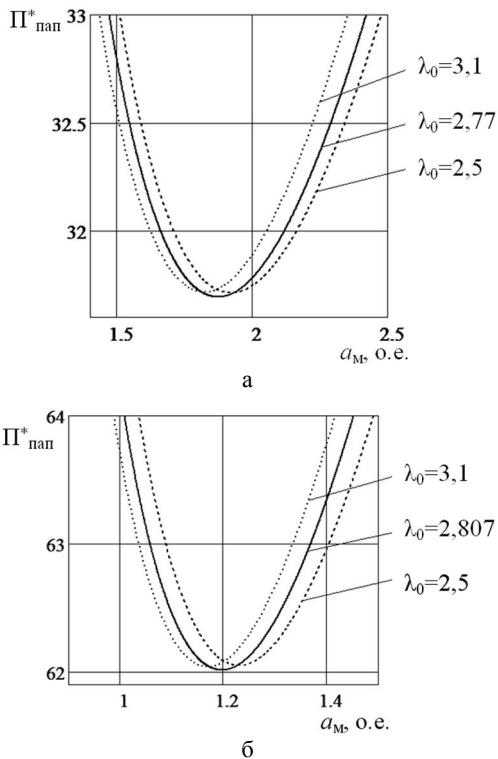


Рис. 2. Зависимости показателя потерь активной мощности от геометрических соотношений трехфазной планарной электромагнитной системы с $K_y = 1,5$ (а) и $K_y = 5,5$ (б)

Суммарные потери ТТ с пространственной ЭМС определяются на основе (4), (29) и (30) уравнением

$$\begin{aligned} P_{\Sigma c} = P_{xxc} + P_{kzc} &= K_{dx}\gamma_c P_{ym} B_c^2 \Delta_B^3 \left\{ (a_m - 1) \left(\frac{K_{al}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right) \times \right. \\ &\times \pi \left[K_{3c} K_{\alpha 2} (1,1545 + \lambda_0) + 1,83 \left(\frac{K_{al}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right) \right] + 1,5 K_y K_{30} \times \\ &\times K_{\alpha 2}^2 \lambda_0 [2,0472(a_m - 1) + 2,2092 K_{al} + 1,5708 K_{\alpha 2}], \end{aligned} \quad (31)$$

где диаметр внутренней расчетной окружности определяется выражением [7]

$$\Delta_B = \sqrt{3 \Pi_{ид}} / \left[\pi K_{3c} K_{30} \lambda_0 \left(\frac{K_{al}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right) K_{\alpha 2}^2 (a_m - 1) \right]. \quad (32)$$

Подстановка (32) преобразует уравнение суммарных потерь пространственной ЭМС к виду

$$P_{\Sigma c} = K_{dx} \gamma_c P_{ym} B_c^2 (4 \sqrt{\Pi_{ид}})^3 \Pi_{пас}^*,$$

где относительный показатель потерь ТТ с ЭМС (рис. 1, б) определяется уравнением

$$\begin{aligned} \Pi_{пас}^* = &\left(4 \sqrt{3} \left[\pi K_{3c} K_{30} \lambda_0 \left(\frac{K_{al}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right) K_{\alpha 2}^2 (a_m - 1) \right]^3 \times \right. \\ &\times \left\{ \pi (a_m - 1) \left(\frac{K_{al}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right) [K_{\alpha 2} (1,1545 + \lambda_0) + \right. \\ &+ 1,83 \left(\frac{K_{al}}{\sqrt{3}} + \frac{a_m - 1}{4} \right)] + 1,5 K_y K_{30} K_{\alpha 2}^2 \lambda_0 \times \\ &\times [2,0472(a_m - 1) + 2,2092 K_{al} + 1,5708 K_{\alpha 2}] \left. \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Результаты расчета оптимальных значений УП и показателя энергетической эффективности (33) пространственной ЭМС (рис. 1, б) при $K_{3c} = 0,91$, $\alpha_c = 10^\circ$, трех значениях K_{30} и значениях K''_{ymin} , K''_{ymax} и K'''_{ymax} (25)

представлены в табл. 4-6. Примеры функциональных зависимостей (33) от a_m при $K_{30} = 0,3$ и $\alpha_c = 10^\circ$ показаны на рис. 3.

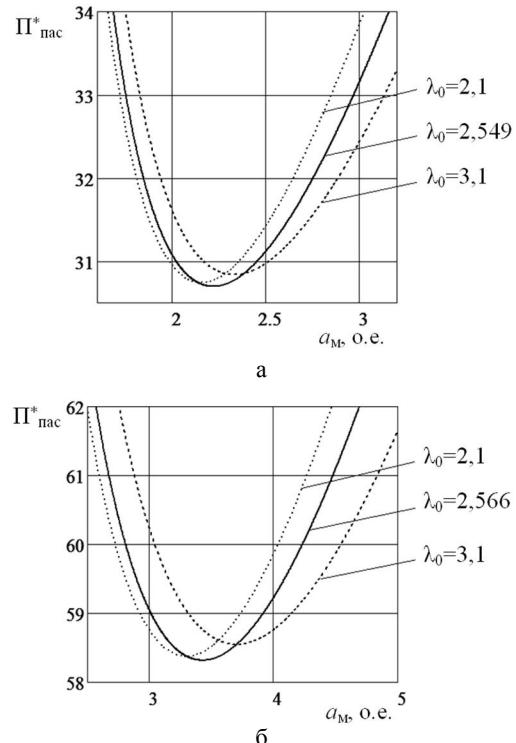


Рис. 3. Зависимости показателя потерь активной мощности от геометрических соотношений трехфазной пространственной электромагнитной системы с $K_y = 1,5$ (а) и $K_y = 5,5$ (б)

Таблица 4

Экстремальные значения управляемых переменных и показателя потерь активной мощности пространственной электромагнитной системы при K_{ymin}

Коэффициент заполнения обмоточного окна, о.е.	Экстремальные значения управляемых переменных		$\Pi_{пас}^*$, о.е.
	a_m , о.е.	λ_0 , о.е.	
0,3	2,219	2,346	30,696
0,25	2,104	2,351	32,433
0,2	1,978	2,357	34,787

Таблица 5

Экстремальные значения управляемых переменных и показателя потерь активной мощности пространственной электромагнитной системы при K'''_{ymax}

Коэффициент заполнения обмоточного окна, о.е.	Экстремальные значения управляемых переменных		$\Pi_{пас}^*$, о.е.
	a_m , о.е.	λ_0 , о.е.	
0,3	3,426	2,314	58,318
0,25	3,205	2,318	60,718
0,2	2,961	2,323	63,97

Таблица 6

Экстремальные значения управляемых переменных и показателя потерь активной мощности пространственной электромагнитной системы при K''_{ymax}

Коэффициент заполнения обмоточного окна, о.е.	Экстремальные значения управляемых переменных		$\Pi_{пас}^*$, о.е.
	a_m , о.е.	λ_0 , о.е.	
0,3	4,477	2,301	85,697
0,25	4,164	2,304	88,549
0,2	3,818	2,308	92,414

ВЫВОДЫ

1. Трехфазная пространственная аксиальная ЭМС ТТ с витым стыковым магнитопроводом, медными обмотками и секторными ОК, в диапазоне мощности 0,3-630 кВ·А, в дополнение к улучшенным массостоимостным показателям, отличается от электромагнитно-эквивалентного планарного аналога с прямоугольными ОК пониженными на 3-7 % потерями активной мощности.

2. Потери активной мощности планарной и пространственной ЭМС ТТ при $f_1 = 50\text{Гц}$ возрастают с повышением коэффициента соотношения плотностей тока обмоток и индукции стержня.

3. Энергетическая эффективность трехфазной пространственной аксиальной ЭМС ТТ с параллельными ОП при $f_1 = 50\text{Гц}$ повышается относительно электромагнитно эквивалентной планарной ЭМС с увеличением плотности тока обмоток.

4. Основной геометрической УП, определяющей энергетическую эффективность планарной и пространственной аксиальной ЭМС является отношение a_m диаметров расчетных окружностей магнитопровода.

5. Величины экстремальных значений отношения диаметров расчетных окружностей a_m зависят от конкретных соотношений ЭМН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ставинский А.А. Генезис структур и предпосылки усовершенствования трансформаторов и реакторов преобразованием контуров электромагнитных систем (электродинамическая устойчивость и системы со стыковыми магнитопроводами) // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – №5. – С. 43-47.
2. Расчет трансформаторов и дросселей малой мощности. Изд. 2-е, перераб. и доп. / И.И. Белопольский, Е.И. Каратникова, Л.Г. Пикалова. – М.: Энергия, 1973. – 400 с.
3. Тихомиров П.М. Расчет трансформаторов: Учебное пособие для вузов. – 5-е издание. Перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528 с.
4. Шидловський А.К., Федоренко Г.М. Макроекономічні тренди в електроенергетиці України 1990-2000 р. // Технічна електродинаміка. – 2002. – № 5. – С. 3-12.
5. Магнитопроводы силовых трансформаторов (технология и оборудование) / А.И. Майорец, Г.И. Пшеничный, Я.З. Чечелюк и др. – М.: Энергия, 1973. – 272 с.
6. Ставинский А.А. Генезис структур и предпосылки усовершенствования трансформаторов и реакторов преобразованием контуров электромагнитных систем (системы с шихтованными и витыми магнитопроводами) // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 6. – С. 33-38.
7. Авдеева Е.А. Сравнительный анализ планарной и пространственной аксиальной трёхфазных электромагнитных систем с параллельными образующими поверхностями стержней и обмоточных окон (массостоимостные показатели) // Електротехніка і електромеханіка. – 2012. – № 4. – С. 15-20.
8. Ставинский Р.А. Нетрадиционные технические решения, постановка задачи и метод структурной оптимизации индукционных статических устройств // Вісник КДУ. – Кременчук: КДУ, 2010. – Вип. 4 / 2010 (63), ч. 2 – С. 91-94.
9. Ставинский А.А., Плахтырь О.О., Ставинский Р.А. Зависимости потерь трехфазных пространственных трансформаторов с параллельными стенками обмоточных окон от геометрических соотношений активной части // Вісник Східно-укр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – 2003. – № 4. – С. 95-100.
10. Справочник по электротехническим материалам / Под ред. Ю.В. Корицкого, В.В. Пасынкова, Б.М. Тареева. – Т.3 – 3-е изд., перераб. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 728 с.

Bibliography (transliterated): 1. Stavinskij A.A. Genezis struktur i predposylki usovershenstvovaniya transformatorov i reaktorov preobrazovaniem konturov `elektromagnitnyh sistem ('elektrodinamicheskaya ustojchivost' i sistemy so stykovymi magnitoprovodami) // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - №5. - S. 43-47. 2. Raschet transformatorov i drosselj maloj moschnosti. Izd. 2-e, pererab. i dop. / I.I. Belopol'skij, E.I. Karetnikova, L.G. Pikalova. - M.: 'Energiya, 1973. - 400 s. 3. Tihomirov P.M. Raschet transformatorov: Uchebnoe posobie dlya vuzov. - 5-e izdanie. Pererab. i dop. - M.: 'Energoatomizdat, 1986. - 528 s. 4. Shidlov'skij A.K., Fedorenko G.M. Makroekonomichni trendi v elektroenergetici Україni 1990-2000 r. // Tehnichna elektrodinamika. - 2002. - № 5. - S. 3-12. 5. Magnitoprovody silovih transformatorov (tehnologiya i oborudovanie) / A.I. Majorec, G.I. Pshenichnyj, Ya.Z. Chechelyuk i dr. - M.: 'Energiya, 1973. - 272 s. 6. Stavinskij A.A. Genezis struktur i predposylki usovershenstvovaniya transformatorov i reaktorov preobrazovaniem konturov `elektromagnitnyh sistem (sistemy s shihtovannymi i vitymi magnitoprovodami) // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 6. - S. 33-38. 7. Avdeeva E.A. Sravnitel'nyj analiz planarnoj i prostranstvennoj aksial'noj trefaznyh `elektromagnitnyh sistem s parallel'nymi obrazuyuschimi poverhnostyami sterzhnej i obmotochnyh okon (massostoimostnye pokazateli) // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2012. - № 4. - S. 15-20. 8. Stavinskij R.A. Netradicionnye tehnicheskie resheniya, postanovka zadachi i metod strukturnoj optimizacii indukcionnyh staticheskikh ustrojstv // Visnik KDU. - Kremenchuk: KDU, 2010. - Vip. 4 / 2010 (63), ch. 2 - S. 91-94. 9. Stavinskij A.A., Plahtyr' O.O., Stavinskij R.A. Zavisimosti poter' trefaznyh prostranstvennyh transformatorov s parallel'nymi stenkami obmotochnyh okon ot geometricheskikh sootnoshenij aktivnoj chasti // Visnik Shidno-ukr. nac. un-tu im. V. Dalja. - 2003. - № 4. - S. 95-100. 10. Spravochnik po 'elektrotehnicheskim materialam' / Pod red. Yu.V. Korickogo, V.V. Pasynkova, B.M. Tareeva. - T.3 - 3-e izd., pererab. - L.: 'Energoatomizdat, 1988. - 728 s.

Поступила 11.02.2012

Авдеева Елена Андреевна

Национальный университет кораблестроения
имени адмирала Макарова
51025, Николаев, пр. Героев Сталинграда, 9
тел. (0512) 366636, e-mail: e.avdeeva@ukr.net

Avdeeva E.A.

Comparative analysis of planar and spatial three-phase electromagnetic systems with parallel forming surfaces of cores and coil windows (watt loss).

Analytical dependences for optimum geometrical relationship determination with a transformer minimal watt loss criterion are obtained. A comparative analysis of energy efficiency for planar and spatial axial three-phase electromagnetic systems with rectangular and sector forming contours of the cores and coil windows is made.

Key words – planar and spatial electromagnetic system, rectangular and sector forming contours, minimum watt loss, optimization.

ДИНАМИКА НЕЧЕТКОГО СРАБАТЫВАНИЯ БИСТАБИЛЬНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО АКТУАТОРА НА БАЗЕ ВЫСОКОКОЭРЦИТИВНЫХ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ

У статті розглянуті динамічні характеристики бистабільного електромагнітного актуатора на базі висококоерцитивних постійних магнітів у тому разі, коли трапляється випадок його нечіткого спрацьовування. Наведені динамічні характеристики такого актуатора, які дозволяють розібратися у фізичних явищах роботи та визначити шляхи усунення недоліків.

В статье рассматриваются динамические характеристики бистабильного электромагнитного актуатора на базе высококоэрцитивных постоянных магнитов в случае, когда происходит его нечеткое срабатывание. Приведены динамические характеристики такого актуатора, позволяющие понять физические процессы работы и определить пути устранения недостатков.

Наиболее надежными и простыми приводами вакуумных выключателей средних напряжений являются электромагнитные актуаторы на базе высококоэрцитивных постоянных магнитов, разработанных компанией АББ [1]. Ввиду перспективности конструкции, в Украине была разработана аналогичная (по принципу действия) конструкция [2, 3]. Причем, в разработанной конструкции была существенно усовершенствована схема питания катушек включения-отключения актуатора [4].

При испытании опытных образцов актуаторов в некоторых случаях наблюдалось либо "зависание" (недовключение) якоря, либо нечеткое срабатывание актуатора, выражющееся в двойном ударе якоря о корпус актуатора. Такой режим работы является недопустимым и требует анализа происходящих физических явлений с целью устранения недостатков. Причем анализ физических явлений возможен только на базе математической модели связывающей электромагнитные процессы в нелинейной проводящей стационарной и движущейся среде с уравнениями электрической цепи и механики [5-12].

Цель работы – расчет динамических характеристик актуатора в случае его нечеткого срабатывания.

На рис. 1 показана схема механизма выключателя. Для удобства расчетов все движущиеся массы были приведены к якорю. Нетрудно заметить, что особенностью данного магнита является отсутствие механических сил противодействия (за исключением трения в шарнирах) на большей части пути якоря. Вид противодействующей характеристики, приведенной к якорю, показан на рис. 2.

Как следует из рис. 2, ход якоря до соударения контактов равен 13 мм, а полный ход – 17 мм. Уравнения движения учитывают изменение массы после касания подвижных контактов.

Что касается электрической части схемы, то в соответствии с [4] в процессе включения были задействованы обе катушки с добавочным сопротивлением, выбранным на основе [12]. Источником питания являлся конденсатор емкостью 10000 мкФ, заряженный до напряжения 220 В.

Результаты расчета приведены на последующих рисунках.

Как следует из рис. 3, после касания контактов вид кривой тока носит колебательный характер с последующим уменьшением за счет разряда емкости.

Как правило, колебания тока в цепи катушки связано с изменением скоростного режима движения якоря, что подтверждается рис. 4.

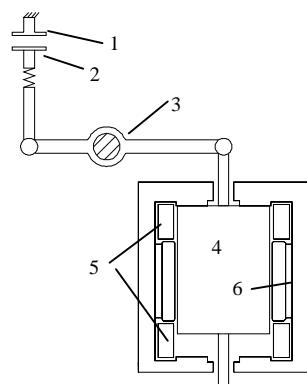


Рис. 1. Схема механики привода: 1 – неподвижный контакт; 2 – подвижный контакт; 3 – тяги; 4 – якорь; 5 – катушки; 6 – постоянные магниты

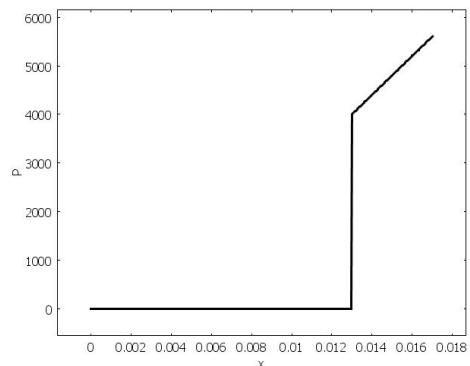


Рис. 2. Противодействующая характеристика в зависимости от хода якоря

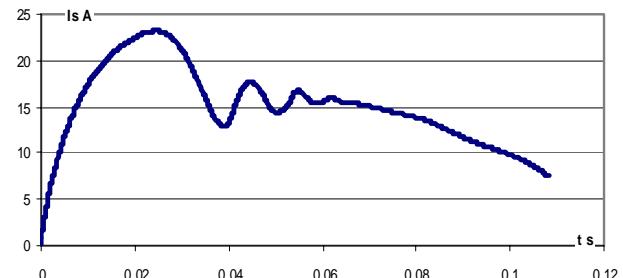


Рис. 3. Суммарный ток катушек

Как видно из рис. 4, имеет место возвратно-поступательное движение якоря после замыкания контактов, о чем свидетельствуют отрицательные значения скорости. В районе 0,08 секунд имеет место интервал времени с нулевым значением скорости, что говорит о "зависании" якоря. Далее, происходит "довключения" системы за счет выхода динамической тяговой характеристики на статические значения силы. На рис. 5 приведена зависимость пути якоря актуатора от времени.

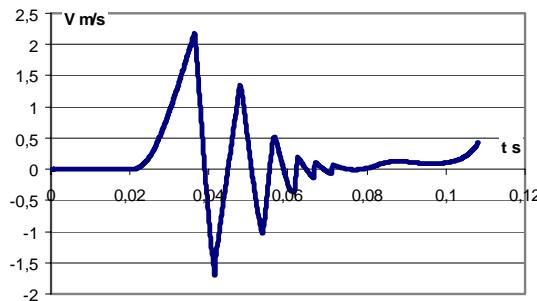


Рис. 4. Изменение скорости якоря в процессе движения

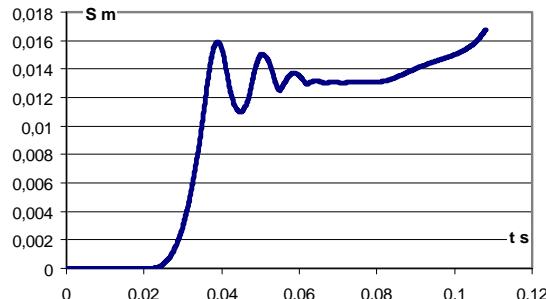


Рис. 5. Путь якоря актуатора в зависимости от времени

Если учесть, что ход якоря до момента замыкания контактов равен 13 мм, а конечное значение хода равно 17 мм, то из рис. 5 видно явное "зависание" якоря в момент касания контактов с последующим его довключением. На рис. 6 приведена временная зависимость суммарной силы (электромагнитная сила минус противодействующая сила контактного нажатия).

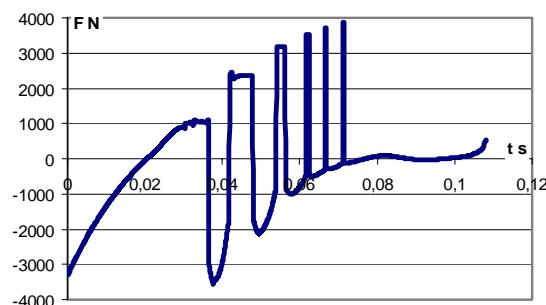


Рис. 6. Временная зависимость суммарной силы, действующей на якорь

На рис. 6 явно виден отрицательный скачок силы при первом и последующем замыкании контактов, что говорит о многократном отбросе контактов при включении. Такое явление является недопустимым в работе электрических контактов, так как в процессе вибрации контактов на них горит короткая электрическая

дуга, что может привести к последующему их свариванию. Особенно опасно это явление при включении на токи короткого замыкания, которые по ТУ могут достигать величины 100 кА действующего значения.

Причины такой работы актуатора заключаются, как правило, либо в неправильном выборе ампервитков системы, либо в некачественных материалах магнитной системы.

Пути устранения такого явления разнообразны:

- повышение напряжения источника питания;
- применение материалов с большей индукцией насыщения;
- изменение сечения намоточного провода катушки;
- увеличения величины хода контактов до их касания (уменьшение провала);
- уменьшение потерь в магнитопроводе;
- выбор более мощных постоянных магнитов и т.п.

Каждый из способов имеет свои преимущества и недостатки. Так повышение напряжения источника питания требует установки преобразователя напряжения и увеличивает скорость соударения контактов, применение более качественных материалов существенно удорожает конструкцию, увеличение сечения провода приводит к увеличению потребляемой мощности и тока катушек, увеличение хода до касания контактов существенно увеличивает скорость соударения контактов.

Особо необходимо обратить внимание на сложный характер процессов, происходящих в магнитопроводе. На рис. 7 показан характер распределения осевой составляющей магнитной индукции в среднем сечении магнита в момент времени 30 мс. Как следует из рис. 7, в якоре магнита (расстояние 5-40 мм) индукция имеет разные направления. Это явление связано с индукционными токами, наводимыми в магнитопроводе и поверхностью магнитным эффектом.

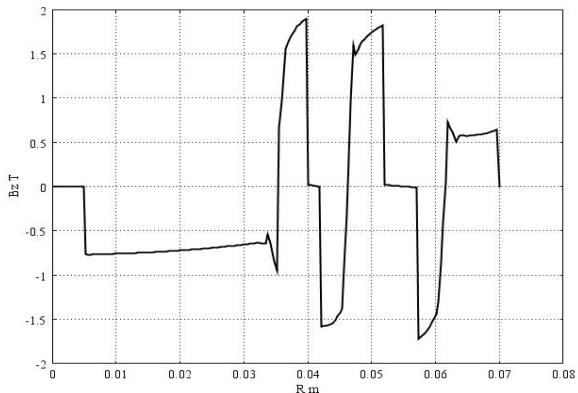


Рис. 7. Распределение индукции в среднем сечении магнита

Еще более сложный характер носит распределение индукции во всем магнитопроводе. На рис. 8 показано распределение модуля магнитной индукции в материале магнитопровода. На рис. 8 виден явно выраженный магнитный поверхностный эффект, а так же следует, что в переходных режимах работы задействовано только малая часть сечения магнитопровода.

Такая неравномерность магнитной индукции по сечению связана с неравномерным распределением вихревых токов в корпусе электромагнита, которая показана на рис. 9.



Рис. 8. Распределение модуля индукции в магнитопроводе

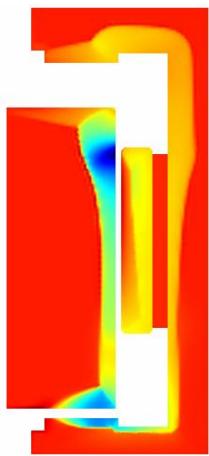


Рис. 9. Распределение вихревых токов по сечению магнита через 30 мс после включения

В этой связи приходится констатировать, что универсального решения нет, а устранение проблемы будет зависеть от конкретных условий и должно базироваться на проведении динамических расчетов электромагнитного актуатора с учетом динамики движения привода выключателя на базе решения уравнений Максвелла для неоднородной, нелинейной, проводящей среды с учетом движения якоря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вакуумный выключатель с магнитным приводом VM1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.abb.com.
 2. Клименко Б.В., Бугайчук В.М., Гречко А.М. Опытный образец двухпозиционного привода вакуумного выключателя среднего напряжения // Електротехніка і електромеханіка. – 2005. – № 2. С. 23-27.
 3. Клименко Б.В., Бугайчук В.М., Гречко А.М., Выровец С.В. Быстродействующий электромагнитный привод с вытеснением магнитного поля для вакуумного выключателя среднего напряжения // Електротехніка і електромеханіка. – 2006. – № 4. С. 22-26.
 4. Бугайчук В.М., Клименко Б.В., Емельянов В.Л. Обоснование целесообразности совместного использования обмоток включения и отключения в бистабильных электромагнитных приводах вакуумных выключателей // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 4. – С. 13-15.
 5. Байда Е.И. Расчет переходных процессов в электромагнитном механизме на основании уравнений электромагнитного поля // Електротехніка і електромеханіка. – 2008. – № 6. – С. 39-43.
 6. Байда Е.И. Влияние проводимости материала на динамические характеристики электромагнитных механизмов постоянного тока // Електротехніка і електромеханіка. – 2010. – № 1. – С. 3-5.
 7. Байда Е.И. Моделирование динамических характеристик электромагнитных механизмов постоянного тока с магнитной защелкой // Електротехніка і електромеханіка. – 2010. – № 2. – С. 3-5.
 8. Байда Е.И. Моделирование процесса отключения электромагнита постоянного тока с магнитной защелкой // Електротехніка і електромеханіка. – 2010. – № 3. – С. 6-9.
 9. Байда Е.И. Расчет динамики двухпозиционного электромагнита постоянного тока с магнитной защелкой // Електротехніка і електромеханіка. – 2010. – № 5. – С. 23-27.
 10. Байда Е.И. Влияние формы напряжения источника питания на динамические характеристики электромагнита постоянного тока // Електротехніка і електромеханіка. – 2010. – № 5. – С. 3-4.
 11. Байда Е.И. Влияние формы поперечного сечения магнитопровода электромагнита постоянного тока на его быстродействие // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 3. – С. 15-17.
 12. Байда Е.И. Влияние добавочного сопротивления на время трогания двухпозиционного электромагнита с магнитной защелкой вакуумного выключателя среднего напряжения // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 4. – С. 13-15.
- Bibliography (transliterated):**
1. Vakuumnyj vyklyuchatel' s magnitnym privodom VM1. [Elektronnyj resurs]. - Rezhim dostupa: www.abb.com.
 2. Klimenko B.V., Bugajchuk V.M., Grechko A.M. Opytnyj obrazec dvuhpozicionnogo privoda vakuumnogo vyklyuchatelya srednego napryazheniya // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2005. - № 2. S. 23-27.
 3. Klimenko B.V., Bugajchuk V.M., Grechko A.M., Vyrovets S.V. Bystrodejstvuyuschij `elektromagnitnyj privod s vytessneniem magnitnogo polya dlya vakuumnogo vyklyuchatelya srednego napryazheniya // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2006. - № 4. S. 22-26.
 4. Bugajchuk V.M., Klimenko B.V., Emelyanov V.L. Obosnovanie celesoobraznosti sovmestnogo ispol'zovaniya obmotok vklucheniya i otklyucheniya v bistabil'nyh `elektromagnitnyh privodah vakuumnyh vyklyuchatelej // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 4. - S. 13-15.
 5. Bajda E.I. Raschet perehodnyh processov v `elektromagnitnom mehanizme na osnovanii uravnenij `elektromagnitnogo polya // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2008. - № 6. - S. 39-43.
 6. Bajda E.I. Vliyanie provodimosti materiala na dinamicheskie harakteristiki `elektromagnitnyh mehanizmov postoyannogo toka s magnitnoj zaschelkoj // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2010. - № 1. - S. 3-5.
 7. Bajda E.I. Modelirovanie dinamicheskikh harakteristik `elektromagnitnyh mehanizmov postoyannogo toka s magnitnoj zaschelkoj // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2010. - № 2. - S. 3-5.
 8. Bajda E.I. Modelirovanie processa otklyucheniya `elektromagnita postoyannogo toka s magnitnoj zaschelkoj // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2010. - № 3. - S. 6-9.
 9. Bajda E.I. Raschet dinamiki dvuhpozicionnogo `elektromagnita postoyannogo toka s magnitnoj zaschelkoj // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2010. - № 4. S. 10-12.
 10. Bajda E.I. Vliyanie formy napryazheniya istochnika pitanija na dinamicheskie harakteristiki `elektromagnita postoyannogo toka // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2010. - № 5. - S. 3-4.
 11. Bajda E.I. Vliyanie formy poperechnogo sechenija magnitoprovoda `elektromagnita postoyannogo toka na ego bystrodejstvie // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 3. - S. 15-17.
 12. Bajda E.I. Vliyanie dobavochnogo soprotivlenija na vremya troganiya dvuhpozicionnogo `elektromagnita s magnitnoj zaschelkoj vakuumnogo vyklyuchatelya srednego napryazheniya // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 4. - S. 13-15.

Поступила 11.07.2012

Байда Евгений Иванович, к.т.н., доц.

Национальный технический университет

"Харьковский политехнический институт"

кафедра "Электрические аппараты"

61002, Харьков, ул. Фрунзе 21

тел. (057) 7076976

e-mail: baida_kpi@i.ua

Bayda E.I.

Fuzzy dynamic response of a bistable electromagnetic actuator based on high-coercivity permanent magnets.

The article deals with dynamic characteristics of a bistable electromagnetic actuator based on high-coercivity permanent magnets under its fuzzy operation. Dynamic characteristics of the actuator are presented to allow both seizing the physical processes and phenomena and specifying ways of shortcomings elimination.

Key words – dynamic response, bistable actuator, fuzzy operation.

ВИЗНАЧЕННЯ ДІЮЧИХ ЗНАЧЕНЬ ПЕРІОДИЧНОГО НЕСИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ І ЙОГО НЕПАРНИХ ГАРМОНІК ЗА ДИСКРЕТНИМИ ЗНАЧЕННЯМИ БЕЗПЕРЕВНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ СТРУМУ У ЧАСІ

Розглядається можливість визначення параметрів електричних кіл, зокрема, гармонійної характеристики струму чотирьох фазової електромережі 0,4 кВ з нелінійними видами навантажень, шляхом множення залежності струму від часу на гратчасту дельта-функцію з різними інтервалами дискретизації.

Рассмотрена возможность определения параметров электрических цепей, в частности, гармонической характеристики тока четырех проводной электросети 0,4 кВ с нелинейными видами нагрузок, путем умножения зависимостей тока во времени на решетчатую дельта-функцию с разными интервалами дискретизации.

Необхідність визначення як кількості гармонійних складових струму, так і їх діючих значень, обумовлена тим, що при використанні мікропроцесорної техніки для побудови нових видів струмових захистів все ширше використовують комплексні критерії спрацьовування цих захистів, які поєднують не один, а декілька параметрів електричного кола, що захищається. Так, наприклад, при реалізації технічного рішення [1] захисту від струмів віддалених коротких замикань, критерій спрацьовування є комплексним, в який, окрім величини I струму електричного кола, що захищається, додані також значення коефіцієнта потужності кола cosφ та вид струму збурення – дво-або трифазний. При реалізації захисту від можливих перенапруг у однофазних споживачів у разі обриву нульового дроту (N -дроту) і надмірної несиметрії фазних струмів I_{ϕ} [2], в якості критерію спрацьовування використовують наступні параметри електричного кола: фактична величина струму в N -дроті I_0 , яка визначається з миттєвих значень фазних струмів; очікувана величина струму в N -дроті \bar{I}_0 , що визначається за значеннями несиметрії фазних струмів; значення струмів в аварійній частині електричного кола тощо.

У запропонованому технічному рішенні [2] захисту від можливих перенапруг у разі обриву N -дроту факт його обриву визначався шляхом порівняння фактичного значення струму в N -дроті I_0 та очікуваного значення \bar{I}_0 , яке визначається як геометрична сума фазних струмів I_{ϕ} . Такий підхід справедливий по відношенню до електричних кіл з лінійним навантаженням, коли характер струму мало відрізняється від синусоїdalного, а значить в ньому немає інших значимих за величиною гармонік струму, окрім першої. У таких електрических колах фактичне значення I_0 струму в N -дроті, дійсно, залежить тільки від величини несиметрії фазних струмів I_{ϕ} , а величина \bar{I}_0 визначається геометричною сумою фазних струмів I_{ϕ} .

Проте, в електрических колах з нелінійним навантаженням за наявності у фазних струмах I_{ϕ} , окрім першої, інших непарних гармонік фактична величина струму в N -дроті буде визначатися не лише несиметрією фазних струмів, а й величинами струмів третьої гармоніки в фазах. У загальному випадку струм в N -дроті при нелінійних навантаженнях дорівнюватиме геометричній сумі усіх непарних гармонік струму, не кратних 3, а також арифметичній сумі струмів третьої гармоніки і інших, кратних 3.

Таким чином, для побудови таких захистів електрических кіл 0,4 кВ з N -дротом, як захист від обриву N -дроту, що призводить до можливих перенапруг у

однофазних споживачів, необхідно безперервно здійснювати моніторинг гармонійного складу фазних струмів. При цьому слід враховувати, що вказані захисти повинні встановлюватися не в тих апаратах, які захищають конкретні навантаження, у тому числі й нелінійні (напівпровідникові перетворювачі), а у ввідних апаратах, через які протікають струми, створені як лінійним, так і нелінійним навантаженням. При цьому, кількість значущих за величиною гармонік струму через ввідний захисний апарат не може бути великою. Як правило, у фазних струмах I_{ϕ} значимими за величиною являються лише перші 3 непарні гармоніки, а саме – 1, 3 та 5-та гармоніки.

Тому для побудови вказаних захистів вважається надмірним використання універсального способу визначення великої кількості вищих гармонік, яким, наприклад, є дискретне перетворення Фур'є [3]. При використанні дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) безперервна залежність струму у часі $i_{\phi}=f(t)=i_{\phi}(t)$ шляхом множення її на гратчасту дельта-функцію (δ -функцію) перетворюється в дискретну функцію, за дискретними значеннями i_j , якої можливо визначити величину й фазу кожної гармоніки струму. Проте, для розрахунку величин струму будь якої з гармонік потрібно виконати досить велику кількість математичних операцій множення, складання, зведення в квадрат тощо. Головною причиною необхідності проведення великого обсягу математичних операцій при використанні ДПФ є те, що для визначення величини однієї з гармонік струму вимагається провести розрахунок усього ДПФ, тобто усіх гармонік спектру.

Таким чином розроблені альтернативні методи дискретного розкладання в ряди Фур'є, які дозволяють визначати фіксовані гармоніки без визначення усього спектру. Одним з таких альтернативних методів є алгоритм Герцеля [4]. Це спеціальна реалізація ДПФ у формі рекурсивного фільтра з нескінченною імпульсною характеристикою. У відмінність від швидкого перетворення Фур'є, що обчислює всі частотні компоненти, алгоритм Герцеля дозволяє ефективно обчислити значення однієї частотної компоненти. Тому при його використанні спрощується розрахунок спектру гармонік та помітно зменшується кількість необхідних математичних операцій.

Проте й широко відомий метод швидкого ДПФ, і альтернативний алгоритм Герцеля, для вирішення окремих завдань є досить витратними за ресурсом для тих мікропроцесорних пристройів, для яких визначення перших трьох гармонік є не самоціллю, а лише елементом побудови алгоритму захисту електричного

кола від тих аварійних ситуацій, які впливають на спектральну характеристику кола. Тому вважається доцільним для вирішення окремих випадків визначення діючих значень перших трьох непарних гармонік струму знайти простіший спосіб, який вимагає меншої кількості математичних операцій, а значить меншого ресурсу мікропроцесора.

Найбільш близьким по суті математичних операцій, які використовуються для визначення спектру перших трьох, нижчих, гармонік струму являється спосіб визначення діючого значення сигналу відповідно до відомої теореми Котельникова [5] і спосіб визначення діючого значення несинусоїdalного струму відповідно до регламентації держстандарту з якості електроенергії [6].

Згідно теореми Котельникова, якщо безперервний сигнал $i_\phi(t)$ має спектр, в якому є n вищих гармонік, обмежених частотою f_k , то він може бути однозначно і без втрат відновлений за своїми дискретними відліками $i_j = f(\Delta t_k)$, узятими в діапазоні $0 < \Delta t_k < 1/(2f_k)$.

Теорему Котельникова можна сформулювати і зворотнім чином. Щоб за дискретними значеннями відновити сигнал на прийомі без втрат (без втрат визначити його діюче значення), необхідно частоту дискретизації f_d вибирати строго більшою подвоєної максимальної частоти спектру, тобто більшою за подвоєну частоту f_k , k -ї, найбільш високої гармоніки: $f_d > 2f_k$.

Вимога ж держстандарту з якості електроенергії в частині величини необхідної частоти дискретизації жорсткіша – частота дискретизації f_d має бути, як мінімум, в 3 рази більшою за частоту f_k , k -ї, найбільш високої гармоніки струму:

$$f_d \geq 3f_k. \quad (1)$$

Вказана розбіжність у вимогах до частоти дискретизації f_d пояснюється наступним. Теорема Котельникова розглядає теоретичну можливість (ідеальний випадок) відновлення початкового сигналу за його дискретними значеннями, коли сигнал почався нескінченно давно і ніколи не закінчиться, а також не має в часової характеристиці точок розриву. Саме це має на увазі поняття "спектр, обмежений частотою f_k ". Це означає, що для визначення діючого значення сигналу період інтегрування квадратів дискретних значень може виявиться неприпустимо великим. Зрозуміло, що в реальних випадках вказаній діапазон інтегрування має бути мінімізований. Так, наприклад, якщо в якості сигналу мати аналогову залежність зміни в часі несинусоїdalного фазного струму $i_\phi = f(t)$, то максимальним діапазоном інтегрування буде період зміни струму першої основної гармоніки T_1 . Для такого, порівняно невеликого інтервалу інтегрування, вимоги до частоти дискретизації мають бути жорсткішими, що й відображене в держстандарті [6].

З урахуванням вищевикладеного теоретичного підґрунтя, найбільш близьким по суті математичних операцій, які використовуються для визначення спектру перших трьох, нижчих, гармонік струму, є спосіб визначення діючого значення струму, що регламентується держстандартом [6]. Згідно з цим способом визначення діючого значення несинусоїdalного струму необхідно робити методом чисельного інтегрування квадратів миттєвих значень струму за період часу, не менший за час одного періоду зміни струму першої основної гармоніки. При цьому мінімальна необхідна

кількість таких миттєвих значень струму синусоїди найвищої k -ї гармоніки з частотою, що дорівнює $k f_1$, має бути не менше трьох за її період, де f_1 – частота першої гармоніки.

Тобто співвідношення частоти дискретизації f_d вимірювань миттєвих значень струму з частотою найбільш високої k -ї гармоніки визначається як:

$$f_d \geq 3k \cdot f_1. \quad (2)$$

Для реалізації чисельного інтегрування необхідно безперервну функцію залежності струму від часу $i_\phi = f(t)$ перетворити в дискретну, причому з визначенням частотою дискретизації. Для цього здійснюють множення залежності $i_\phi = f(t)$ на гратчасту δ -функцію $\delta(t)$, вираз якої має наступний вигляд:

$$\delta(t) = \delta(t - n\Delta t_n), \quad (3)$$

де Δt_n – часовий інтервал дискретизації δ -функції; n – кількість часових інтервалів Δt_n в періоді зміни струму першої гармоніки T_1 .

На рис. 1 наведені діаграми, що ілюструють суть множення аналогової залежності струму від часу $i_\phi = f(t)$ на гратчасту δ -функцію $\delta(t - n\Delta t_n)$:

$$i_{\phi d} = i_\phi(t) \cdot \delta(t - n\Delta t_n). \quad (4)$$

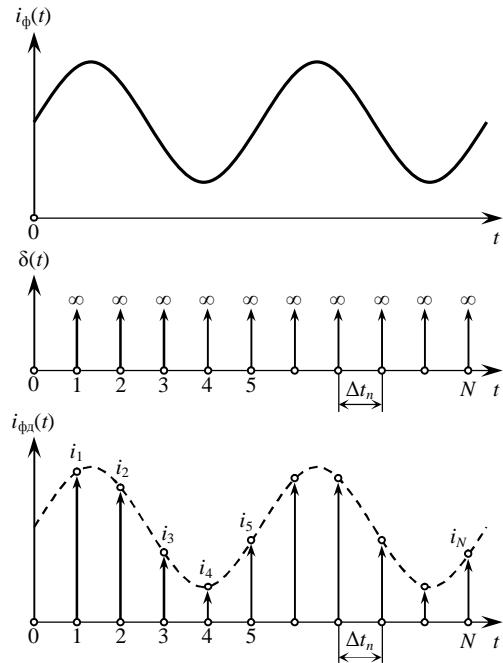


Рис. 1. Перетворення безперервної функції в дискретну

Діюче значення несинусоїdalного струму визначається методом чисельного інтегрування квадратів тих миттєвих значень струму, які відповідають дискретним значенням результату множення залежності зміни струму в часі $i_\phi = f(t)$ на гратчасту δ -функцію $\delta(t - n\Delta t_n)$. Як видно з рис. 1, геометричною інтерпретацією множення залежності $i_\phi = f(t)$ на функцію $\delta(t - n\Delta t_n)$ є визначення крапок перетину часових відліків δ -функції з кривої залежності $i_\phi = f(t)$. Сукупність вказаних крапок перетину є дискретною залежністю струму від часу $i_{\phi d} = f(t)$. Саме за цими дискретними значеннями струму i_j методом чисельного інтегрування квадратів означених значень визначають діючі значення струму у фазах I_ϕ та діючі значення струмів складових гармонік $I_{\phi n}$:

$$I_{\Phi} = \sum_{j=1}^N i_j^2 \Delta t_n . \quad (5)$$

Чисельне інтегрування здійснюють в діапазоні часу від 0 до значення, що дорівнює періоду зміни струму першої гармоніки T_1 .

Щоб задовільнити вимогу (1) з частоти дискретизації, значення часового інтервалу дискретизації гратчастої δ -функції вибирають за умови:

$$\Delta t_n \leq \frac{1}{3} T_1 , \quad (6)$$

де T_1 – період зміни струму n -ї гармоніки.

Розглянутий спосіб дозволяє з необхідною точністю обчислити діюче значення струму при врахуванні в ньому визначені кількості n вищих гармонік струму. При цьому необхідна точність урахування усіх n гармонік забезпечується за рахунок того, що при поперевенні безперервної залежності фазного струму від часу $i_{\Phi}=f(t)$ в дискретну, вказана залежність множиться на гратчасту δ -функцію зі значенням інтервалу дискретизації $\Delta t_n=\Delta t_k$, як мінімум, у тричі меншим, ніж період найбільш високої k -ї гармоніки.

Проте розглянутий спосіб визначення діючого значення струму не дозволяє визначати величину кожної з n гармонік, сума яких і формує початкову залежність в часі несинусоїdalного фазного струму.

Таким чином поставлена задача розробити такий спосіб визначення діючого значення I_{Φ} несинусоїdalного фазного струму $i_{\Phi}=f(t)$, який за рахунок вибору додаткових значень часового інтервалу дискретизації гратчастої δ -функцію, дозволяє:

- визначити не лише діюче значення суми усіх гармонік струму, але й діючі значення I_n струмів кожної з n гармонік;

- істотно знизити необхідну кількість математичних операцій для визначення діючих значень струмів перших трьох непарних гармонік, величини яких в електромережах 0,4 кВ є найбільш значущими.

Поставлена задача реалізується шляхом множення залежностей струму в часі на гратчасту δ -функцію з різними інтервалами дискретизації. Діюче значення несинусоїdalного фазного струму I_{Φ} визначають з (5), за періоду зміни струму першої гармоніки T_1 , за миттєвими значеннями струму i_j (рис. 1), які відповідають дискретним значенням результату множення залежності зміни струму в часі $i_{\Phi}=f(t)$ на гратчасту δ -функцію $\delta(t-[k]\Delta t_k)$, де інтервал дискретизації Δt_k в 3 і більше разів менший за період T_k зміни найвищої k -ї непарної гармоніки струму $3\Delta t_k < T_k$. Додатково здійснюють множення залежності $i_{\Phi}=f(t)$ на гратчасту δ -функцію $\delta(t-n\Delta t_n)$. При цьому інтервал дискретизації Δt_n в 2 рази менший за період зміни струму n -ї гармоніки, де $n=k, k-2, k-4, 1$ – номер непарної гармоніки. Після чого методом чисельного інтегрування квадратів тих миттєвих значень струму, які відповідають дискретним значенням результату множення залежності зміни струму в часі $i_{\Phi}=f(t)$ на гратчасту δ -функцію $\delta(t-k\Delta t_k)$, визначають діюче значення струму без урахування найбільшої k -ї гармоніки, тобто струму $I_{\Phi(k-2)}$, в якому найвищою буде $k-2$ гармоніка.

Діюче значення I_k струму k -ї гармоніки:

$$I_k = \sqrt{I_{\Phi}^2 - I_{\Phi(k-2)}^2} . \quad (7)$$

Для визначення діючого значення наступної, більше низької, $(k-2)$ -ї гармоніки струму I_{Φ} , здійснюють

множення залежності в часі струму k -ї гармоніки $i_k=f(t)=I_{km}\sin(k\omega t)$, на гратчасту функцію $\delta(t-[k-2]\Delta t_{k-2})$. Отримані дискретні значення $i_{jk}=I_{km}\sin(jk\omega\Delta t_{k-2})$ струму k -ї гармоніки віднімають з миттєвих значень струму $i_{j(k-2)}$, які відповідають дискретним значенням результату множення залежності зміни струму у часі $i_{\Phi}=f(t)$ на гратчасту функцію $\delta(t-[k-2]\Delta t_{k-2})$. Потім отримані миттєві значення струму $i_{j(k-4)}=i_{j(k-2)} - i_{jk}$ зводяться в квадрат і методом їх чисельного інтегрування отримують діюче значення струму $I_{\Phi(k-4)}$, в якому найвищою є $(k-4)$ гармоніка, після чого визначають діюче значення струму $(k-2)$ -ї гармоніки I_{k-2} як:

$$I_{k-2} = \sqrt{I_{\Phi}^2 - I_k^2 - I_{\Phi(k-4)}^2} . \quad (8)$$

Аналогічним методом визначають діюче значення наступних, нижчих гармонік з виразу:

$$I_n = \sqrt{I_{\Phi}^2 - \sum_{p=n+1}^k I_p^2 - I_{\Phi(n-1)}^2} . \quad (9)$$

Саме за рахунок вибору додаткового інтервалу дискретизації забезпечується визначення не лише діючого значення суми усіх гармонік струму I_{Φ} , але і діючих значень струмів I_n кожної з n гармонік.

Дійсно, адже визначення діючих значень I_n кожної з n гармонік за рахунок вибору інтервалу дискретизації Δt_n , що дорівнює половині періоду зміни струму шуканої n -ї гармоніки, засновано на теоремі Котельникова, а точніше на її наслідках [5]:

1. Будь-який аналоговий сигнал може бути відновлений з якою завгодно точністю за своїми дискретними відліками, узятими із частотою $f_d > 2f_k$, де f_k максимальна частота, якою обмежений спектр реального сигналу;

2. Якщо максимальна частота в сигналі перевищує половину частоти дискретизації $0.5f_d < f_k$, то способу відновити сигнал з дискретного в аналоговий без спотворення не існує.

До вказаних двох наслідків з теореми Котельникова додамо третій наслідок, який сформулюємо так:

3. Якщо максимальна частота f_k в сигналі $i_{\Phi}=f(t)$ дорівнює половині частоти дискретизації f_d , тобто $f_d=2f_k$, а початок відліку відповідає дискретному значенню, що дорівнює нулю, то спотворення аналогового сигналу при відновленні з дискретного дорівнюватиме величині найбільш високої k -ї гармоніки.

Таким чином, при одночасному використанні першого і третього наслідків теореми Котельникова досить просто можна визначити величину найвищої гармоніки, а потім і більш низьких. Якщо під сигналом розуміти залежність струму електричного кола в часі $i_{\Phi}=f(t)$, то одночасне використання означених наслідків з теореми Котельникова полягає в тому, що аналогова залежність $i_{\Phi}=f(t)$ множиться на гратчасті δ -функції як з частотами дискретизації f_d більшими, ніж подвоєна частота найбільшої гармоніки струму f_k ($f_d > 2f_k$), так і з частотою дискретизації, що дорівнює подвійній частоті тієї ж гармоніки ($f_d=2f_k$).

На рис. 2 наведені діаграми, що ілюструють суть визначення гармонічного спектру несинусоїdalного фазного струму, шляхом множення безперервної залежності струму в часі $i_{\Phi}=f(t)$ на гратчасту δ -функцію з частотою дискретизації f_d , що дорівнює подвійній частоті шуканої гармоніки f_n ($f_d=2f_n$), або, що те ж саме, з різними інтервалами дискретизації Δt_n .

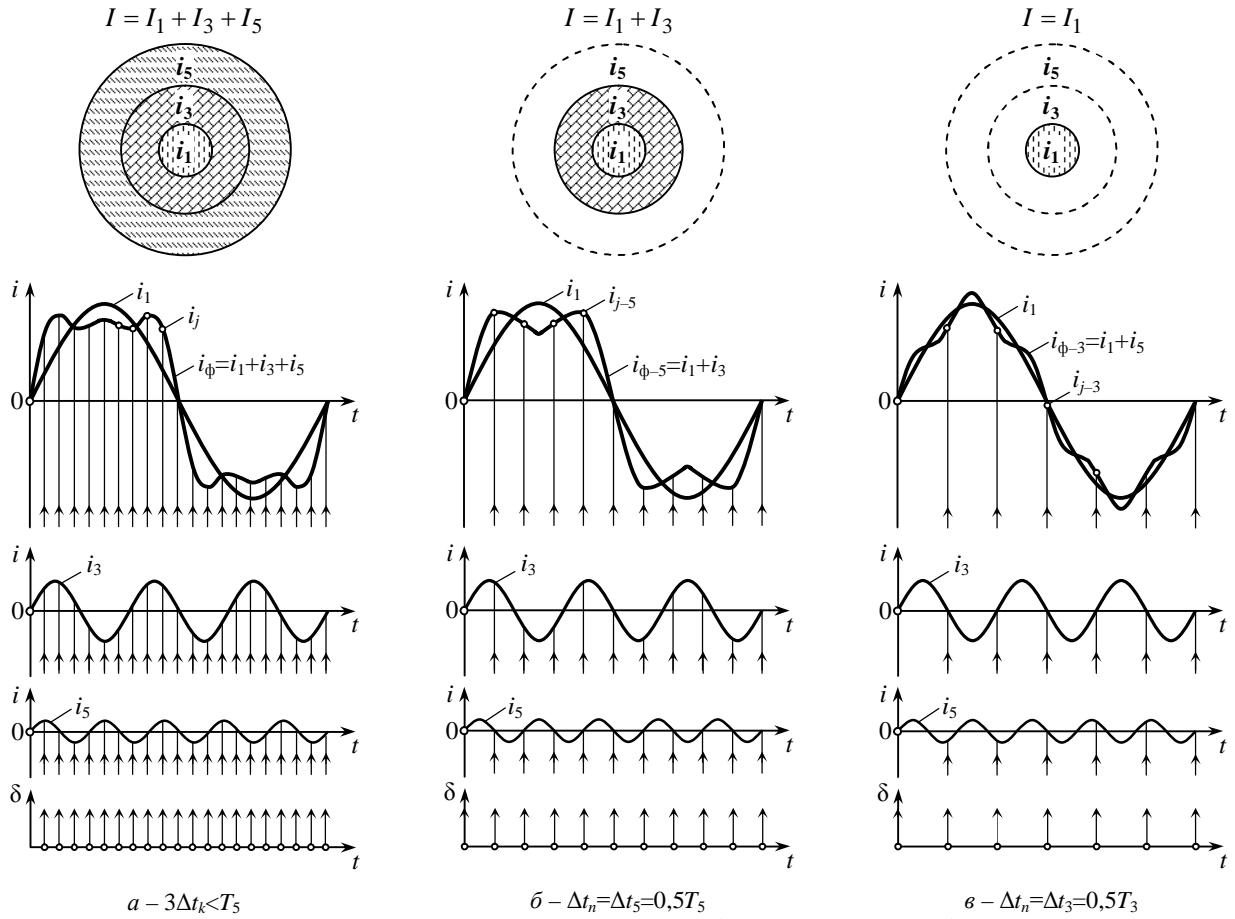


Рис. 2. Обґрунтування вибору додаткового інтервалу дискретизації

Якщо точки перетину часових відліків δ -функції з кривою залежності струму n -ї гармоніки завжди припадатимуть на момент проходження струму через нуль (коли $f_d=2f_n$), то значення струму цієї гармоніки i_{jn} не буде враховано при обчисленні діючого значення фазного струму I_ϕ . Це дозволяє шляхом послідовного виключення струму i_{jn} кожної n гармоніки при обчисленні сумарного діючого значення струму у фазі I_ϕ визначити значення струму кожної гармоніки.

На фіг. 2,а наведені залежності в часі струмів 1, 3 та 5-ї гармонік, а також залежність від часу фазного струму $i_\phi=f(t)$, що є сумою залежностей від часу усіх гармонік фазних струмів. Гратчаста δ -функція, на яку множиться часові залежності $i_1=f(t)$, $i_3=f(t)$, $i_5=f(t)$, має інтервал дискретизації $\Delta t_n=\Delta t_k$, щонайменш втричі менший періоду найбільш високої 5-ї гармоніки струму (частота $f_d>3f_5$). При такому інтервалі дискретизації гратчастої δ -функції ($3\Delta t_k < T_5$) діючі значення усіх гармонік струму I_ϕ визначаються без спотворень, з урахуванням значення струму 5-ї гармоніки I_5 . Для наочності на рис. 2,а фазний струм I_ϕ представлено у вигляді коаксіальних трубок, перерізи яких відповідають величинам струмів різних гармонік, а переріз провідника відповідає величині фазного струму I_ϕ .

Математична залежність, що пов'язує величину фазного струму I_ϕ та величини струмів 1, 3 та 5-ї гармоніки, визначається виразом:

$$I_\phi = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2}. \quad (10)$$

На рис. 2,б, як і на рис. 2,а, наведені криві залежностей від часу струмів 1, 3 та 5-ї гармоніки струму. Але гратчаста δ -функція, на яку множиться залежності $i_1=f(t)$, $i_3=f(t)$, $i_5=f(t)$, має інтервал дискретизації Δt_n , що дорівнює половині періоду 3-ї гармоніки струму $\Delta t_n=\Delta t_3=0.5T_3$ (частота $f_d=2f_3$). В цьому випадку точки перетину часових відліків δ -функції з залежністю в часі струму 3-ї гармоніки $i_3=f(t)$ завжди відповідатимуть моменту переходу струму цієї гармоніки через нуль, тобто ця гармоніка струму не буде врахована. Тому, при інтервалі дискретизації δ -функції Δt_3 , що дорівнює половині періоду зміни струму 5-ї гармоніки, знайдене діюче значення струму у фазі $I_{\phi-5}$ складатиметься тільки з двох гармонік – 1 та 3-ї, а 5-ї гармоніки в ньому не буде. Тому на рис. 2,б в перерізі провідника показані тільки дві коаксіальні трубки зі струмами 1-ї та 3-ї гармоніки – I_1 та I_3 .

Математична залежність, що пов'язує величину струму $I_{\phi-5}$ із величинами струмів 1 та 3-ї гармоніки, визначається виразом:

$$I_{\phi-5} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2}. \quad (11)$$

З урахуванням виразів (10) та (11) величина струму 5-ї гармоніки визначається як:

$$I_5 = \sqrt{I_\phi^2 - I_{\phi-5}^2}. \quad (12)$$

На рис. 2,в наведені криві залежностей від часу струмів 1, 3 та 5-ї гармоніки струму. Але гратчаста δ -функція, на яку множиться залежності $i_1=f(t)$, $i_3=f(t)$, $i_5=f(t)$, має інтервал дискретизації Δt_n , що дорівнює половині періоду 3-ї гармоніки струму $\Delta t_n=\Delta t_3=0.5T_3$ (частота $f_d=2f_3$). В цьому випадку точка перетину часових відліків δ -функції з залежністю в часі струму 3-ї гармоніки $i_3=f(t)$ завжди відповідатимуть моменту переходу струму цієї гармоніки через нуль, тобто при

обчисленні діючого значення фазного струму 3-ї гармоніка струму не буде врахована. Тому знайдене значення фазного струму позначимо як $I_{\phi-3}$. Проте часові відліки δ -функції з інтервалом дискретизації Δt_3 перевинатимуть залежність струму 5-ї гармоніки від часу $i_5=f(t)$ в моменти часу, коли миттєві значення струму цієї гармоніки i_5 не дорівнюють нулю. Тому, щоб запобігти впливу струму 5-ї гармоніки при визначенні 3-ї гармоніки, зі значень струму, що відповідають точкам перетину дискретних відліків із залежністю струму $i_\phi=f(t)$, віднімають відповідні значення $i_{j5}=I_{5m}\sin(5\omega\Delta t_3)$. В цьому випадку знайдене діюче значення струму у фазі, яке позначимо як $I_{\phi-3-5}$, складатиметься тільки зі струму 1-ї гармоніки: $I_{\phi-3-5}=I_1$.

Величину струму 3-ї гармоніки I_3 визначають як:

$$I_3 = \sqrt{I_\phi^2 - I_{\phi-5}^2 - I_{\phi-3-5}^2}. \quad (13)$$

Блок-схема, що ілюструє алгоритм роботи мікропроцесорного розчеплювача автоматичного вимикача, або іншого мікропроцесорного пристроя захисту (ПЗМ), при визначенні діючих значень періодично-го несинусоїального струму і його непарних гармо-нік шляхом множення залежностей струму в часі на гратчасту дельта-функцію з різними інтервалами дис-cretizaciї, наведена на рис. 3.

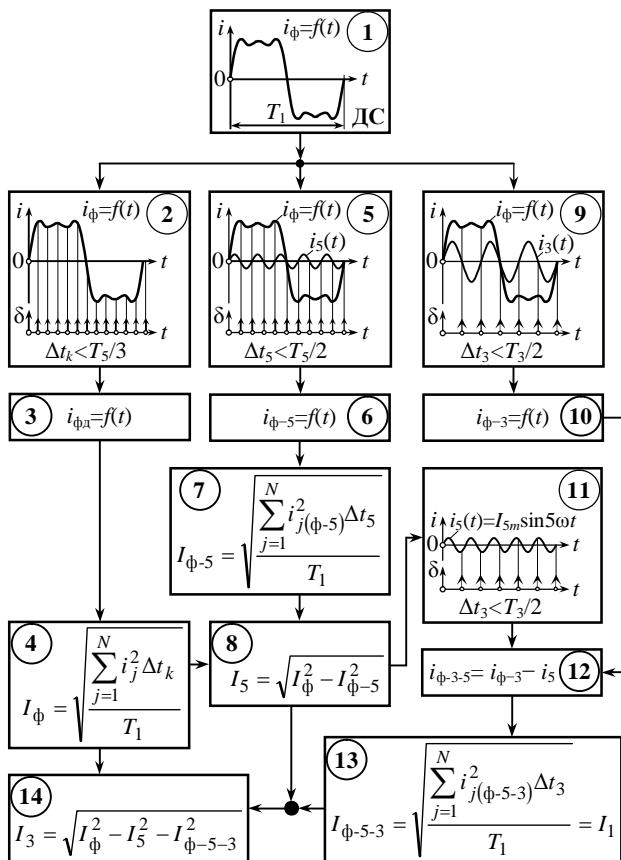


Рис. 3. Алгоритм роботи ПЗМ

Окремі обчислювальні і логічні операції на рис. 3 умовно позначені у вигляді модулів. Фізично вказані модулі не існують, їх зображення потрібне для зручності викладу функціонування ПЗМ.

Функціонує ПЗМ у такий спосіб:

1. У модулі 1 за допомогою датчиків струму (ДС) формується аналогова залежність фазного струму в

часі $i_\phi=f(t)$.

2. У модулі 2 здійснюють множення аналогової залежності фазного струму в часі $i_\phi=f(t)$ на гратчасту δ -функцію $\delta(t-k\Delta t_k)$ з часовим інтервалом дискретизації Δt_k , як мінімум, втричі менший, ніж період найвищої гармоніки, величина якої є значущою. У конкретному випадку такою, значуючою за величиною (більше 5% величини струму I_ϕ), прийнята 5-та гармоніка фазного струму, тому величина інтервалу дискретизації гратчастої δ -функції відповідає нерівності: $3\Delta t_k < T_5$.

3. У модулі 3 визначають дискретні значення i_j фазного струму $i_\phi=f(t)$, як результат множення аналогового сигналу від датчика струму $i_\phi=f(t)$ на гратчасту δ -функцію з часовим інтервалом дискретизації Δt_k .

4. У модулі 4 методом чисельного інтегрування квадратів дискретних значень i_j струму $i_\phi=f(t)$ визначають діюче значення фазного струму I_ϕ з виразу:

$$I_\phi = \sqrt{\sum_{j=1}^N i_j^2 \Delta t_k} / T_1,$$

де $N = T_1 / \Delta t_k$.

5. У модулі 5 здійснюють множення аналогової залежності фазного струму $i_\phi=f(t)$ на гратчасту δ -функцію з часовим інтервалом дискретизації Δt_n , що дорівнює половині періоду найвищої, 5-ї гармоніки фазного струму $\Delta t_n = \Delta t_5 = 0,5T_5$.

6. У модулі 6 визначають дискретні значення $i_{j(\phi-5)}$ фазного струму без урахування 5-ї гармоніки, як результат множення аналогового сигналу від датчика струму $i_\phi=f(t)$ на гратчасту δ -функцію з часовим інтервалом дискретизації Δt_5 .

7. У модулі 7 методом чисельного інтегрування квадратів дискретних значень $i_{j(\phi-5)}=f(t)$ визначають діюче значення фазного струму $I_{\phi-5}$ без урахування 5-ї гармоніки:

$$I_{\phi-5} = \sqrt{\sum_{j=1}^N i_{j(\phi-5)}^2 \Delta t_5} / T_1,$$

де $N = T_1 / \Delta t_5$.

8. У модулі 8 визначають діюче значення струму 5-ї гармоніки з виразу $I_5 = \sqrt{I_\phi^2 - I_{\phi-5}^2}$.

9. У модулі 9 здійснюють множення аналогової залежності фазного від часу $i_\phi=f(t)$ на гратчасту δ -функцію з часовим інтервалом дискретизації Δt_n , що дорівнює половині періоду 3-ї гармоніки фазного струму $\Delta t_n = \Delta t_3 = 0,5T_3$.

10. У модулі 10 визначають дискретні значення $i_{j(\phi-3)}$ фазного струму без урахування 3-ї гармоніки, як результат множення аналогового сигналу від датчика струму $i_\phi=f(t)$ на гратчасту δ -функцію з часовим інтервалом дискретизації Δt_3 .

11. У модулі 11 визначають дискретні значення i_{j5} залежності струму 5-ї гармоніки від часу $i_5=f(t)$, як результат множення аналогової залежності струму цієї гармоніки від часу $i_5=I_{5m}\sin(5\omega t)$ на гратчасту δ -функцію з часовим інтервалом дискретизації Δt_3 .

12. У модулі 12 визначають дискретні значення $i_{j(\phi-3-5)}$ фазного струму без урахування 5-ї та 3-ї гармоніки, як різницю дискретних значень фазного струму без урахування 3-ї гармоніки $i_{j(\phi-3)}$, що отримується з модуля 10, та дискретних значень струму 5-ї гармоніки, що отримується з модуля 11: $i_{j(\phi-3-5)}=i_{j(\phi-3)}-i_5$.

13. У модулі 13 визначають діюче значення фаз-

ного струму без урахування струмів 3-ї та 5-ї гармонік, яке дорівнює діючому значенню струму першої гармоніки:

$$I_{\phi-5-3} = \sqrt{\sum_{j=1}^N i_{j(\phi-5-3)}^2 \Delta t_3} / T_1 = I_1,$$

де $N = T_1 / \Delta t_3$.

14. У модулі 14 визначають діюче значення струм 3-ї гармоніки з виразу $I_3 = \sqrt{I_\phi^2 - I_5^2 - I_{\phi-5-3}^2}$.

Наведена блок-схема роботи мікропроцесорного пристрою при визначенні діючих значень як повного несинусоїdalного струму у фазі I_ϕ , так і перших трьох непарних гармонік (1, 3 та 5-ї) дозволяє визначити необхідну для цього кількість математичних операцій. Так, якщо припустити, що дискретні значення фазного струму відомі, то кількість необхідних математичних операцій можна оцінювати тільки по операціях саме з цими вже відомими дискретними значеннями i_j фазного струму $i_\phi=f(t)$. Якщо прийняти, що для надійного визначення перших трьох непарних гармонік струму, включаючи 5-ту, часовий інтервал дискретизації вибрати таким, що дорівнює $1/3$ періоду 5-ї гармоніки, то кількість необхідних математичних операцій визначення гармонічного спектру фазного струму становить – 61.

При використанні дискретного перетворення Фур'є, для визначення спектру перших трьох непарних гармонік (1, 3 та 5-ї), необхідно для кожної з гармонік взяти мінімум 30 відомих дискретних значень i_j фазного струму. Як показує аналіз, для цього необхідно зробити 453 різних математичних операцій (складання, віднімання, зведення в квадрат, добування кореня тощо), що, приблизно, в 7,5 разів більше, ніж в заявленому способі (61 операція).

При використанні алгоритму Герцеля, який є одним з альтернативних методів розкладання в ряди Фур'є у формі рекурсивного фільтра з нескінченною імпульсною характеристикою, кількість математичних операцій для знаходження значення однієї гармоніки виходить значно меншою. Як показує аналіз, для розрахунку величини однієї гармоніки потрібно 71 операцію, а для трьох гармонік (1, 3 і 5) – 273 операції, що в 4,8 раз більше, ніж в заявленому способі.

З приведених вище результатів порівняльного аналізу витікає, що при використанні запропонованого способу визначення діючих значень періодичного несинусоїdalного струму і його непарних гармонік шляхом множення залежностей струму від часу на гратчасту дельта-функцію з різними інтервалами дискретизації кількість необхідних для цього математичних операцій виходить значно меншою.

Таким чином, поставлене завдання визначення діючих значень не тільки повного несинусоїdalного струму, як того потребує ГОСТ 13109-97 [6], а і його перших трьох непарних гармонік, виконано. Також істотно знижена необхідна для цього кількість математичних операцій, порівняно з існуючими методами.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Пат. 81981 України МРК Н 02 Н 7/00, Н 01 Н 73/00 Система захисту розгалужених трифазних електрических кіл від струмів віддалених коротких замикань / Г.М. Гапоненко, В.В. Омельченко, О.С. Кобозев. – №а200604596. Заявлено 25.04.2006; Опубл. 25.02.2008, Бюл. №4.
2. Сосков А.Г, Кобозев А.С. Модернізація системи захисту городських електрических сетей 0,4 кВ за счет использования микропроцессорной техники в расцепителях выключателей / Світлотехніка та електроенергетика. – 2010. – №2. – С. 53-63.
3. Сергієнко А.Б. Цифрова обробка сигналов: Учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Пітер, 2006. – 751 с.
4. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
5. Басараб М.А., Зелкін Е.Г., Кравченко В.Ф., Яковлев В.П. Цифрова обработка сигналов на основе теоремы Уйттекера-Котельникова-Шеннона. – М.: Радіотехніка, 2004. – 72 с.
6. ГОСТ 13109-97. Електрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.

Bibliography (transliterated): 1. Pat. 81981 України МРК Н 02 Н 7/00, Н 01 Н 73/00 Sistema zahistu rozgaluzenih trifaznih elektricheskih kil vid strumiv viddalenih korotkikh zamikan' / G.M. Gaponenko, V.V. Omel'chenko, O.S. Kobozev. – №a200604596. Zayavleno 25.04.2006; Opubl. 25.02.2008, Byul. №4. 2. Soskov A.G, Kobozev A.S. Modernizaciya sistemy zaschity gorodskih `elektricheskikh setej 0,4 kV za schet ispol'zovaniya mikroprocessornoj tehniki v rascepitelyah vyklyuchatelej / Svitlotekhnika ta elektroenergetika. - 2010. - №2. - S. 53-63. 3. Sergienko A.B. Cifrovaya obrabotka signalov: Uchebnik dlya vuzov. 2-e izd. - SPb.: Piter, 2006. - 751 s. 4. Blejhut R. Bystrye algoritmy cifrovoj obrabotki signalov: Per. s angl. - M.: Mir, 1989. - 448 s. 5. Basarab M.A., Zelkin E.G., Kravchenko V.F., Yakovlev V.P. Cifrovaya obrabotka signalov na osnove teoremy Uttekera-Kotel'nikova-Shennona. - M.: Radiotekhnika, 2004. - 72 s. 6. GOST 13109-97. `Elektricheskaya `energiya. Sovmestimost` tehnicheskikh sredstv `elektromagnitnaya. Normy kachestva `elektricheskoy `energii v sistemakh `elektrosnabzheniya obschego naznacheniya.

Надійшла 12.04.2012

Кобозев Олександр Сергійович, к.т.н.,
Середа Олександр Григорійович, к.т.н., доц.,
Моргун Вадим Віталійович
Національний технічний університет
"Харківський політехнічний інститут"
кафедра "Електричні апарати"
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21
тел. (057) 7076864,
e-mail: kobozev@ua.fm, n_v_sereda@mail.ru

Kobozev A.S., Sereda A.G., Morgun V.V.
Determination of effective values of periodic nonsinusoidal current and its odd harmonics through discrete values of continuous time dependence of the current.

The paper considers possibility of electric circuit parameters determination, in particular, the harmonic current characteristic of a 0.4 kV four-wire grid with nonlinear load, via multiplying time dependences of the current by a lattice delta-function with different quantization intervals.

Key words – 0.4 kV four-wire grid with nonlinear load, harmonic current characteristic, lattice delta-function.

ДВИГУН СТАРТЕРА ВАНТАЖНОГО АВТОМОБІЛЯ З НЕЯВНОПОЛЮСНИМ СТАТОРОМ

Приведений порівняльний аналіз двох типів магнітопроводів двигунів стартерів вантажних автомобілів: магнітопроводів з явно вираженими полюсами серійного виробництва та магнітопроводів з неявнополюсним статором і несиметричною компенсаційною обмоткою. Показано, що двигуни стартерів з новою системою електромагнітного збудження мають набагато кращі показники по всім параметрам.

Приведен сравнительный анализ двух типов магнитопроводов двигателей стартеров грузовых автомобилей: магнитопроводов с явно выраженным полюсами серийного производства и магнитопроводов с неявнополюсным статором и несимметричной компенсационной обмоткой. Показано, что двигатели стартеров с новой системой электромагнитного возбуждения имеют намного лучшие показатели по всем параметрам.

Вступ. На теперішній час виготовлено і досліджено декілька двигунів постійного струму, у яких статор неявнополюсний з несиметрично розміщеною на половинах полюсних поділів між поздовжньою і поперечною віссю обмоткою послідовного збудження, яка вмикається так, щоб статорна обмотка разом із якірною обмоткою створювали основний магнітний потік. В таких двигунах в статорі зменшується до 50% мідного проводу, зростає на 1-3% ККД [1, 2]. Особливо ефективна така система електромагнітного збудження для нереверсивних двигунів послідовного збудження, як от для двигунів тролейбусів, електромобілів, стартерів для легкових і вантажних автомобілів, для мотор-коліс самоскидів і великовантажних автомобілів.

Аналіз попередніх досліджень і публікацій. Спільно з заводом "Електромаш", м. Херсон, був виготовлений і досліджений експериментальний двигун стартера з неявнополюсним статором, аналогом якого є статор на постійних магнітах для запуску двигунів автомобілів сімейства ВАЗ, Таврія [3, 4]. Двигун з постійними магнітами – це двигун з незалежним нерегульованим збудженням. Під час пуску створюється величезна МРС реакції якоря, яка діє розмагнічуючим способом на основний магнітний потік, створений магнітами. Основний потік зменшується майже в 2 рази, що негативно проявляється на пусковому моменті.

Експериментальний двигун з неявнополюсним статором при практично однаковій витраті мідного проводу розвиває на 23,5% більший пусковий момент, має більшу потужність на 4,5%, більший ККД на 4,6%. Собівартість двигуна зменшується, тому що не потрібні магніти.

Мета роботи – дослідити ефективність нового способу електромагнітного збудження в двигунах стартерів вантажних автомобілів.

Матеріали і результати дослідження. Для розуміння відмінностей експериментального двигуна стартера від серійного, а також для здійснення порівняльного аналізу наведено конструктивні та електромагнітні параметри двигуна серійного стартера для запуску дизельних двигунів малої та середньої потужності СТ 370.000 (Україна), а також використаємо експериментально одержані технічні характеристики цього двигуна.

На рис. 1 зображене поперечний переріз магнітопроводу двигуна стартера СТ 370.000 і магнітне поле, яке утворюється в магнітопроводі при номінальному навантаженні.

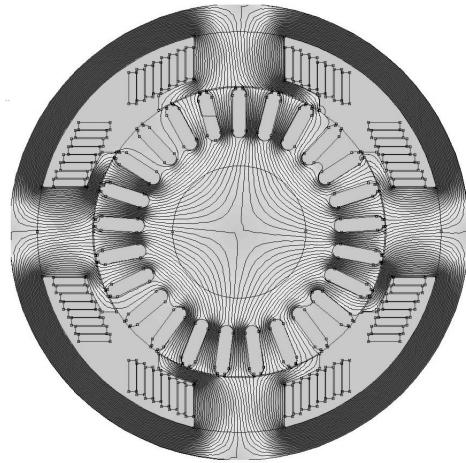


Рис. 1. Поперечний переріз магнітопроводу двигуна стартера СТ 370 і магнітне поле при навантаженні

Зовнішній діаметр корпусу $D_k = 131$ мм, товщина стінки корпусу – $b_k = 8$ мм. До внутрішньої поверхні корпусу прикріплені чотири полюси, $2p=4$, з котушками послідовного збудження, які ввімкнені послідовно з обмоткою якоря в дві паралельні гілки, $2a_{3\delta} = 2$, число витків котушки $w_k = 8$ проводом $2,12 \times 9$ мм.

Якір має зовнішній діаметр $D_a = 83$ мм, повітряний зазор $\delta = 0,3$ мм, довжина пакета $l_\delta = 65$ мм, число пазів якоря $z_a = 25$. Число колекторних пластин $k = 25$, обмотка хвильова одновиткова, $w_c = 1$, число активних провідників якоря $N_a = k \cdot u_n = 25 \cdot 2 = 50$, провід $2,65 \times 5,6$ мм, число паралельних віток якоря $2a = 2$.

Опір обмотки збудження:

$$R_{3\delta, 75^\circ} = \frac{l_b \cdot w_k \cdot 2p}{47 \cdot (2a_{3\delta})^2 \cdot S_{M,3\delta}} = \frac{0,272 \cdot 8 \cdot 4}{47 \cdot 2^2 \cdot 2,12 \cdot 9} = \\ = 0,2425 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Вага міді обмотки збудження:

$$m_{3\delta} = 0,89 \cdot l_b \cdot w_k \cdot 2p \cdot S_{M,3\delta} \cdot 10^{-2} = \\ = 0,89 \cdot 0,272 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2,12 \cdot 9 \cdot 10^{-2} = 1,478 \text{ кг.}$$

Опір обмотки якоря:

$$R_{a75^\circ} = \frac{l_b \cdot w_c \cdot k}{47 \cdot (2a)^2 \cdot S_{M,a}} = \frac{0,265 \cdot 1 \cdot 25}{47 \cdot 2^2 \cdot 2,65 \cdot 5,6} = \\ = 0,2375 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

ві секції в катушці, виконані проводом 3×9 мм. Число витків обмотки $w_k = 2p \cdot n_k = 4 \cdot 3 = 12$, число активних провідників $N_k = 2 \cdot w_k = 24$.

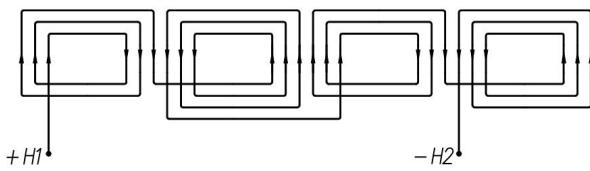


Рис. 4. Компенсаційна обмотка статора

Опір компенсаційної обмотки:

$$R_{k75^\circ} = \frac{l_b \cdot w_k}{47 \cdot S_{M.K.}} = \frac{0,28 \cdot 12}{47 \cdot 3 \cdot 9} = 0,2648 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Вага міді компенсаційної обмотки:

$$m_k = 0,89 \cdot l_b \cdot w_k \cdot S_{M.K.} = 0,89 \cdot 0,28 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 10^{-2} = \\ = 0,807 \text{ кг.}$$

Якір подібний до якоря явнополюсної машини, тільки відрізняється більшим діаметром, $D_a = 88,4$ мм, розмірами паза, який показаний на рис. 5, та мідним проводом $2,24 \times 5,6$ мм.

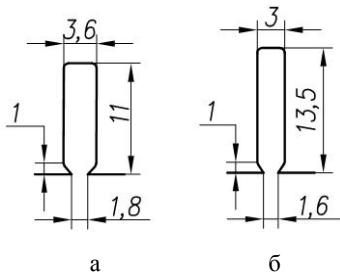


Рис. 5. Паз статора і паз якоря неявнополюсного двигуна

Опір обмотки якоря:

$$R_{a75^\circ} = \frac{l_b \cdot w_c \cdot \kappa}{47 \cdot (2a)^2 \cdot S_{M.a.}} = \frac{0,281 \cdot 25}{47 \cdot 2^2 \cdot 2,24 \cdot 5,6} = \\ = 0,298 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Вага міді обмотки якоря:

$$m_a = 0,89 \cdot l_b \cdot w_c \cdot \kappa \cdot S_{M.a.} \cdot 10^{-2} = \\ = 0,89 \cdot 0,281 \cdot 25 \cdot 2,24 \cdot 5,6 \cdot 10^{-2} = 0,784 \text{ кг.}$$

Загальна вага мідного проводу:

$$m_k + m_a = 1,591 \text{ кг.}$$

Сумарний опір обмоток і щіток та щіточного контакту при пуску

$$R_{k75^\circ} + R_{a75^\circ} + R_{uq} = (0,2648 + 0,298 + 0,31) \cdot 10^{-2} = \\ = 0,8728 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Струм при пуску:

$$I_{\text{пуск}} = \frac{U_{\text{пуск}}}{\sum R} = \frac{13,56B}{0,8728 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}} = 1554 \text{ А.}$$

Оскільки в неявнополюсному двигуні мінімальна ширина зубців збільшена в 1,36 рази, приблизно у стільки ж збільшується і магнітний потік при максимальних збудженнях, які мають місце при пуску і при номінальній потужності. З огляду на можливі неточності в розрахунках приймаємо збільшення магнітно-

го потоку при пуску в 1,3 рази. Електромагнітний момент пропорційний потоку і струму якоря, тому пусковий момент неявнополюсного двигуна:

$$M_{\text{пуск}} = M_{\text{пуск.явл.}} \cdot 1,3 \cdot \frac{I_{n.\text{неявн.}}}{I_{n.\text{явл.}}} = \\ = 133 \cdot 1,3 \cdot \frac{1554}{1650} = 162,8 \text{ Нм.}$$

Магнітний потік Φ в номінальному режимі в неявнополюсному двигуні збільшується порівняно з явнополюсним в 1,2857 рази з огляду на деяке зменшення збудження. Для створення такого ж по величині електромагнітного моменту, як і в явнополюсному двигуні, неявнополюсний двигун буде споживати струм $I_a = 700$ А. При цьому споживана потужність:

$$P_1 = UI_a = 19,28 \cdot 700 = 13496 \text{ Вт.}$$

Корисна потужність:

$$P_2 = P_1 - (p_{M.K.} + p_{M.a} + p_{uq}) - (p_{mx} + p_{cm.}) = \\ = 13496 - 700^2 \cdot 1,036 \cdot 10^{-2} - 220 = 8200 \text{ Вт.}$$

Температура обмоток статора і якоря зростає до $t = 147,5$ °C. Щільність струму в компенсаційній обмотці $j_k = 25,93 \text{ A/mm}^2$, в обмотці якоря – $j_a = 27,9 \text{ A/mm}^2$. За рахунок менших втрат в міді обмоток нагрівання обмоток в неявнополюсному двигуні зменшується.

Швидкість обертання якоря при номінальній потужності:

$$n = \frac{U - I_a (R_{k.} + R_a + R_{uq})}{\frac{pN_a}{60a} \cdot \Phi} = \\ = \frac{19,28 - 700 \cdot 1,036 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 50 \cdot 0,449 \cdot 1,2857 \cdot 10^{-2}} \cdot 60 \cdot 1 = 1250 \text{ об/хв.}$$

На рис. 6 показаний магнітопровід статора і якоря зі струмами в пазах, а на рис. 7 – магнітне поле, створюване струмами статора і якоря в магнітопроводі.

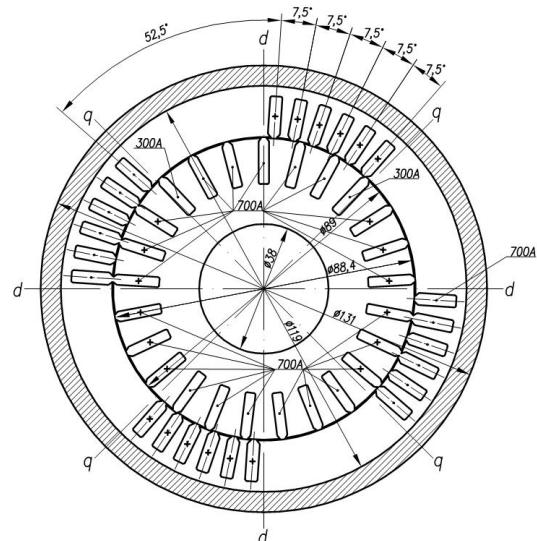


Рис. 6. Магнітопровід статора і якоря зі струмами в пазах

Як можна бачити із порівняння рис. 1 і 7, магнітне поле, створюване при навантаженні в магнітопроводі з неявнополюсним статором – рівномірне, на відміну від магнітопроводу з явновирізаними полюсами.

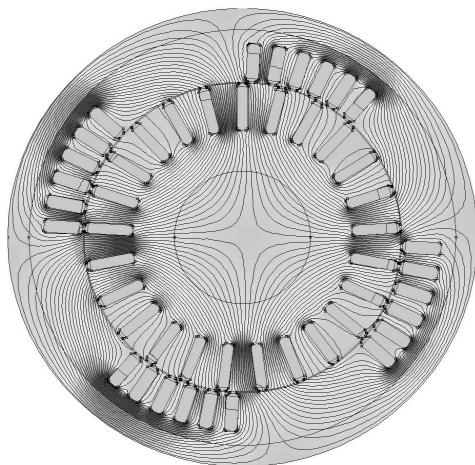


Рис. 7. Магнітне поле, створюване струмами статора і якоря в магнітопроводі

Таблиця 1

Порівняльні технічні дані двох різновидів двигунів стартера, корисна потужність обох двигунів $P_2 = 8,2 \text{ кВт}$, $n = 1250 \text{ об/хв.}$, $U = 24 \text{ В}$.

Тип двигуна стартера	η	$U_{\text{пуск.}}$	$I_{\text{пуск}}$	$M_{\text{пуск}}$	Вага міді		
					$G_{\text{M,ст}}$	$G_{\text{M,а}}$	$\sum G_{\text{M}}$
%	В	А	Вт	кг	кг	кг	кг
Явнопол.	51,2	13	1650	133	1,5	0,87	2,37
Неявнопол.	60,8	13,6	1554	162,8	0,8	0,79	1,59

Для практичної реалізації неявнополюсного двигуна статора компенсаційну обмотку потрібно виконувати із чотирьох паралельно ввімкнених катушок. Виконання паралельних пазів для катушок, які полегшують технологію виготовлення статорної обмотки, в чотириполюсному варіанті надзвичайно затруднене через великий скос пазів відносно радіальних ліній.

Більш раціонально неявнополюсний двигун стартера виконувати шестиполюсним із паралельно ввімкнених трьох або навіть шести катушок.

Висновки. Як видно із таблиці, де приведені порівняльні технічні дані двох різновидів чотириполюсних двигунів стартера, неявнополюсний двигун переважає явнополюсний по всім параметрам: ККД більший на 18,7%, пусковий момент більший на 22% при меншому на 6% пусковому струмі, вага мідного проводу менша на 32%.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Лущик В.Д. Електричні машини постійного струму з новою системою електромагнітного збудження // Електротехніка і електромеханіка. – 2008. – № 2. – С. 39-41.
- Лущик В.Д., Варванський А.Ю. Стартер-генератор постійного струму з неявнополюсним статором для тепловозів // Електротехніка і електромеханіка. – 2009. – № 6. – С. 21-24.
- Лущик В.Д. Електричний двигун стартера з електромагнітним збудженням. Патент України № 89824. Опубл. 10.03.2010. Бюл. № 5.
- Лущик В.Д. Електричний двигун постійного струму з неявнополюсним статором для стартерів легкових автомобілів // Матеріали міжнародної науково-техніческої конференції – Севастополь: СевНТУ, 2010. – С. 22-25.

Bibliography (transliterated): 1. Luschik V.D. Elektrichni mashini postijnogo strumu z novoyu sistemoyu elektromagnitnogo zbudzhennya // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2008. - № 2. - S. 39-41. 2. Luschik V.D., Varvanskiy A.Yu. Starter-generator postijnogo strumu z neyavnopolyusnim statorom dla teplovoziv // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2009. - № 6. - S. 21-24. 3. Luschik V.D. Elektrichnjij dvigun startera z elektromagnitnim zbudzhennym. Patent Ukrayni № 89824. Opubl. 10.03.2010. Byul. № 5. 4. Luschik V.D. Elektrichnjij dvigun postijnogo strumu z neyavnopolyusnim statorom dla starteriv legkovih avtomobiliv // Materialy mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii - Sevastopol': SevNTU, 2010. - S. 22-25.

Надійшла 29.02.2012

Лущик В'ячеслав Данилович, д.т.н., проф.
Донбаський державний технічний університет
кафедра електричних машин та апаратів,
94204, Алчевськ, пр. Леніна, 16
тел.: (06442) 23123, e-mail: info@dgmi.edu.ua

Варванський Артем Юрійович, пров. інженер
ПАТ "Електромашина"
61016, Харків, вул. Мурanova, 106
тел. (050) 2303649, e-mail: Art_v_u@rambler.ru

Lushchik V.D., Varvansky A.Yu.

A truck's starter motor with a nonsalient-pole stator.

A comparative analysis of two types of trucks' starter motor magnetic circuits, series-produced salient-pole magnetic circuits and nonsalient-pole stator magnetic circuits with an asymmetrical compensation winding, is presented. It is shown that starter motors with the new electromagnetic excitation system have much better figures over all parameters.

Key words – **starter motor magnetic circuits, nonsalient-pole stator, asymmetrical compensation winding, comparative analysis.**

МОДЕЛЮВАННЯ АСИНХРОННИХ РЕЖИМІВ СИНХРОННОГО ДВИГУНА З КОНДЕНСАТОРАМИ В КОЛІ ОБМОТКИ ЗБУДЖЕННЯ

Розглядається проблема розрахунку асинхронних режимів синхронних двигунів з конденсаторами в обмотці збудження. Задача розв'язується як крайова для нелінійної системи диференціальних рівнянь електричної рівноваги, в яких потокозчеплення контурів обчислюються шляхом розрахунку магнітного поля двигуна на основі теорії магнітних цепей.

Рассматривается проблема расчета асинхронных режимов синхронных двигателей с конденсаторами в обмотке возбуждения. Задача решается как краевая для нелинейной системы дифференциальных уравнений электрического равновесия, в которых потокосцепления вычисляются путем расчета магнитного поля на основе теории магнитных цепей.

ВСТУП

Синхронні двигуни (СД) явнополюсної конструкції великої потужності знаходять широке застосування для електроприводів в гірничій, деревообробній та металургійній промисловості, де вони мають переваги в порівнянні з асинхронними. Основною проблемою їх роботи в цих приводах є важкі умови пуску, для яких характерним є підвищений пусковий момент [1], а основним способом пуску СД є асинхронний пуск як найпростіший. Однак кратність пускового моменту при цьому здебільшого недостатня, тому використовують різні засоби, спрямовані на підвищення пускового моменту.

СУТЬ ПРОБЛЕМИ

Проблему надійного пуску зазвичай вирішують за рахунок завищення встановленої потужності привідного двигуна або, де це можливо здійснити, використовують додатковий асинхронний двигун невеликої потужності [1]. Пошук інших, більш простих шляхів вирішення поставленої проблеми призвів до розроблення способів підвищення пускового моменту за рахунок використання обмотки збудження [2, 4, 6], яка зазвичай на час пуску закорочується на активний опір. Як відомо, обмотка збудження має значну індуктивність, і струм, який в ній протікає в пусковому режимі, має індуктивний характер, а тому не може створити суттєвого додаткового друшійного моменту.

В останні роки запропоновано використовувати конденсатори замість активного опору в обмотці збудження [2, 6]. Це призводить до підвищення пускового моменту за рахунок струму обмотки збудження. Наявність конденсаторів в обмотці збудження може зумовлювати появу резонансних явищ, що призводить до появи перенапруг, які можуть бути небезпечними для обмотки збудження. Дослідження процесів, що мають місце в СД з пусковими конденсаторами в обмотці збудження, і явищ, якими вони супроводжуються, з використанням заступних схем, потребують експериментальної перевірки отриманих результатів. Оскільки експерименти на СД великої потужності надто коштовні, а інколи їх неможливо здійснити зовсім, проблема розвитку і розроблення надійних і ефективних математичних моделей, які забезпечують високу достовірність результатів математичного експерименту, має важливе практичне значення і є актуальним.

Метою статті є розроблення математичної моделі алгоритму розрахунку асинхронних режимів СД з конденсаторами в обмотці збудження.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Об'єктом дослідження є явнополюсний СД, який має на статорі трифазну обмотку, а на роторі обмотку збудження і демпферну (пускову). В розробленій математичній моделі процеси розглядаються в координатних осіх d , q , які обертаються разом з ротором, причому пускова обмотка представлена реальними контурами, які утворені її стержнями. Однак надалі з метою скорочення викладення матеріалу представлятимемо її двома ортогональними контурами D і Q .

Система диференціальних рівнянь (ДР) електричної рівноваги контурів СД з конденсаторами в контурі обмотки збудження, яка описує динамічний режим роботи, має вигляд

$$\frac{d\vec{\Psi}_{dq}}{dt} = (1-s)\Omega_{dq}\vec{\Psi}_{dq} - R_{dq}\vec{i}_{dq} + \vec{U}_{dq}, \quad (1)$$

де

$$\Omega_{dq} = diag \left(\begin{array}{cc} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{array}, \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right);$$

$$\Psi_{dq} = (\psi_d, \psi_q, \psi_D, \psi_Q, \psi_f)^T;$$

$i_{dq} = (i_d, i_q, i_D, i_Q, i_f)^T$; $u_{dq} = (u_d, u_q, 0, 0, u_C)^T$; – вектори потокозчеплень, струмів та напруг контурів статора (d, q) та ротора (D, Q, f); s – ковзання (верхній індекс "т" означає "транспонування"); $R_{dq} = diag(r, r, r_D, r_Q, r_f)$ – діагональна матриця активних опорів контурів .

Компоненти вектора \vec{u}_{dq} визначаються за формулами

$$u_d = \sqrt{2}U \sin \theta, \quad u_q = \sqrt{2}U \cos \theta, \quad u_C = \frac{1}{C} \int i_f dt,$$

де U – діюче значення фазної напруги статора; θ – кут віобігу ротора; C – ємність конденсаторів.

Внаслідок явнополюсної конструкції ротора ковзання s впродовж оберту ротора в усталеному режимі коливається відносно деякого середнього значення, а тому кут θ змінюється за законом, відмінним від лінійного. Однак для більшості задач коливанням ковзання s можна знектувати. За такої умови кут θ змінюється за законом

$$\theta = -\omega_0(1-s)t.$$

Повна система ДР електричної рівноваги в асинхронному режимі СД за умови замикання обмотки збудження на конденсатори складається з рівнянь (1)

та рівняння

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{i_f}{C}. \quad (2)$$

Запишемо систему рівнянь (1), (2) одним векторним $m = 6$ -го порядку вигляду

$$\frac{d\vec{y}(\vec{x}, t)}{dt} = \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, t), \quad (3)$$

де

$$\vec{y} = (\vec{\psi}_{dq}, u_C)^T; \quad \vec{x} = (\vec{i}_{dq}, u_C)^T; \quad \vec{z} = (z_1, \dots, z_m)^T;$$

$$z_1 = \omega\psi_q - ri_d - u_d; \quad z_2 = -\omega\psi_d - ri_q + u_q;$$

$$z_3 = -r_D i_D; \quad z_4 = -r_Q i_Q; \quad z_5 = -r_f i_f + u_C; \quad z_6 = i_f / C.$$

МЕТОД ТА АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ

При постійному ковзанні s кут θ змінюється з періодом $2\pi/s$, тобто асинхронний режим є періодичним, а всі координати змінюються з часовим періодом $T = 2\pi/(\omega_0 s)$. Отже розв'язком системи рівнянь (3) є періодичні залежності компонент вектора $\vec{x}(t) = \vec{x}(t+T)$, а задача розрахунку усталеного асинхронного режиму полягає в розв'язуванні крайової задачі для системи ДР (3) з періодичними крайовими умовами. Для її розв'язання використаємо розроблений на основі застосування кубічних сплайнів проекційний метод [5], який дає змогу розрахувати усталений асинхронний режим. Його суть стосовно поставленої задачі полягає в наступному.

Задаючись на періоді T сукупністю $N+1$ вузлів, апроксимуємо кожне ДР системи (3) системою N алгебричних рівнянь шляхом апроксимації координат режиму кубічними сплайнами. У результаті отримаємо алгебричний аналог системи ДР (3) у вигляді дискретного нелінійного векторного рівняння

$$H\vec{Y} = \vec{Z}, \quad (4)$$

в якому H – квадратна матриця розміру mN переходу від неперервної зміни координат до їх вузлових значень за умови апроксимації змінних кубічними сплайнами, елементи якої визначаються виключно сіткою вузлів [5]; $\vec{Y} = (\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_N)^T$, $\vec{Z} = (\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_N)^T$ – вектори, складені зі значень векторів \vec{y} , \vec{z} в N вузлах періоду.

Розв'язком дискретного рівняння (4) є вектор $\vec{X} = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_N)^T$, який складається зі значень вектора \vec{x} в N вузлах періоду, що дає змогу побудувати періодичні залежності всіх координат.

Внаслідок насичення магнітопроводу залежності потокозчеплень контурів від струмів нелінійні, отже система (4) нелінійна, і розв'язати її можна лише ітераційним методом, зокрема, Ньютона. Однак при цьому отримаємо сукупність координат усталеного асинхронного режиму з ковзанням s , які відповідають одному значенню емності C конденсаторів в контурі обмотки збудження. Крім того, існує відома проблема збіжності ітераційного процесу.

На практиці важливою є проблема дослідження впливу величини емності C на поведінку двигуна при незмінному ковзанні або зміни ковзання при незмінному значенні емності C . Така задача розв'язується за наступними алгоритмом.

Представимо вектор \vec{Z} у вигляді суми $\vec{Z} = \vec{F} + \vec{U}$, де $\vec{F} = (\vec{f}_1, \dots, \vec{f}_N)^T$, $\vec{U} = (\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_N)^T$, а $\vec{u}_j = (\sqrt{2}U \sin \theta_j, \sqrt{2}U \cos \theta_j, 0, \dots, 0)^T$ та помножимо вектор \vec{U} на параметр ε . В результаті отримаємо $H\vec{Y} = \vec{F} + \varepsilon\vec{U}$. (5)

Диференціюємо (5) по параметру ε . При цьому врахуємо, що $\vec{Y} = \vec{Y}(\vec{X}, \varepsilon)$, $\vec{F} = \vec{F}(\vec{Y}, \vec{X}, \varepsilon)$. У результаті отримаємо

$$W \frac{\partial \vec{X}}{\partial \varepsilon} = \vec{U}, \quad (6)$$

де $W = \left(H - \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{Y}} \right) \frac{\partial \vec{Y}}{\partial \vec{X}} - \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{X}}$ – матриця Якобі, в якій $\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{Y}}$, $\frac{\partial \vec{Y}}{\partial \vec{X}}$, $\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{X}}$ – блочно-діагональні матриці, а кожний блок – це квадратні матриці:

$$\left. \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{y}} \right|_j = \text{diag} \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\left. \frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}} \right|_j = \begin{pmatrix} L_{dqj} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

де $L_{dqj} = \left. \frac{\partial \vec{\psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \right|_j$ – повна матриця диференціальних індуктивностей, елементами якої є власні та взаємні індуктивності приведених до осей x , y контурів СД;

$-r$					
	$-r$				
		$-r_D$			
			$-r_Q$		
				$-r_f$	-1
					$1/C$

Значення вектора \vec{X} при заданих значеннях напруги, ковзання і ємності конденсаторів знаходимо шляхом інтегрування системи ДР (6) по ε від $\varepsilon = 0$ до $\varepsilon = 1$ [8], яке уточнюємо ітераційним методом Ньютона.

На основі рівняння (5) можна дослідити вплив на асинхронний режим роботи будь-якої координати ξ (в тому числі й ємності конденсатора або ковзання). Для цього необхідно продиференціювати її по ξ . В результаті отримаємо ДР вигляду

$$W \frac{d\vec{X}}{d\xi} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \xi}. \quad (7)$$

У разі $\xi = C$ вектор $\frac{\partial \vec{F}}{\partial \xi}$ складається з N векторів

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial C} = (0, \dots, 0, -i_{ff}/C^2)^T, \quad \text{а у разі } \xi = s - z \text{ векторів} \\ \frac{\partial \vec{f}}{\partial s} = (-\omega\psi_{qj}, \omega\psi_{dj}, 0, \dots, 0)^T, \quad (j = 1, \dots, N).$$

Під час розрахунку на кожному крокові інтегрування чи ітераційного уточнення, елементи матриці L_{dqj} диференціальних індуктивностей СД визначаються на

основі математичної моделі СД, розробленої в [7].

На рис. 1 наведені залежності середнього значення електромагнітного моменту та діючого значення струму статора (у відносних одиницях) від ковзання двигуна СДНЗ-2-19-49-24 ($P = 1600$ кВт, $U = 6$ кВ, $I = 180$ А; $i_f = 230$ А; $n = 250$ об/хв) при ємності конденсатора $C = 15$ мкФ в колі обмотки збудження.

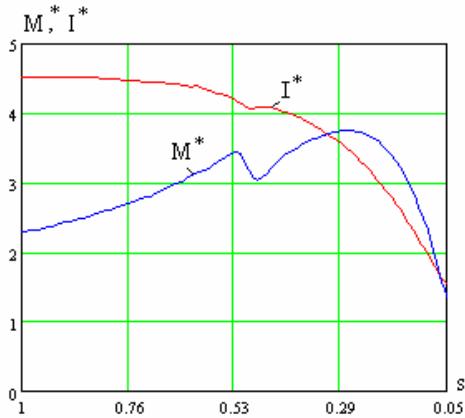


Рис. 1. Залежності електромагнітного моменту M^* та струму статора I^* від ковзання при величині ємності конденсаторів в колі обмотки збудження $C = 15$ мкФ

Кожній вузловій точці (значенню ковзання s) відповідають періодичні залежності координат (вектора $\vec{x} = (\vec{i}_{dq}, u_C)^T$). На рис. 2 наведені періодичні криві зміни миттевого значення струму i_f обмотки збудження для чотирьох значень ковзання.

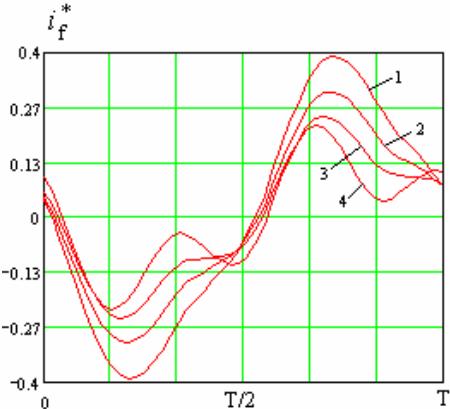


Рис. 2. Періодичні залежності миттевого значення струму i_f обмотки збудження для різних значень ковзання: $s = 1,0$ (1), $s = 0,9$ (2), $s = 0,8$ (3), $s = 0,7$ (4)

ВИСНОВКИ

Розроблений метод і алгоритм математичного моделювання дає змогу не тільки розрахувати усталені асинхронні режими СД, але й дослідити вплив зміни ковзання або величини увімкненої в обмотку збудження ємності конденсаторів на періодичні залежності струмів та електромагнітного моменту. Задача розв'язується як крайова для нелінійної системи диференціальних рівнянь електричної рівноваги, які описують динамічні режими роботи двигуна. При цьому використовується математична модель СД високого рівня адекватності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Бородай В.А. Оценка динамики привода горных машин с тяжёлым пуском // Горная электромеханика и автоматика. – 2003. – Вып. 70. – С. 19-21.
- Велин Н.В. Статический возбудитель синхронного двигателя с глухо подключенным конденсатором // Электротехника. – 1973. – № 12. – С. 35-36.
- Глебов И.А., Шулаков Н.В., Кругляков Е.А. Проблемы пуска сверхмощных синхронных машин. – Л.: Наука. Ленингр. отд., 1988. – 197 с.
- Кириченко В.І., Бородай В.А., Яланський А.А. Улучшение пусковых свойств крупных синхронных машин // Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – 2003. – №6[64] – С. 38-40.
- Маліар В.С. Основные положения сплайн-метода расчета периодических режимов работы электрических цепей // Электроника и связь. – 1998. – Вып. 5. – С. 11-14.
- Півняк Г.Г., Кириченко В.І., Бородай В.А. О новом направлении усовершенствования крупных синхронных электродвигателей // Технічна електродинаміка. Темат. вип. "ПСЕ". – 2002, ч. 2. – С. 62-65.
- Фильц Р.В., Лябук Н.Н. Математическое моделирование явнополюсных синхронных машин. – Львов: Світ, 1991. – 176 с.
- Яковлев М.Н. К решению систем нелинейных уравнений методом дифференцирования по параметру // ЖВМ и МФ, Т.4. – 1964. – № 1. – С. 146-149.

Bibliography (transliterated): 1. Borodaj V.A. Ocenna dinamiki privoda gornyh mashin s tyazhelim puskom // Gornaya elektromehanika i avtomatika. - 2003. - Vyp. 70. - S. 19-21. 2. Velin N.V. Staticheskiy vozбудitel' sinhronnogo dvigatelya s gluko podklyuchennym kondensatorom // Elektrotehnika. - 1973. - № 12. - S. 35-36. 3. Glebov I.A., Shulakov N.V., Krutyakov E.A. Problemy puskha sverhmoschnyh sinhronnyh mashin. - L.: Nauka. Leningr. otd., 1988. - 197 s. 4. Kirichenko V.I., Borodaj V.A., Yalanskij A.A. Uluchshenie puskovuyh svojstv kryupnyh sinhronnyh mashin // Visnik Shidnoukr. nac. un-tu im. V. Dalya. - 2003. - №6[64] - S. 38-40. 5. Malyar V.S. Osnovnye polozheniya splajn-metoda rascheta periodicheskikh rezhimov raboty `elektricheskikh cepej // Elektronika i svyaz'. - 1998. - Vyp. 5. - S. 11-14. 6. Pivnyak G.G., Kirichenko V.I., Borodaj V.A. O novom napravlenii usovershenstvovaniya kryupnyh sinhronnyh `elektrodvigatelej // Tehnichna elektrodinamika. Temat. vyp. "PSE". - 2002, ch. 2. - C. 62-65. 7. Fil'c R.V., Lyabuk N.N. Matematicheskoe modelirovanie yavnopolusnykh sinhronnyh mashin. - Lvov: Svit, 1991. - 176 s. 8. Yakovlev M.N. K resheniyu sistem nelinejnyh uravnenij metodom differencirovaniya po parametru // ZhVM i MF, T.4. - 1964. - № 1. - S. 146-149.

Надійшла 30.05.2012

Маліар Василь Сафронович, д.т.н., проф.
кафедра теоретичної та загальної електротехніки
тел. (032) 258-21-19, e-mail: svmalyar@polynet.lviv.ua

Маліар Андрій Васильович, д.т.н., доц.
кафедра електроприводу і автоматизації
промислових установок
тел. (032) 258-26-20, e-mail: svmalyar@lp.edu.ua

Добушовська Ірина Андріївна
кафедра теоретичної та загальної електротехніки
тел. (032) 258-21-52
Національний університет "Львівська політехніка"
79013, Україна, Львів, вул. С.Бандери, 12

Malyar V.S., Malyar A.V., Dobushovska I.A.
Simulation of asynchronous modes of synchronous motors with capacitors in the excitation circuit.

A problem of calculating asynchronous modes of synchronous motors with capacitors in the excitation circuit is considered. The problem is solved as a boundary one for a non-linear system of differential equations of electric balance with flux linkages estimation by means of the motor magnetic field calculation based on the magnetic circuit theory.

Key words – synchronous motor, starting characteristics, excitation winding, capacitors, electromagnetic torque.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПОТЕРИ МОЩНОСТИ ЧАСТОТНО-УПРАВЛЯЕМОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ОТ ВЫСШИХ ГАРМОНИК НАПРЯЖЕНИЯ

Виконаний огляд додаткових втрат у частотно-керованого асинхронного двигуна АІР 160S4 від вищих гармонік напруги. Пропонуються заходи для зменшення додаткових втрат за рахунок зміни геометрії зубцевого прошарку ротора.

Рассмотрены вопросы определения дополнительных потерь в частотно-управляемом асинхронном двигателе АІР 160S4 от высших гармоник напряжения. Предложены мероприятия по снижению дополнительных потерь за счет изменения зубцовой зоны ротора.

Введение. Применение регулируемых электроприводов позволяет повысить эффективность производства, расширяет возможность механизации и автоматизации технологических процессов, при этом улучшить энергетический коэффициент ($\eta \cdot \cos\varphi$) асинхронного двигателя. В эксплуатации находится большое количество электроприводов на базе частотно-управляемых асинхронных двигателей, которые питаются напряжением ступенчатой формы от полупроводникового преобразователя частоты с автономным инвертором (ППЧ с АИН).

Несинусоидальность напряжения при частотном регулировании приводит к возникновению дополнительных потерь в обмотках и магнитопроводе от высших гармоник тока и магнитного потока, созданных высшими гармониками питающего напряжения [1].

В данной статье приводятся результаты исследования потерь мощности в зависимости от назначения и режимов работы асинхронного электропривода. Объектом исследования является асинхронный двигатель АІР 160S4 исполнения IP44, ICO 141. $P_{2N}=15\text{кВт}$, $U_{1N}=380\text{В}$, $f_{1N}=50\text{Гц}$, $2p=4$, режим работы S1 (длительный).

Исследование потерь мощности. В общем случае при частотном управлении двигателем напряжение на зажимах статора регулируется как в функции относительной частоты $\alpha = f_1/f_{1N}$ (коэффициента регулирования), абсолютного скольжения $\beta = f_2/f_{1N}$, определяемого нагрузкой на валу, а относительное напряжение $\gamma = U_1/U_{1N}$ есть функция α и β .

Основные потери мощности электрические, магнитные и механические зависят от коэффициента регулирования и определялись по известным методикам [3], при этом определяющими факторами, влияющими на изменение намагничивающего тока и магнитных потерь, являлись магнитный поток и частота питающего напряжения.

Для определения дополнительных потерь выполнен расчет высших гармоник с использованием метода "гармонических двигателей", основанном на принципе наложения. Согласно этому методу каждой высшей гармонике напряжения соответствует свой "гармонический двигатель" [2, 3].

При соединении обмотки статора в звезду третьи и кратные трем гармоники тока отсутствуют, т.е. имеют место гармоники с номерами $v = 6K \pm 1$ (где $K = 1, 2, 3, \dots$). Практикой проектирования установлено, что необходим учет высших гармоник с номерами не выше 19. Таким образом, при некоторой частоте f_1 будем рассматривать шесть "гармонических двигателей" с частотами на выходе соответственно $(5, 7, 11, 13, 17, 19) \cdot f_1$, где f_1 – частота напряжения на выходе инвертора напряжения $f_1 = f_{1N} \cdot \alpha$.

Частота вращения магнитных полей, создаваемых высшими гармониками тока $n_v = n_1 \cdot v$, где v – номер гармоники. Тогда относительное скольжение

$$s_v = \frac{n_1 \cdot v \pm n_2}{n_1 v} \approx 1 + \frac{1}{v}. \quad (1)$$

В первом приближении можно принять, что относительное скольжение для высших гармоник равно единице, т.е. для них ротор неподвижен. При расчете дополнительных потерь в обмотках учитывается изменение активных и индуктивных составляющих сопротивлений за счет эффекта вытеснения тока с помощью коэффициента Фильда K_{rv}, K_{xv} [3]. Для обмотки статора коэффициентом вытеснения пренебрегаем, а для обмотки ротора влияние вытеснения тока необходимо учитывать во всех случаях. Таким образом:

$$r'_{2v} = K_{2r} \cdot r'_2; X'_{2v} = K_{2xv} \cdot X'_{2N} \cdot v \cdot \alpha,$$

где X'_{2N} – индуктивное сопротивление рассеяния ротора при частоте f_{1N} .

В исследуемом двигателе АІР 160S4 ротор выполнен из алюминиевого сплава A7. Приведенная высота стержня ротора

$$\xi_{v2} = (q_{CG}/b_{CG}) \cdot \left(1 / \sqrt{\frac{2\rho_t}{\omega \cdot \mu_o}} \right), \quad (2)$$

где q_{CG} , b_{CG} – сечение и средняя ширина стержня; ρ_t – удельное сопротивление материала стержня при расчетной температуре; $\omega = 2\pi f_{1N} \cdot \alpha \cdot 6K$, где $K=1,2,3$; $\mu = 12,56 \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Если приведенная высота стержня $\xi_{v2} > 2$, то коэффициенты увеличения активного сопротивления и уменьшение индуктивного сопротивления рассеяния ротора будут

$$K_{2rv} = 1 + (\xi_{v2} - 1) \cdot \frac{l_2}{l_{W2}}; K_{2xv} = 1 + (\varphi_x(\xi_{v2}) - 1) \cdot \frac{l_2}{l_{W2}},$$

где $\varphi_x(\xi_{v2}) = 1,5/\xi_{v2}$.

При расчете высших гармоник тока намагничивающим контуром в схеме замещения можно пренебречь ввиду малости амплитуд высших гармоник и повышенной частотой.

$$I_{1v} = I''_{2v} = \frac{U_{1N} \cdot \gamma}{v^2 (X_{1N} \cdot \alpha \cdot K_{2xv})}, \quad (3)$$

где U_{1N} , γ – действующее значение первой гармоники напряжения.

Электрические потери в обмотках статора и ротора от высших гармоник тока будут:

$$P_{\text{эл}1v} = \sum_{v=6K+1}^{v=19} \left(m_1 \cdot I_{1v}^2 \cdot r_1 \cdot K_{t1} \right), \quad (4)$$

$$P_{\text{эл}2v} = \sum_{v=6K+1}^{v=19} \left(m_1 (I''_{2v})^2 \cdot r'_2 \cdot K_{2rv} \cdot K_{t2} \right), \quad (5)$$

где K_{t1} и K_{t2} – температурные коэффициенты обмоток статора и ротора.

Высшие гармоники напряжения создают магнитные поля, обуславливающие дополнительные потери в магнитопроводе. Поскольку скольжение ротора по отношению к этим полям будет близко к единице, то магнитные потери будут иметь место и в роторе.

$$P_{\text{маг}v} = P_{\text{маг}a} \left(\frac{B_v}{B_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{f_v}{f_{1N} \cdot \alpha} \right) \cdot \frac{m_c + m_p}{m_c}, \quad (6)$$

где $P_{\text{маг}a}$ – основные магнитные потери при $f_1 = f_{1N} \cdot \alpha$; B_v , B_1 – индукция от потока высших гармоник и от основной гармоники; f_v , $\alpha \cdot f_{1N}$ – частота напряжения высшей и основной гармоники; m_c , m_p – масса стали статора и ротора.

В первом приближении

$$B_v = \frac{U_v}{f_v} = \frac{U_1}{f_1} \cdot \frac{1}{v^2} = B_1 \cdot \frac{1}{v^2}.$$

Суммируя потери от всех гармоник, получим

$$P_{\text{маг}v} = P_{\text{маг}a} \cdot \frac{m_c + m_p}{m_c} \cdot \sum_{v=6K+1}^{\infty} v^{-(4-n)}. \quad (7)$$

Дополнительные магнитные потери от высших гармоник магнитного потока при различных законах регулирования и значениях коэффициента регулирования α проводились в соответствии с (7), принимая $n=1,6$, $m_c=24,2$ кг, $m_p=18$ кг.

Суммарные дополнительные потери

$$\sum P_{\text{доп},v} = P_{\text{эл}1v} + P_{\text{эл}2v} + P_{\text{маг}v}. \quad (8)$$

Результаты расчета суммарных дополнительных потерь в зависимости от закона регулирования для двигателя АИР 160S4 приведены в табл. 1.

Таблица 1

Регулирование "вниз"			
$\alpha, \text{o.c}$	1,0	0,9	0,7
$\Sigma P_{\text{доп},v}, \text{Вт}$	331	308	268
$\gamma = \alpha, \%$	17,27	15,9	14,4
$\Sigma P_{\text{доп},v}, \text{Вт}$			
$\gamma = \alpha^2, \%$	331	250	131
	17,27	15,9	14,1
Регулирование "вверх"			
$\alpha, \text{o.c}$	1,0	0,9	0,7
$\Sigma P_{\text{доп},v}, \text{Вт}$	331	314,5	293,4
$\gamma = \sqrt{\alpha}, \%$	17,27	17,51	17,83
$\Sigma P_{\text{доп},v}, \text{Вт}$			
$\gamma = 1$	331	286,5	225,6
	17,27	15,12	11,31
			8,81

ВЫВОДЫ

1. Анализ результатов расчета дополнительных потерь частотно-управляемого асинхронного двигателя при питании от ППЧ с АИН со ступенчатой формой напряжения подтвердил наличие всех составляющих основных и дополнительных электрических и магнитных потерь мощности в обмотках и сердечниках статора и ротора, обусловленных высшими гармоническими напряжениями.

2. Величина дополнительных электрических потерь зависит от закона регулирования и коэффициента регулирования и не зависит от нагрузки двигателя.

Суммарные дополнительные потери от высших гар-

моник тока и магнитного потока составляют (8-17)% от суммы основных потерь, однако влияние этих потерь на нагрев отдельных элементов двигателя может быть существенным, особенно при малых нагрузках.

4. Дополнительные электрические потери от высших гармоник тока в обмотке ротора существенно уменьшаются за счет ослабления эффекта вытеснения тока при изменении геометрии зубцовой зоны ротора с учетом ограничений по величине индукции в зубце ротора и площади сечения стержня. В исследуемом двигателе высота паза уменьшена с 31 мм до 25 мм, диаметры в верхней и нижней частях паза увеличились с 7,4 мм до 8,22 мм и с 3,5 мм до 5,31 мм соответственно, что позволило уменьшить дополнительные потери при $\gamma = \alpha = 1,0$ на 29 %. При этом индукция в зубце ротора увеличилась с 1,66 Тл до 1,905 Тл, суммарная МДС на пару полюсов увеличилась на 0,8%, таким образом изменением намагничивающего тока можно пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков А.В. Математическая модель общих потерь мощности в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе / А.В. Волков, Ю.С. Сколько // Електротехніка і електромеханіка. – 2006. – № 2. – С. 22-77.
2. Малафеев С.И., Захаров А.В. Исследование потерь в асинхронном двигателе с частотным регулированием при переходных процессах / С.И. Малафеев, А.В. Захаров // Електротехніка. – 2008. – № 7. – С. 2-6.
3. Осташевский Н.А. Потери частотно-управляемого асинхронного двигателя при различных законах регулирования и типах преобразователей частоты./ Н.А. Осташевский, В.И. Иваненко, А.Н. Петренко // Електротехніка і електромеханіка. – 2009. – № 3. – С. 37-41.

Bibliography (transliterated): 1. Volkov A.V. Matematicheskaya model' obschih poter' moschnosti v chastotno-reguliruemom asinhronnom `elektroprivode / A.V. Volkov, Yu.S. Skol'ko // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2006. - № 2. - S. 22-77. 2. Malafeev S.I., Zaharov A.V. Issledovanie poter' v asinhronnom dvigatele s chastotnym regulirovaniem pri perehodnyh processah / S.I. Malafeev, A.V. Zaharov // `Elektrotehnika. - 2008. - № 7. - S. 2-6. 3. Ostashevskij N.A. Poteri chastotno-upravlyayemogo asinhronnogo dvigatelya pri razlichnyh zakonah regulirovaniya i tipah preobrazovatelej chastoty./ N.A. Ostashevskij, V.I. Ivanenko, A.N. Petrenko // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2009. - № 3. - S. 37-41.

Поступила 18.06.2012

Петренко Александр Николаевич,
начальник расчетного отдела СКБ ХЭЛЗ "Укрэлектромаш"
61050, Харьков, ул. Искринская, 37

Танянский Владислав Юрьевич,
Петренко Николай Яковлевич, к.т.н., доц.
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
каф. "Электрические машины"
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21

Petrenko A.N., Tanyanskyi V.I., Petrenko N.Y.
Additional power loss in a frequency-controlled induction motor due to voltage higher harmonics.

Problems of calculating additional power loss in a frequency-controlled induction motor AIP 160S4 resulted from voltage higher harmonics are considered. Ways of the loss reduction through changing the rotor tooth zone are suggested.

Key words – frequency-controlled induction motor, additional power loss, rotor tooth zone variation.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ З НЕСИМЕТРІЄЮ СТАТОРА Й РОТОРА

Пропонується математична N-модель трифазної асинхронної машини при електричній несиметрії в колі статора й ротора. Диференціальні рівняння електромеханічного стану записано у фізичних координатах. Подаються результати розрахунку на ЕОМ.

Предлагается математическая N-модель трехфазной синхронной машины при электрической несимметрии в цепи статора и ротора. Дифференциальные уравнения электромеханического состояния записаны в физических координатах. Приводятся результаты расчета на ЭВМ.

ВСТУП

Явище електричної несиметрії в колі статора а заодно й ротора асинхронної машини – достатньо частий випадок у практиці експлуатації електричних машин. Це зумовлює значні труднощі математичного моделювання, бо виключає можливість записати диференціальні рівняння стану в безпараметричній формі! У даній роботі буде показано як записати ці рівняння для випадку математичної N-моделі, як найпростішої. Аналіз здійснюється у фізичних координатах, що забезпечує зручність у користуванні.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Математичну модель трифазної асинхронної машини з несиметрією в колі статора й ротора (передбачається несиметрія джерел живлення, опорів резисторів, ємностей конденсаторів, індуктивностей катушок) будуватимемо на підставі такої ж математичної моделі з симетричним статором і ротором [1]. За відсутності нульового провідника в обмотках статора й ротора можемо виключити залежні рівняння обох фаз С. Тоді рівняння контурів статора й ротора в матричній формі матимуть вигляд

$$\frac{d\Psi_k}{dt} = u_k - r_k i_k - u_{Ck} - u_{Lk} - v_k, \quad k = S, R, \quad (1)$$

де $\lambda_k (\lambda = \Psi, u, i, u_C, u_L; k = S, R) = (\lambda_{kA}, \lambda_{kB})$ – колонки фазних повних потокозчеплень, напруг, струмів, напруг конденсаторів, напруг катушок індуктивностей фаз статора ($k = S$) і ротора ($k = R$), причому індекси A, B вказують на причетність до однайменних фаз, v_k – напруга зміщення нейтралей. Можна показати [2], що

$$v_k = \frac{1}{3}(u_{kA} + u_{kB} + u_{kC} - (r_{kA} - r_{kC})i_{kA} - (r_{kB} - r_{kC})i_{kB} - u_{kCA} + \\ - u_{kCB} - u_{kCC} - u_{kL}); \quad u_{kL} = \left((L_{kA} - L_{kC}) \frac{di_{kA}}{dt} + (L_{kB} - L_{kC}) \frac{di_{kB}}{dt} \right), \quad (2)$$

де $\lambda_{ki} (\lambda = r, v, L; k = S, R; i = A, B, C)$ – значення сумарних фазних опорів, напруг конденсаторів і індуктивностей, причому, фазні опори включають і опори обмоток машини. Вирази (3) одержані сумуванням рівнянь напруг усіх трьох фазних контурів, що замикаються через напруги зміщення нейтралей v_k за умови представлення зовнішніх фазних віток зосередженими послідовними ланками $u - r - L - C$ і виключення струму фази С.

Рівняння конденсаторів і катушок індуктивностей очевидні

$$u_{Lk} = L_k \frac{di_k}{dt}; \quad (3)$$

$$\frac{du_{Ck}}{dt} = C^{-1}i_k; \quad \frac{du_{CCk}}{dt} = -\frac{i_{kA} + i_{kB}}{C_{Ck}}, \quad (4)$$

причому, матриці опорів, ємностей і індуктивностей мають вигляд $\lambda_k (\lambda = r, C, L) = diag(\lambda_{kA}, \lambda_{kB})$, звертаємо увагу, що в (6) фігурує додаткове рівняння конденсатора фази С, що зумовлено потребою у відповідній напрузі, що входить до (2).

Колонки основних потокозчеплень обмотки ротора ψ_R визначатимемо через колонку ψ_S основних потокозчеплень статора як

$$\psi_R = \Pi^{-1}\psi_S, \quad (5)$$

де

$$\Pi = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -\sin(\gamma - 120^\circ) & \sin\gamma \\ -\sin\gamma & \sin(\gamma + 120^\circ) \end{bmatrix}; \quad \psi_S = (\psi_A, \psi_B)_t; \quad (6)$$

$$\Pi^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sin(\gamma + 120^\circ) & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & -\sin(\gamma - 120^\circ) \end{bmatrix}; \quad \psi_R = (\psi_{\tilde{A}}, \psi_{\tilde{B}})_t;$$

Кут повороту ротора γ і кутову швидкість ω знаходимо за рівняннями механічного стану (штильністю і дисипацією механічних ланок в теорії електричних машин прийнято нехтувати)

$$\frac{d\omega}{dt} = p_0(M_E - M)/J; \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega, \quad (7)$$

де $M(\omega, t)$ – механічний момент; J – момент інерції; p_0 – число пар магнетних полюсів; M_E – електромагнітний момент [2]

$$M_E = \sqrt{3}p_0(\psi_A i_B - \psi_B i_A). \quad (8)$$

Колонки струмів знаходимо через потоки дисипації обмоток статора й ротора згідно з (6)

$$i_S = \alpha_S(\Psi_S - \psi_S); \quad i_R = \alpha_R(\Psi_R - \Pi^{-1}\psi_S), \quad (9)$$

де $\alpha_S = 1/l_S$; $\alpha_R = 1/l_R$ – обернені індуктивності дисипації обмотки статора й ротора.

Для визначення поздовжнього ψ_S запишемо рівняння магнетного стану

$$\alpha_m \psi_S = i_S + \Pi i_R, \quad (10)$$

де $\alpha_m = 1/l_m$ – обернена основна індуктивність машини.

Підставляючи (9) у (10), одержимо рівняння для обчислення основних потокозчеплень машини

$$\psi_S = G_S \Psi_S + G_R \Pi \Psi_R \quad (11)$$

де

$$G_S = \alpha_S G; \quad G_R = \alpha_R G; \quad G = (\alpha_m + \alpha_S + \alpha_R)^{-1} \quad (12)$$

Підставляючи (2), в (1) і беручи до уваги (3), одержимо проміжні рівняння

$$\frac{d\Psi_k}{dt} = u_k^* - r_k^* i_k - u_{Ck}^* - L_k^* \frac{di_k}{dt}, k = S, R, \quad (13)$$

де

$$u_k^* = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2u_{kA} - u_{kB} - u_{kC} \\ -u_{kA} + 2u_{kB} - u_{kC} \end{vmatrix}; L_k^* = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2L_{kA} + L_{kC} & L_{kC} - L_{kB} \\ L_{kC} - L_{kA} & 2L_{kB} + L_{kC} \end{vmatrix}; \quad (14)$$

$$u_{Ck}^* = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2u_{CA} - u_{CB} - u_{CC} \\ -u_{CA} + 2u_{CB} - u_{CC} \end{vmatrix}; r_k^* = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2r_{kA} + r_{kC} & r_{kC} - r_{kB} \\ r_{kC} - r_{kA} & 2r_{kB} + r_{kC} \end{vmatrix},$$

Підставляючи (9), (11) у (3), а одержаний результат після диференціювання в (13), одержимо остаточну систему рівнянь

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline D & F \\ \hline \end{array} \frac{d}{dt} \begin{array}{|c|c|} \hline \Psi_S \\ \hline \Psi_R \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline Y_S \\ \hline Y_R \\ \hline \end{array} \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned} A &= 1 + \alpha_S L_S^* (1 - G_S); \quad B = -\alpha_S L_S^* G_R \Pi; \\ F &= 1 + \alpha_R L_R^* (1 - G_R); \quad D = -\alpha_R L_R^* \Pi^{-1} G_S; \\ Y_k &= u_k^* - r_k^* i_k - u_{Ck}^* - u_{Lk}^*, \quad k = S, R; \\ u_{LS}^* &= -\alpha_S L_S^* G_R \frac{d\Pi}{dt} \Psi_R; \\ u_{LR}^* &= -\alpha_R L_R^* \left(\Pi^{-1} G_R \frac{d\Pi}{dt} \Psi_R + \frac{d\Pi^{-1}}{dt} \Psi_R \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Диференціальні рівняння (4), (7), (15) – шукана N -модель електромеханічного стану асинхронної машини з несиметричними електричними колами обмоток статора й ротора. Часові похідні матриць координатних перетворень (6) беруться аналітично.

Рівняння (15) значно спрощується, якщо в колі статора й ротора відсутні котушки індуктивності ($L_k = 0$), або вони ϵ , але симетричні ($L_{kA} = L_{kB} = L_{kC} = L_k$)

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = u_S^* - r_S^* i_S - u_{CS}. \quad (17)$$

В останньому випадку L_k необхідно долучити до поля дисипації $\alpha_k = 1/(l_k + L_k)$

При односторонній несиметрії рівняння (15) теж спрощуються. При симетричному роторі вони будуть

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = A^{-1} (Y_S - B(u_R - r_R i_R)); \quad \frac{d\Psi_R}{dt} = u_R - r_R i_R. \quad (18)$$

Навпаки, при симетричному статорі

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = u_S - r_S i_S; \quad \frac{d\Psi_R}{dt} = F^{-1} (Y_R - D(u_S - r_S i_S)). \quad (19)$$

У випадку відсутності несиметрії в колі обмоток статора й ротора запропонована модель зводиться до відомої математичної моделі з симетричним електричними колами статора й ротора [1].

Алгоритм обчислень на часовому кроці:

1. Володіючи поточними (на першому кроці початковими умовами) значеннями невідомих (повних потокозчеплень, напруг конденсаторів, кутової швидкості й кута повороту ротора, за тим чи іншим методом числового інтегрування згідно з (4), (7), (15) знаходимо їх часові приrostи;

2. Згідно з (11) знаходимо колонку основних потокозчеплень обмотки статора;

3. За даними п. 1 і п. 2 згідно з (9) обчислюємо значення шуканих струмів.

РЕЗУЛЬТАТИ СИМУЛЯЦІЇ

Показано стани запуску модельного мотора ($U_m=4900$; $r_S=1.27$; $r_R=1.31$; $\alpha_S=38.9$; $\alpha_R=37.0$; $\alpha_m=0.11$; $J=67.5$; $p_0=4$) до усталеної швидкості

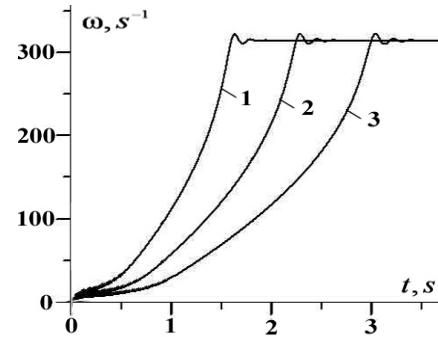


Рис. 1. Залежність $\omega=\omega(t)$: 1 – натуральна крива, 2 – з симетричним ідеальним дроселем 0.01 Гн, 3 – з несиметричним ідеальним: 0.01, 0.02, 0.03 Гн

Перехідний процес засвідчує успішний запуск мотора до усталеної робочої швидкості.

ВИСНОВОК

Запропонована математична модель дає можливість аналізувати переходні процеси неявнополюсних асинхронних машин з електричною несиметрією обмоток статора й ротора. Аналіз здійснюється у фізичних координатах, що спрощує врахування несиметрії.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРИ

- Чабан В. И. Методы анализа электромеханических систем. – Львов: Вища школа, 1985, 190 с.
- Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997, 344 с.

Bibliography (transliterated): 1. Chaban V. I. Metody analiza elektromehanicheskikh sis-tem. - Lvov: Vischa shkola, 1985, 190 s. 2. Chaban V. Matematichne modelyuvannya elektromehanichnih procesiv. - Lviv, 1997, 344 s.

Надійшла 16.06.2012

Чабан Василь Йосипович, д.т.н., проф.

Національний університет "Львівська політехніка"

й Ряшівський університет

79021, Львів, вул. Кульпарківська, 142, кв. 33.

тел: (067) 7202181, e-mail: vtchaban@polynet.lviv.ua

Чабан Остап Васильович, к.т.н., доц.

Національний університет "Львівська політехніка"

79021, Львів, вул. Лазаренка, 38, кв. 14

тел: (067) 6734482

Tchaban V.Y., Tchaban O.V.

A mathematical model of an induction motor with the stator and rotor unsymmetry.

In the paper, a mathematical model of a three-phase induction motor with the stator and rotor unsymmetry is introduced. Differential equations of the electromechanical state are given in real coordinates. Results of computation are presented.

Key words – induction motor, stator and rotor unsymmetrical, mathematical model.

КПД ДВУХПУЛЬСНОГО МОСТОВОГО НЕУПРАВЛЯЕМОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ЕМКОСТНЫМ ФИЛЬТРОМ

У статті отримана залежність коефіцієнта корисної дії однофазного мостового некерованого випрямляча з емкістним фільтром від відношення еквівалентного опору та опору навантаження.

В статье получена зависимость коэффициента полезного действия однофазного мостового неуправляемого выпрямителя с емкостным фильтром от отношения эквивалентного сопротивления и сопротивления нагрузки.

ВВЕДЕНИЕ

Двухпульсные мостовые неуправляемые выпрямители (НВ) малой мощности с емкостным фильтром в виде конденсатора, включенного параллельно нагрузке, продолжают широко применяться в устройствах питания бытовой и промышленной электроники, несмотря на их существенный недостаток – большой уровень кратных трем гармоник в сетевом токе.

Электромагнитные процессы в таких выпрямителях и методика расчета их параметров при допущении бесконечно большой емкости конденсатора достаточно подробно рассмотрены в [1]. Однако вне области внимания авторов [1] остался расчет КПД выпрямителя и его зависимость от таких параметров преобразователя как индуктивность цепи заряда конденсатора, параметры диодов и параллельного конденсатора, искажение питающего напряжения.

Цель статьи – получение аналитического соотношения для КПД выпрямителя, а также исследование влияния на величину КПД параметров выпрямителя и питающей сети, проверка полученных соотношений на MATLAB-модели.

СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РЕЖИМА РАБОТЫ ПРИ $L_s=0, C \rightarrow \infty$

Рассмотрим режим работы двухпульсного мостового неуправляемого выпрямителя при допущении, что величина индуктивности в цепи заряда конденсатора выходного фильтра L_s равна нулю и емкость конденсатора C стремится к бесконечности. В этом случае эквивалентная схема замещения может быть представлена как показано на рис. 1.

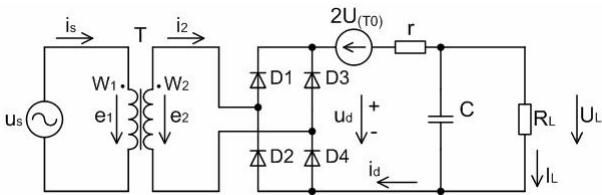


Рис. 1. Эквивалентная схема НВ

Эквивалентное сопротивление r учитывает сопротивления обмоток трансформатора, проводников и диодов. Источник $2U_{(T0)}$ учитывает пороговое напряжение диодов. Цифра 2 характеризует, что в любой момент времени ток замыкается через два диода.

Режим работы схемы и величина напряжения на нагрузке U_L зависят от отношения сопротивлений r/R_L . Если $r/R_L \rightarrow 0$, то напряжение на нагрузке стремится к амплитуде напряжения вентильной обмотки, $U_L \rightarrow E_{2max}$; если $r/R_L \rightarrow \infty$, то $U_L \rightarrow 0$; если $0 < r/R_L < \infty$, то $E_{2max} > U_L > 0$.

В интервалах времени, когда напряжение вентильной обмотки трансформатора больше напряжения на нагрузке, ток потребляется из сети. Для этих интервалов величина тока может быть определена, как:

$$i_2 = i_d = \frac{(E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta - U_L}{r}, \quad (1)$$

где $\theta = 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t$; f_s – частота напряжения сети.

Обозначим половину интервала протекания проводимости диодов через угол θ . Величина напряжения на нагрузке может быть определена, как:

$$U_L = (E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta. \quad (2)$$

Тогда из (1), перенеся начало координат на угол $\pi/2$ в сторону отставания, с учетом (2) получим:

$$i_2 = i_d = \frac{(E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta - (E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta}{r}. \quad (3)$$

Среднее в интервале повторяемости значение тока на выходе диодного моста:

$$\begin{aligned} I_{dAV} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\theta}^{+\theta} \frac{(E_{2max} - 2U_{(T0)})}{r} \cdot (\cos \theta - \cos \theta) d\theta = \\ &= \frac{2 \cdot (E_{2max} - 2U_{(T0)})}{\pi \cdot r} \cdot (\sin \theta - \theta \cdot \cos \theta) = \\ &= \frac{2 \cdot (E_{2max} - 2U_{(T0)}) \cdot \cos \theta}{\pi \cdot r} \cdot (\tan \theta - \theta) = \frac{2 \cdot U_L}{\pi \cdot r} \cdot A(\theta) \end{aligned}, \quad (4)$$

где

$$A(\theta) = \tan \theta - \theta. \quad (5)$$

Так как среднее значение напряжения на нагрузке остается неизменным, средний ток I_{dAV} должен быть равен среднему току нагрузки:

$$I_{LAV} = \frac{U_L}{R_L} = \frac{(E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta}{R_L}. \quad (6)$$

Из (4) и (6):

$$A(\theta) = \frac{\pi \cdot r}{2 \cdot R_L}. \quad (7)$$

Таким образом, величины всех токов и напряжений в схеме НВ с С-фильтром однозначно зависят от отношения r/R_L и, следовательно, от угла θ .

Коэффициент полезного действия НВ с С фильтром определяется по соотношению:

$$\eta = \frac{U_L^2 / R_L}{U_L^2 / R_L + r \cdot I_{dRMS}^2 + 2 \cdot U_{(T0)} \cdot I_{dAV}} = \frac{1}{1 + \frac{R_L \cdot r \cdot I_{dRMS}^2}{U_L^2} + \frac{2 \cdot U_{(T0)} \cdot I_{dAV} \cdot R_L}{U_L^2}}, \quad (8)$$

где I_{dRMS}^2 – квадрат действующего значения тока в звене постоянного тока.

С учетом (3) из (8) получаем:

$$I_{dRMS}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\theta}^{+\theta} \left[\frac{(E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta - (E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta}{r} \right]^2 d\theta, \quad (9)$$

В результате интегрирования (9) получим:

$$I_{dRMS}^2 = \frac{(E_{2max} - 2 \cdot U_{(T0)})^2}{\pi \cdot r^2} \cdot \left(\theta - \frac{3}{2} \cdot \sin 2\theta + 2\theta \cdot \cos^2 \theta \right). \quad (10)$$

Из соотношения (8) с учетом (10), (7), (5), (2) определяем КПД двухпульсного мостового неуправляемого выпрямителя:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 \cdot (\tan \theta - \theta) \cdot \cos^2 \theta} \left(\theta - \frac{3}{2} \cdot \sin 2\theta + 2\theta \cdot \cos^2 \theta \right) + \frac{1}{2 \cdot U_{(T0)} \cdot \cos \theta} + \frac{2 \cdot U_{(T0)}}{(E_{2\max} - 2 \cdot U_{(T0)}) \cdot \cos \theta}} \quad (11)$$

В табл. 1 приведены рассчитанные по (11) и (7) значения угла θ и КПД в функции отношения r/R_L (значение порогового напряжения диодов $U_{(T0)}$ принято равным 1 В).

Из табл. 1 видно, что при уменьшении отношения r/R_L коэффициент полезного действия стремится к единице. Однако при этом сетевой ток превращается в узкий импульс длительностью 10...20 эл.град., в котором содержатся нечетные гармоники, значительно превосходящие по величине основную гармонику сетевого тока.

Таблица 1

Результаты расчета КПД НВ в функции отношения r/R_L и значения угла θ

r/R_L	θ , эл. град.	θ , рад.	$A(\theta)$	η
0.0001	5	0.0873	0.0020	0.9837
0.0011	10	0.1745	0.0018	0.9746
0.0039	15	0.2618	0.0061	0.9595
0.0095	20	0.3491	0.0149	0.9384
0.0191	25	0.4363	0.0300	0.9112
0.0342	30	0.5236	0.0538	0.8779
0.0569	35	0.6109	0.0894	0.8385
0.0897	40	0.6981	0.1409	0.7930
0.1366	45	0.7854	0.2146	0.7413
0.2032	50	0.8727	0.3191	0.6835
0.2980	55	0.9599	0.4682	0.6184
0.4360	60	1.0472	0.6849	0.5493

ПРОВЕРКА ПОЛУЧЕННЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КПД

Проверим полученное выражение (11) для расчета КПД однофазного двухпульсного мостового НВ на MATLAB-модели, представленной на рис. 2.

При моделировании задавались следующими параметрами: $R_L=100 \Omega$, $U_{S1m}=150 V$, $C_d=0.1 F$.

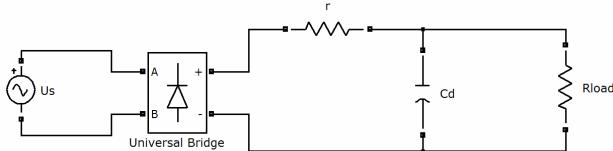


Рис. 2. MATLAB-модель НВ

Результаты проведенного эксперимента занесены в табл. 2.

Таблица 2

Значения КПД НВ в функции отношения r/R_L и значения угла θ , полученные на MATLAB-модели

r/R_L	θ , эл. град.	η
0.0001	5	0.9825
0.0011	10	0.9732
0.0039	15	0.9581
0.0095	20	0.9385
0.0191	25	0.9094
0.0342	30	0.8759
0.0569	35	0.8365
0.0897	40	0.7903
0.1366	45	0.7376
0.2032	50	0.6797
0.2980	55	0.6143
0.4360	60	0.5428

Сравнив данные табл. 1 и 2, можно сделать вывод, что результаты вычислений по выражению (11) достаточно точно совпадают со значениями, полученными в результате моделирования. Это дает возможность утверждать, что значение КПД НВ с описанными выше допущениями можно рассчитывать, зная только значения порогового напряжения диодов, амплитуды питающего напряжения, сопротивления нагрузки и эквивалентного сопротивления, учитывающего сопротивления обмоток трансформатора, проводников и динамическое сопротивление диодов.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПИТАЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ НА MATLAB-МОДЕЛИ

Наиболее часто встречающееся искажение напряжения сети – наличие в нем третьей гармоники. Вполне очевидно, что наличие третьей гармоники в питающем напряжении также негативно влияет и на форму потребляемого из сети тока. При увеличении содержания третьей гармоники в сетевом напряжении КПД выпрямителя уменьшается до определенного граничного значения, после которого КПД начинает увеличиваться. Это граничное значение содержания третьей гармоники в сетевом напряжении зависит от отношения r/R_L . Например, для $r/R_L=0.0342$ это граничное значение примерно равно 0.24.

Таким образом, при питании от одной сети большого количества НВ возможно увеличение КПД каждого из этих устройств за счет внесения искажений от каждого из НВ в сеть.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕАЛЬНОЙ ВАХ ДИОДОВ

Характеристики реальных диодов также оказывают влияние на параметры НВ. В ходе моделирования было исследовано влияние порогового напряжения диодов на КПД преобразователя. Результаты моделирования приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения КПД НВ при различных значениях порогового напряжения диодов, полученные в результате моделирования

r/R_L	η ($U_{VD(T0)}=0 V$)	η ($U_{VD(T0)}=0.8 V$)	η ($U_{VD(T0)}=1 V$)
0.0001	0.9962	0.9854	0.9825
0.0011	0.9865	0.9751	0.9732
0.0039	0.9710	0.9604	0.9581
0.0095	0.9496	0.9392	0.9385
0.0191	0.9226	0.9118	0.9094
0.0342	0.8885	0.8784	0.8759
0.0569	0.8486	0.8387	0.8365
0.0897	0.7985	0.7928	0.7903
0.1366	0.7476	0.7402	0.7376
0.2032	0.6924	0.6829	0.6797
0.2980	0.6279	0.6189	0.6143
0.4360	0.5564	0.5484	0.5428

Пороговое напряжение диодов приводит к уменьшению коэффициента полезного действия, что объясняется уменьшением напряжения на нагрузке. График зависимости КПД НВ от действующего значения напряжения источника питания при нескольких значениях отношения r/R_L приведен на рис. 3. Как видно, уменьшение КПД из-за порогового напряжения диодов тем меньше, чем больше напряжение источника питания.

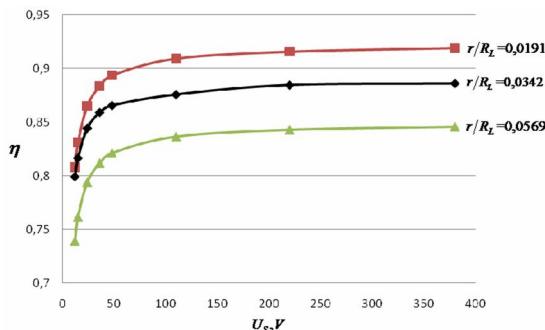


Рис. 3. График зависимости КПД НВ от действующего значения напряжения источника питания при $U_{VD(T0)}=1$ В

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИНДУКТИВНОСТИ СЕТИ

На режим работы НВ оказывают влияние индуктивности питающей сети, диодов, кабелей. Поэтому при проектировании важно знать, как будет изменяться КПД устройства в зависимости от значения индуктивностей — эквивалентной индуктивности цепи заряда конденсатора.

Полученную в результате моделирования зависимость КПД от эквивалентной индуктивности свели в табл. 4 (при значении отношения $r/R_L=0,0342$). На рис. 4 приведена осциллограмма тока, потребляемого из питающей сети, при относительном значении эквивалентной индуктивности $\omega L_S/R_L=10^{-3}$.

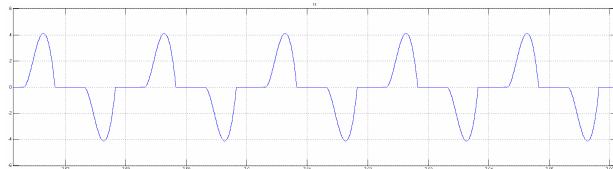


Рис. 4. Осциллограмма сетевого тока при относительном значении индуктивности $\omega L_S/R_L=10^{-3}$

Таблица 4

$\omega L_S/R_L$	η
10^{-6}	0,8824
10^{-5}	0,8819
10^{-4}	0,8828
10^{-3}	0,8832
10^{-2}	0,8940
10^{-1}	0,9253

Как видно из табл. 4 при отношении $\omega L_S/R_L \leq 10^{-3}$ КПД изменяется незначительно, и только при значениях относительной индуктивности $\omega L_S/R_L > 10^{-3}$ и выше КПД возрастает более существенно.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НА КПД ПАРАМЕТРОВ КОНДЕНСАТОРА ЗВЕНА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Реальные конденсаторы в отличие от идеальных обладают внутренним сопротивлением материала обкладок и выводов R_A и сопротивлением изоляции (утечки) R_B (рис. 5). Определим влияние этих параметров конденсатора на КПД НВ с С-фильтром.

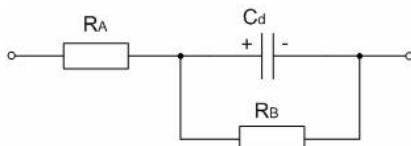


Рис. 5. Эквивалентная схема замещения конденсатора

Идеальный конденсатор должен обладать бесконечным сопротивлением постоянному току, однако в реальности это сопротивление имеет конечное значение. Наличие внутреннего сопротивления конденсаторов вызывает дополнительные потери энергии в них, что приводит к уменьшению КПД на (0,5...1) %.

Влияние конечной емкости конденсатора на КПД также является незначительным. При расчете емкости конденсатора для обеспечения пульсаций выходного напряжения на уровне 10 % от номинального и менее КПД НВ увеличивается на (0,1...0,5) % при увеличении емкости от рассчитанной до бесконечности.

ВЫВОДЫ

1. Получено аналитическое соотношение для расчета КПД НВ с С-фильтром в функции отношения эквивалентного сопротивления, учитывающего сопротивления обмоток трансформатора, проводников и диодов, к сопротивлению нагрузки и отношения порогового напряжения диодов к значению амплитуды сетевого напряжения.

2. Проверена корректность полученного аналитического соотношения на MATLAB-модели. Различие значений КПД, полученных в результате вычислений по аналитическому выражению и в результате моделирования, незначительное.

3. Исследовано на MATLAB-модели влияние третьей гармоники в питающем напряжении на КПД НВ с С-фильтром. При увеличении содержания третьей гармоники в сетевом напряжении КПД уменьшается до определенного граничного значения, после которого КПД начинает увеличиваться. В ходе моделирования определены эти граничные значения для различных значений содержания третьей гармоники.

4. Получена зависимость КПД от эквивалентной индуктивности цепи заряда конденсатора С-фильтра. При малых относительных значениях индуктивного сопротивления КПД преобразователя практически не изменяется, а при значениях индуктивного сопротивления сопоставимых с сопротивлением нагрузки (единицы процентов) и более, КПД несколько увеличивается.

5. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании НВ с С-фильтром для выбора элементной базы и расчета КПД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко В.С., Сенько В.И., Чиженко И.М. Преобразовательная техника. — К., "Вища школа", 1978. — 424 с.

Bibliography (transliterated): 1. Rudenko V.S., Sen'ko V.I., Chizhenko I.M. Preobrazovatel'naya tekhnika. - K., "Vischa shkola", 1978. - 424 s.

Поступила 17.09.2012

Жемеров Георгий Георгиевич, д.т.н., проф.

Лобач Игорь Олегович

Национальный технический университет

"Харьковский политехнический институт"

кафедра "Промышленная и биомедицинская электроника"

61002, Харьков, ул.Фрунзе 21,

тел./факс (057) 707-63-12

e-mail: zhemerov@gmail.com, i.o.lobach@yandex.ua

Zhemerov G.G., Lobach I.O.

Efficiency of a double-pulsed bridge noncontrolled rectifier with a capacitance filter.

In the paper, efficiency of a single-phase noncontrolled bridge rectifier with a capacitance filter versus equivalent-to-load-resistance ratio has been specified.

Key words – efficiency, double-pulsed bridge noncontrolled rectifier, threshold voltage, capacity, insulation resistance.

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И ИЗМЕРЕНИЕ ВНЕШНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ. ЧАСТЬ 1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ.

Проведено аналіз можливості використання явищ надпровідності для вимірювання зовнішніх магнітних полів електротехнічних пристрій (електричних машин, трансформаторів та ін.).

Проведен анализ возможности использования явления сверхпроводимости для измерения внешних магнитных полей электротехнических устройств (электрических машин, трансформаторов и др.).

Проблема электромагнитной совместимости с ростом энерговооруженности в процессе развития цивилизации становится все более актуальной. Понятие электромагнитной совместимости может относиться к совместимости и взаимному влиянию рядом установленного электрооборудования или электрооборудования и измерительных приборов (особенно в таких пространственно ограниченных объектах, как морские суда, летательные аппараты и др.), к воздействию внешних электромагнитных полей на средства радиосвязи и управления, но может относиться и к экологической проблеме, связанной с влиянием внешних магнитных полей на человека.

В связи с этим возникает необходимость во все более точном измерении внешних магнитных полей различного рода технических объектов, в первую очередь энергетического электрооборудования (электрические машины, трансформаторы распределительные устройства и др.). Точность измерений в значительной мере зависит от электромагнитной обстановки в месте измерений, то есть от уровня промышленных электромагнитных помех, который может превышать по величине само измеряемое внешнее магнитное поле электрооборудования. При измерении постоянных внешних магнитных полей электрооборудования возникает необходимость "отстроиться" от магнитного поля Земли (МПЗ), (например, скомпенсировать противополем в объеме измерений), которое достигает на поверхности Земли максимальных значений [1]: 0,7 эрстед ($1\mathcal{E} = 10^3/4\pi \text{ А/м}$) – вертикальная компонента на полюсе, 0,4 эрстед – горизонтальная компонента на экваторе.

На спутниках магнитное поле Земли используют для первичной ориентации в пространстве, а для межпланетных космических аппаратов внешнее по отношению к ним магнитное поле практически отсутствует. Напряженность магнитного поля в космическом пространстве приближенно оценивается величиной $5 \cdot 10^{-5}\mathcal{E}$ (индукция – $5 \cdot 10^{-5}\text{ Гс}$). Имеется в виду Солнечная система. Для сравнения: в межгалактическом пространстве магнитное поле имеет величину порядка 10^{-9} Гс ($1\text{Гс} = 10^{-4}\text{ Тл}$), а вблизи плоскости Галактики – 10^{-6} Гс [2]. Таким образом, для приборов и человека, находящихся на космических аппаратах, источником внешних магнитных полей являются устройства и блоки самого космического аппарата и ограничительные жесткие требования по величине этих полей предъявляются уже на расстоянии одного – двух десятков сантиметров от поверхности этих блоков.

Что касается фоновых внешних магнитных полей

на промышленных предприятиях и в крупных городах, то можно сослаться на работу [3], где приводятся результаты измерений постоянного магнитного поля в городской квартире на расстоянии 100 м от трамвайной линии и 1 км от линии электропоезда в ночное и дневное время [$0,004\text{ Гс}$ ($0,4\text{ мкТл}$) и $0,025\text{ Гс}$ ($2,5\text{ мкТл}$) соответственно]. В то же время всплески магнитного поля на удаленных от электро- и автотранспорта улицах достигали $0,1\text{ Гс}$ (10 мкТл). На территории промышленных предприятий такие фоновые поля в десятки раз больше. Такого же уровня могут быть и измеряемые вблизи от маломагнитного электрооборудования внешние магнитные поля. Поэтому точность измерений внешнего магнитного поля в таких условиях существенным образом зависит от того, насколько возможно нейтрализовать (исключить, компенсировать) влияние промышленных помех.

С этой целью могут быть использованы необычные свойства явления сверхпроводимости, в частности квантовый характер этого явления. Первый вопрос, который при этом возникает, не будет ли само измеряемое поле или поле промышленных помех препятствовать сверхпроводящему переходу при понижении температуры до критической.

Качественную оценку измеряемых внешних магнитных полей электрооборудования проведем по эмпирическим формулам, приведенным в [4], где магнитный момент (Am^2) электрооборудования определялся в зависимости от мощности $M = C \cdot P$. Наибольший коэффициент пропорциональности $C = 0,7$ у двухполюсных асинхронных двигателей (мощность до $P = 100\text{ кВт}$). В научно-техническом центре магнетизма технических объектов (НТЦ МТО) НАН Украины (г. Харьков) измерительная система контурных обмоток [5] имеет радиус $R_u \approx 2\text{ м}$ и позволяет измерять магнитные моменты объектов ($0,5 - 1000\text{ Am}^2$ с габаритами до $(2 \times 2 \times 3)\text{м}^3$ [6, 7]). Для малогабаритных и мало мощных объектов радиус измерений R_u может быть и меньше, учитывая то, что для большинства объектов измерения на расстоянии 2-3 габаритов поле определяется в основном дипольной составляющей. Свойством легко изменять расстояние измерений R_u обладает измерительная система четырех точечных датчиков, расположенных равномерно по окружности R_u . Две системы таких датчиков описаны в [8]. Исходя из сказанного оценим величину измеряемого поля на расстояниях $R_u = 0,5\text{ м}$, $R_u = 1\text{ м}$, $R_u = 2\text{ м}$ для объекта мощностью $P = 100\text{ кВт}$.

$$H_{u0,5} = \frac{M}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot P}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot 100}{2\pi \cdot 0,5^3} \approx 89 \frac{\text{A}}{\text{м}} (1,12 \text{Э});$$

$$B_{u0,5} = \mu_0 H_{u0,5} = 112 \text{ мкТл} (1,12 \text{ Гс});$$

$$H_{u1} = \frac{0,7 \cdot P}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot 100}{2\pi \cdot 1^3} \approx 11,14 \frac{\text{А}}{\text{м}} (0,14 \text{ Э});$$

$$B_{u1} = \mu_0 H_{u1} = 14 \text{ мкТл} (0,14 \text{ Гс});$$

$$H_{u2} = \frac{0,7 \cdot P}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot 100}{2\pi \cdot 2^3} \approx 1,39 \frac{\text{А}}{\text{м}} (17,5 \text{ мЭ});$$

$$B_{u2} = \mu_0 H_{u2} = 1,75 \text{ мкТл} (17,5 \text{ Гс}).$$

Для объекта мощностью 100 кВт расстояние $R_u = 0,5$ м не реально, так как расстояние R_u должно равняться (2-3) габаритных размера измеряемого объекта. Таким образом, величина измеряемых внешних магнитных полей находится на уровне промышленных помех и МПЗ.

Основные свойства низкотемпературных сверхпроводников изложены в Приложении. Как следует из табл. П1 максимальная критическая напряженность магнитного поля таких сверхпроводящих материалов лежит в пределах 50÷1400 Эрстед (индукция 5-140 мТл). Например, ванадий имеет критические температуру и поле $T_k = 5,3$ К, $B_k = 1370$ Гс; свинец – $T_k = 7,2^\circ\text{K}$, $B_k = 803$ Гс (80,3 мТл). Таким образом, принципиальных препятствий к использованию сверхпроводящих проводников для обмоток измерительных элементов внешних магнитных полей электрооборудования не существует. Кроме того, недалеко то время, когда промышленность начнет выпускать проводники из высокотемпературных сверхпроводящих материалов (ВТСП), и для охлаждения и перевода в сверхпроводящее состояние потребуются не гелиевые температуры, а температура жидкого азота ($\sim 77^\circ\text{K}$), что сделает сверхпроводящие установки в целом значительно дешевле. Согласно [9] промышленность России и других стран уже освоили опытно-промышленное производство обмоточных материалов на базе сверхпроводников семейства висмутовых купритов ($T_k = 110$ °К), которые могут работать в попечном магнитном поле до 0,3 Тл при температуре 77,3 °К. Вместе с тем активно ведутся исследования по новому, как считают перспективному, классу ВТСП на основе арсенида железа [10].

Для целей измерения внешних магнитных полей могут быть использованы наблюдаемые в сверхпроводниках эффекты Мейснера (выталкивание магнитного поля из сверхпроводника) и Оннеса (захват, "замораживание" магнитного потока в сверхпроводящем кольце). Эффект Джозефсона (туннельный переход) используется для измерения очень малых магнитных полей и такие приборы (датчики магнитного поля) существуют. В частности, в [11, 12] описан принцип действия двухконтактного СКВИДа (название определяет группу приборов, измеряющих очень малые магнитные поля, напряжения и др.), основанный на использовании двух Джозефсоновских переходов, который позволяет измерять магнитные поля до 10^{-11} Гс [11].

Эффект Мейснера может быть использован в средоточенных (точечных) датчиках магнитного поля

[8]. Для этого может быть применено устройство Мейснера, рис. 1. [13].

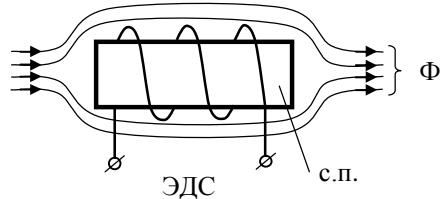


Рис. 1

Вокруг цилиндра из сверхпроводящего материала намотана обмотка. Если температура сверхпроводящего сердечника меньше критической T_k , то магнитный поток не может пройти через него (и, следовательно, сквозь катушку), т.к. идеальный диамagnetизм сверхпроводников первого рода приводит к тому, что магнитное поле Ленца, создаваемое сверхпроводящими электронами, циркулирующими в тонком поверхностном слое сверхпроводника (без потерь энергии), в точности равно и противоположно по направлению магнитному полю, приложенному извне. Если поднять температуру сверхпроводника выше критического значения, то через сердечник и, следовательно, через катушку обычным образом пройдет магнитный поток. При каждом переходе через критическую температуру, как при нагревании, так и при охлаждении сверхпроводящего вещества сердечника, в катушке генерируется импульс напряжения (переход в сверхпроводящее состояние происходит скачком). Импульс напряжения вызывается (в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея и правила Ленца) внезапным изменением магнитного потока, сцепленного с катушкой, при переходе через критическую температуру. Установка температуры вещества сверхпроводящего сердечника выше или ниже критического значения T_k равнозначна включению или выключению магнитного потока, проходящего через катушку. Если этот механизм переключения (нагревание и охлаждение) срабатывает достаточно быстро, то в катушке наводится переменное напряжение с амплитудой, пропорциональной составляющей внешнего магнитного поля в направлении оси катушки [13]. Для целей измерения внешних магнитных полей (электрооборудования, технических объектов) возможность применения таких быстрых переключений сомнительна. Следует ориентироваться на единичные переключения (сверхпроводящее – нормальное состояние и наоборот).

Поскольку сверхпроводимость исчезает при малой критической напряженности магнитного поля H_k , этот метод пригоден для измерения только слабых магнитных полей $H < H_k$ (см. Приложение, табл. П1).

Эффект Оннеса может быть использован для разработки, как средоточенных обмоток (точечных датчиков) [8], так и контурных обмоток [5]. Если проволока, изогнутая в форме замкнутого контура, помещена в магнитное поле, то часть магнитного потока будет проходить сквозь контур (сцеплена с контуром). Если затем охладить проволоку до температуры соответствующей состоянию сверхпроводимости ($T < T_k$) и уда-

лити контур от источника магнитного поля (или наоборот удалить источник магнитного поля), то через контур будет проходить тот же самый магнитный поток, который был сцеплен с контуром. Иначе говоря, магнитный поток "захватывается" контуром, находящимся в сверхпроводящем состоянии, поскольку при удалении магнитного поля, в контуре наводятся сверхпроводящие токи, создающие такое же магнитное поле, которое было сцеплено с контуром. Для наглядности приведем здесь рис. 2, взятый из работы [14].

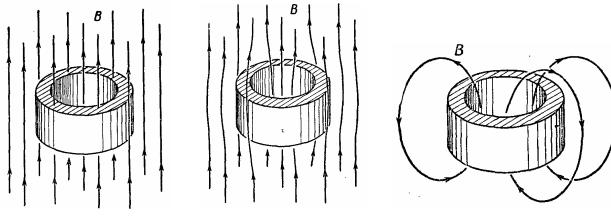


Рис. 2

На рис. 2,а кольцо находится в нормальном состоянии, и магнитное поле проходит и сквозь тело кольца. На рис. 2,б кольцо охлаждено до сверхпроводящего состояния и магнитное поле вытолкнуто из тела сверхпроводника в соответствии с эффектом Мейснера. На рис. 2,в убрали источник магнитного поля, но часть потока, сцепленная с кольцом на рис. 2,б, превратилась теперь в собственный поток сверхпроводящего кольца, по поверхности которого протекает теперь сверхпроводящий ток, создающий этот поток. Кольцо на рис. 2 имеет прямоугольное поперечное сечение только для наглядности, оно может быть круглого сечения, квадратного и др.

Такого рода сверхпроводящие кольца, включенные на измерение (точнее расположенные для измерения) дипольных магнитных моментов, могут использоваться в качестве контурных измерительных систем [5] (измеряемый объект внутри ИС) для измерения постоянных, остаточных и индуцированных полей. Если два кольца расположены по дипольной схеме, то после измерения захваченных каждым из колец потоков, результат определяется как сумма показаний. Малого размера сверхпроводящие кольца могут использоваться в качестве точечных датчиков, включенных по помехозашщщенной схеме четырех датчиков [8] (расположенных по вышеуказанной схеме), однако в этом случае величина измеряемого потока будет очень малой.

Захваченный сверхпроводящими кольцами поток (и соответствующее поле B) может быть измерен как до, так и после удаления измеряемого объекта. Причем, измерение захваченного потока, возможно, производить в каждом отдельном кольце. После измерения, захваченных каждым из колец потоков, результат определяется по схеме их расположения в измерительном устройстве.

Возможен способ измерения захваченного потока (и поля B) с помощью измерения тока в кольце или ЭДС (при переводе сверхпроводящих колец в нормальное состояние – нагреванием выше температуры T_k). Для этого может использоваться плотно приле-

гающая к кольцу измеряющая ЭДС обмотка.

Если измерительные элементы точечных или контурных измерительных систем выполняются из сверхпроводников второго рода (к которым относятся и ВТСП), то следует учитывать, что сверхпроводящий переход в них происходит при втором критическом поле H_{k2} (B_{k2}), которое в несколько раз больше первого критического поля. При этом незначительная часть магнитного потока (соответствующая полю $H_{k1} < H < H_{k2}$) будет проникать в сверхпроводящие элементы ИС и до перехода в нормальное состояние. Это касается в первую очередь точечных датчиков (элементов Мейснера). На точность измерений контурными ИС это обстоятельство повлиять не может, так как площадь, занимаемая сверхпроводящим материалом обмоток, ничтожна по сравнению с площадью, соответствующей измеряемому магнитному потоку.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В табл. П1, взятой из работы [15], приведены приближенные значения критической температуры T_k и критического поля H_{k0} для чистых веществ-сверхпроводников.

Таблица П1

Элемент	T_k , °К	H_{k0} , Э	Элемент	T_k , °К	H_{k0} , Э
Алюминий	1,19	99	Протактиний	1,3	-
Ванадий	5,3	1370	Ртуть-α	4,15	411
Вольфрам	0,012	1070	Ртуть-β	3,95	340
Галлий	1,09	51	Рений	1,7	198
Индий	3,40	293	Рутений	0,5	66
Иридий	0,14	20	Свинец	7,2	803
Кадмий	0,55	30	Тантал	4,39	830
Лантан-α	4,8	-	Технеций	7,8	1410
Лантан-β	5,9	1600	Торий	1,37	162
Молибден	0,92	-	Титан	0,39	100
Ниобий	9,2	1944	Таллий	2,39	171
Оsmий	0,65	65	Уран	0,2	-
Олово-α	3,72	309	Цинк	0,9	53
Олово-β	5,3	-	Цирконий	0,55	47

Примечание: 1Э соответствует индукции 10^{-4} Тл.

Магнитное поле не проникает в сверхпроводник. Однако, с увеличением магнитного поля, сверхпроводимость разрушается, (напряженность критического поля обозначается H_k). Критическое поле зависит от температуры и при температуре, равной критической T_k , обращается в нуль (рис. П1). Эта зависимость описывается формулой:

$$H_k(T) = H_{ko} \left[1 - \left(\frac{T}{T_k} \right)^2 \right].$$

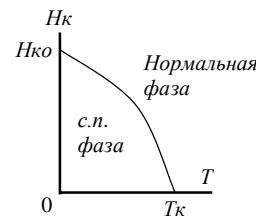


Рис. П1

Исчезновение сопротивления является единственной особенностью сверхпроводников.

Примерно 20 лет после открытия явления сверхпроводимости (1911 г. Комерлинг-Оннес) считалось, что сверхпроводник – это металл с нулевым сопротивлением $\rho=0$ (идеальный проводник). В 1933 г. Мейснер и Оксенфельд установили, что магнитное поле не проникает в толщу сверхпроводника всегда, независимо от того, когда материал переводится в сверхпроводящее состояние (охлаждается до $T \leq T_c$) – до внесения в магнитное поле или после. В первом случае и идеальный проводник, и сверхпроводник будут вести себя одинаково: на поверхности возникает индуцированный ток, создающий магнитный поток, направленный встречно и равный внешнему потоку в соответствии с правилом Ленца, и магнитное поле в образец не проникает. Во втором случае магнитное поле в идеальный проводник проникло до его охлаждения, и оно останется в нем после охлаждения до температуры, *ниже критической*. При охлаждении сверхпроводника до температуры $T < T_c$ магнитный поток выталкивается из него (эффект Мейснера). В сверхпроводнике при $T < T_c$ всегда $B=0$, что соответствует нулевой магнитной проницаемости (идеальный диамагнетик). Сверхпроводящий ток (и поле) сосредоточен в малом поверхностном слое сверхпроводника, порядка нескольких сот ангстрем ($1\text{A}=10^{-10}\text{m}$), что соответствует нескольким сотням межатомных расстояний (напомним, что период кристаллической решетки примерно 10^{-10}m).

Внешнее магнитное поле, вызывающее сверхпроводящий ток, никакой работы над заряженными частицами не совершает. Электрическое поле, которое в обычных металлах совершает работу и тем самым может поддерживать постоянство электрического тока, в данном случае отсутствует. Эффект Мейснера и отсутствие сопротивления тесно связаны между собой.

Если кольцо из сверхпроводящего материала поместить в магнитное поле и затем перевести его в сверхпроводящее состояние, т.е. понизить температуру до $T < T_c$, после чего выключить источник магнитного поля, то в кольце, в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея, индуцируется ток, который уже не затухает. Этот ток будет препятствовать уменьшению магнитного потока, сцепленного с кольцом, а затем будет поддерживать магнитный поток на прежнем уровне. Другими словами в сверхпроводящем кольце оказался "замороженным" магнитный поток, а по кольцу протекает незатухающий сверхпроводящий ток (эффект Оннеса). Такой ток может существовать в кольце годами, практически не затухая. При этом, "замороженный" в кольце магнитный поток не может принимать произвольные значения. Экспериментально установлено, что магнитный поток в полом сверхпроводящем цилиндре может принимать только значения, кратные величине $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}$ (квант магнитного потока) [11, 15], где h – постоянная Планка, e – заряд электрона. В этом случае наблюдаются квантовые эффекты на макроскопическом уровне.

Возвращаясь к рассмотрению сверхпроводящего кольца, с незатухающим полем отметим, что ток в кольце (как и связанный с ним поток) может изменяться только квантовым образом. Для всего электронного коллектива, движущегося в кольце, возникает гигантская боровская орбита. Хотя движение электронов по кольцу является движением с ускорением, излучения электромагнитной энергии не наблюдается по той же причине, что и в случае электрона, движущегося вокруг атомного ядра по разрешенной постулатами Бора орбите. Но с помощью сверхпроводящего кольца мы наблюдаем гигантский квантовый эффект; кванты макроскопических величин – тока и потока. Если использовать боровское условие квантования момента количества движения (импульса $p = mV$) $mVr = N\hbar$ применительно к электронам, движущимся в кольце, то под r следует понимать радиус кольца, в котором циркулирует сверхпроводящий ток (m – масса, V – скорость, N – целое число, $\hbar = h/2\pi$). Это условие равнозначно тому, что на разрешенной боровской орбите (на окружности сверхпроводящего кольца в данном случае) должно умещаться целое число волн Де Брояля $2\pi r = N\lambda_D = Nh/mV$ (длина волны Де Брояля $\lambda_D = h/mV$). Энергия n электронов, движущихся по кольцу со скоростью V , равна $W = nmV^2/2 = npV/2$. Энергия тока I в кольце, создающего поток $\Phi = LI$, где L – индуктивность кольца, равна $W = LI^2/2 = \Phi I/2$. Сила тока, создаваемого в кольце n электронами, движущимися со скоростью V , равна $I = nVe/2\pi r$, тогда энергия $W = \Phi nVe/4\pi r$. Из сравнения двух формул энергии получаем импульс: $p = mV = \Phi e/2\pi r$. Подставляя в условие квантования, определяем поток $\Phi = Nh/e = N\Phi_0$, где Φ_0 – Лондоновский квант магнитного потока, предсказанный Ф. Лондоном в 1950 г. Однако, он не учел, что заряженные частицы (куперовские пары) имеют заряд $2e$. Тогда квант потока равен: $\Phi_0 = h/2e$.

Решающую роль в понимании явления сверхпроводимости сыграло открытие в 1950 г. изотопического эффекта. Оказалось, что критическая температура сверхпроводящего перехода T_c зависит от атомной массы изотопа, которая является характеристикой решетки кристалла и может влиять на ее свойства (частота решеточных колебаний обратно пропорциональна корню квадратному от массы ионов).

Возбужденное состояние кристаллической решетки (причина – движущийся в кристалле электрон) описывается с помощью звуковых квантов (квазичастиц) – фононов. Следовательно, сверхпроводимость обусловлена взаимодействием электронов с решеткой кристаллов (электрон-фононное взаимодействие). В 1956 г. Л. Купер рассмотрел задачу о двух дополнительных электронах, добавленных к полному набору электронов, характеризующему металл при $T = 0$ °К (все электронные уровни заполнены вплоть до максимальной энергии (энергии Ферми E_F)). Он доказал, что при некоторых условиях (равные и противоположные импульсы и спины) эти электроны могут образовать связанное состояние даже при сколь угодно слабом притяжении между ними (куперовские пары). Притяжение между двумя отрицательно заряженными электронами можно трактовать следующим образом.

При взаимодействии одного из электронов с колеблющейся кристаллической решеткой, последняя экранирует его отрицательный заряд положительными зарядами своих ионов, в результате чего он как бы становится положительно заряженным и может притягивать к себе другой электрон. Электроны образующие куперовскую пару, должны иметь противоположно направленные спины (при которых притяжение будет сильнее). Как показал Купер, своего партнера по паре электрон выбирает не из числа ближайших соседей, а среди более отдаленных электронов. Куперовская пара имеет размеры $2 \times (10^{-4} \div 10^{-3})$ см, что значительно превышает среднее расстояние между атомами в кристаллической решетке ($10^{-8} \div 10^{-7}$) см. Своего рода "дальнодействие" взаимодействия электронов в паре. Все электроны, участвующие в образовании куперовских пар, связаны между собой. Причем другие электроны (ниже уровня Ферми) не только не участвуют в образовании куперовских пар, но и "не мешают" этому процессу. В результате энергия отрыва электрона от куперовской пары во много раз больше энергии связи одной пары, поскольку перевод электрона с каким-то конкретным значением импульса P_i из связанного состояния в одноэлектронное, удаляет из системы куперовских пар не одну, а много большее число пар, которые могли бы образоваться с участием этого импульса. Отсюда и следует наличие энергетической щели, препятствующей разрушению состояния сверхпроводимости. С микроскопической точки зрения при $T < T_c$ в системе, обладающей свойством сверхпроводимости, образуется макроскопически большое число сильно связанных между собой куперовских пар электронов, имеющих равные и противоположно направленные импульсы, суммарный спин $J = 0$ и суммарный заряд $2e$, т.е. представляющих собой своеобразные заряженные частицы Бозе-Эйнштейна (подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна), которые должны проявлять свойство бозеконденсации и сверхтекучести [16]. А сверхтекучесть заряженной "жидкости" и есть сверхпроводимость. Такое понимание процесса сверхпроводимости было достигнуто к 1957 г., когда вышла работа Бардина, Купера, Шриффера с изложением микроскопической теории сверхпроводимости (теории БКШ). Еще раньше была предложена теория Лондонов, объясняющая явление сверхпроводимости на феноменологическом уровне (1935 г.).

Согласно теории Лондонов электроны в сверхпроводнике можно рассматривать как совокупность двух электронных коллективов: сверхпроводящих и нормальных электронов. Плотность сверхпроводящих электронов n_s должна уменьшаться с повышением температуры и обращаться в нуль при $T = T_c$. При $T = 0$ величина n_s должна равняться плотности всех свободных электронов металла. Это формулировка так называемой двухжидкостной модели сверхпроводимости. В стационарных условиях, когда электрического поля нет, нормальные электроны покоятся.

Предложенные Лондонами уравнения дали описание поведения сверхпроводящей компоненты электронной жидкости в постоянном и переменном электромагнитном поле. С их помощью удалось описать

многие аспекты поведения сверхпроводников, в частности эффект Мейснера.

Получим эти уравнения [17] в системе единиц СИ. Предположим, что внутри сверхпроводника возникло электрическое поле \bar{E} . Сверхпроводящие электроны будут ускоряться (не передавая своего импульса p кристаллической решетке) согласно уравнению движения (второй закон Ньютона):

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = e\bar{E} \quad \text{или} \quad \frac{d\bar{p}}{dt} = e\bar{E} \quad (\text{П1})$$

Плотность тока n_s сверхпроводящих электронов, движущихся со скоростью \bar{V} , равна:

$$\bar{J} = n_s e \bar{V} = n_s e \frac{\bar{p}}{m}.$$

Подставляя в (П1), получим:

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = e^2 \frac{n_s}{m} \bar{E}.$$

Взяв ротор от обеих частей этого равенства, и используя закон электромагнитной индукции Фарадея $\left(\operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right)$, находим: $\frac{\partial}{\partial t} \left(\operatorname{rot} \bar{J} + \frac{e^2 n_s}{m} \bar{B} \right) = 0$.

Отсюда следует, что в любой среде, которая проводит электрический ток без диссипации, выражение в скобках не зависит от времени. А поскольку в начальный момент времени, т.е. до возбуждения тока в сверхпроводнике $J = 0$, $B = 0$, то в любой момент времени, должно быть (уравнение Лондонов)

$$\operatorname{rot} \bar{J} = - \frac{n_s e^2}{m} \bar{B}. \quad (\text{П2})$$

Так как $\bar{B} = \operatorname{rot} \bar{A}$, где \bar{A} – векторный потенциал, то из (П2) следует, что

$$\operatorname{rot} \left(\bar{J} + \frac{e^2 n_s}{m} \bar{A} \right) = 0.$$

Одним из решений этого уравнения является равенство:

$$\bar{J} = - \frac{n_s e^2}{m} \bar{A}. \quad (\text{П3})$$

Эта формула связывает сверхпроводящий ток с векторным потенциалом электромагнитного поля. Из первого уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} \quad \text{или} \quad \operatorname{rot} \bar{B} = \mu_0 \bar{J}$$

следует (с учетом равенства $\bar{B} = \operatorname{rot} \bar{A}$ и калибровки $\operatorname{div} \bar{A} = 0$):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{B} &= \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{A} - \operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{A} = \\ &= -\operatorname{div} \operatorname{grad} \bar{A} = -\nabla^2 \bar{A} = \mu_0 \bar{J} \end{aligned} \quad (\text{П4})$$

Подставим (П3) в (П4) и получим

$$\nabla^2 \bar{A} = \mu_0 \frac{n_s e^2}{m} \bar{A} = \lambda^{-2} \bar{A}, \quad (\text{П5})$$

где $\lambda = \sqrt{m/(n_s \mu_0 e^2)}$ – лондоновская глубина проникновения поля.

Взяв ротор от обеих частей равенства (П5), получим уравнение

$$\nabla^2 \bar{B} = \lambda^{-2} \bar{B}.$$

Если граница сверхпроводника плоская, то это уравнение принимает вид:

$$\frac{d^2 \bar{B}}{dz^2} = \lambda^{-2} \bar{B},$$

решение которого $B(z) = B_0 e^{-\frac{z}{\lambda}}$, где $B_0 = B(0)$, ось Z направлена вглубь сверхпроводника.

Распределение тока в пространстве найдем из первого уравнения Максвелла:

$$\bar{J} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \bar{B}; J = \frac{B_0}{\mu_0 \lambda} e^{-\frac{z}{\lambda}}.$$

Следовательно, магнитное поле и электрический ток распределены в приповерхностном слое сверхпроводника, толщина которого $\lambda = \sqrt{m/(\mu_0 n_s e^2)}$.

Приведем здесь таблицу значений лондоновской глубины проникновения (при $T=0$ К) для некоторых сверхпроводников, взятую из работы [11].

Таблица П2

Элемент	Al	Cd	Hg	In	Nb	Pb	Sn	Tl
$\lambda(0)$, НМ	50	130	38-45	64	47	39	51	92

Ввиду малости этой величины, токи в сверхпроводниках, размеры которых гораздо больше, чем глубина проникновения λ_0 , можно считать поверхностными. Именно они ответственны за эффект Мейснера-Оксенфельда. Создаваемое ими поле в области сверхпроводника равно и противоположно внешнему магнитному полю (вызывавшему эти токи). Однако, теория Лондонов, как локальная теория, применима при условии $H < H_k$, т.е. вдали от критического поля [16].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Яновский Б.М. Земной магнетизм. Ч.1 – Л.: Изд. Ленинградского университета, 1964. – 591 с.
- Фортов В.Е. Экстремальные состояния вещества на Земле и в космосе // УФН. – 2009. – № 6. – С. 653-687.
- Реутов Ю.Я., Литвиненко А.А. Многоконтурные ортогональные магнитные системы для создания однородных полей в объеме помещений // Электричество. – 1987. – № 10. – С. 23.
- Заутнер Ф.Л., Пильюгина О.Ю., Розов В.Ю. Вероятностный метод прогнозирования электромагнитных полей электрооборудования в низкочастотном диапазоне // Техническая электродинамика. – 1994. – № 1. – С. 3-6.
- Боев В.М. Экспериментальное определение распределения полей рассеяния электрооборудования в окружающем пространстве // ИВУЗ. – Энергетика. – 1981. – № 6. – С. 32-37.
- Розов В.Ю., Ерисов А.В., Волохов С.А. Стенд для измерения магнитных моментов изделий // Труды междунар. научн.-техн. конф. "Метрология в электронике-97". – Харьков: ГНПО "Метрология", 1997. – Т.1 – С. 167-169.
- Лупиков В.С. и др. Улучшение однородности магнитного поля в рабочей области магнитоизмерительного стенда. – Електротехніка і електромеханіка. – 2005. – № 4. – С. 51-53.
- Дегтярев В.В. Точечный магнитометрический метод определения дипольных магнитных моментов источников внешнего магнитного поля // Техническая электродинамика. – 1998. – № 3 – С. 19-24.
- Дорофеев В.В. и др. Проблемы создания и применения в электрических сетях устройств, использующих явление сверхпроводимости // Электричество. – 2005. – № 7. – С. 22-25.
- Изюмов Ю.А., Курмаев Э.З. Новый класс высокотемпературных сверхпроводников в FeAs-системах // УФН. – 2008. – № 12. – С. 1307.
- Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. – М.: Наука, 1982. – 240 с.
- Афанасьев Ю.В., Студенцов Н.В., Щелкин А.П. Магнитометрические преобразователи, приборы, установки. – Л.: Энергия, 1972. – 272 с.
- Бэрк Г. Справочное пособие по магнитным явлениям. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 384 с.
- Файнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Файнмановские лекции по физике. Т.9. Квантовая механика. – М.: Мир, 1978.
- Кресин В.З. Сверхпроводимость и сверхтекучесть. – М.: Наука, 1978. – 190 с.
- Гинзбург В.Л. Сверхпроводимость: позавчера, вчера, сегодня, завтра // УФН. – 2000. – № 6. – С. 619-629.
- Федорченко А.М. Теоретическая физика. Классическая электродинамика. – К: Вища школа, 1988. – 280 с.

Bibliography (transliterated): 1. Yanovskij B.M. Zemnoj magnetizm. Ch.1 - L.: Izd. Leningradskogo universiteta, 1964. - 591 s. 2. Fortov V.E. 'Ekstremal'nye sostoyaniya veschestva na Zemle i v kosmose // UFN. - 2009. - № 6. - S. 653-687. 3. Reutov Yu.Ya., Litvinenko A.A. Mnogokonturnye ortogonal'nye magnitnye sistemy dlya sozdaniya odnorodnyh polej v ob'eme pomeschenij // Elektrichestvo. - 1987. - № 10. - S. 23. 4. Zautner F.L., Pilyugina O.Yu., Rozov V.Yu. Veroyatnostnyj metod prognozirovaniya `elektromagnitnyh polej` elektroborudovaniya v nizkochastotnom diapazone // Tehnicheskaya `elektrodinamika. - 1994. - № 1. - S. 3-6. 5. Boev V.M. Eksperimental'noe opredelenie raspredeleniya polej rassayaniya `elektroborudovaniya` v okruzhayuschem prostranstve // IVUZ. - Energetika. - 1981. - № 6. - S. 32-37. 6. Rozov V.Yu., Erisov A.V., Volohov S.A. Stend dlya izmerenija magnitnyh momentov izdelij // Trudy mezhdunar. nauchn.-tehn. konf. "Metrologiya v elektronike-97". - Har'kov: GNPO "Metrologiya", 1997. - T.1 - S. 167-169. 7. Lupikov V.S. i dr. Uluchshenie odnorodnosti magnitnogo polya v rabochej oblasti magnitoizmeritel'nogo stenda. - Elektrotehnika i elektromehanika. - 2005. - № 4. - S. 51-53. 8. Degtyarev V.V. Tochennyj magnitometricheskiy metod opredeleniya dipol'nyh magnitnyh momentov istochnikov vneshnego magnitnogo polya // Tehnicheskaya `elektrodinamika. - 1998. - № 3 - S. 19-24. 9. Dorofeev V.V. i dr. Problemy sozdaniya i primeneniya v `elektricheskikh setyah ustrojstv, ispol'zuyschih yavlenie sverhprovodimosti // Elektrichestvo. - 2005. - № 7. - S. 22-25. 10. Izyumov Yu.A., Kurmaev E.Z. Novyj klass vysokotemperaturnyh sverhprovodnikov v FeAs-sistemah // UFN. - 2008. - № 12. - S. 1307. 11. Shmidt V.V. Vvedenie v fiziku sverhprovodnikov. - M.: Nauka, 1982. - 240 s. 12. Afanas'ev Yu.V., Studencov N.V., Schelkin A.P. Magnitometricheskie preobrazovateli, pribory, ustanovki. - L.: 'Energiya, 1972. - 272 s. 13. B'erk G. Spravochnoe posobie po magnitnym yavleniyam. - M.: 'Energoatomizdat, 1991. - 384 s. 14. Fejnman R., Leiton R., S'ends M. Fejnmanovskie lekciy po fizike. T.9. Kvantovaya mehanika. - M.: Mir, 1978. 15. Kresin V.Z. Sverhprovodimost' i sverhtekuchest'. - M.: Nauka, 1978. - 190 s. 16. Ginzburg V.L. Sverhprovodimost': pozavchera, vchera, segodnya, zavtra // UFN. - 2000. - № 6. - S. 619-629. 17. Fedorchenko A.M. Teoreticheskaya fizika. Klassicheskaya `elektrodinamika. - K: Vischa shkola, 1988. - 280 s.

Поступила 18.04.2012

Боев Вячеслав Михайлович, д.т.н., проф.

Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Теоретические основы электротехники"
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 7076961.

Boev V.M.

Superconductivity and measurement of external magnetic fields of electrical equipment. Part 1. General questions.

A feasibility analysis of superconductivity application to measuring external magnetic fields of electrical engineering device (electric machines, transformers and others) is conducted.

Key words – superconductivity, external magnetic fields, engineering device.

ПРО НЕВІДПОВІДНІСТЬ СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ТРАНСФОРМАТОРА ЙОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПРОЦЕСАМ

Показано невідповідність відомих схем заміщення лінійного трансформатора його електромагнітним процесам, розглянута залежність складових векторного потенціалу від розподілу векторів щільності струмів обмоток трансформатора, встановлені формули, що виражають магнітні потоки розсіяння через просторові компоненти чотиривимірних потенціалів.

Показано несоответствие известных схем замещения линейного трансформатора его электромагнитным процессам, рассмотрены зависимости составляющих векторного потенциала от распределения векторов плотностей токов обмоток трансформатора, установлены формулы, выражающие магнитные потоки рассеяния через пространственные компоненты четырехмерных потенциалов.

ВСТУП

Для аналізу і розрахунку різних режимів роботи трансформатора, в тому числі і визначення вторинної напруги при різних навантаженнях, а також для розрахунку складних електрических кіл, в які трансформатор входить як один з складових елементів, реальний трансформатор замінюють еквівалентною схемою заміщення.

Відомі схеми заміщення трансформатора, що розглядаються у відповідних розділах теоретичних основ електротехніки, не відповідають електромагнітним процесам, що відбуваються в трансформаторі. Дані невідповідність полягає, наприклад, в тому, що в режимі холостого ходу напруги на вихідних затисках трансформатора і схеми заміщення мають різний характер. Це обумовлено тим, що в цих схемах заміщення в вітку намагнічування включена позитивна взаємна індуктивність M . Підставою такого включення є, наприклад [1,4], нічим не мотивоване використання математичного прийому, що полягає в підсумуванні і відніманні однієї і тієї ж величини в правих частинах рівнянь, складених по другому закону Кірхгофа для первинної і вторинної обмоток. В рівнянні для первинної обмотки невідомо чому величина $j\omega M \dot{I}_1$ підсумовується з $j\omega M \dot{I}_2$, а віднімається від $j\omega L_1 \dot{I}_1$. В рівнянні для вторинної обмотки вже величина $j\omega M \dot{I}_2$ підсумовується з $j\omega M \dot{I}_1$ і віднімається від $j\omega L_2 \dot{I}_2$. Але ж таким же чином (на тій же підставі) замість підсумування може бути проведено віднімання і навпаки, що змінить схему заміщення, у тому числі і вітку намагнічування.

Отже, дослідження електромагнітних процесів лінійного трансформатора і уточнення схеми його заміщення, що забезпечує відповідність електромагнітних процесів даних пристройів, є актуальним проблемою, рішення якої дозволяє підвищити надійність функціонування електротехнічних систем, що містять трансформатор.

ОСНОВНИЙ ТЕКСТ СТАТТІ

Електромагнітні процеси, що відбуваються в лінійному трансформаторі, повною мірою описуються основними рівняннями електродинаміки – рівняннями Максвела:

$$\operatorname{rot} H = \frac{\partial D}{\partial t} + \delta, \quad (\text{A})$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad (\text{B})$$

$$\operatorname{div} D = \rho, \quad (\text{C})$$

$$\operatorname{div} B = 0. \quad (\text{D})$$

Розрахунок електромагнітного поля будь-якого електротехнічного пристроя, у тому числі трансформатора зводиться до відшукання основних векторів поля шляхом інтегрування рівнянь Максвела. Причому достатньо визначити який-небудь з двох векторів електричного поля і який-небудь з двох векторів магнітного поля, щоб далі за допомогою простих співвідношень, що характеризують середовище, можна було знайти два, що залишилися, вектори. Отже, математично рішення зводиться до інтегрування двох векторних або шести скалярних рівнянь по числу координатних складових векторів поля.

Оскільки дивергенція ротора дорівнює нулю, рівняння (D) дозволяє представити вектор магнітної індукції B як ротор векторного потенціалу A . Використування другого рівняння Максвела з урахуванням того, що ротор градієнта тотожно рівний нулю дозволяє представити вектор напруженості E за допомогою похідної за часом векторного і градієнта скалярного потенціалів. Таким чином, вектори B і E можуть бути виражені через чотири скалярні функції: A_x, A_y, A_z і ϕ , що значною мірою полегшує розрахунок поля, а значить, і розрахунок самого електротехнічного пристроя.

Передача енергії з первинної обмотки трансформатора у вторинну здійснюється електромагнітним шляхом за допомогою магнітного поля, створюваного струмами даних обмоток.

Основними рівняннями магнітного поля, є рівняння закону Ампера або закону повного струму:

$$\operatorname{rot} H = \delta, \quad (1)$$

і рівняння, що описує принцип безперервності силових ліній магнітного поля, тобто відсутність вільних магнітних зарядів:

$$\operatorname{div} B = 0. \quad (2)$$

Рівняння (1) і (2) представлені в диференціальній формі. Вектори магнітної індукції B і напруженості H магнітного поля для однорідних середовищ зв'язані співвідношенням:

$$B = \mu_a H. \quad (3)$$

Порівняння рівнянь (1)-(3) показує, що магнітна

рівновага встановлюється лише в тому випадку, якщо вектор магнітної індукції B одночасно підкоряється рівнянням [2]:

$$\operatorname{div} B = 0, \quad \operatorname{rot} B = \mu_a \delta. \quad (4)$$

Рішенням рівнянь (4) є співвідношення:

$$B = \operatorname{rot} A, \quad (5)$$

в якому вектор A підкоряється рівнянням:

$$\nabla^2 A = -\mu_a \delta, \quad \operatorname{div} A = 0. \quad (6)$$

З рішенням у вигляді (5) перше з рівнянь (4) виконується автоматично, оскільки дивергенція ротора дорівнює нулю. Друге з рівнянь (4) переписується у вигляді:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} A = \operatorname{grad} \operatorname{div} A - \nabla^2 A = \mu_a \delta,$$

звідки і витікає умова (6) справедлива для магнітного поля, у якого лінії вектора A є замкнуті на себе лінії.

Загальним рішенням рівнянь (6), що вказує на можливість магнітної рівноваги, є вираз:

$$A = \frac{\mu_a}{4\pi} \int_V \frac{\delta}{r} dV. \quad (7)$$

Різниця між двома рішеннями B і B' , що підкоряються рівнянням (4), буде кінцевим рішенням однорідних рівнянь у всіх точках. Тому вона буде тоді ж рівна нулю і стан при магнітній рівновазі однозначно характеризуватиметься завданням B .

Підстановка виразу (5) в друге рівняння Максвелла $\operatorname{rot} E = -\partial B / \partial t$ із зміною порядку диференціювання за часом і по просторових координатах і з урахуванням того, що ротор градієнта тотожно рівний нулю, дозволяє одержати співвідношення:

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \operatorname{grad} \phi. \quad (8)$$

Якщо виразити основні вектори електромагнітного поля за допомогою комбінацій похідних від компонент чотиривимірного потенціалу рівняннями (5), (8), при цьому вважати діелектричну проникність ϵ_a і магнітну проникність μ_a постійними величинами, то перше рівняння Максвела:

$$\operatorname{rot} H = \epsilon_a \frac{\partial E}{\partial t} + \delta$$

приймає вигляд:

$$\frac{1}{\mu_a} \operatorname{rot} \operatorname{rot} A = \delta - \epsilon_a \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \epsilon_a \operatorname{grad} \frac{\partial \phi}{\partial t}.$$

Беручи до уваги одну з основних формул векторного аналізу, ($\operatorname{rot} \operatorname{rot} A = \operatorname{grad} \operatorname{div} A - \nabla^2 A$) останній вираз перетвориться таким чином:

$$\frac{1}{\mu_a} \left(\operatorname{grad} \operatorname{div} A - \nabla^2 A \right) = \delta - \epsilon_a \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \epsilon_a \operatorname{grad} \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (9)$$

У виразі (9) векторний потенціал A і скалярний ϕ є компонентами чотиривимірного потенціалу, для визначення яких в теорії Лоренца додається умова [3]:

$$\operatorname{div} A + \epsilon_a \mu_a \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0.$$

Отже, першому рівнянню Максвела відповідає вираз:

$$\nabla^2 A - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu_a \delta \quad (10)$$

звідки:

$$\frac{1}{\mu_a} \nabla^2 A - \epsilon_a \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\delta.$$

Одержане рівняння (10) є неоднорідним векторним хвильовим рівнянням і є добре вивченим в математиці рівнянням Д'Аламбера, яке часто записується у вигляді:

$$\square A = -\mu_a \delta,$$

де $\square = \nabla^2 - \partial^2 / \partial t^2$ – так званий оператор Д'Аламбера або чотиривимірний лапласіан (за четверте вимірювання приймається час t).

Таким чином, рівняння (10) дозволяє визначити значення векторного потенціалу, знайти три його скалярні функції A_x, A_y, A_z по заданому розподілу векторів щільностей струмів первинної δ_1 і вторинної δ_2 обмоток трансформатора, що дає можливість набути значення вектора B магнітного поля взаємодії обмоток за допомогою простої диференціальної операції (5).

Магнітний потік, пронизуючий яку-небудь поверхню S , визначається таким чином:

$$\Phi = \int_S BdS. \quad (11)$$

Оскільки відповідно до основних положень векторного аналізу дивергенція ротора дорівнює нулю, рівняння (D) дозволяє представити вектор магнітної індукції виразом (5), тому:

$$\Phi = \int_S \operatorname{rot} AdS.$$

На підставі теореми Стокса поверхневий інтеграл може бути перетворений в лінійний:

$$\int_S \operatorname{rot} AdS = \oint_L Adl.$$

Отже, для визначення магнітного потоку, пронизуючого деяку поверхню S (вторинну або первинну обмотки трансформатора), необхідно знайти циркуляцію векторного потенціалу по замкнутому контуру, на який спирається дана поверхня:

$$\Phi = \oint_L Adl. \quad (12)$$

У формулі (12) векторний потенціал A і потік Φ обумовлені струмами всіх обмоток трансформатора. Через принцип суперпозиції можна записати:

$$A = \sum_k^n A_k \quad (13)$$

де A_k – векторний потенціал, створюваний в даній точці струмом k -тої обмотки трансформатора.

Вираз (13) можна розвернути таким чином:

$$A = A_n + \sum_k^n \delta_{nk} A_k, \quad \text{де } \delta_{nk} = \begin{cases} 0 & \text{при } k = n \\ 1 & \text{при } k \neq n \end{cases}. \quad (14)$$

Отже, магнітний потік, пронизуючий n -ту обмотку трансформатора, створений струмом цієї обмотки, (магнітний потік самоіндукції) визначається співвідношенням:

$$\Phi_n = \oint_{l_n} A_n dl_n \quad (15)$$

Магнітному потоку, пронизуючому n -ту обмотку, обумовленому струмом k -тої обмотки, (магнітному потоку взаємоіндукції) відповідає вираз:

$$\Phi_{nk} = \oint_{l_n} A_k dl_n \quad (16)$$

Коефіцієнт пропорційності між магнітним потоком самоіндукції і струмом, що його створює, називається індуктивністю L . Коефіцієнт пропорційності між магнітним потоком взаємоіндукції і струмом, що його створює, є взаємною індуктивністю M .

Друге рівняння Максвела (B) описує процеси перетворення магнітного поля (магнітної енергії) в електричне поле (електричну енергію). Інтегрування по поверхні, пронизуючої вектором B магнітної індукції, обох частин рівняння (B)

$$\left(\int_S \text{rot} E dS = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S B dS \right)$$

з урахуванням теореми Стокса

$$\left(\int_S \text{rot} E dS = \oint_l E dl \right)$$

показує, що

$$\oint_l E dl = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S B dS,$$

або, беручи до уваги рівняння (11):

$$\oint_l E dl = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} = e(t).$$

Таким чином, використання векторного потенціалу дозволяє за допомогою інтегрування по контуру знайти створювані струмами первинної і вторинної обмоток магнітні потоки, що забезпечують передачу (перетворення) електромагнітної енергії з однієї обмотки в іншу.

Щоб визначити миттєве значення е.р.с. взаємоіндукції $e_{21}(t)$, що наводиться у вторинній обмотці, але обумовленої струмом первинної обмотки, необхідно скористатися формулою (16) знайти магнітний потік. При цьому слід враховувати, що:

$$\Psi_{21} = M_{21} i_1(t) = M i_1(t) \quad (17)$$

тому:

$$e_{21}(t) = -M \frac{\partial i_1}{\partial t}.$$

Дана е.р.с. є стороною для вторинної обмотки трансформатора і в режимі холостого ходу напруга на її вихідних затисках рівна е.р.с., тобто:

$$u_{2x}(t) = e_{21x}(t) = -M \frac{\partial i_{1x}}{\partial t}.$$

Тоді як в схемах заміщення лінійного трансформатора, описуваних у відповідних розділах курсу ТОЕ, наприклад [1, 4], $u_{2x}(t)$ визначається виразом:

$$u_{2x}(t) = M \frac{\partial i_{1x}}{\partial t},$$

що суперечить електромагнітним процесам, що відбу-

ваються в трансформаторі.

Магнітні потоки можуть бути представлені як результат накладення потоків, створюваних кожним із струмів окремо, і позначені, наприклад, таким чином: Φ_{11} – потік, створений струмом i_1 ; Φ_{22} – потік, створений струмом i_2 ; Φ_{12} – потік, створений струмом i_2 і пронизуючий не тільки вторинну, але і первинну обмотки (магнітний потік взаємної індукції, пов'язаний з первинною обмоткою, обумовлений струмом вторинної обмотки); Φ_{21} – потік, створений струмом і пронизуючий не тільки первинну і вторинну обмотки (магнітний потік взаємної індукції, пов'язаний з вторинною обмоткою, обумовлений струмом первинної обмотки); Φ_{s1} – потік, створений струмом i_1 і пронизуючий тільки первинну обмотку (потік розсіяння первинної обмотки); Φ_{s2} – потік, створений струмом i_2 і пронизуючий тільки вторинну обмотку (потік розсіяння вторинної обмотки).

Отже:

$$\Phi_{11} = \Phi_{s1} + \Phi_{21}, \quad \Phi_{22} = \Phi_{s2} + \Phi_{12}. \quad (18)$$

Даним магнітним потокам відповідають потокозчеплення: $\Psi_{11} = w_1 \Phi_{11}$ – потокозчеплення самоіндукції первинної обмотки; $\Psi_{22} = w_2 \Phi_{22}$ – потокозчеплення самоіндукції вторинної обмотки; $\Psi_{12} = w_1 \Phi_{12}$ – потокозчеплення взаємної індукції, пов'язане з первинною обмоткою, обумовлене струмом i_2 вторинної обмотки; $\Psi_{21} = w_2 \Phi_{21}$ – потокозчеплення взаємної індукції, пов'язане з вторинною обмоткою, обумовлене струмом i_1 первинної обмотки.

Для лінійного трансформатора мають місце співвідношення:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{\Psi_{11}}{i_1}, & L_2 &= \frac{\Psi_{22}}{i_2} \\ M_{21} &= \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1} \\ M_{12} &= \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2} \\ M_{12} &= M_{21} = \sqrt{\frac{\Psi_{12} \Psi_{21}}{i_1 i_2}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Магнітні потоки, визначувані як:

$$\Phi_{s1} = \Phi_{11} - \Phi_{21}, \quad \Phi_{s2} = \Phi_{22} - \Phi_{12}$$

є потоками розсіяння, отже, потокозчепленням розсіяння відповідають вирази:

$$\Psi_{s1} = w_1 \Phi_{s1} = w_1 (\Phi_{11} - \Phi_{21}) = \Psi_{11} - w_1 \Phi_{21};$$

$$\Psi_{s2} = w_2 \Phi_{s2} = w_2 (\Phi_{22} - \Phi_{12}) = \Psi_{22} - w_2 \Phi_{12}.$$

Тому індуктивності розсіяння первинної і вторинної обмоток трансформатора повинні визначатися таким чином:

$$\left. \begin{aligned} L_{s1} &= \frac{\Psi_{s1}}{i_1} = \frac{\Psi_{11}}{i_1} - \frac{w_1 \Phi_{21}}{i_1}, \\ L_{s2} &= \frac{\Psi_{s2}}{i_2} = \frac{\Psi_{22}}{i_2} - \frac{w_2 \Phi_{12}}{i_2}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Відповідно до рівнянь (14)-(16) магнітні потоки, що використовуються у формулах (18) і (19), описуються за допомогою векторного потенціалу, що спрощує і уточнює знаходження основних векторів

магнітного поля трансформатора. Крім того в цьому випадку виключається інше трактування поняття "індуктивність розсіяння". Таким чином, одержані формули (20) визначення L_{s1} , L_{s2} і, встановлені (виведені) за допомогою просторових компонент чотиривимірних потенціалів, забезпечують правильність їх тлумачення і дозволяють підвищити точність визначення даних індуктивностей

Із співвідношень (14), (16), (17) і (20) витікає, що формули визначення індуктивності розсіяння первинної і вторинної обмоток трансформатора, описані в [4]:

$$\left. \begin{aligned} L_{s1} &= \frac{\Psi_{11}}{i_1} - \frac{w_1}{w_2} \frac{\Psi_{21}}{i_1} = L_1 - \frac{w_1}{w_2} M \\ L_{s2} &= \frac{\Psi_{22}}{i_2} - \frac{w_2}{w_1} \frac{\Psi_{12}}{i_2} = L_2 - \frac{w_2}{w_1} M \end{aligned} \right\},$$

суперечать основним рівнянням електротехніки, з яких одержані співвідношення (20), і тому не можуть бути використані при описі електромагнітних процесів лінійного трансформатора.

Відповідно до закону електромагнітної індукції струм первинної обмотки наводить у вторинній обмотці е.р.с. взаєміндукції, миттєве значення якої визначається виразом:

$$e_{21}(t) = -\frac{\partial \Psi_{21}}{\partial t} = -M \frac{\partial i_1}{\partial t}.$$

Дана е.р.с. є стороною для вторинної обмотки трансформатора. Тому в режимі холостого ходу вищезгадана е.р.с. повинна бути і напругою на виході вторинної обмотки трансформатора, тобто:

$$u_{2x}(t) = -M \frac{\partial i_{1x}}{\partial t}. \quad (21)$$

Отже, тільки описана в роботах [5, 6] схема є схемою заміщення лінійного трансформатора, оскільки напруга на її виході в режимі холостого ходу визначається формулою (21), що можливе лише в тому випадку, якщо в вітці намагнічування розташована взаємна індуктивність, узята із знаком мінус ($-M$).

ВИСНОВКИ

Таким чином, схема заміщення лінійного трансформатора, в вітці намагнічування якої міститься взаємна індуктивність $-M$, однозначно відповідає електромагнітним процесам даного трансформатора. Тому при її використанні в процесі розрахунку складних електричних систем, в які трансформатор входить як один з складових елементів, забезпечується підвищення надійності функціонування даних систем.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Нейман Л.Р. Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники. Том 1. Теория линейных электрических цепей. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.
- Тоннела М.-А. Основы электромагнетизма и теории относительности. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962. – 483 с.
- Паули В. Теория относительности. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит. 1991. – 328 с.
- Аatabеков Г.И. Теория линейных электрических цепей. – Л.: "Советское радио". 1960 – 712 с.
- Придубков П.Я., Хоменко И.В. Дослідження схеми заміщення лінійного трансформатора // Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит. – 2010. – № 9. – С. 44-50.
- Придубков П.Я., Хоменко И.В. Теорія чотириполюсників і схема заміщення трансформатора // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 1. – С. 58-60.

Bibliography (transliterated): 1. Nejman L.R. Demirchan K.S. Teoreticheskie osnovy `elektrotehniki. Tom 1. Teoriya linejnyh `elektricheskikh cenej. - L.: `Energoizdat, 1981. - 536 s. 2. Tonnella M.-A. Osnovy `elektromagnetizma i teorii otносitel'nosti. - M.: Izdatel'stvo inostrannoj literatury, 1962. - 483 s. 3. Pauli V. Teoriya otносitel'nosti. - M.: Nauka. Gl. red. Fiz.-mat. lit. 1991. - 328 s. 4. Atabekov G.I. Teoriya linejnyh `elektricheskikh cenej. - L.: "Sovetskoe radio". 1960 - 712 s. 5. Pridubkov P.Ya., Homenko I.V. Doslidzhennya shemi zamischennya linijnogo transformatora // Energoberezhennya. Energetika. Energoaudit. - 2010. - № 9. - S. 44-50. 6. Pridubkov P.Ya., Homenko I.V. Teoriya chotiripolyusnikiv i shema zamischennya transformatora // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 1. - S. 58-60.

Надійшла 10.07.2012

Придубков Павло Якович, к.т.н., доц.

доцент кафедри "Електротехніка та електричні машини"
Українська державна академія залізничного транспорту
61050, Харків, пл. Фейербаха, 7
тел. (057) 7301996

Хоменко Ігор Васильович, к.т.н., доц.

доцент кафедри "Передача електричної енергії"
Національний технічний університет
"Харківський політехнічний інститут"
61002, Харків, вул. Фрунзе 21

Pridubkov P.Y., Khomenko I.V.

About inadequacy of transformer equivalent circuits to its electromagnetic processes.

Inadequacy of available equivalent circuits of a linear transformer to its electromagnetic processes is shown. Dependences of vector potential components on the transformer winding current density vectors distribution are analyzed. Formulas for stray flux through spatial components of four-dimensional potentials are derived.

Key words – transformer, electromagnetic processes, equivalent circuits, inadequacy.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ТОНКИМ КРУГОВЫМ ВИТКОМ С РАЗРЕЗОМ НАД ТОНКОСТЕННЫМ ЛИСТОМ МЕТАЛЛА

У рамках статті проведено аналіз електромагнітних процесів, що збуджуються полем плоского "незамкнутого" кругового витка, розташованого над тонкостінним немагнітним листом металу. Отримано основні залежності для розрахунку просторово-часового розподілу вихревих струмів в розглянутій індукторній системі.

В рамках статьи проведен анализ электромагнитных процессов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла. Получены основные зависимости для расчета пространственно-временного распределения вихревых токов в рассматриваемой индукторной системе.

ВВЕДЕНИЕ

Возбуждение вихревых токов в тонкостенных металлах, в отличие от случая массивных и достаточно хороших проводников, происходит в условиях интенсивного проникновения действующих электромагнитных полей. Т.е. проводник "прозрачен" для действующих полей. Исследование этих процессов для МИОМ – задача, безусловно, весьма актуальная и практически значимая [1-3]. Физически, "прозрачный" проводник есть прямая противоположность "идеальному" проводнику [3-5]. Поэтому анализ процессов возбуждения вихревых токов в физически противоположных идеализациях позволит по максимуму оценить существующие природные различия и открыть круг наиболее интересных направлений в дальнейших исследованиях. Особая значимость – это адекватность реальной ситуации, когда индуктор – инструмент магнитно-импульсного воздействия имеет форму цилиндрического витка с "разрезом" [6].

Цель настоящей работы – получение основных зависимостей для расчета пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла.

ПОЛЯ И ТОКИ, РАСЧЁТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Расчетная модель представлена на рис. 1, где $\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z$ – направляющие орты координат в выбранной цилиндрической системе координат.

Примем следующие допущения.

- Бесконечно протяженный в поперечных направлениях лист толщиной – d выполнен из немагнитного металла с удельной электропроводностью – γ .

- Виток индуктора расположен над поверхностью пластины на расстоянии – h , его радиус – R , поперечные размеры настолько малы, что влияние металла витка на электромагнитные процессы несущественно, и, математически, расположение возбуждающего тока индуктора можно описать произведением дельта-функций Дирака $\sim \delta(z-h) \cdot \delta(r-R)$.

- В местах соединения витка (соответствующие токопроводы перпендикулярны к его плоскости) и источника мощности имеет место "разрыв" по азимуту, описываемый функцией

$$f(\phi) = \eta(\phi - \phi_0) - \eta(\phi - (2\pi - \phi_0)),$$

где $\eta(\phi)$ – ступенчатая функция Хевисайда, $2\phi_0$ – ве-

личина "разрыва" в витке, выраженная в терминах азимутального угла.

- По витку протекает азимутальный ток с плотностью $-j_{\phi i}(t, r, \phi, z)$,

$$j_{\phi i}(t, r, \phi, z) = j(t) \cdot \delta(r - R) \cdot \delta(z - h) \cdot f(\phi),$$

где $j(t)$ – амплитудно-временная зависимость, t – время.

Временные характеристики возбуждающего тока таковы, что $\omega \cdot t < 1$, где ω – характерная циклическая частота сигнала, $t = \mu_0 \cdot \gamma \cdot d^2$ – характерное время диффузии в металлический лист [6, 7].

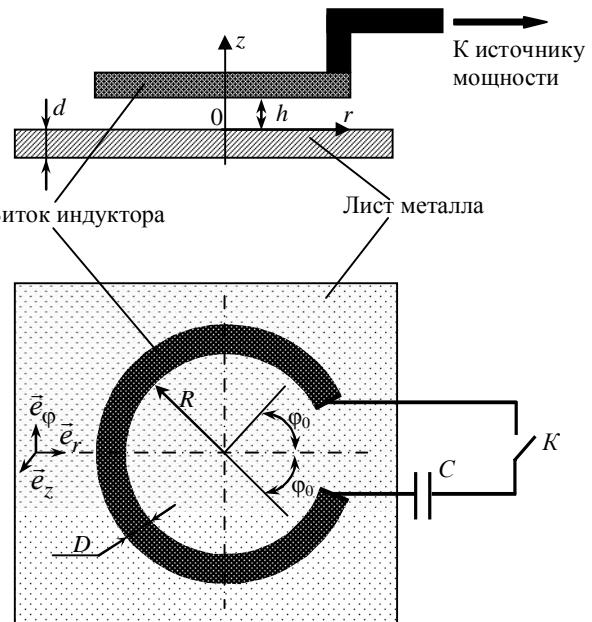


Рис. 1. Плоский "незамкнутый" виток над тонкостенным листом металла

Согласно принятым допущениям в системе возбуждается электромагнитное поле с векторами напряженности $\mathbf{E} = \{E_r \neq 0, E_\phi \neq 0, E_z \neq 0\}$ и $\mathbf{H} = \{H_r \neq 0, H_\phi \neq 0, H_z \neq 0\}$.

Полная совокупность уравнений Максвелла в пространстве изображений по Лапласу для нулевых начальных условий запишется в виде:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \phi, z) = j_{\phi i}(p, r, \phi, z) + \gamma \cdot \mathbf{E}(p, r, \phi, z); \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}(p, r, \phi, z) = -p \cdot \mu_0 \cdot \mathbf{H}(p, r, \phi, z); \\ \operatorname{div} \mathbf{H}(p, r, \phi, z) = 0; \operatorname{div} \mathbf{E}(p, r, \phi, z) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где p – параметр преобразования Лапласа,

$$\begin{aligned} j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) &= L\{j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z)\}, \\ \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) &= L\{\mathbf{H}(t, r, \varphi, z)\}, \\ \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) &= L\{\mathbf{E}(t, r, \varphi, z)\}. \end{aligned}$$

Необходимо подчеркнуть, что допущение о форме возбуждающего тока с азимутальным разрывом первого рода исключает влияние токоподводов, перпендикулярных к плоскости витка, но не противоречит требованию непрерывности линий тока – $\operatorname{div} j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z) = 0$, формально следующему из системы (1). Принятая модель расчёта предполагает их замкнутость в элементах разрядного контура (рис.1), частью которого является и виток, а не в пространстве между местами его подсоединения к источнику за счёт априори пренебрежимо малых токов смещения.

При решении поставленной задачи выделим следующие области:

- 1) над листом металла, $z \geq 0$, здесь отсутствует второе слагаемое в первом из уравнений системы (1),
- 2) собственно лист металла, $-d \leq z \leq 0$, здесь отсутствует первое слагаемое в первом из уравнений системы (1),
- 3) под листом металла, $-\infty \leq z \leq -d$, здесь отсутствуют оба слагаемые в первом из уравнений системы (1).

Вначале в каждой из выделенных областей с помощью системы (1) запишем уравнения в частных производных и соответствующие общие интегралы для z -компоненты напряжённости магнитного поля.

1) Область над листом металла, $z \geq 0$.

Векторное преобразование первого уравнения системы (1) $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = \operatorname{rot} j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z)$ в совокупности с хорошо соотношением $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = -\nabla^2 \mathbf{H}(p, r, \varphi, z)$ даёт уравнение в частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z)) \end{aligned} \quad (2)$$

Следует отметить, что интеграл уравнения (2) в данной области идентичен найденному для массивного идеально проводящего объекта [4, 5]. Разница лишь в наличии одной неопределённой произвольной постоянной интегрирования.

Для убедительности выполним все необходимые математические преобразования [7, 8].

Ток в витке представим разложением по косинусам кратных дуг:

$$j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} j_n(p, r, z) \cdot \cos(n\varphi), \quad (3)$$

где $j_n(p, r, z) = j(p) \cdot F_n(\varphi_0) \cdot \delta(r - R) \cdot \delta(z - h)$,

$$F_n(\varphi_0) = \begin{cases} \left(-\frac{2 \cdot \sin(n \cdot \varphi_0)}{\pi \cdot n} \right), & n \neq 0, \\ \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi} \right), & n = 0. \end{cases}$$

Тогда решение уравнения (3) следует искать в виде ряда:

$$H_z(p, r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(p, r, z) \cdot \cos(n\varphi). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получим неоднородное уравнение Бесселя:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_{zn}(p, r, z)}{\partial r} \right) - \frac{n^2}{r^2} \frac{\partial^2 H_{zn}(p, r, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_{zn}(p, r, z)}{\partial z^2} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_n(p, r, z)) \end{aligned} \quad (5)$$

Условию ограниченности радиального распределения $H_{zn}(p, r, z)$ из уравнения (5) при $r = 0$, $r \rightarrow \infty$ и $n \rightarrow \infty$ удовлетворяет интегральное преобразование Фурье-Бесселя:

$$H_{zn}(p, r, z) = \int_0^{\infty} H_{zn}(p, \lambda, z) \cdot J_n(\lambda r) \lambda \cdot d\lambda, \quad (6)$$

где $J_n(\lambda r)$ – функция Бесселя n -ого порядка, λ – параметр преобразования.

Правая часть уравнения (5) после преобразования Фурье-Бесселя принимает вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r j_n(p, r, z)) = \int_0^{\infty} K_n(p, \lambda) \cdot \delta(z - h) \cdot J_n(\lambda r) \lambda \cdot d\lambda, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} K_n(p, \lambda) &= j(p) \int_0^{\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_n(t, r, z)) \cdot J_n(\lambda r) \cdot r \cdot dr = \\ &= j(p) \cdot F_n(\varphi_0) \cdot f_n(\lambda). \\ f_n(\lambda) &= \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \delta(r - R)) J_n(\lambda r) dr = R \cdot \frac{dJ_n(\lambda \cdot R)}{dr} \Big|_{r=R} = \\ &= \frac{(\lambda \cdot R)}{2} \cdot [J_{n-1}(\lambda \cdot R) - J_{n+1}(\lambda \cdot R)] \end{aligned}$$

В соответствии с (6) и (7) уравнение (5) приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_{zn}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 H_{zn}(p, \lambda, z) = \\ = -K_n(p, \lambda) \delta(z - h). \end{aligned} \quad (8)$$

Общий интеграл уравнения (8) имеет вид:

$$\begin{aligned} H_{zn}(p, \lambda, z) &= C_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} + C_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda z} - \\ &- \frac{K_n(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \operatorname{sh}(\lambda(z - h)) \cdot \eta(z - h), \end{aligned} \quad (9)$$

где $C_{1,2}(p, \lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования.

Константу C_1 можно определить из граничного условия $H_{zn}(p, \lambda, z \rightarrow \infty) = 0$.

После тождественных преобразований и упрощающих переобозначений получаем, что

$$\begin{aligned} H_{zn}(t, \lambda, z) &= \frac{K_n(p, \lambda)}{\lambda} \times \\ &\times \left[C_n(p, \lambda) e^{-\lambda z} + \left(0.5 e^{\lambda(z-h)} - \operatorname{sh}(\lambda(z-h)) \eta(z-h) \right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

где $C(p, \lambda)$ – оставшаяся неопределенной произвольная постоянная.

Результат (9) необходимо последовательно подставить в выражения (6) и (4).

В конечном итоге находим нормальную компоненту напряжённости магнитного поля, возбуждаемого в рассматриваемой системе.

Для удобства в дальнейших вычислениях поместим выходные результаты для рассматриваемой области верхним индексом – (1).

$$H_z^{(1)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \left[\sum_{n=0}^{\infty} K_n(p, \lambda) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \cos(n\varphi) \right] \times \\ \times \left[C_n(p, \lambda) e^{-\lambda z} + (0.5e^{\lambda(z-h)} - \operatorname{sh}(\lambda(z-h))\eta(z-h)) \right] d\lambda. \quad (11)$$

2) Область – собственно металл листа, $-d \leq z \leq 0$.

Здесь первое уравнение системы (1) $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = \gamma \cdot \operatorname{rot} \mathbf{E}(p, r, \varphi, z)$ в совокупности $\operatorname{rot} \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) = -p \cdot \mu_0 \mathbf{H}(p, r, \varphi, z)$, $\operatorname{div} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = 0$ и хорошо известным из векторной алгебры соотношением $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = -\nabla^2 \mathbf{H}(p, r, \varphi, z)$ даёт уравнение в частных производных:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = -p \mu_0 \gamma \cdot H_z(p, r, \varphi, z), \quad (12)$$

Сопоставим уравнение (12) и (2).

Физически, источником электромагнитных полей, возбуждаемых в системе, является только ток "разомкнутого" витка. Следовательно, относительно "формы" источника возбуждения радиальная и азимутальная зависимости для идентичных компонент напряженности должны повторять друг друга во всех выделенных областях рассматриваемой задачи. В этом нетрудно убедиться, повторяя все математические выкладки, произведенные при интегрировании уравнения (2).

Опуская промежуточные преобразования в (12), связанные с представлениями (4) и (6), сразу запишем дифференциальное уравнение для образа z -составляющей напряжённости магнитного поля.

$$\frac{d^2 H_{zn}(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot H_{zn}(p, \lambda, z) = 0, \quad (13)$$

где $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p\mu_0\gamma}$ – постоянная распространения по оси аппликат.

Общий интеграл однородного уравнения второго порядка (13) есть линейная комбинация фундаментальных решений $\sim e^{\pm q(p, \lambda)z}$. Подставляя её в разложение (4) и интеграл Фурье-Бесселевого преобразования (6), находим, что

$$H_z^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^{\infty} \left[D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)z} + \right. \\ \left. + D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)z} \right] \cdot \cos(n\varphi) J_n(\lambda r) \cdot \lambda d\lambda, \quad (14)$$

где $D_{1,2n}(p, \lambda)$ – неизвестные произвольные постоянные интегрирования.

3) Область под листом металла, $-\infty \leq z \leq -d$.

Так же, как и ранее, записываем, что $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = -\nabla^2 \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = 0$. Отсюда получаем уравнение для z -компоненты напряжённости магнитного поля.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = 0. \quad (15)$$

Интеграл уравнения (15) идентичен выражению (14) при $\gamma = 0$.

Удовлетворяя условию ограниченности при $z \rightarrow -\infty$, записываем формулу для z -составляющей напряжённости магнитного поля под листовым металлом.

$$H_z^{(3)}(p, r, \varphi, z) = \\ = \int_0^\infty \sum_{n=0}^{\infty} G_n(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} \cdot \cos(n\varphi) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \lambda d\lambda, \quad (16)$$

где $G_n(p, \lambda)$ – неизвестная произвольная постоянная интегрирования.

Выражения для выделенной составляющей вектора напряжённости магнитного поля, возбуждаемого в рассматриваемой системе, содержат четыре произвольных постоянных интегрирования, подлежащие определению.

Для этого необходимы четыре соотношения. Первые два из них – это условия непрерывности нормальных компонент вектора индукции на границе раздела выделенных областей. Поскольку в рассматриваемой задаче фигурируют немагнитные среды, эти условия сохраняют справедливость и для z -компоненты напряжённости магнитного поля при $z = 0$ и $z = -d$.

Следующие два соотношения можно записать для касательных составляющих.

Ограничимся определением лишь радиальной компоненты вектора напряжённости магнитного поля в системе.

1) Область над листом металла, $z \geq 0$.

Из уравнений Максвелла (1) получаем, что

$$H_r(t, r, \varphi, z) = \int \frac{\partial H_z(t, r, \varphi, z)}{\partial r} dz + D, \quad (17)$$

где D – произвольная постоянная интегрирования.

Удовлетворение условию ограниченности магнитного поля $\lim_{z \rightarrow \infty} H_r(t, r, \varphi, z) = 0$ требует, чтобы $D = 0$.

Итак, подставляя (11) в (17), определяем, что

$$H_r^{(1)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^{\infty} K_n(p, \lambda) \cdot \frac{dJ_n(\lambda r)}{dr} \cdot \cos(n\varphi) \times \\ \times \left[-C_n(p, \lambda) e^{-\lambda z} + (0.5e^{\lambda(z-h)} - \operatorname{ch}(\lambda(z-h))\eta(z-h)) \right] d\lambda \quad (18)$$

2) Область – собственно металл листа, $-d \leq z \leq 0$.

Здесь, строгое использование интегрального соотношения (17) не представляется возможным, поскольку для проводящей среды исходные уравнения Максвелла (1) содержат компоненты индуцированного тока, что существенно усложняет процесс отыскания аналитических связей между характеристиками протекающих электромагнитных процессов.

Тем не менее, громоздких математических преобразований можно избежать.

Первое. Из физического смысла решаемой задачи, как для z -составляющей тока, так и напряжённости следует, что $J_z^{(2)} \approx 0$ и $E_z^{(2)} \approx 0$.

С учётом этого из уравнений Максвелла (1) в принятой системе координат получаем, что

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot H_\phi^{(2)}(p, r, \varphi, z) \right) - \frac{\partial H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi} = 0. \quad (19)$$

$$\frac{\partial E_\phi^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial z} = p \cdot \mu_0 \cdot H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z), \quad (20)$$

где $E_\phi^{(2)}(p, r, \varphi, z)$ – азимутальная компонента вектора напряжённости электрического поля.

Второе. Радиальные компоненты индуцированного тока и электрической напряжённости, безусловно, возбуждаются. Но, как показал анализ в системе из "разомкнутого" витка над идеальным проводником, роль радиальной компоненты в формировании результирующей картины пространственно-временного распределения индуцированных токов по сравнению с азимутальной составляющей весьма мала. Этот вывод для настоящего рассмотрения полезен тем, что позволяет ввести дополнительное упрощающее допущение о пренебрежимо малом влиянии радиальных компонент вихревых токов и, соответственно, электрической напряжённости на процессы в уже металле листа. То есть, принять, что $j_r^{(2)}(t, r, \varphi, z) \approx 0$ и $E_r^{(2)}(t, r, \varphi, z) \approx 0$.

Теперь соответствующее уравнение Максвелла запишется в виде:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_z^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\phi^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial z} \approx 0. \quad (21)$$

Комбинация выражений (21) и (19) приводит к интегральной связи (17). Произвольная постоянная принимается равной нулю. В противном случае при переходе из одной выделенной области в другую (это – среды с их электрофизическими характеристиками) нарушается подобие векторов электромагнитного поля, причинно обусловленных одним конкретным источником с заданными геометрическими и амплитудно-временными параметрами.

Итак, подставляя (14) в (17), находим, что

$$H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \int_{0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{dJ_n(\lambda \cdot r)}{dr} \cdot \cos(n\varphi) \times \\ \times \frac{\lambda}{q(p, \lambda)} \cdot [D_{1n}(p, \lambda) e^{q(p, \lambda) \cdot z} - D_{2n}(p, \lambda) e^{-q(p, \lambda) \cdot z}] d\lambda. \quad (22)$$

3) Область под листом металла, $-\infty \leq z \leq -d$.

С помощью (14) и (17) определяем радиальную составляющую напряжённости магнитного поля.

$$H_r^{(3)}(p, r, \varphi, z) = \\ = - \int_{0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} G_n(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} \cdot \frac{dJ_n(\lambda r)}{dr} \cdot \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (23)$$

Приравнивая соответствующие компоненты поля на границах выделенных областей, приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных интегрирования.

$$\left. \begin{aligned} & z = 0. \\ & K_n(p, \lambda) \cdot [C_n(p, \lambda) + 0.5 \cdot e^{-\lambda h}] = \\ & = [D_{1n}(p, \lambda) + D_{2n}(p, \lambda)] \cdot \lambda. \\ & K_n(p, \lambda) \cdot [-C_n(p, \lambda) + 0.5 \cdot e^{-\lambda h}] = \\ & = [D_{1n}(p, \lambda) - D_{2n}(p, \lambda)] \cdot \frac{\lambda}{q(p, \lambda)}. \\ & z = -d. \\ & [D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d} + D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d}] = \\ & = G_n \cdot e^{-\lambda d}. \\ & [D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d} - D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d}] \cdot \frac{\lambda}{q(p, \lambda)} = G_n \cdot e^{-\lambda d}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Поскольку нас интересуют индуцированные токи в низкочастотном режиме, где $(\omega \cdot t) \ll 1$, из системы (24) достаточно найти только $D_{1,2}(p, \lambda)$ при $q(p, \lambda) \approx \lambda$.

Получаем, что

$$D_{1n}(p, \lambda) = \frac{K_n(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda h}}{2\lambda}, \quad D_{2n}(p, \lambda) = 0. \quad (25)$$

В выражении (25) раскроем $K_n(p, \lambda)$ (зависимость из (7)). Затем (25) подставим в формулу (22). Результат подстановки зафиксируем в уравнении (20), откуда найдём азимутальную компоненту напряжённости электрического поля.

$$E_\phi^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \frac{\mu_0}{2} (pj(p)) \times \\ \times \int_{0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_n(\varphi_0) f_n(\lambda) e^{\lambda(z-h)}}{\lambda} \frac{d J_n(\lambda r)}{dr} \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (26)$$

Выражение (26) помножим на удельную электропроводность металла листа – γ . Результат проинтегрируем по $z \in [0, -d]$. После перехода в пространство оригиналов и введения общепринятых обозначений получим аналитическую пространственно-временную зависимость для линейной плотности азимутальной составляющей тока, индуцированного в тонкостенном листовом металле полем "разомкнутого" витка индуктора.

$$J_\phi^{(2)}(t, r, \varphi) = \frac{\tau}{(2d^2)} \frac{dj(t)}{dt} \times \\ \times \int_{0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_n(\varphi_0) f_n(\lambda) e^{-\lambda h}}{\lambda^2} (1 - e^{-\lambda d}) \frac{d J_n(\lambda r)}{dr} \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (27)$$

В развернутом виде формула (27) приобретает вид:

$$J_\phi^{(2)}(t, r, \varphi) = - \frac{\tau \cdot R}{(8d^2)} \cdot \frac{dj(t)}{dt} \times \\ \times \int_{0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\varphi_0) \cdot [J_{n+1}(\lambda R) - J_{n-1}(\lambda R)] \times \\ \times [J_{n+1}(\lambda r) - J_{n-1}(\lambda r)] \cdot e^{-\lambda h} \frac{(1 - e^{-\lambda d})}{\lambda} \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (28)$$

ВЫВОДЫ

1. Получены основные зависимости для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла.

2. Полученные аналитические выражения представляют собой пространственно-временную зависимость для линейной плотности азимутальной составляющей тока, индуцированного в тонкостенном листовом металле полем "разомкнутого" витка индуктора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батыгин Ю.В. Особенности токов, индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Е.А. Чаплыгин // Електротехніка і електромеханіка. – 2005. – №3. – С. 69-73.
2. Батыгин Ю.В. Вихревые токи в плоских листовых металлических заготовках / Ю.В. Батыгин, Е.А Чаплыгин // Електротехніка і електромеханіка. – 2006. – № 5. – С. 54-59.
3. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий (научное издание). Том 1. Изд. второе, перераб. и доп. Под общ. ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В. / Ю.В Батыгин., В.И. Лавинский, Л.Т. Хименко. Харьков: Изд. "МОСТ-Торнадо", 2003. – 288 с.
4. Гнатов А.В. Расчет электромагнитных процессов в индукционной индукторной системе с массивным экраном конечной толщины / А.В. Гнатов // Електротехніка і електромеханіка.–Харків: 2009.–№5.– С.59 – 62.
5. Гнатов А.В. Электромагнитные процессы в индукционной индукторной системе с одновитковым соленоидом, массивным экраном и тонкостенной листовой заготовкой / А.В. Гнатов // Електротехніка і електромеханіка. – 2009. – № 6. – С. 46-49.
6. Гнатов А.В. Прогрессивные технологии. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: монография / А.В. Гнатов, Ю.В. Батыгин, А.Н. Туренко. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 238 с.
7. Мэтьюз Дж. Математические методы физики / Дж. Мэтьюз, Р. Уокер. Пер. с англ. канд. физ.-мат наук В.П. Крайнова. М: Атомиздат, 1972. – 399 с.
8. Шнеэрсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверх сильных токов / Г. А. Шнеэрсон. – [2-е изд.] – М.: – Энергоатомиздат, 1992. – 200 с.

Bibliography (transliterated): 1. Batygin Yu.V. Osobennosti tokov, inducirovannyh nizkochastotnym polem odnovitkovogo solenoida v ploskih listovyh metallah / Yu.V. Batygin, V.I. Lavinskij, E.A. Chaplygin // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2005. - №3. - S. 69-73. 2. Batygin Yu.V. Vihrevye toki v ploskih listovyh metallicheskikh zagotovkah / Yu.V. Batygin, E.A. Chaplygin // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2006. - № 5. - S. 54-59. 3. Batygin Yu.V. Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnyh tehnologij (nauchnoe izdanie). Tom 1. Izd. vtoroe, pererab. i dop. Pod obsch. red. d.t.n., prof. Batygina Yu.V. / Yu.V. Batygin., V.I. Lavinskij, L.T. Himenko. Har'kov: Izd. "MOST-Tornado", 2003. - 288 s. 4. Gnatov A.V. Raschet `elektromagnitnyh processov v indukcionnoj induktornoj sisteme s massivnym `ekranom konechnoj tolschiny / A.V. Gnatov // Elektrotehnika i elektromehanika.-Harkiv: 2009.-№5.- S.59 - 62. 5. Gnatov A.V. `Elektromagnitnye processy v indukcionnoj induktornoj sisteme s odnovitkovym solenoidom, massivnym `ekranom i tonkostennoj listovoj zagotovkoj / A.V. Gnatov // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2009. - № 6. - S. 46-49. 6. Gnatov A.V. Progressivnye tehnologii. Teoriya i `eksperiment prityazheniya tonkostennyh mettallov impul'snymi magnitnymi polyami: monografiya / A.V. Gnatov, Yu.V. Batygin, A.N. Turenko. - LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. - 238 s. 7. M'et'yuz Dzh. Matematicheskie metody fiziki / Dzh. M'et'yuz, R. Uoker. Per. s angl. kand. fiz.-mat nauk V.P. Krajnova. M: Atomizdat, 1972. - 399 s. 8. Shneerson G. A. Polya i perehodnye processy v apparature svrsh sil'nyh tokov / G. A. Shneerson. - [2-e izd.] - M.: - `Energoatomizdat, 1992. - 200 s.

Поступила 03.02.2012

Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., доц.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
кафедра автомобильной электроники
61002, Харьков, ул. Петровского 25
тел. (057) 7003852, e-mail: kalifus@yandex.ru

Gnatov A.V.

Electromagnetic processes in an inductor system with a single thin round turn with a cut above a thin metal sheet.

An analysis of electromagnetic processes excited by the field of a flat open round coil located above a thin metal sheet have been carried out in this article. The basic relations for eddy-currents time-space distribution calculation in the considered inductor system have been obtained.

Key words – magnetic pulse metal working, inductor system, electromagnetic processes, thin-walled sheet workpiece, eddy-currents.

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОГО РАЗМЫКАТЕЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В КОНТУРЕ С ИНДУКТИВНО-ЕМКОСТНЫМ НАКОПИТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ

На основі чисельного моделювання у магнітогідродинамічному наближенні досліджено вплив параметрів електровзривового фольгового розмикача (індуктивності комутатора, довжини та ширини фольги) на характеристики електрического розряду в контурі з індуктивно-емкісним накопичувачем енергії та плазмовим навантаженням

На основе численного моделирования в магнитогидродинамическом приближении исследовано влияние параметров электровзрывного фольгового размыкателя (индуктивности коммутатора, длины и ширины фольги) на характеристики электрического разряда в контуре с индуктивно-емкостным накопителем энергии и плазменной нагрузкой

1. АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

С точки зрения передачи энергии от импульсного источника энергии нелинейной плазменной нагрузке один и тот же режим энерговвода может быть эффективным для одного технологического процесса и в то же время не соответствовать другому. Поэтому для получения требуемых характеристик электрического разряда необходимо разрабатывать импульсные источники, основанные на различных электрофизических принципах, в том числе источники с накоплением энергии в магнитном поле индуктора, исследовать характеристики электрического разряда в их разрядных контурах, в частности, анализировать зависимости характеристик разряда от режима переключения тока размыкающим коммутатором. Влияние параметров электровзрывного размыкателя на характеристики электрического разряда в контуре с индуктивным накопителем энергии (ИЕНЭ) и индуктивной нагрузкой исследовалось теоретически и экспериментально в [1-3], а в работах [4-6] численно изучались переходные процессы электрического разряда на нелинейную плазменную активно-индуктивную нагрузку.

В этом отношении не менее важной научно-технической задачей является изучение динамики электрического разряда комбинированного индуктивно-емкостного накопителя энергии (ИЕНЭ) на нелинейную плазменную нагрузку.

Согласно схеме замещения разрядного контура импульсного источника с ИЕНЭ (рис. 1) в результате коммутации цепи зарядки ИНЭ электровзрывным коммутатором к плазменной нагрузке оказываются одновременно подключенными как индуктивный, так и емкостный накопитель энергии (ЕНЭ). Характерно, что разряд двух накопителей характеризуются различными постоянными времени. Постоянная времени переходного процесса разряда ИНЭ характеризуется значением $\tau_L = L_k(t)$, где $L_k(t)$ – сопротивление плазмы канала разряда. Скорость вывода энергии в нагрузку из ЕНЭ определяется постоянной разряда $\tau_C = CR_k(t)$. В начальные моменты ($t = 0 \dots 10^{-6}$ с) после коммутации тока канал разряда имеет большое сопротивление ($10^2 \dots 10^3$ Ом), его поперечное сечение мало (диаметр ионизированной области в момент пробоя межэлектродного промежутка соответствует диаметру стримера), а температура и удельная электропроводность плазмы далеки от максимальных значений, достигаемых в результате диссиляции энергии в плазме. Этому случаю соответствует соотношение $\tau_L \ll \tau_C$.

В процессе ввода энергии в плазменный канал его сопротивление в результате быстрого расширения

токопроводящей области и ее нагрева уменьшается на 3...4 порядка. При этом соотношение постоянных времени разряда меняется на противоположное, так что $\tau_L >> \tau_C$. Таким образом, переключение тока в нагрузку в разрядном контуре с ИЕНЭ происходит в две стадии. На первой (более быстрой) стадии превалирует ввод энергии в плазму из индуктивного накопителя энергии, а на второй – из емкостного.

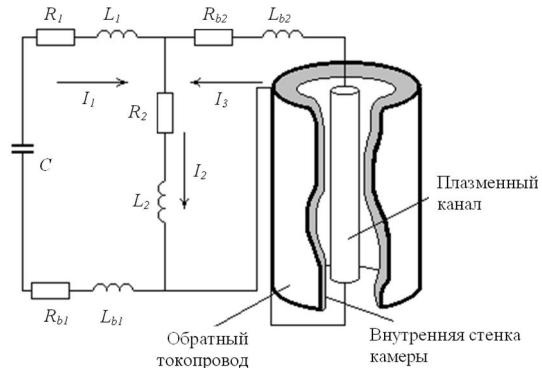


Рис. 1. Схема замещения разрядного контура с ИЕНЭ: C – емкость ЕНЭ; R_{b1}, L_{b1} – суммарные сопротивление и индуктивность разрядника, конденсаторной батареи и шин контура накачки ИНЭ; R_1, L_1 и R_2, L_2 – сопротивления и индуктивности ИНЭ и размыкателя соответственно; R_{b2}, L_{b2} – сопротивление и индуктивность шин и разрядника ветви нагрузки

Целью настоящей работы является исследование влияния параметров электровзрывного размыкателя в контуре с индуктивно-емкостным накопителем на характеристики мощного электрического разряда в газе (воздухе атмосферного давления).

Для достижения поставленной цели сформулированная в [4-6] математическая модель в приближении одномерной магнитной гидродинамики здесь применена для численного исследования электроразрядных процессов (рис. 2).

Поскольку математическая модель опубликована ранее, в настоящей работе для общности изложения материала представлены ее основные уравнения, способствующие анализу переходных процессов в разрядном контуре с ИЕНЭ (рис. 1).

Уравнения математической модели, записанные в одномерном магнитогидродинамическом приближении в лагранжевых массовых координатах, имеют вид

$$i = \rho \frac{\partial(rH)}{\partial s}, \quad \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H}{\rho r} \right) = \frac{\partial E}{\partial s}, \quad (1)$$

$$i = \sigma E, f = \frac{\mu_0 i H}{\rho}, q = \sigma E^2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial s} (rv), \frac{\partial v}{\partial t} = -r \frac{\partial p}{\partial s} + f, v = \frac{\partial r}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -p \frac{\partial (rv)}{\partial s} + q - \frac{\partial W}{\partial s} - Q_V, W = -\chi pr \frac{\partial T}{\partial s}, \quad (4)$$

$$\chi_R = \frac{16}{3} \sigma_B T^3 l_R, l_R = 6,8 \cdot 10^{-10} \left(\frac{T}{10^4} \right)^{1,33} \left(10^3 \rho \right)^{-7/4}, \quad (5)$$

$$p = p(\rho, T), \varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \chi = \chi(\rho, T), \sigma = \sigma(\rho, T), \quad (6)$$

$$R_2 = R_2(j_{2m}, Q_2, dQ_2/dt), j_{2m} = I_{2m}/S_0, \quad (7)$$

$$Q_2 = \int I_2(t)^2 \cdot R_2 dt, \quad (8)$$

где r – пространственная координата; t – время; s – лагранжева массовая координата ($ds = \rho dr$); μ_0 – магнитная постоянная; σ – удельная электропроводность; f, q – плотность электромагнитной силы и мощность тепловых источников в пересчете на единицу массы; W – суммарный тепловой поток; Q_V – объемные потери энергии излучением; χ – удельная теплопроводность, определяемая суммой удельной электронной χ_e , молекулярной χ_m и лучистой χ_R теплопроводности; σ_B – постоянная Стефана-Больцмана; l_R – средняя длина свободного пробега излучения по Росселанду; I_{2m}, j_{2m} – амплитудные значения тока и плотности тока в фольге электровзрывного коммутатора; S_0 – начальная площадь поперечного сечения фольги; Q_2 – энергия, выделившаяся в коммутаторе.

Электродинамические процессы в разрядной камере описываются уравнениями электромагнитного поля (1) – (2). Движение среды количественно характеризуется законами сохранения массы и количества движения (3). Закон сохранения энергии (4) представляет собой уравнение баланса энергии по видам: механической, электромагнитной, тепловой, излучения. В рассматриваемом случае высокой оптической плотности плазмы [7] необходим учет лучистой теплопроводности. В конце активной стадии разряда, когда плотность плазмы мала вследствие ее расширения она начинает излучать из всего объема. В этом случае необходим учет Q_V в (4). Зависимости (6), характеризуют термодинамические функции и коэффициенты переноса среды в межэлектродном промежутке [8].

Изменение сопротивления алюминиевой фольги электровзрывного коммутатора определяется соотношениями (7), полученными экспериментально для широкого диапазона значений диссирированной в нем энергии [1, 9].

Значение разрядного тока в (9) определяется совместным решением уравнений электромагнитного поля с уравнениями внешней электрической цепи [4, 10]. Для замкнутого контура любой схемы замещения в условиях цилиндрической симметрии разрядной камеры справедливо уравнение Максвелла в интегральной форме

$$\oint Edm = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \frac{d}{dt} \left[I_3(t) \ln \frac{r_\Gamma}{r_k(t)} \right], \quad (9)$$

где l – длина межэлектродного промежутка; I_3 – ток плазменного канала; r_Γ – радиус камеры; r_k – радиус канала.

В расчетах задавались базовые параметры разрядного контура, соответствующие параметрам установки [2], со значениями емкости емкостного накопителя энергии $15,3 \cdot 10^{-6}$ Ф, заряженного до начального напряжения $8 \cdot 10^4$ В, суммарной индуктивности ЕНЭ и

разрядника в цепи накачки ИНЭ $5 \cdot 10^{-8}$ Гн, индуктивности размыкателя $1,3 \cdot 10^{-7}$ Гн, паразитной индуктивности ветви нагрузки $9 \cdot 10^{-8}$ Гн, активных сопротивлений шин контура накачки ИНЭ и ветви нагрузки 10^{-2} Ом и $7 \cdot 10^{-3}$ Ом соответственно, длины канала разряда 0,2 м и радиуса обратного токопровода цилиндрической разрядной камеры 0,13 м (рис. 1). Заданное время бездугового разрыва цепи в моделируемой схеме ($\sim 10^{-6}$ с) обеспечивалось размыкателем с длиной фольги 0,93 м, шириной 0,15 м, толщиной 10^{-5} м. Индуктивность ИНЭ в контуре составляла $1,5 \cdot 10^{-7}$ Гн.

2. ВЛИЯНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ РАЗМЫКАТЕЛЯ НА ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В КОНТУРЕ

Существенное влияние индуктивности коммутатора на передачу энергии из ИНЭ в индуктивную нагрузку обсуждалось при выполнении анализа результатов экспериментальных исследований, представленных в [1, 3]. Там же показано частичное поглощение начальной энергии самим размыкателем, что уменьшает КПД разряда.

В настоящей работе влияние индуктивности электровзрывного коммутатора на характеристики переходного процесса в цепи с нелинейной активно-индуктивной плазменной нагрузкой выполнены для базовых параметров схемы замещения. Индуктивность коммутатора варьировалась в диапазоне $(1,3 \dots 4) \cdot 10^{-7}$ Гн.

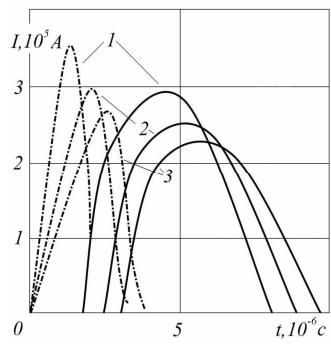
Согласно результатам расчета при увеличении индуктивности коммутатора L_2 в контуре с ИНЭ за счет роста суммарной индуктивности цепи зарядки ИНЭ снижаются амплитуда и скорость изменения тока зарядки I_1 , возрастает время до начала электровзрывной коммутации и появления тока I_3 в межэлектродном промежутке разрядной камеры (рис. 2, а).

При этом значение энергии, диссипированной в электровзрывном размыкателе в течение процесса коммутации, также увеличивается (табл. 1). Это обуславливает уменьшение максимального значения энергии, запасенной в ИНЭ к моменту окончания коммутации при увеличении индуктивности размыкателя.

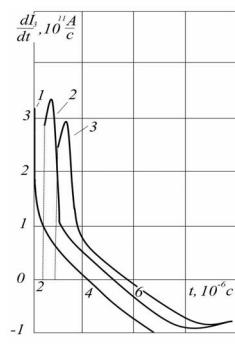
Таким образом, снижение магнитной энергии ИНЭ происходит за счет увеличения ее рассеивания в коммутаторе (табл. 1), что соответствует результатам экспериментальных исследований [2]. Следствием такого изменения является уменьшение значения энергии, выведенной из ИНЭ в межэлектродный промежуток на первой быстрой стадии разряда. Это уменьшение к концу первой микросекунды разряда несколько компенсируется возрастанием скорости вывода энергии из ЕНЭ за счет быстрого снижения сопротивления плазмы.

Таблица 1
Выделившаяся или запасенная энергия (10^3 Дж)
в элементах разрядного контура в момент окончания
электровзрывной коммутации в зависимости
от индуктивности размыкателя

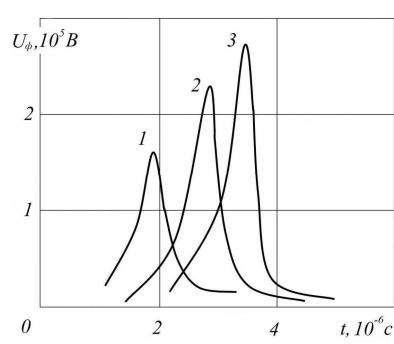
Элемент схемы замещения	Индуктивность размыкателя $L_2, 10^{-6}$ Гн		
	0,13	0,26	0,4
Емкость ЕНЭ	15,2	11,9	9,8
Индуктивность ИНЭ	3,1	2,5	2,2
Активное сопротивление размыкателя	24,8	28,5	31,2
Активное сопротивление канала разряда	3,6	4,2	3,9



а



б



в

Рис. 2. Временные зависимости характеристик электрического разряда в контуре с комбинированным индуктивно-емкостным накопителем энергии для различных значений индуктивности размыкателя:

а – токораспределение в ветвях контура: штрих-пунктирные линии – ток размыкателя, I_2 ; сплошные линии – ток канала, I_3 ;
б – скорость изменения тока в канале разряда; в – напряжение на размыкателе.

Кривые: 1 – $L_2 = 1,3 \cdot 10^{-7}$ Гн; 2 – $L_2 = 2,6 \cdot 10^{-7}$ Гн; 3 – $L_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн

Поэтому амплитудное значение скорости переключения тока в канал разряда при увеличении индуктивности размыкателя не претерпевает существенных изменений (рис. 2,б). В результате при увеличении индуктивности размыкателя напряжение на нем возрастает (рис. 2,в, кривые 1-3), что может несколько осложнить бездуговое размыкание контура. Энергия, выделившаяся в канале разряда на стадии коммутации, определяется длительностью протекания тока. Малой индуктивности коммутатора $L_2 = 1,3 \cdot 10^{-7}$ Гн соответствует короткая продолжительность быстрой стадии переключения (кривая 1 на рис. 2,б), в течение которой ток в разрядной камере I_3 возрастает до значительной величины (сплошная кривая 1 на рис. 2,а). Для большой индуктивности коммутатора $L_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн характерны более затяжной процесс электровзрывной коммутации (кривая 3 на рис. 2,б) и меньшее значение тока канала разряда I_3 к моменту обрыва тока размыкателя I_2 (сплошная кривая 3 на рис. 2,а). Характерно, что этими двумя параметрами определяется также и скорость переключения тока. Этим объясняется наличие экстремумов в зависимостях амплитуды производной тока dI_3/dt и энергии, выделившейся в канале, от индуктивности размыкателя, что следует из анализа рис. 2,б и табл. 1.

Характер изменения объемной мощности разряда в пересчете на единицу массы плазмы представлен на рис. 3. Аналогично амплитудным значениям I_3 и q_m с ростом индуктивности коммутатора уменьшается максимальное значение тока разряда, плотность тока, а также напряженность магнитного поля H_m и электромагнитная сила f_m , действующая на единицу объема плазмы.

Уменьшение мощности разряда обусловливает спад амплитуды давления от $3,3 \cdot 10^7$ Па при $L_2 = 1,3 \cdot 10^{-7}$ Гн до $2,3 \cdot 10^7$ Па при $L_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн и температуры соответственно от $3,0 \cdot 10^4$ К до $2,5 \cdot 10^4$ К. При таком их изменении существенно уменьшается удельная электропроводность плазмы, скорость расширения и радиус канала (рис. 4). Причем, для зависимостей $\sigma(t)$ характерно сглаживание пика при увеличении L_2 . При пониженном уровне выведенной энергии из ИНЭ в межэлектродный промежуток ($L_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн) пик удельной электропроводности не превышает значений $\sigma(t)$ в начале послекоммутационной стадии. Это объясняется выравниванием со временем пространственного распределения по радиусу канала плотности тока i , температуры T , удельного объемного энерговыделения в пересчете на единицу массы плазмы q (рис. 4) и связано со снижением влияния скин-эффекта.

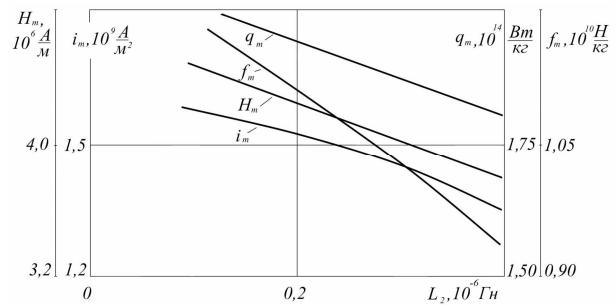


Рис. 3. Изменение максимальных значений электродинамических характеристик плазменного канала в зависимости от индуктивности размыкателя

Снижение суммарного значения энергии, остающейся в ИНЭ и конденсаторной батарее в момент окончания размыкания контура (табл. 1), при увеличении индуктивности размыкателя является следствием заметного уменьшения уровня ввода энергии в межэлектродный промежуток также и после коммутации цепи. Именно поэтому уменьшается скорость расширения канала (рис. 3), а электродинамические характеристики при увеличении значения L_2 имеют ниспадающий характер (рис. 4).

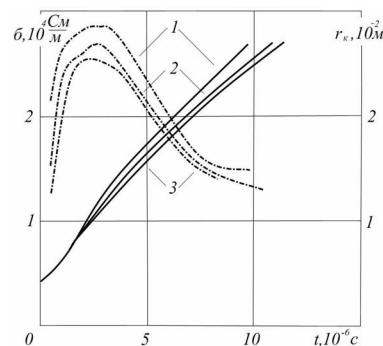


Рис. 4. Временные зависимости удельной электропроводности плазмы на оси канала разряда σ (штрих-пунктирные линии) и радиуса токопроводящего столба плазмы r_k (сплошные линии) для различных значений индуктивности размыкателя L_2 .

Кривые: 1 – $L_2 = 1,3 \cdot 10^{-7}$ Гн;
2 – $L_2 = 2,6 \cdot 10^{-7}$ Гн; 3 – $L_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн

Следует отметить, что рассмотренное здесь влияние значений индуктивности коммутатора на

характер токораспределения в контуре (рис. 2,а) и соответствующее влияние индуктивности ИНЭ на характер рассматриваемых переходных процессов, исследованное в [4] сходны, но не тождественны. Существенное отличие заключается в том, что в случае увеличения индуктивности размыкателя энергия, запасенная в ИНЭ в момент начала размыкания, уменьшается, тогда как при соответствующем изменении индуктивности накопителя она растет. Этим обусловлено различное влияние этих параметров на переходные процессы электрического разряда.

3. ВЛИЯНИЕ ДЛИНЫ РАЗМЫКАТЕЛЯ НА ХАРАКТЕР ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Экспериментально установлено [1, 3], что от длины проводника (фольги) электровзрывного размыкателя зависят его коммутационные характеристики и, в частности, скорость обрыва тока. При небольших длинах в процессе отключения пик перенапряжения и напряженность электрического поля между его контактами оказываются настолько высокими, что развивающиеся в продуктах электрического взрыва фольги ионизационные явления прерывают процесс размыкания и приводят к резкому падению сопротивления электровзрывного коммутатора. С другой стороны, увеличение длины коммутатора ведет к росту доли энергии, рассеиваемой в нем в процессе отключения [1-3], и снижению КПД преобразования энергии в разрядном контуре. Поэтому с точки зрения обеспечения надежной коммутации и снижения потерь энергии на переключение тока длина электрически взрывающегося проводника коммутатора должна соответствовать такому минимально допустимому значению, при котором выполняется условие обратимого роста его сопротивления.

Исходя из этих соображений, в настоящей работе численные расчеты электровзрывной коммутации в разрядном контуре с ИЕНЭ и плазменной нагрузкой выполнены для различных значений длины электровзрывного коммутатора, изменяющейся в диапазоне от 0,5 м до 1,2 м. Остальные параметры схемы замещения (рис. 1) соответствовали указанным выше базовым значениям.

Результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что в контуре с ИЕНЭ длина электровзрывного коммутатора слабо влияет на амплитуду протекающего через ИНЭ тока (рис. 5,а), но в значительной степени определяет скорость переключения тока в межэлектродный промежуток (рис. 5,б). С увеличением длины размыкателя d амплитуда тока канала уменьшается. Следует отметить, что при значении $d = 0,55$ м пик коммутационного перенапряжения высок. Это может потребовать введения дополнительных мер для предотвращения развития ионизационных процессов в реальных условиях (повышение эффективности дугогашения [3], применения принципа ступенчатой коммутации [4, 11]).

Уменьшение амплитуды и скорости переключения тока в канал разряда объясняется уменьшением введенной в него энергии (табл. 2) за счет возрастания затрат на разрыв цепи зарядки ИНЭ при увеличении длины взрывающегося проводника.

Таким образом, в контуре с ИЕНЭ с увеличением длины размыкателя происходит следующее:

- снижаются значения амплитуд тока (рис. 5,а) и скорости его переключения в ветвь нагрузки (рис. 5,б);
- уменьшается максимальное значение напряжения на размыкателе (рис. 5,в);
- увеличиваются затраты энергии на размыкание контура (табл. 2);

г) уменьшается значение энергии, выделившейся в канале разряда.

д) уменьшается скорость расширения канала разряда и удельная электропроводность плазмы (рис. 6);

е) снижаются максимальные значения электродинамических характеристик разряда (рис. 7).

Таблица 2

Распределение энергии по элементам разрядного контура (кДж) в момент окончания электровзрывной коммутации для различных значений длины размыкателя

Наименование элемента схемы замещения	Длина электровзрывного размыкателя (м)		
	0,55	0,70	1,05
Емкость ЕНЭ	16,5	15,8	14,7
Индуктивность ИНЭ	2,8	2,9	3,2
Активное сопротивление размыкателя	22,5	23,8	25,4
Активное сопротивление канала разряда	4,5	4,4	3,6

Анализ полученных результатов также позволяет заключить, что изменение скорости переключения тока в межэлектродный промежуток в зависимости от длины коммутатора определяет амплитуду давления и температуры в межэлектродном промежутке.

Соответственно изменению энергетических и электрических характеристик разряда уменьшаются максимальные значения давления и температуры на оси канала соответственно от $5,2 \cdot 10^7$ Па и $4,1 \cdot 10^4$ К при длине $d = 0,55$ м до $4 \cdot 10^7$ Па и $3,9 \cdot 10^4$ К при $d = 1,05$ м.

Значения максимальной температуры и удельной электропроводности плазмы канала коррелируют со значениями энергии, выделившейся в нем.

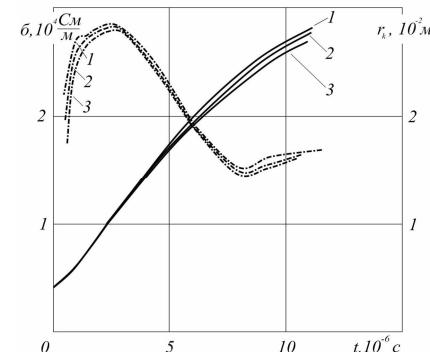


Рис. 6. Временные зависимости радиуса канала разряда r_k (сплошные линии) и удельной электропроводности плазмы на его оси σ (штрих-пунктирные линии) для различных значений длины размыкателя d .

Кривые: 1 – $d = 0,55$ м; 2 – $d = 0,7$ м; 3 – $d = 1,05$ м

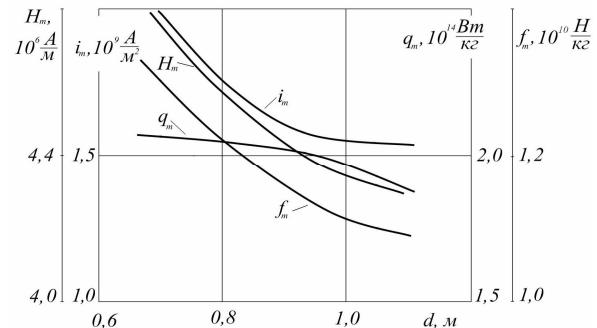


Рис. 7. Изменение максимальных значений электродинамических характеристик плазменного канала в зависимости от длины электровзрывного коммутатора

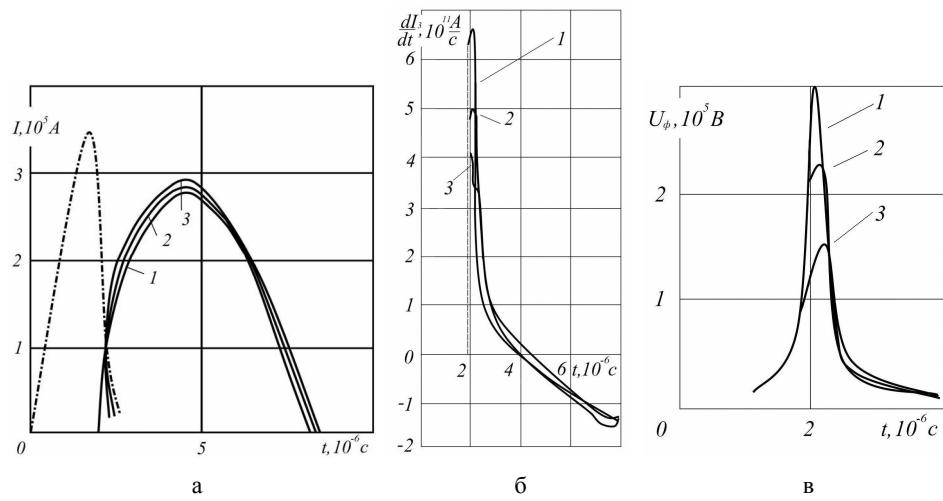


Рис. 5. Временные зависимости характеристик электрического разряда в контуре с комбинированным индуктивно-емкостным накопителем энергии для различных значений длины электровзрывного коммутатора:

а – токораспределение в ветвях контура: штрих-пунктирные линии – ток размыкателя, I_2 ; сплошные линии – ток канала, I_3 ; б – скорость изменения тока в канале разряда; в – напряжение на размыкателе. Кривые: 1 – $d = 0,55$ м; 2 – $d = 0,7$ м; 3 – $d = 1,05$ м

4. ЗАВИСИМОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗРЯДА ОТ ШИРИНЫ ФОЛЬГИ РАЗМЫКАТЕЛЯ

Необходимо отметить, что при изменении поперечного сечения взрывающегося проводника [3, 12] управление временем начала коммутации в контуре выполняется при практически неизменной начальной скорости увеличения тока в накопителе. Действительно, индуктивность L контура накачки ИНЭ с увеличением ширины фольги размыкателя изменяется незначительно. Тогда $dI_2/dt = U_0/L$. Кроме того, энергия коммутации оказывается почти линейно зависящей от площади сечения проводника. Поэтому в приведенных ниже результатах численных расчетов времени докоммутационной стадии разряда задавались изменениями ширины фольги [12, 13].

Поведение представленных характеристик разряда качественно согласуется с результатами [12], полученными для случая разряда ИНЭ на индуктивность.

Следует иметь в виду, что уменьшение амплитуды напряжения на размыкателе в данном случае не означает облегчения его работы с точки зрения бездугового отключения цепи. Дело в том, что увеличение ширины проводника приводит, согласно [2], к некоторому снижению уровня напряжения развития ионизационных процессов вдоль поверхности продуктов электрического взрыва размыкателя.

С увеличением ширины фольги и длительности докоммутационной стадии разряда увеличивается амплитуда тока, протекающего через индуктивный накопитель и коммутатор (рис. 8,а). В соответствии с этим возрастает энергия, запасенная в ИНЭ, а энергия в ЕНЭ к моменту начала размыкания уменьшается. Согласно данным табл. 3 это обеспечивает увеличение энерговвода в межэлектродный промежуток в течение коммутационного процесса от $1,5 \cdot 10^3$ Дж до $3,6 \cdot 10^3$ Дж при изменении ширины фольги от 0,05 м до 0,14 м.

Характер протекания тока и энергетические процессы в течение коммутационной стадии объясняют поведение электродинамических характеристик разряда в зависимости от площади поперечного сечения фольги размыкателя. Увеличение ширины фольги b от 0,05 м до 0,1 м обеспечивает значительное увеличение тока канала к моменту окончания стадии электровзрывной коммутации от $9 \cdot 10^4$ А до $2,2 \cdot 10^5$ А (рис. 8,а). Момент окончания коммутации удобно опреде-

лять по характерному излуку кривой производной тока, например, ему соответствует значение $t = 2,37 \cdot 10^{-6}$ с на кривой 3 рис. 8,б. Ввод энергии в плазму разряда за время коммутации при таком изменении значения b увеличивается от $1,5 \cdot 10^3$ Дж до $3,7 \cdot 10^3$ Дж (табл. 3). Дальнейшее увеличение ширины фольги от 0,1 м до 0,15 м приводит к некоторому снижению энерговвода в плазму канала за счет существенного увеличения потерь энергии на активном сопротивлении размыкателя. Снижается при этом до $1,9 \cdot 10^5$ А и значение тока канала к концу электровзрывной коммутации. Поэтому кривая зависимости максимальных по радиусу канала значений плотности тока достигает экстремума при значении $b = 0,1$ м.

Таблица 3

Распределение энергии по элементам разрядного контура (10^3 Дж) для различных значений ширины фольги размыкателя в момент окончания электровзрывной коммутации

Элемент схемы замещения	Ширина фольги электровзрывного размыкателя b , м		
	0,05	0,10	0,14
Емкость ЕНЭ	39,0	25,4	15,2
Индуктивность ИНЭ	1,3	2,4	3,1
Активное сопротивление размыкателя	7,1	16,7	24,8
Активное сопротивление канала разряда	1,5	3,7	3,6

Особенностью рассматриваемого процесса является отсутствие максимума зависимости амплитуды давления в рассматриваемом диапазоне длин межэлектродного промежутка. Расчетным путем получено ее монотонное возрастание от $2,3 \cdot 10^7$ Па до $3,3 \cdot 10^7$ Па при увеличении b от 0,1 до 0,2 м. Этот результат является следствием того, что при возрастании времени до начала коммутации с ростом ширины фольги, несмотря на снижение амплитуды скорости переключения тока в канал, увеличивается начальное значение производной тока dI_3/dt . Это обеспечивает более высокие значения скорости энерговыделения в межэлектродном промежутке на начальной стадии переключения тока.

Следует отметить качественное согласие при-

водимых здесь зависимостей токов в ветвях контура и напряжения на размыкателе от сечения взрывающегося проводника с результатами расчетов [12] и эксперимента [13].

В рассматриваемом случае амплитуда импульсов тока в нагрузке уменьшается с увеличением сечения проводника. Возрастает только наибольшее значение тока первой стадии формирования импульса, которое определяется, как и в предыдущем случае, значением магнитной энергии, запасенной в индуктивном накопителе к начальному моменту размыкания. Дальнейшее увеличение тока объясняется подпиткой канала разряда

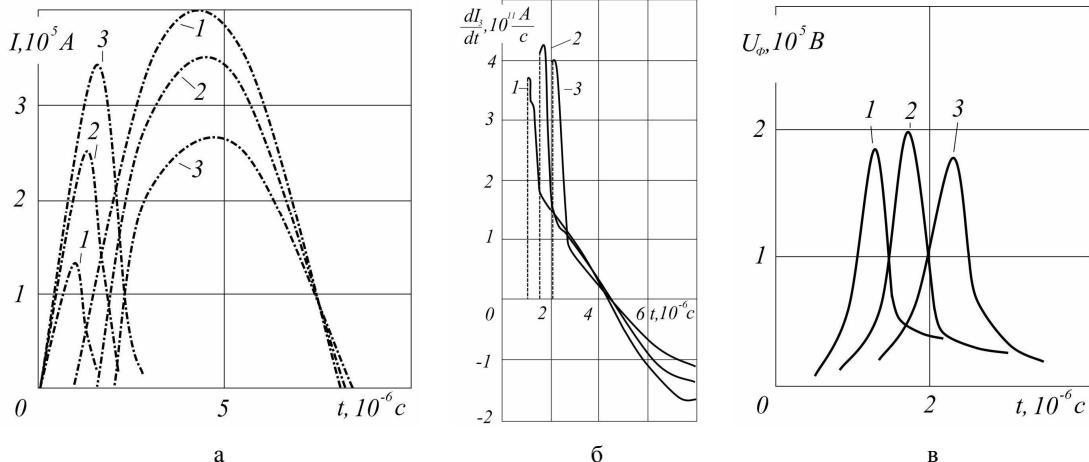


Рис. 8. Временные зависимости характеристик электрического разряда в контуре с индуктивно-емкостным накопителем энергии для различных значений ширины фольги электровзрывного коммутатора: а – токораспределение в ветвях контура: штрих-пунктирные линии – ток размыкателя, I_2 ; сплошные линии – ток канала, I_3 ; б – скорость изменения тока в канале разряда; в – напряжение на размыкателе. Кривые: 1 – $b = 0,1 \text{ м}$; 2 – $b = 0,14 \text{ м}$; 3 – $b = 0,2 \text{ м}$

Это значение совпадает с результатом численного моделирования (табл. 3).

$$Q_c = Q_o - Q_p - Q_L - Q_R - Q_K = \\ = (49 - 24,8 - 5,0 - 0,4 - 3,6) \cdot 10^3 \text{ Дж} = 15,2 \cdot 10^3 \text{ Дж},$$

где Q_o – значение энергии, накопленной в конденсаторной батарее перед началом переходного процесса; Q_p , Q_L , Q_R , Q_K – соответственно энергия, диссилированная в размыкающем коммутаторе, запасенная в суммарной паразитной индуктивности контура разряда, активные потери в шинопроводе и канале к моменту окончания размыкания цепи зарядки ИНЭ.

Характер протекания тока и энергетические процессы в течение коммутационной стадии объясняют поведение электродинамических характеристик разряда в зависимости от площади поперечного сечения фольги размыкателя. Увеличение ширины фольги b от 0,05 м до 0,1 м обеспечивает значительное увеличение тока канала к моменту окончания стадии электровзрывной коммутации от $9 \cdot 10^4 \text{ А}$ до $2,2 \cdot 10^5 \text{ А}$ (рис. 8,а). Момент окончания коммутации удобно определять по характерному излуку кривой производной тока, например, ему соответствует значение $t = 2,37 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ на кривой 3 рис. 8,б. Ввод энергии в плазму разряда за время коммутации при таком изменении значения b увеличивается от $1,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ до $3,7 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ (табл. 3). Дальнейшее увеличение ширины фольги от 0,1 м до 0,15 м приводит к некоторому снижению энерговвода в плазму канала за счет существенного увеличения потерь энергии на активном сопротивлении размыкателя. Снижается при этом до $1,9 \cdot 10^5 \text{ А}$ и значение тока канала к концу электровзрывной коммутации. Поэтому кривая зависимости максимальных по радиусу канала значений плотности тока достигает экстремума при значении $b = 0,1 \text{ м}$.

Амплитудное значение плотности тока на оси

энергии, оставшейся в конденсаторной батарее. Причем, чем больше время до размыкания контура, тем больше затраты энергии на коммутацию цепи и значительное доля энергии, запасенной в ИНЭ. Поэтому уровень энергии, оставшейся в емкости после размыкания, с ростом сечения коммутатора уменьшается (табл. 3).

Проверочная оценка соответствия результатов численных расчетов закону сохранения энергии в контуре, например, для ширины фольги $b = 0,14 \text{ м}$ согласно выражению (1) дает значение энергии $W_c = 15,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$, оставшейся в емкостном накопителе на момент завершения коммутации.

канала имеет максимум (рис. 9), обусловленный соответствующим изменением производной тока канала в зависимости от ширины фольги электровзрывного коммутатора (рис. 8,б).

Результаты расчета свидетельствуют о восходящем характере зависимости $q_m(b)$. Это объясняется увеличением мощности разряда на первой стадии переключения тока при увеличении сечения фольги размыкателя. Подтверждением служит рост удельной электропроводности плазмы на оси канала разряда за счет нагрева (рис. 10).

Следует также отметить, что уменьшение амплитудных значений напряженности магнитного поля и плотности электромагнитной силы в пересчете на единицу массы плазмы согласно рис. 9 связано со снижением амплитуды тока в межэлектродном промежутке при увеличении ширины фольги b .

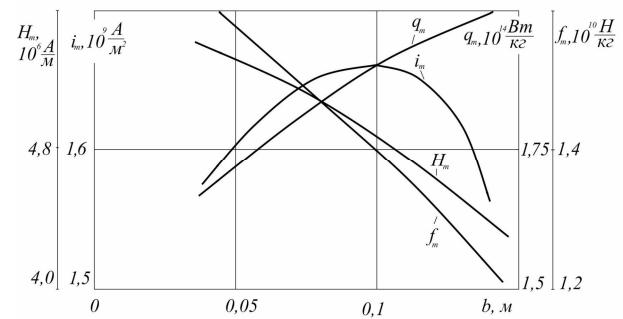


Рис. 9. Изменение максимальных значений электродинамических характеристик плазменного канала в зависимости от ширины фольги электровзрывного коммутатора

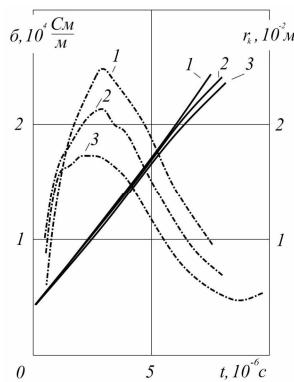


Рис. 10. Временные зависимости радиуса канала разряда r_k (сплошные линии) и удельной электропроводности плазмы σ на его оси (штрих-пунктирные линии) для различных значений ширины фольги размыкателя b .
Кривые: 1 – $b = 0,1$ м; 2 – $b = 0,14$ м; 3 – $b = 0,2$ м

ВЫВОДЫ

Таким образом, в результате исследования характеристик сильноточного электрического разряда в различных режимах отключения тока накачки индуктивного накопителя:

1. Получены характеристики электрического разряда в контуре с индуктивно-емкостным накопителем энергии в различных режимах электровзрывной коммутации.

2. Математическая модель и результаты численного анализа могут быть использованы в практике проектирования технологических разрядно-импульсных установок с индуктивно-емкостными накопителями энергии для генерации мощных электрических разрядов в сплошных средах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бурцев В.А., Калинин Н.В., Лучинский А.В. Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 432 с.
- Бурцев В.А., Литуновский В.Н., Прокопенко В.Ф. Исследование электрического взрыва фольги // Журн. техн. физики. – 1977. – 47, № 8. – С. 1642-1652.
- Бурцев В.А., Калинин Н.В. Индуктивно-емкостные накопители энергии и их коммутация с помощью электрического взрыва фольг // Вопр. атомной науки и техн. Вып. 2: Термоядерный синтез. – М., 1983. – С. 27-46.
- Щерба А.А., Дубовенко К.В. Высоковольтные электроразрядные компактные системы. К.: Наукова думка, 2008. – 270 с.
- Дубовенко К.В. Взаимодействие ударных волн в плазме канала сильноточного разряда в камере высокого давления // Журн. техн. физики, 1992. – Т. 62. – № 6. – С. 83-93.
- Дубовенко К.В. Влияние параметров электровзрывного размыкателя на характеристики электрического разряда в контуре с индуктивным накопителем энергии // Вестник НТУ "ХПИ". – 2009. – № 41. – С. 54-61.
- Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных газодинамических явлений. – М.: Наука, 1966. – 686 с.
- Замышляев Б.В., Ступицкий Е.Л., Гузь А.Г. Состав и термодинамические функции плазмы. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 144 с.
- Андрезен А.Б., Бурцев В.А., Водовозов В.М., Дроздов А.А. Исследование коммутационных свойств электрически взываемых фольг в дугогасящих средах // Журн. техн. физики. – 1980. – Т. 50. – № 11. – С. 2283-2294.

- Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
- Проблемы накопления и преобразования электромагнитной энергии в импульсных системах питания с индуктивными накопителями / Б.А. Ларионов, Ф.М. Спевакова, А.М. Соловьев, Э.А. Азизов. В кн.: Физика и техника мощных импульсных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – С. 66-104.
- Бурцев В.А., Калинин Н.В. Численное исследование передачи энергии из индуктивно-емкостного накопителя в индуктивную нагрузку при помощи электровзрывных размыкателей тока. – Л.: 1981. – 44 с. – (Препринт/НИИЭФА: К-0490).
- Тагути Юути, Сакураи Макото, Уэно Исао. Импульсный источник с индуктивным накопителем и размыкателем на основе взрывающегося проводника // Дэнки гаккай ромбунси. Trans. Inst. Elec. Eng. Jap. – 1985. – В 105. – Р. 925-932.

- Bibliography (transliterated):**
1. Burcev V.A., Kalinin N.V., Luchinskij A.V. ‘Elektricheskiy vzryv provodnikov i ego primenie v `elektrofizicheskikh ustavokh’. - M.: `Energoatomizdat, 1990. - 432 s.
 2. Burcev V.A., Litunovskij V.N., Prokopenko V.F. Issledovanie `elektricheskogo vzryva fol`g // Zhurn. tehn. fiziki. - 1977. - 47, № 8. - С. 1642-1652.
 3. Burcev V.A., Kalinin N.V. Induktivno-emkostnye nakopiteli `energii i ih kommutatsiya s pomosch'yu `elektricheskogo vzryva fol`g // Vopr. atomnoj nauki i tehn. Vyp. 2: Termoyadernyj sintez. - M., 1983. - S. 27-46.
 4. Scherba A.A., Dubovenko K.V. Vysokovol'tnye `elektro-razryadnye kompaktnye sistemy. K: Naukova dumka, 2008. - 270 s.
 5. Dubovenko K.V. Vzaimodejstvie udarnykh voln v plazme kanala sil-notochchnogo razryada v kamere vysokogo davleniya // Zhurn. tehn. fiziki, 1992. - T. 62. - № 6. - S. 83-93.
 6. Dubovenko K.V. Vliyanie parametrov `elektrovzryvnogo razmykatelya na harakteristiki `elektricheskogo razryada v konture s induktivnym nakopitelem `energii // Vestnik NTU "HPI". - 2009. - № 41. - S. 54-61.
 7. Zel'dovich Ya.B., Rajzer Yu.P. Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gazodinamicheskikh yavlenij. - M.: Nauka, 1966. - 686 s.
 8. Zamyslyayev B.V., Stupickij E.L., Guz' A.G. Sostav i termodynamicheskie funkciy plazmy. - M.: `Energoatomizdat, 1984. - 144 s.
 9. Andrezen A.B., Burcev V.A., Vodovozov V.M., Drozdov A.A. Issledovanie kommutacionnyh svoystv `elektricheskii vzryvaemuyh fol`g v dugogasayashchih sredah // Zhurn. tehn. fiziki. - 1980. - T. 50. - № 11. - S. 2283-2294.
 10. Samarskij A.A., Popov Yu.P. Raznostnye metody resheniya zadach gazovoj dinamiki. - M.: Nauka, 1980. - 352 s.
 11. Problemy nakopleniya i preobrazovaniya `elektromagnitnoj `energii v impul'snyh sistemah pitanija s induktivnymi nakopitelyami / B.A. Larionov, F.M. Spevakova, A.M. Stolov, E.A. Azizov. V kn.: Fizika i tekhnika moschnyj impul'snyj sistem. - M.: `Energoatomizdat, 1986. - S. 66-104.
 12. Burcev V.A., Kalinin N.V. Chislennoe issledovanie peredachi `energii iz induktivno-emkostnogo nakopitelya v induktivnyu nagruzku pri pomoschi `elektrovzryvnih razmykatelej toka. - L.: 1981. - 44 s. - (Preprint/NIIEFA: K-0490).
 13. Taguti Yuuiti, Sakurai Makoto, Ueno Iiso. Impul'snyj istochnik s induktivnym nakopitelem i razmykatelem na osnove vzryvayushchegosya provodnika // D'enki gakkai rombunsi. Trans. Inst. Elec. Eng. Jap. - 1985. - V 105. - P. 925-932.

Поступила 05.02.2012

Дубовенко Константин Викторович, д.т.н., доц.
Николаевский государственный аграрный университет
кафедра электротехнологий и электроснабжения
54010, Николаев, ул. Парижской Коммуны, 9
тел.: (0512) 341082, e-mail: dubovenko2010@gmail.com

Dubovenko K.V.

Influence of electroblasting breaker parameters on electric spark discharge characteristics in a circuit with an inductive-capacitive energy store.

Influence of electroblasting breaker parameters (switch inductance, foil length and width) on electric spark discharge characteristics in a circuit with an inductive-capacitive energy store and plasma load is studied by means of numerical simulation in magnetohydrodynamical approximation.

Key words – spark discharge, inductive-capacitive energy store, commutation modes.

МЕХАНИЗМ ПОПЕРЕЧНОГО РАСШИРЕНИЯ ТОКОПРОВОДЯЩЕГО КАНАЛА ИСКРЫ ЗА СЧЕТ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА СТАДИИ ПЕРЕХОДА В ДУГУ

У роботі розглянуто механізм розширення струмопровідного каналу, обумовлений електронною тепlopровідністю в нерівноважній плазмі. Розглянуті двохтемпературні моделі стаціонарних дуг і обґрунтовано умову їх застосування для моделювання дугової стадії іскрового розряду. Данна умова заснована на оцінці часу встановлення іонізаційної рівноваги. Представлена математична модель розширення струмопровідної області по механізму електронної тепlopровідності. Досліджено вплив тиску газорозрядного середовища, температурного градієнта вакуумної компоненти плазми, напруженості електричного поля на динаміку розширення струмопровідної області.

В работе рассмотрен механизм расширения токопроводящего канала, обусловленный электронной тепlopроводностью в неравновесной плазме. Рассмотрены двухтемпературные модели стационарных дуг и обосновано условие их применения для моделирования дуговой стадии искрового разряда. Данное условие основано на оценке времени установления ионизационного равновесия. Представлена математическая модель расширения токопроводящей области по механизму электронной тепlopроводности. Исследовано влияние давления газоразрядной среды, температурного градиента тяжелой компоненты плазмы, напряженности электрического поля на динамику расширения токопроводящей области.

ВВЕДЕНИЕ

Создание пульсирующих детонационных устройств позволит перейти на более высокий уровень развития техники преобразования химической энергии в кинетическую энергию газового потока с появлением ряда новых устройств, таких как детонационные пульсирующие двигатели, детонационные лазеры и т.д. [1, 2]. При этом, данные устройства по ряду основных характеристик будут превосходить существующие аналоги. Данное направление исследований относится к критическим технологиям.

Главной проблемой в практической реализации пульсирующих детонационных устройств является обеспечение эффективного периодического инициирования детонации [3]. Сильноточный искровой разряд, имеющий развитую дуговую стадию, может служить источником прямого инициирования детонации. Но в ряде исследований [4-6] выявлено несоответствие между минимальной энергией, необходимой для инициирования детонации, и полными затратами электрической энергии на искровое инициирование детонации разрядом конденсатора, разница в величинах которых достигает более двух порядков. Путем адекватного описания и моделирования процесса прямого инициирования детонации искровым разрядом представляется возможным определить направления снижения затрат электрической энергии.

В данной работе рассматривается механизм расширения токопроводящего канала за счет электронной тепlopроводности в неравновесной плазме с целью обоснования необходимости его учета при математическом моделировании процесса прямого инициирования детонации искровым разрядом с использованием двухтемпературной модели плазмы.

МЕХАНИЗМ ПОПЕРЕЧНОГО РАСШИРЕНИЯ ТОКОПРОВОДЯЩЕГО КАНАЛА

В работе Зельдовича Я.Б. и Райзера Ю.П. [С. 400, 7] исследовалась структура ударных волн, распространяющихся по ионизированному газу. Показано, что "основные черты структуры связаны с замедленным харак-

тером обмена энергией между ионами и электронами" [С. 398, 7], и что на структуру фронта ударной волны оказывает влияние электронная тепlopроводность. Получено, что во фронте ударной волны, распространяющейся по полностью ионизированной плазме, происходит скачок температуры тяжелой компоненты плазмы T_i (ионов) и несколько меньшее возрастание температуры электронов T_e (рис. 1). При этом, по механизму электронной тепlopроводности обеспечивается прогревание слоя перед скачком уплотнения. То есть, по механизму электронной тепlopроводности возможно разогревание газо-плазмы со скоростью распространения тепла, превосходящей скорость развития газокинетических процессов – сверхзвуковую скорость распространения ударной волны. Это достигается за счет того, что скорость электронов превосходит скорость ионов при одинаковых температурах в $\sqrt{m_i/m_e}$ раз (где m_i – масса иона, m_e – масса электрона), что обеспечивает более быструю передачу энергии от электронов, разогретых в ударной волне, к электронам перед фронтом ударной волны. Таким образом, тепловая волна по механизму электронной тепlopроводности может распространяться со сверхзвуковой скоростью. Более низкая скорость обмена энергией между электронами и ионами предопределяет превышение температуры электронов над температурой ионов перед фронтом ударной волны на участке $0-\Delta x_1$ и на участке $0-\Delta x$ нарастания температуры электронов до температуры ионов за фронтом ударной волны.

Известно, что энергия электронов более эффективно выделяется в неупругих столкновениях по сравнению с упругими. Это дает основание предположить, что энергия, передаваемая по механизму электронной тепlopроводности, в атомарном газе преимущественно затрачивается на электронное возбуждение и ионизацию атомов. При таком механизме передачи энергии достижение сильноионизированного состояния газо-плазмы, находящейся в электрическом поле импульсной дуги, происходит с меньшими затратами энергии, чем это достигается в процессе термической ионизации.

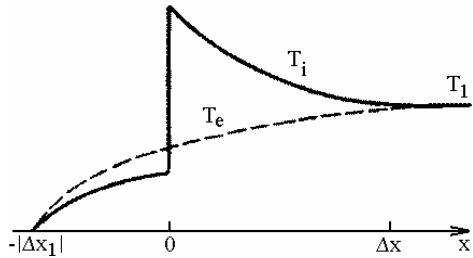


Рис. 1. Профили ионной T_i и электронной T_e температур во фронте ударной волны, распространяющейся по плазме по данным работы [C.401, 7]

Рассмотрим данный процесс на примере. Исходную плотность атомарного кислорода примем равной $N_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$, а начальную температуру $T_0 = 5000 \text{ К}$ (при данной температуре происходит практически полная диссоциация молекулярного кислорода). По уравнению Саха получим, что в замкнутом объеме при заданной плотности кислорода степень ионизации, равная $x = n_e/N_0 = 1 \%$, достигается при температуре газа около $T_1 \approx 10800 \text{ К}$. Известно, что энергия ионизации атомарного кислорода составляет $I_0 = 13,6 \text{ эВ}$. Отсюда, для достижения данной степени ионизации в единичном объеме указанных параметров затрачивается энергия, равная $Q_i = n_e I \approx 0,21 \text{ Дж/см}^3$. При термической ионизации затраты энергии для достижения сильноионизированного состояния в несколько раз выше. Так, пренебрегая поглощением энергии на электронное возбуждение, удельную молярную теплоемкость атомарного кислорода примем равной $C_V(O) = 1,5R$, где R – универсальная газовая постоянная. Отсюда, в данном примере затраты энергии на нагревание кислорода до температуры $T_1 \approx 10800 \text{ К}$, при которой достигается степень ионизации $x = 1 \%$, составляет $Q_T = \Delta T \cdot C_V(O) = 1,2 \text{ Дж/см}^3$, а с учетом затрат на ионизацию $Q_{\text{полн}} = Q_i + Q_T = 1,41 \text{ Дж/см}^3$. Получим, что доля затрат энергии на ионизацию по термическому механизму от полных затрат в приведенном примере не превосходит 15 %. Это дает основание предположить, что процесс электронной теплопроводности может приводить к увеличению скорости расширения токопроводящего канала следующим образом. Энергия электронов из области токопроводящего канала (область I) передается свободным электронам в область слабоионизированной плазмы (область II), окружающей токопроводящий канал (рис. 2). При этом, электроны с энергией максвелловского хвоста, превосходящей потенциал ионизации атомов, осуществляют ионизацию нейтральных частиц в области, окружающей канал.

В результате, в данном области происходит рост плотности электронов и, соответственно, возрастание проводимости плазмы, но при этом, изменение кинетической температуры газа происходит незначительно. Лишь после того, когда проводимость возрастет существенно, что обеспечит преобладание энергии, выделяемой в данной области в результате джоулевого разогрева, по сравнению с энергией, получаемой от токопроводящего канала в результате переноса энергии электронами, произойдет дальнейшее разогревание данной области.

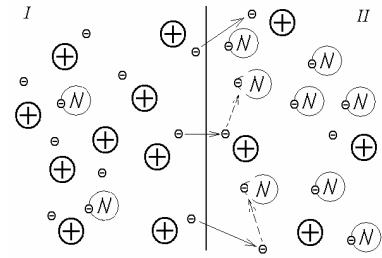


Рис. 2. Схема, поясняющая расширение токопроводящего канала по механизму электронной теплопроводности: I – область сильноионизированной плазмы; II – область слабоионизированной плазмы

На основании вышеизложенного считается, что расширение токопроводящего канала по механизму ионизации электронной теплопроводностью может конкурировать с механизмом термической ионизации. Причем, из-за меньших затрат энергии на создание условий для расширения токопроводящей области, механизм ионизации электронной теплопроводностью может существенно влиять на скорость расширения токопроводящего канала. Учет расширения канала по данному механизму требует применения двухтемпературной модели плазмы.

ДВУХТЕМПЕРАТУРНЫЕ МОДЕЛИ ПЛАЗМЫ СТАЦИОНАРНОЙ ДУГИ

Для описания процессов в стационарных дуговых разрядах применяют двухтемпературную модель плазмы, описанную в работе Дресвина С.В. и др. [8], в которой температура T_g тяжелой компоненты плазмы (атомов, молекул и ионов) отличается от температуры T_e электронов. В модели полагается, что в газоразрядной среде устанавливается ионизационное равновесие, что дает основание для расчета плотности электронов n_e в зависимости от температуры электронов по уравнению Саха в виде [8, 9]:

$$n_e^2 = N \frac{g_e g_i}{g_a} \left(\frac{2\pi m_e k T_e}{h^2} \right) \exp\left(-\frac{I}{k T_e}\right), \quad (1)$$

где N – число атомов (молекул) газа в единице объема; g_a , g_i , g_e – статистические веса атомов (молекул), ионов и электронов, соответственно; m_e – масса электрона; k – постоянная Больцмана, h – постоянная Планка; I – потенциал ионизации атома (молекулы).

Полагается, что газоразрядная среда представляет собой электронейтральную плазму, что при однократной ионизации соответствует условию [8]:

$$n_+ = n_e, \quad (2)$$

где n_+ – плотность ионов.

В этом случае уравнение состояния многокомпонентной смеси имеет вид [8]:

$$P = (n_+ + N)kT_g + n_e kT_e, \quad (3)$$

где P – давление газо-плазмы.

Без учета потерь энергии на излучение и электронную теплопроводность, система уравнений (1-3) замыкается уравнением баланса энергии для электронного газа в виде [8]:

$$\sigma E^2 = \frac{3}{2} k \delta v_m n_e (T_e - T_g), \quad (4)$$

где σ – проводимость ионизированного газа; E – напря-

женность электрического поля; δ – доля энергии, теряемая электроном при соударении с атомом или ионом; v_m – частота столкновений электронов с атомами и ионами.

Частота столкновений v_m зависит от состава среды и энергии электронов. Также, от состояния среды зависит доля энергии, теряемая электроном при соударении с атомом или ионом. Поэтому возникают трудности при решении системы уравнений (1-4).

В работе Зимина А.М. предложено вместо уравнения (4), использовать уравнение вида [10]:

$$T_e = \frac{T_g}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4M}{15m_e} \left(\frac{eE}{kT_g(\sigma_{tr}N + \sigma_{cul}n_e)} \right)^2} \right], \quad (5)$$

где M – масса тяжелой компоненты плазмы; e – заряд электрона; σ_{tr} и σ_{cul} – сечения упругих столкновений электронов с нейтральной компонентой плазмы и электронно-ионных столкновений, соответственно.

Сечение электронно-ионных столкновений предлагается рассчитывать по выражению [10]:

$$\sigma_{cul} = \frac{6,6 \cdot 10^{-6}}{(T_e[K])^2} [\text{см}^2]. \quad (6)$$

Авторами данной работы предлагается другое решение данной системы уравнений [11]. Применительно к сильноионизированной плазме, что соответствует условию [9]:

$$\sigma_{tr}N \ll \sigma_{cul}n_e, \quad (7)$$

в модели, при наличии ионизационного равновесия, можно положить, что энергия электронов, получаемая от электрического поля между столкновениями, полностью теряется в результате упругих электронно-ионных столкновений. В этом случае [9]:

$$\delta = \frac{2m_e}{M}. \quad (8)$$

Частота столкновений для сильноионизированной плазмы представится в виде [9]:

$$v_m = \sigma_{cul}v n_e, \quad (9)$$

где v – средняя тепловая скорость электронов, рассчитываемая по выражению [9]:

$$v = 6,71 \cdot 10^7 \sqrt{T_e[\text{эВ}]} [\text{см}/\text{с}]. \quad (10)$$

При этом, сечение кулоновских столкновений представится уравнением вида [9]:

$$\sigma_{cul} = \frac{2,87 \cdot 10^{-14} \ln \Lambda}{(T_e[\text{эВ}])^2} [\text{см}^2]. \quad (11)$$

где $\ln \Lambda$ – кулоновский логарифм, рассчитываемый по выражению [9]:

$$\ln \Lambda = 7,47 + \frac{3}{2} \log(T_e[K]) - \frac{1}{2} \log n_e. \quad (12)$$

Из уравнений (4, 8-11), напряженность электрического поля может быть представлена в виде:

$$E = 1,52 \cdot 10^{-15} n_e \ln \Lambda \sqrt{\frac{1}{A} \sqrt{\frac{(T_e - T_g) T_e}{T_e^2}}} [\text{В}/\text{см}], \quad (13)$$

где A – атомный номер; n_e в $[\text{см}^{-3}]$.

Алгоритм расчета данной модели изложен в более ранних работах [11, 12].

Сравнение разницы температуры электронов от

температуры тяжелой компоненты, получаемые по модели Зимина А.М. (уравнения (1-3, 5,6)) и авторскому варианту (уравнения (1-4, 7-12)), показал, что имеется совпадение по порядку величины и качественному изменению, но по модели Зимина А.М. температурный отрыв имеет большее значение (рис. 3).

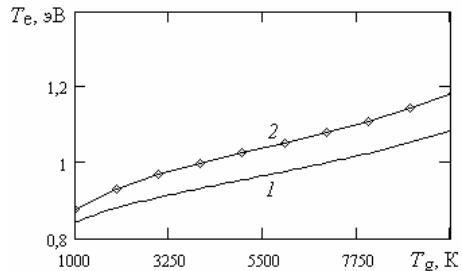


Рис. 3. Расчетный вариант зависимости температуры электронов от температуры тяжелой компоненты по двухтемпературной модели: 1 – разработанная модель, 2 – модель Зимина

Представленные расчетные результаты относятся к аргоновой плазме, находящейся в электрическом поле $E = 50$ В/см и давлении $P = 10^5$ Па. В расчетах полагалось, что $g_{Ar} = 1$, $g_{Ar+} = 6$, $g_e = 2$, $A = 40$, $I_{Ar} = 15,85$ эВ. Сечение упругих столкновений электронов с атомами аргона взято из работы [13].

Анализ результатов показал, что более высокая температура электронов по модели Зимина А.М. связана с заниженными значениями сечений кулоновских столкновений. Так, по выражению (6) при $T_e = 1$ эВ имеем $\sigma_{cul} = 4,9 \cdot 10^{-14}$ см⁻², а по выражениям (11, 12) имеем $\sigma_{cul} = 14,7 \cdot 10^{-14}$ см⁻². Учитывая меньшее число упрощений, в дальнейших расчетах использовался авторский вариант двухтемпературной модели.

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ УСЛОВИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ МОДЕЛИ В ИСКРОВОМ РАЗРЯДЕ

Область применения двухтемпературной модели в стационарных дугах ограничивается по нижнему температурному пределу газо-плазмы, рассчитываемому по выполнению условия (7). Но применительно к искровым разрядам выполнение данного условия для использования двухтемпературной модели является недостаточным. Это связано с тем, возрастание плотности электронов n_e происходит с конечной скоростью, и, соответственно, имеется время установления ионизационного равновесия. Поэтому, уравнение (1) может быть применено лишь к той области газо-плазмы искрового разряда, где состояние газоразрядной среды пришло к ионизационному равновесию с заданной температурой электронов. Это является дополнительным условием ограничения области применения двухтемпературной модели в искровом разряде.

Согласно [С. 118, 9], в отсутствии процессов гибели электронов скорость изменения плотности электронов рассчитывается по выражению:

$$\frac{dn_e}{dt} = v_i n_e, \quad (14)$$

где v_i – частота ионизации.

Частота ионизации при максвелловском спектре

и при небольшом превышении энергии электронов над порогом ионизации (что характерно для рассматриваемой нами области искрового разряда) рассчитывается по выражению [С. 118, 9]:

$$v_i = N \sigma_e \left(\frac{I}{kT_e} + 2 \right) \exp \left(- \frac{I}{kT_e} \right), \quad (15)$$

где σ_e – характерное для данной газо-плазмы сечение ионизации, рассчитываемое по выражению:

$$\sigma_e = C_i k T_e, \quad (16)$$

где C_i – наклон кривой сечения ионизации у порога.

Оценим скорость изменения плотности электронов в среде атомарного кислорода по выражениям (14-16) при температуре газо-плазмы $T_g = 9000$ К и давлении среды $P = 1$ МПа. Данным условиям соответствует плотность атомарного кислорода $N_0 \approx 8 \cdot 10^{18}$ см⁻³, а начальная плотность электронов, соответствующая в данном случае термодинамически равновесной плотности, равняется $n_{e0} \approx 2 \cdot 10^{16}$ см⁻³. Согласно справочных данных [С. 59, 9], $I_0 = 13,6$ эВ, $C_{i0} = 6 \cdot 10^{-18}$ см²/эВ. В зависимости от температуры электронов T_e , получим следующие кривые роста плотности n_e во времени (рис. 4).

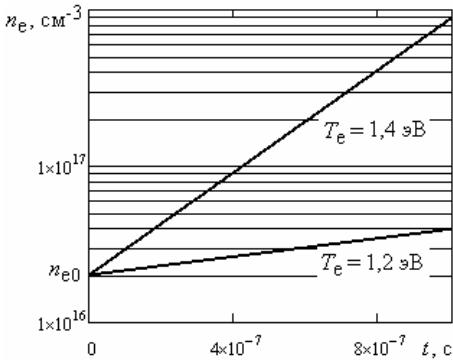


Рис. 4. Расчетные кривые роста плотности электронов n_e

По двухтемпературной модели для кислородной среды, находящейся в ранее заданных термодинамических условиях, при $T_e = 1,2$ эВ имеем равновесную плотность электронов $n_e \approx 9,2 \cdot 10^{17}$ см⁻³, а при $T_e = 1,4$ эВ – $n_e \approx 9,4 \cdot 10^{17}$ см⁻³. Расчеты по выражению (14) показывают, что время достижения равновесной плотности $n_e \approx 9,2 \cdot 10^{17}$ см⁻³ при $T_e = 1,2$ эВ составит $t_p \approx 5,7$ мкс, а $n_e \approx 9,4 \cdot 10^{17}$ см⁻³ при $T_e = 1,4$ эВ – $t_p \approx 1$ мкс. Следует учесть, что при $T_g = 9000$ К рост температуры электронов начинается с $T_e = 0,78$ эВ. Таким образом, в этих условиях время установления ионизационного равновесия в рассматриваемой среде составит $t_p \approx 100 \div 1000$ мкс, что превышает характерное время газодинамического расширения разряда.

Выражение (14) применимо к слабоионизированной плазме. Рассмотрим случай, когда под действием внешних источников энергии, кроме непосредственного джоулевого выделения энергии, в неравновесной плазме произошел рост плотности электронов. Плазма перешла в сильноионизированное состояние, что соответствует условию (7), но равновесная плотность электронов по двухтемпературной модели еще не установилась. Полагая, что в условиях отсутствия ионизационного равновесия вся энергия электронов,

получаемая от электрического поля, расходуется на рост плотности электронов, имеем выражение:

$$\sigma E^2 = I \cdot k \frac{dn_e}{dt}. \quad (17)$$

Из (17) видно, что в слабоионизированной плазме, когда $\sigma \rightarrow 0$, быстрый рост плотности электронов возможен только в сильных электрических полях. На дуговой стадии искрового разряда напряженность электрического поля снижается до $E = 2000 \div 100$ В/см. В низких полях быстрый рост плотности электронов в слабоионизированной плазме за счет энергии поля невозможен, что качественно объясняет полученный результат по времени установления ионизационного равновесия в слабоионизированной плазме.

В сильноионизированной плазме проводимость σ не зависит от плотности электронов. В этом случае, при фиксированных остальных параметрах, плотность электронов будет линейно возрастать во времени:

$$n_e(t) = n_{e0} + \frac{\sigma E^2}{kI} t. \quad (18)$$

Тогда, например для величин, характерных для дуговой стадии искрового разряда, $\sigma = 100$ Ом⁻¹см⁻¹ и $E = 1000$ В/см время установления ионизационного равновесия за счет энергии поля после начала достижения сильноионизированного состояния, что произойдет когда плотность достигнет $n_{e0} \approx 8 \cdot 10^{16}$ см⁻³, составит $t_p \approx 20$ нс. Плотность электронов возрастет до $n_e \approx 10^{18}$ см⁻³. По сравнению с характерными временами развития искровых разрядов, имеющих дуговую стадию, данное время достижения ионизационного равновесия можно условно считать "мгновенным".

Оценка момента перехода к сильноионизированной плазме (выполнение условия (7)) осуществляется в условиях равенства температур электронов и тяжелой компоненты плазмы $T_e = T_g$, то есть когда равновесная плотность электронов задается температурой атомов (ионов) $n_e(T_g)$. Это отличается от проверки условия (7) по двухтемпературной модели стационарной дуги, когда равновесная плотность электронов задается температурой электронов $n_e(T_e)$ по (1).

Таким образом, дополнительным условием ограничения области применения двухтемпературной модели в искровом разряде является выполнение условия (7) с заданием равновесной плотности электронов исходя из температуры атомов (ионов).

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСШИРЕНИЯ ТОКОПРОВОДЯЩЕЙ ОБЛАСТИ ПО МЕХАНИЗМУ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

На основании вышеизложенного полагается, что дополнительное расширение токопроводящего канала происходит следующим образом. В токопроводящем канале импульсной дуги "мгновенно" устанавливается ионизационное равновесие с распределение параметров газо-плазмы по двухтемпературной модели стационарной дуги, так как в эту область поступает энергия электрического поля σE^2 (рис. 5).

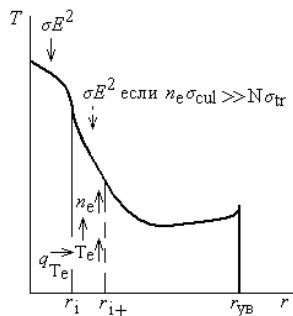


Рис. 5. Схема к математической модели, поясняющая расширение токопроводящего канала по механизму электронной теплопроводности: r_i – начальный радиус токопроводящего канала; r_{i+} – радиус токопроводящего канала в результате расширения; r_{yB} – радиус фронта ударной волны

Возникающий градиент температуры электронов предопределяет передачу энергии электронов q_{Te} в слабоионизированную область, окружающую токопроводящий канал (рис. 5). Возрастание температуры электронов T_e в слабоионизированной области приводит к росту плотности электронов n_e . После того, как плотность электронов превысит значения, при котором плазма переходит в сильноионизированное состояние, в этой области начинает протекать интенсивный разрядный ток. В результате возникающего мощного подвода энергии в данную область обеспечивается "мгновенное" установление ионизационного равновесия с распределением параметров газо-плазмы по двухтемпературной модели стационарной дуги. В результате, происходит расширение токопроводящего канала.

Очевидно, что начальная плотность электронов в слабоионизированной области, окружающей разрядный канал, должна быть достаточной для обеспечения быстрой максвеллизации функции распределения энергии электронов. Оценим время максвеллизации применительно к плазме рассматриваемой области искрового разряда, которое по порядку величины соответствует характерному времени между электронно-электронными столкновениями:

$$\tau_{ee} = \frac{(T_e[K])^{3/2}}{3.7n_e \ln \Lambda}. \quad (19)$$

В расчетных вариантах рассматривается кислородная плазма высокого давления ($P > 0,1$ МПа) и с температурой тяжелой компоненты $T_g > 5000$ К. Равновесная плотность электронов для данных условий составляет не менее $n_e \approx 5 \cdot 10^{12}$ см⁻³. Кулоновский логарифм примем равным $\ln \Lambda = 5$. Отсюда $\tau_{ee} \approx 3,8$ нс, что на порядок меньше времени установления ионизационного равновесия.

Моделирование процесса расширения токопроводящего канала осуществлялись по уравнению теплопроводности в виде:

$$c_e \frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right), \quad (20)$$

где λ_e – коэффициент электронной теплопроводности; c_e – удельная электронная теплоемкость, рассчитываемая по выражению:

$$c_e = \frac{dQ}{dt} = \frac{d[(1.5T_e + I)kn_e]}{dt}. \quad (21)$$

Расчет удельной теплоемкости в таком виде позволяет учесть затраты энергии не только на рост температуры электронов, но и на процесс ионизации, то есть возрастание n_e .

Задача рассматривалась в плоской постановке, в отличие от искрового разряда, где имеется цилиндрическая симметрия, чтобы исключить влияние радиуса канала на оценку влияния других параметров.

Согласно [С. 218, 9], коэффициент электронной теплопроводности для однократно ионизированного газа рассчитывается по выражению:

$$\lambda_e = 2,65 \cdot 10^{-2} \frac{(T_e[\text{эВ}])^{5/2}}{\ln \Lambda} \text{ Вт}/(\text{см}\cdot\text{К}), \quad (22)$$

Согласно [С.401, 7], эффективный коэффициент электронной теплопроводности равен:

$$\lambda_e = \xi(Z) \cdot 1,93 \cdot 10^2 \frac{(T_e[K])^{5/2}}{Z \ln \Lambda} \text{ Вт}/(\text{см}\cdot\text{К}), \quad (23)$$

где $\xi(Z)$ – коэффициент, зависящий от кратности ионизации газа Z . При однократной ионизации $Z = 1$, $\xi(Z) = 0,95$.

При переводе в выражении (23) температуры электронов в [эВ] (1 эВ = 11610 К) и полагая, что $Z = 1$, получаем совпадение с выражением (22).

В начальных условиях температура тяжелой компоненты (атомов и ионов) задавалась в виде линейно наклонной кривой (рис. 6).

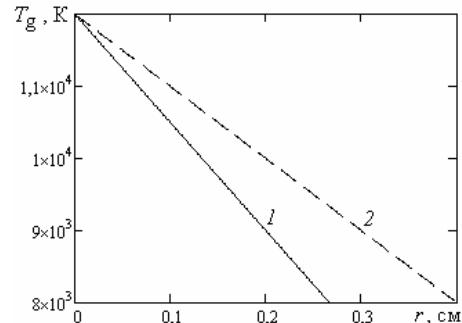


Рис. 6. Варианты распределения температуры тяжелой компоненты газо-плазмы, принятые в расчетах

Полагалось, что среда из тяжелых компонентов является "замороженной", то есть неподвижной. Такой подход может быть применим в случае, если скорость процесса расширения по механизму электронной теплопроводности будет на порядок выше скорости газодинамического расширения.

Кривые распределения температуры вдоль расчетной области описывались уравнениями вида:

$$\text{кривая 1: } T_g(r) = 1200 - 1500r; \quad (24)$$

$$\text{кривая 2: } T_g(r) = 1200 - 1000r. \quad (25)$$

Во всей расчетной области, кроме граничной области, моделирующей токопроводящий канал, в начальный момент времени задавалось наличие термодинамического равновесия. Принималось:

$$T_e(r)|_{t=0, r>0} = T_g(r). \quad (26)$$

На левой границе, моделирующей токопроводящий канал с сильноионизированной плазмой, прини-

малась фиксированная температура электронов до момента изменения радиуса r_0 токопроводящего канала, рассчитываемая по двухтемпературной модели:

$$T_e|_{r=0} = T_e(r_0) = \text{const}. \quad (27)$$

В такой постановке это означает, что выход энергии из токопроводящего канала в область, окружающую канал, компенсируется подводом энергии от электрического поля. При этом, левая граница канала задавалась подвижной. Расширение токопроводящего канала приводило к изменению r_0 и, соответственно, к установлению нового значения температуры электронов, определяемого по двухтемпературной модели стационарной дуги.

Условием смещения границы в направлении слабоионизированной плазмы являлся переход слоя плазмы, окружающей токопроводящий канал, в сильноионизированное состояние. В расчетных вариантах данное условие имело вид:

$$\sigma_{tr} N \prec \frac{\sigma_{cul} n_e}{10}. \quad (28)$$

Приводимые ниже результаты расчетов относятся к кислородной плазме. В расчетах полагалось, что $g_0 = 9$, $g_{0+} = 4$, $g_e = 2$, $A = 16$, $I_0 = 13,6$ эВ. Транспортные сечения упругих столкновений электронов с атомами кислорода задавалось кривой (рис. 7), построенной по данным работы [14].

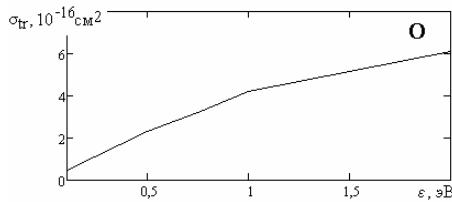


Рис. 7. Зависимость транспортного сечения упругих столкновений электронов с атомарным кислородом от энергии электронов ϵ ($\epsilon = 3T_e/2$) [14]

В расчетном варианте с распределением температуры вдоль расчетной области по выражению (24) при давлении среды $P = 0,75$ МПа получим распределение температуры электронов по модели локального термодинамического равновесия (ЛТР), в которой $T_e = T_g$ (рис. 8). По двухтемпературной модели ($T_e \neq T_g$) стационарной дуги при $E = 400$ В/см имеем отрыв температуры T_e электронов от температуры T_g тяжелой компоненты в виде (рис. 8).

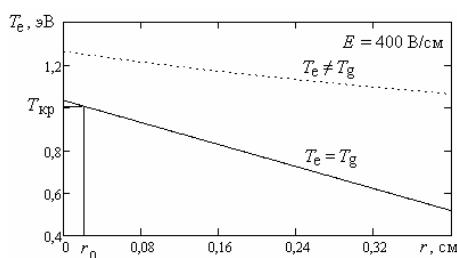


Рис. 8. Распределение температуры электронов в расчетной области по модели ЛТР ($T_e = T_g$) и двухтемпературной модели ($T_e \neq T_g$) без учета скорости возрастания плотности электронов

В расчетном варианте переход плазмы в сильноионизированное состояние осуществляется при пре-

вышении температуры тяжелой компоненты, равной $T_{kp} = 1,005$ эВ, где выполняется условие (28). При данной температуре имеем $n_e = 1,26 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$; $N = 4,27 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$; $\sigma_{cul} = 1,43 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2$; $\sigma_{tr} = 4,2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$. В результате, в расчетном варианте начальное распределение температуры электронов в расчетной области приобретает вид (рис. 9). По двухтемпературной модели стационарной дуги получим температуру электронов на границе токопроводящего канала в начальный момент $T_e|_{t=0, r=0} = 1,25$ эВ при $E = 400$ В/см.

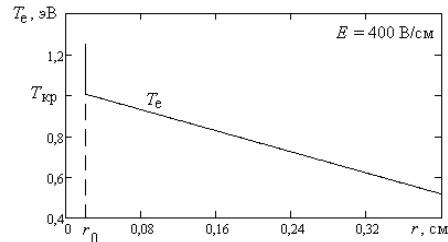


Рис. 9. Начальное распределение температуры электронов в расчетной области в расчетном варианте

Решение уравнения (20) осуществлялось численно. Расчетная область разбивалась на ячейки (рис. 10).

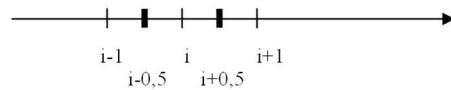


Рис. 10. Схема разбития расчетной области на ячейки

Применялась явная расчетная схема, в которой уравнение теплопроводности представлялось в виде:

$$c_i \frac{T^i - T_i}{\tau} h = \lambda_{i+0,5} \frac{T_{i+1} - T_i}{h} - \lambda_{i-0,5} \frac{T_i - T_{i-1}}{h}, \quad (29)$$

где τ – шаг по времени; h – шаг по расстоянию; X_i – значения соответствующих параметров в соответствующих ячейках на предыдущем временном слое; T^i – температура электронов в i -й ячейке на следующем временном слое.

Коэффициенты теплопроводности рассчитывались по выражению:

$$\lambda_{i \pm 0,5} = \frac{(\lambda_i + \lambda_{i \pm 1})}{2}. \quad (30)$$

Температура электронов на следующем временном слое рассчитывалась по выражению:

$$T^i = T_i + \frac{\tau}{c_i \cdot h} \cdot \frac{\lambda_{i+0,5} T_{i+1} - \lambda_{i-0,5} T_i - (\lambda_{i+0,5} + \lambda_{i-0,5}) T_i}{h}. \quad (31)$$

Сходимость результатов обеспечивалась подбором шага по времени.

РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСШИРЕНИЯ ТОКОПРОВОДЯЩЕЙ ОБЛАСТИ

В результате моделирования получено, что расширения токопроводящей области по механизму электронной теплопроводности может происходить со сверхзвуковой скоростью, то есть существенно влиять на развитие искрового разряда. Так, в ранее указанном расчетном варианте динамика расширения токопроводящей области имеет вид (рис. 11).

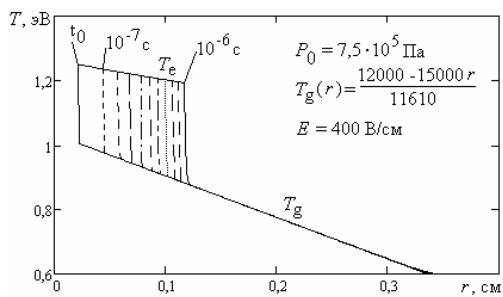


Рис. 11. Расчетное изменение распределения температуры электронов в расчетной области (временной интервал между кривыми распределения составляет 10^{-7} с

Скорость расширения токопроводящей области является нелинейной при фиксированном градиенте температуры тяжелой компоненты плазмы (рис. 12). Это связано с тем, что с понижением температуры T_g возрастают затраты энергии на рост плотности n_e до значений, когда плазма становится сильноионизированной. Этим также поясняется влияние градиента температуры на динамику расширения (рис. 13).

Полученный результат по скорости расширения несколько завышает фактическую скорость расширения, так как в расчетах полагается, что после достижения сильноионизированного состояния мгновенно осуществляется переход среды в состояние по двухтемпературной модели стационарной дуги.

Если учитывать подвод энергии к области, окружающей канал, только за счет теплопроводности, то рост температуры электронов будет происходить очень медленно (рис. 14).

Сравнение динамики расширения токопроводящей области при разных давлениях в газоразрядной среде и равных прочих параметрах показывают, что с уменьшением давления в среде скорость расширения будет возрастать (рис. 15, 16).

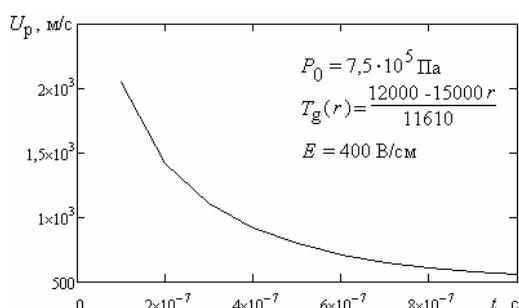


Рис. 12. Скорость расширения токопроводящей области

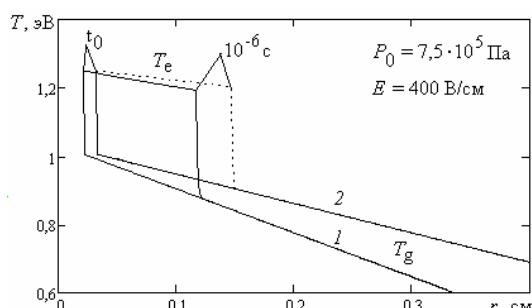


Рис. 13. Результаты расчета изменения температуры в расчетной области при разных температурных градиентах тяжелой компоненты плазмы

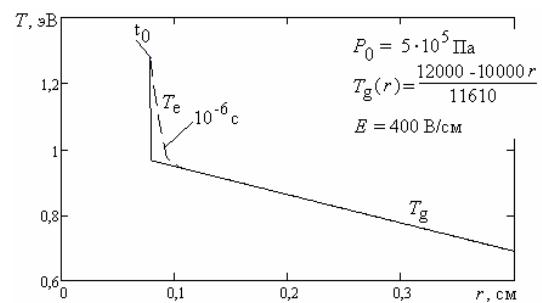


Рис. 14. Результаты расчета изменения температуры в расчетной области за счет электронной теплопроводности

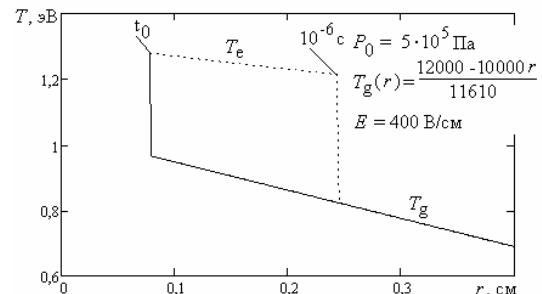


Рис. 15. Результаты расчета изменения температуры в расчетной области при $P_0 = 0,5$ МПа

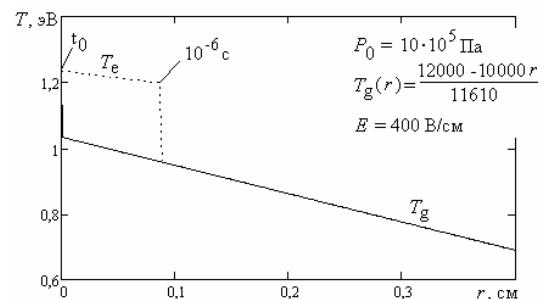


Рис. 16. Результаты расчета изменения температуры в расчетной области при $P_0 = 1$ МПа

Сравнение динамики расширения токопроводящей области при разных напряженностях электрического поля и равных прочих параметрах в газоразрядной среде показывают, что с уменьшением напряженности в среде скорость расширения будет падать (рис. 17).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дополнительное расширение токопроводящего канала по механизму электронной теплопроводности происходит путем передачи энергии электронов из сильноионизированной области в слабоионизированную область, окружающую токопроводящий канал, с дальнейшим возрастанием плотности электронов в слабоионизированной области за счет подводимой энергии и после достижения сильноионизированного состояния быстрого установления в данной области ионизационного равновесия за счет энергии электрического поля.

Дополнительное условие применения двухтемпературной модели для моделирования дуговой стадии искрового разряда основано на оценке времени установления ионизационного равновесия. Для расчета расширения токопроводящего канала по механизму электронной теплопроводности требуется решать

уравнение теплопроводности с подвижной границей токопроводящего канала. С удельной теплоемкости электронного газа необходимо учитывать затраты энергии на ионизацию.

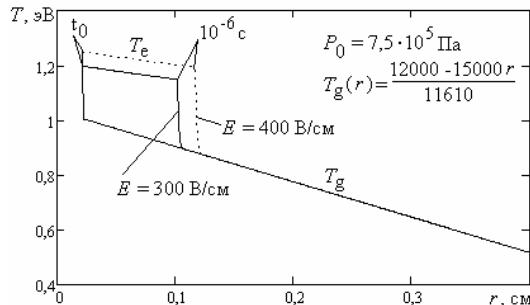


Рис. 17. Сравнение динамики расширения токопроводящей области при разных напряженностях электрического поля

Рассчитанные скорости расширения токопроводящей области по механизму электронной теплопроводности в неравновесной плазме показывают необходимости учета данного механизма при математическом моделировании процесса прямого инициирования детонации искровым разрядом с использованием двухтемпературной модели плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Pulsed and continuous detonations / [Edited by G. Roy, S. Frolov, J. Sinibaldi]. – Moscow: TORUS PRESS Ltd., 2006. – 376 p.
- Advances in confined detonations/ [Edited by G. Roy, S. Frolov, R. Santoro, S. Tsyanov]. – Moscow: TORUS PRESS Ltd., 2002. – 312 p.
- Нетлетон М. Детонация в газах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 280с.
- Kamenskihs V. On critical energy for direct initiation of spherical detonations in stoichiometric high-pressure H₂-O₂ mixtures // Combustion and Flame. – 2010. – V. 157. – P. 1795-1799.
- Lee J. H. S. Initiation of gaseous detonation // Annual Review of Physical Chemistry. – 1977. – №28. – P. 75-104.
- Matsui H., Lee J.H. Influence of Electrode Geometry and Spacing on the Critical Energy for Direct Initiation of Spherical Gaseous Detonations // Department of Mechanical Engineering, McGill University. – 1976. – Vol. 27 – P. 217-222.
- Зельдович Я.Б. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: ФТЛ, 1963. – 686 с.
- Физика и техника низкотемпературной плазмы / С.В. Дресвин, А.В. Донской, В.М. Гольдфарб и др.; под общей ред. С.В. Дресвина. – М.: Атомиздат, 1972. – 352 с.
- Райзера Ю.П. Физика газового разряда: Учебное руководство. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 592 с.
- Зимин А. М. Математическое моделирование процессов в плазменных установках. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.
- Корытченко К.В., Довбня А.Н., Волколупов Ю.Я. и др. Управление импульсной дугой с целью эффективного разогрева газа // Журнал технической физики. – 2008. – Т.78. – № 4. – С. 26-34.
- Korytchenko K.V., Bolyukh V.F., Poklonskiy E.V. Influence on the electric field into positive column of pulsed arc // IV international conference "Electronics and applied physics" Taras Shevchenko National University of Kyiv, Radiophysics Faculty, 23-25 October 2008, Kyiv, Ukraine.
- Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. М.: Мир. – 1969.
- Peter M. Banks Collision frequencies and energy transfer-electrons // Report of the office of Naval Research No 00009-66/1966.

Bibliography (transliterated): 1. Pulsed and continuous detonations / [Edited by G. Roy, S. Frolov, J. Sinibaldi]. – Moscow: TORUS PRESS Ltd., 2006. – 376 p. 2. Advances in confined detonations/ [Edited by G. Roy, S. Frolov, R. Santoro, S. Tsyanov]. – Moscow: TORUS PRESS Ltd., 2002. – 312 p. 3. Netletton M. Detonaciya v gazah: Per. s angl. - M.: Mir, 1989. – 280s. 4. Kamenskihs V. On critical energy for direct initiation of spherical detonations in stoichiometric high-pressure H₂-O₂ mixtures // Combustion and Flame. – 2010. – V. 157. – P. 1795-1799. 5. Lee J. H. S. Initiation of gaseous detonation // Annual Review of Physical Chemistry. – 1977. – №28. – P. 75-104. 6. Matsui H., Lee J.H. Influence of Electrode Geometry and Spacing on the Critical Energy for Direct Initiation of Spherical Gaseous Detonations // Department of Mechanical Engineering, McGill University. – 1976. – Vol. 27 – P. 217-222. 7. Zel'dovich Ya.B. Fizika udarnyh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavlenij. – M.: FTL, 1963. – 686 s. 8. Fizika i tekhnika nizkotemperaturnoj plazmy / S.V. Dresvin, A.V. Donskoj, V.M. Gol'dfarb i dr.; pod obschej red. S.V. Dresvina. – M.: Atomizdat, 1972. – 352 s. 9. Rajzer Yu.P. Fizika gazovogo razryada: Uchebnoe rukovodstvo. – M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1987. – 592 s. 10. Zimin A. M. Matematicheskoe modelirovaniye processov v plazmennnyh ustavokah. – M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2006. 11. Korytchenko K.V., Dovbnya A.N., Volkolupov Yu.Ya. i dr. Upravlenie impul'snoj dugoj s cel'yu "effektivnogo razogreva gaza" // Zhurnal tehnicheskoy fiziki. – 2008. – T.78. – № 4. – S. 26-34. 12. Korytchenko K.V., Bolyukh V.F., Poklonskiy E.V. Influence on the electric field into positive column of pulsed arc // IV international conference "Electronics and applied physics" Taras Shevchenko National University of Kyiv, Radiophysics Faculty, 23-25 October 2008, Kyiv, Ukraine. 13. Mak-Donald A. Sverhvysokochastotnyj proboj v gazah. M.: Mir. – 1969. 14. Peter M. Banks Collision frequencies and energy transfer-electrons // Report of the office of Naval Research No 00009-66/1966.

Поступила 01.09.2012

Корытченко Константин Владимирович, к.т.н., с.н.с.
Поклонский Е.В.,
Болюх Владимир Федорович, д.т.н., проф.
Национальный технический университет "ХПИ"
факультет военной подготовки,
кафедра общей электротехники
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 7076427, e-mail: entropia@rambler.ru.

Korytchenko K.V., Poklonskiy E.V., Bolyukh V.F.
An additional mechanism of spark electroconductive channel transversal evolution during transition to arc.

An additional mechanism of electroconductive channel evolution due to electronic heat conductivity in nonequilibrium plasma is considered in the work. Two-temperature models of stationary arcs are considered, the condition of the models application to simulating the arc phase of a spark discharge is validated. The given condition is based on ionization equilibrium time estimation. A mathematical model of electroconductive region expansion through mechanism of electronic heat conductivity is presented. Influence of the gas-discharge medium pressure, the plasma heavy component temperature gradient, the electric field strength on the electroconductive region evolution dynamics is investigated.

Key words – spark, electroconductive channel, two-temperature models, electronic heat conductivity.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕТРОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ С АСИНХРОННЫМ ГЕНЕРАТОРОМ

Запропонований метод математичного моделювання режимів вітроелектричної установки з асинхронним генератором. Метод заснований на сплайн-апроксимації вирішення нелінійних рівнянь алгебри електричної частини установки і на цій основі чисельної інтеграції диференціальних рівнянь системи. Метод проілюстрований на прикладі моделювання режиму вітроелектричної установки з безперервним і імпульсним управлінням двигуном повороту лопатів для стабілізації потужності, що виробляється.

Предложен метод математического моделирования режимов ветроэлектрической установки с асинхронным генератором. Метод основан на сплайн-апроксимации решения нелинейных алгебраических уравнений электрической части установки и на этой основе численного интегрирования дифференциальных уравнений системы. Метод проиллюстрирован на примере моделирования режима ветроэлектрической установки с непрерывным и импульсным управлением серводвигателем поворота лопастей для стабилизации вырабатываемой мощности.

ВВЕДЕНИЕ

Закон Украины "Об энергосбережении" и "Национальная энергетическая программа" определяют ветроэнергетику, как приоритетное направление в комплексе развития нетрадиционных источников энергии. Ветроэлектрические установки (ВЭУ) с горизонтальной осью вращения составляют до 98 % всех ВЭУ, подключенных к сетям энергосистем [1]. Сетевые ВЭУ лишены устройств поддержания частоты тока на уровне стандартов, поэтому автономно работать не могут. В главную силовую цепь подобных ВЭУ входят трехфазный асинхронный генератор (АГ) и повышающий трансформатор. Ветроколесо (ВК) снабжено механизмом поворота лопастей для регулировки вырабатываемой мощности. Упрощенная блок-схема ВЭУ изображена на рис. 1, где обозначены: V – скорость ветра; Ω – угловая скорость вращения ВК; n – передаточное число редуктора; u_s , i_s – напряжение и ток на выходе генератора; C , i_c – емкость и ток батареи конденсаторов; L – эквивалентная индуктивность кабелей и обмоток трансформатора; r , g – сопротивление и проводимость кабелей и арматуры; U , I – напряжение и ток сети.

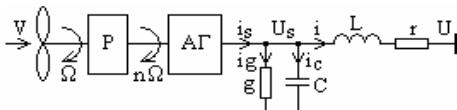


Рис. 1. Упрощенная блок-схема ВЭУ

К настоящему времени подробно описаны электромагнитные процессы в АГ, трансформаторе, проработаны конструкции ВЭУ [1-3]. В маломощных ВЭУ на генераторах с постоянными магнитами изучены динамические режимы при изменяющейся скорости ветра [4], однако в сетевых ВЭУ на АГ динамика режима исследована недостаточно. Так, в [5] предложено управление поворотом лопастей ВК по упрощенной модели АГ при прогнозе скорости ветра. В [6] проведен расчет электрической динамики ВЭУ с АГ при упрощенной модели ВК без учета влияния поворота лопастей.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью статьи является разработка уточненного математического описания электромеханической системы ВЭУ с АГ, работающей на сеть, и моделирование ее режимов в условиях стабилизации вырабатываемой мощности при изменяющейся скорости ветра.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЭУ

Уравнения АГ в общепринятых обозначениях в ортогональной системе координат d , q , вращающихся с синхронной скоростью ω_s с опережающим вращением поперечной оси, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_{sd}}{dt} &= \omega_s \psi_{sq} - r_s i_{sd} - u_{sd}; \\ \frac{d\psi_{rd}}{dt} &= (\omega_s - \omega_r) \psi_{rq} - r_r i_{rd}; \\ \frac{d\psi_{sq}}{dt} &= -\omega_s \psi_{sd} - r_s i_{sq} - u_{sq}; \\ \frac{d\psi_{rq}}{dt} &= -(\omega_s - \omega_r) \psi_{rd} - r_r i_{rq} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

здесь $\omega_s = n\Omega$ – угловая скорость ротора генератора.

Составляющие потокосцеплений разделим на потокосцепления в зазоре и рассеяния

$$\left. \begin{aligned} \psi_{sd} &= x_{\sigma s} i_{sd} + \psi_{\delta d}(i_{\delta d}); \\ \psi_{sq} &= x_{\sigma s} i_{sq} + \psi_{\delta q}(i_{\delta q}); \\ \psi_{rd} &= x_{\sigma r} i_{rd} + \psi_{\delta d}(i_{\delta d}); \\ \psi_{rq} &= x_{\sigma r} i_{rq} + \psi_{\delta q}(i_{\delta q}) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $i_{\delta d} = i_{sd} + i_{rd}$; $i_{\delta q} = i_{sq} + i_{rq}$ – продольный и поперечный намагничивающий токи; $x_{\sigma s}$, $x_{\sigma r}$ – реактивности рассеяния. Потокосцепления в зазоре $\psi_{\delta d}(i_{\delta d})$, $\psi_{\delta q}(i_{\delta q})$ являются нелинейными функциями вследствие насыщения магнитной цепи АГ. Далее принята следующая их аппроксимация

$$\psi_{\delta}(i_{\delta}) = a \cdot \operatorname{arctg}(bi_{\delta}) + ci_{\delta},$$

где $a = 0,25$; $b = 7,6$; $c = 0,002$.

Ток АГ i_s отделяется в батарею конденсаторов $i_c = C du_s/dt$, в проводимость $i_g = gu_s$ и в сеть i . Уравнения для составляющих тока в d , q – координатах имеют вид

$$\left. \begin{aligned} i_{sd} &= C \frac{du_{sd}}{dt} - C \omega_s u_{sq} + gu_{sd} + i_d; \\ i_{sq} &= C \frac{du_{sq}}{dt} + C \omega_s u_{sd} + gu_{sq} + i_q \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Напряжение АГ u_s складывается из напряжения на индуктивности $u_L = Ldi/dt$, на сопротивлении $u_r = ri_s$ и напряжения сети u . Уравнения для составляющих напряжения в d , q – координатах имеют вид

$$\left. \begin{aligned} u_{sd} &= L \frac{di_d}{dt} - L\omega_s i_q + ri_d + u_d; \\ u_{sq} &= L \frac{di_q}{dt} + L\omega_s i_d + ri_q + u_q \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где $u_d = 0$; $u_q = -U = \text{const}$ – напряжение сети.

К уравнениям электрической динамики добавляется уравнение механической динамики, связанной со скоростью вращения ВК

$$J \frac{d\Omega}{dt} + k_{mp}\Omega + M_{\vartheta M} = M_{\vartheta K}(z, \alpha), \quad (5)$$

где J – момент инерции вращающихся масс, приведенный к валу ВК; k_{mp} – коэффициент трения; электромагнитный момент АГ:

$$M_{\vartheta M} = 3n \cdot (i_{sd}\psi_{\delta q} - i_{sq}\psi_{\delta d}); \quad (6)$$

$M_{\vartheta K}(z, \alpha)$ – вращающий момент ВК, зависящий от угла поворота лопастей α и от коэффициента быстроходности $z = z(\Omega, V) = 0,5D\Omega/V$; D – диаметр ВК.

Необходимое изменение угла поворота лопастей обеспечивается серводвигателем; соответствующее уравнение имеет вид

$$\frac{d\alpha}{dt} = k_a u_a, \quad (7)$$

где k_a , u_a – коэффициент усиления и напряжение питания серводвигателя.

Вращающий момент ВК определяется удельным моментом $M_0(z, \alpha)$ и зависит от скорости ветра, диаметра ВК и плотности воздуха ρ

$$M_{\vartheta K}(z, \alpha) = M_0(z, \alpha) \cdot V^2 \frac{\pi D^3 \rho}{16}.$$

Удельный момент для различных z и углов α определяется на основании конструкции лопасти по методике Фатеева Е.М. [7] и аппроксимируется сплайн-функцией двух переменных z , α . На рис. 2, а изображены рассчитанные графики зависимостей вращающего момента $M_{\vartheta K}(z, \alpha)$ от угла α для ВК диаметром $D = 3,5$ м с тремя прямыми лопастями при $\Omega = 15,7 \text{ c}^{-1}$, $\rho = 1,225 \text{ кг/m}^3$ и различных скоростях ветра. На рис. 2, б – графики зависимостей $M_{\vartheta K}(z, \alpha)$ от Ω при различных α и $V = 20 \text{ м/с}$.

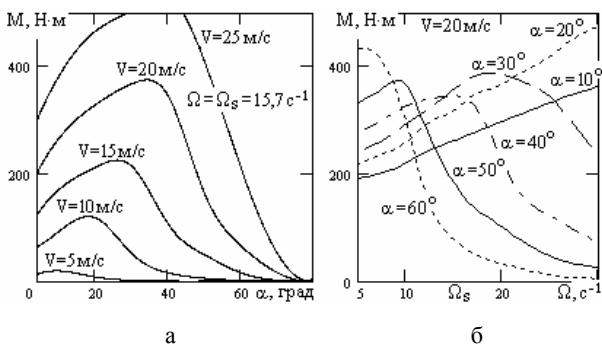


Рис. 2. Момент ветроколеса: а) неизменная скорость вращения; б) неизменная скорость ветра

Рисунки показывают, что момент имеет характерный максимум, зависящий как от скорости ветра, так и от угла поворота лопастей.

Генератор, вращаясь со скоростью $\omega_s = n\Omega$, несколько превышающей синхронную вследствие скольжения, вырабатывает активную мощность

$$P(\Omega, U) = 3 \cdot (u_{sd}i_{sd} + u_{sq}i_{sq}). \quad (8)$$

Напряжение на серводвигателе поворота лопастей зависит от разности между вырабатываемой мощностью $P(\Omega, U)$ и уставкой P_0 . При изменении скорости ветра серводвигатель поворачивает лопасти так, чтобы обеспечить близость $P(\Omega, U)$ и P_0 . Управляющее напряжение на серводвигателе u_a по (7) определяется разностью $\Delta P = P(\Omega, U) - P_0$: $u_a(\Delta P)$.

АЛГЕБРАИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ВЭУ

Приведенные уравнения представляют математическую модель ВЭУ, работающей на сеть с напряжением U и вырабатывающей мощность $P \approx P_0$. Так как механическая инерционность ВЭУ гораздо больше инерционности ее электрической части, приведенное математическое описание является жестким и пригодно для анализа лишь "короткой" динамики ВЭУ порядка секунд. Для анализа "длинной" динамики алгебраизуем электрическую часть математического описания, для чего положим производные в уравнениях (1), (3) и (4) равными нулю.

В этих условиях последовательным исключением из уравнений (1) – (4) переменных i_d , i_q , u_{sd} , u_{sq} , i_{sd} , i_{sq} получаем пару уравнений для поперечных составляющих токов статора и ротора АГ i_{sd} , i_{sq}

$$\left. \begin{aligned} A_{sq}i_{sq} + \omega_s A_{sq}\psi_{\delta q} (i_{sq} + i_{rq}) + \omega_s F(.) &= A_{su}i_u; \\ r_r i_{rq} + s \cdot [s \cdot A_{r1} \cdot (x_{sr}i_{rq} + \psi_{\delta q}(i_{sq} + i_{rq})) + F(.)] &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где $s = \omega_s - n\Omega$, A_{ij} , F – коэффициенты преобразований. Численное решений системы (9) $i_{sq}(\Omega, U)$, $i_{rq}(\Omega, U)$ при $U = 220 \text{ В}$ и типичных значениях параметров ($r = 0,02 \text{ Ом}$; $L = 5 \text{ мГн}$; $g = 50 \text{ мкСм}$; $C = 740 \text{ мкФ}$; $r_r = r_s = 0,09 \text{ Ом}$; $x_{sr} = 4 \text{ мГн}$; $x_{or} = 3 \text{ мГн}$; $n = 20$) также аппроксимировано сплайн-функциями, графики которых изображены на рис. 3, а график электромагнитного момента АГ по (6) – на рис. 4.

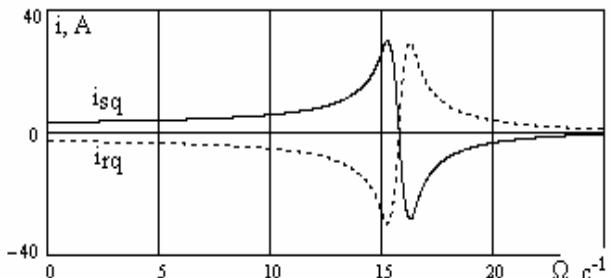


Рис. 3. Зависимость поперечных составляющих токов генератора от угловой скорости ветроколеса

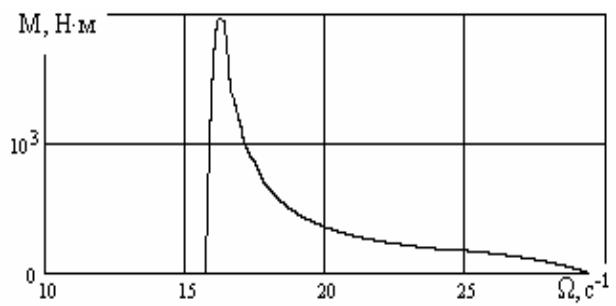


Рис. 4. Зависимость электромагнитного момента генератора от угловой скорости ветроколеса

УПРАВЛЕНИЕ СТАБИЛИЗАЦИЕЙ МОЩНОСТИ

Стационарный режим ВЭУ при заданных V , α и U с учетом трения определяется пересечением графиков на рис. 2,б с левой частью графика на рис. 4:

$$k_{mp}\Omega + M_{\vartheta M}(\Omega, U) = M_{\vartheta k}(z(\Omega, V), \alpha).$$

Кроме того, АГ должен вырабатывать заданную мощность P_0 по (8)

$$P_0 = P(\Omega, U).$$

График мощности, вырабатываемой генератором в зависимости от угла α и от скорости ветра, изображен на рис. 5. График показывает, что на плоскости α , V существует линия критического угла, на которой вырабатываемая мощность максимальна. Графики линий уровня мощности на плоскости α , V для ряда значений P_0 получены совместным численным решением двух последних уравнений с использованием аппроксимированных функций и изображены на рис. 6. На этом же рисунке изображена линия критического угла α_{kp} .

Из рис. 6 следует, что при увеличении скорости ветра, например, от величины V_1 до V_2 и возникшем избытке мощности $\Delta P = P(\Omega, U) - P_0 > 0$ для поддержания заданного уровня P_0 следует уменьшить угол α от величины α_1 до α_2 , если $\alpha < \alpha_{kp}$, и увеличить от α_3 до α_4 , если $\alpha > \alpha_{kp}$.

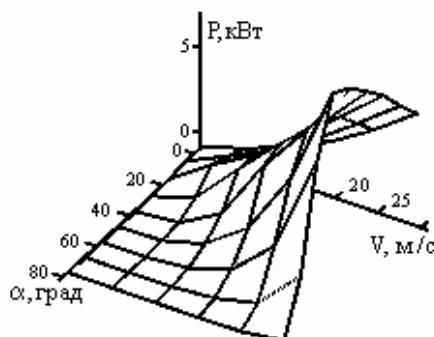


Рис. 5. График мощности, вырабатываемой генератором

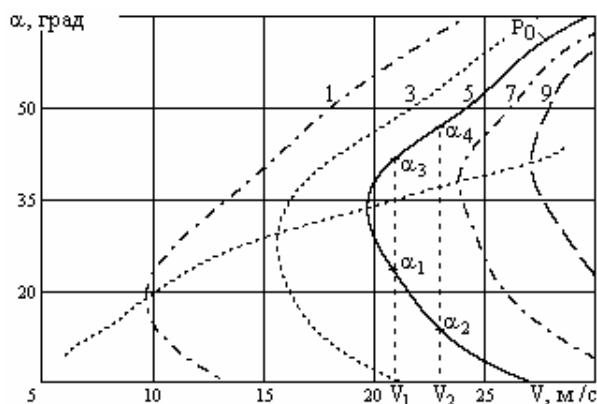


Рис. 6. Линии уровня мощности (цифры обозначают мощность в кВт)

При снижении скорости ветра и дефиците мощности $\Delta P = P(\Omega, U) - P_0 < 0$ выполняются обратные действия. При снижении скорости ветра ниже критической для заданной мощности P_0 рабочая точка ВЭУ смещается влево по линии критического угла, и стабилизация мощности не осуществляется.

Для реализации непрерывного управления ста-

билизацией мощности напряжение на серводвигателе должно изменяться следующим образом

$$u_\alpha = \Delta P \cdot \arctg(k \cdot (\alpha - \alpha_{kp}(V))), \quad (10)$$

где k – постоянный коэффициент. Подобный вид напряжения исключает "дребезг" управления. Кроме того, напряжение u_α ограничивается так, чтобы угол α не покидал пределы [4...85] градусов.

На рис. 7,а изображены результаты моделирования режима ВЭУ с непрерывным управлением, рассчитанные по уравнениям (5) – (7), (10) при $k_a = 1,5$; $k = 2$ для стабилизации мощности $P_0 = 5$ кВт, а на рис. 7,б – соответствующая траектория рабочей точки на плоскости V , α . На участке А при достаточной скорости ветра обеспечивается стабилизация мощности. На участке В при снижении скорости ветра угол достигает критического значения, и мощность падает, а на С – при избытке мощности угол достигает нижнего предела, и стабилизации мощности не происходит.

Описанный метод может быть реализован в виде импульсного управления. Для этого при небалансе мощности ΔP на серводвигатель подаются импульсы напряжения u_α неизменной амплитуды u_{am} , длительности T_u с паузами между ними T_n . Угол α изменяется таким образом до тех пор, пока вырабатываемая мощность не войдет в заданный диапазон регулирования $[P_0 - dP, P_0 + dP]$. На рис. 8,а изображены результаты моделирования режима ВЭУ с импульсным управлением, а на рис. 8,б – соответствующая траектория рабочей точки, рассчитанная при $u_{am} = 50$ В; $T_u = 0,06$ мин.; $T_n = 0,02$ мин.; $dP = 0,4$ кВт.

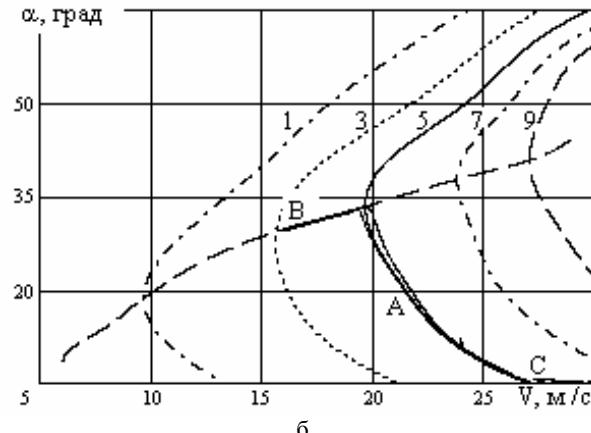
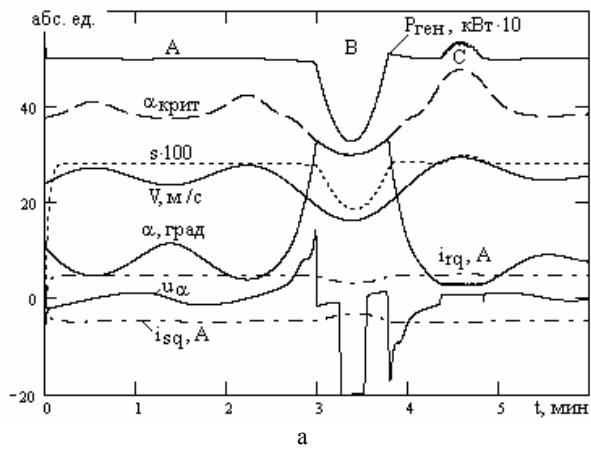


Рис. 7. Режим ВЭУ с непрерывным управлением

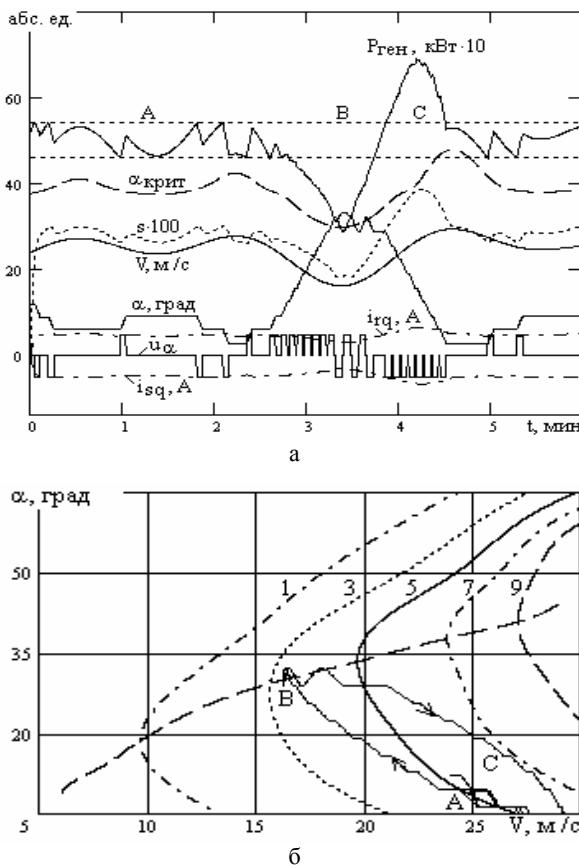


Рис. 8. Режим ВЭУ с импульсным управлением

Графики показывают, что на участке А мощность удерживается в заданном диапазоне отдельными импульсами управляющего напряжения серводвигателя. На участке В серводвигатель не успевает отрабатывать дефицит мощности, а на участке С – избыток мощности. При минимуме скорости ветра разнополярными импульсами напряжения создается колебательный режим около линии критического угла.

ВЫВОДЫ

На основании алгебраизации математического описания ВЭУ с АГ получены уравнения ВЭУ, пригодные для моделирования "длинной" динамики. Выполнено математическое моделирование непрерывного и импульсного управления. Импульсное управление проще, однако, точность регулирования ниже. Перспективным продолжением исследований является построение оптимального управления режимом ВЭУ на основе прогноза скорости ветра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Безруких П.П. Использование энергии ветра / П.П. Безруких. – М.: Изд-во "Колос", 2008. – 196 с.
- Лукутин Б.В. Энергоэффективные управляемые генераторы для ветроэлектростанций / Б.В.Лукутин, Е.Б. Шандарова, А.И.Муравлев // Известия ВУЗов. Сер. Электромеханика. – 2008. – № 6. – С. 63-66.
- Кривцов В.С. Неисчерпаемая энергия. Кн. 2. Ветроэнергетика / В.С. Кривцов, А.М. Олейников, А.И. Яковлев. – Харьков: нац. аэрокосм. ун-т (ХАИ). – Севастополь: Севастоп. нац. техн. ун-т, 2004. – 519 с.
- Канов Л.Н. Расчет режима системы автономного электроснабжения переменного тока малой мощности // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 4. – С. 29-33.
- Буяльский В.И. Повышение эффективности управления ветротурбиной // Вестник СевГТУ. Серия Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. – Севастополь: Изд-во СевГТУ. – 2008. – Вып. 88. – С. 152-156.
- Гармаш В.С. Моделирование переходных режимов работы ветроэлектростанций с асинхронными генераторами [Электронный ресурс]. – Донецк: ДонНТУ, 2007. – Режим доступа: <http://masters.donntu.edu.ua>.
- Фатеев Е.М. Ветродвигатели и ветроустановки. – М.: Сельхозиздат, 1957. – 195 с.

Bibliography (transliterated): 1. Bezrukikh P.P. Ispol'zovanie `energii vетra / P.P. Bezrukikh. - M.: Izd-vo "Kolos", 2008. - 196 s. 2. Lukutin B.V. `Energo`effektivnye upravlyayemye generatory dlya vetro`elektrostancij / B.V.Lukutin, E.B. Shandarova, A.I.Muravlev // Izvestiya VUZov. Ser. `Elektromehanika. - 2008. - № 6. - S. 63-66. 3. Krivcov V.S. Neischerpаемaya `energiya. Kn. 2. Vetro`energetika / V.S. Krivcov, A.M. Olejnikov, A.I. Yakovlev. - Har'kov: nac. a`erokosm. un-t (ХАИ). - Sevastopol': Sevastop. nac. tehn. un-t, 2004. - 519 s. 4. Kanov L.N. Raschet rezhma sistemy avtonomnogo `elektrosnabzheniya peremennogo toka maloj moschnosti // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 4. - S. 29-33. 5. Buyal'skij V.I. Povyshenie `effektivnosti upravleniya vetroturbinoy // Vestnik SevGTU. Seriya Mehanika, `energetika, `ekologiya: sb. nauch. tr. - Sevastopol': Izd-vo SevNTU. - 2008. - Vyp. 88. - S. 152-156. 6. Garmash V.S. Modelirovaniye perehodnyh rezhimov raboty vetro`elektrostancij s asinhronnymi generatorami [`Elektronnyj resurs]. - Doneck: DonNTU, 2007. - Rezhim dostupa: <http://masters.donntu.edu.ua>. 7. Fateev E.M. Vetrodvigateli i vetroustanovki. - M.: Sel'hozizdat, 1957. - 195 s.

Поступила 15.06.2012

Канов Лев Николаевич, к.т.н., доц.

Севастопольский национальный технический университет кафедра судовых и промышленных электромеханических систем
99053, Севастополь, ул. Университетская, 33
тел. (0962) 435272

Kanov L.N.

Mathematical modeling of a wind-electric plant with an asynchronous generator.

A mathematical modeling method for wind-electric asynchronous-generator plant modes is introduced. The method employs a spline approximation of the solution to nonlinear algebraic equations of the plant's electric part and, on this basis, numerical integration of the system's differential equations. The method is illustrated with an example of mode modeling for a wind-electric plant with continuous and pulse control of the blades turning servomotor for the power output stabilization.

Key words – mathematical modeling, moment of windwheel, asynchronous generator, power stabilization, blade turning angle, algebraic equations, solution approximation.

ЖЕМЕРОВ ГЕОРГІЙ ГЕОРГІЕВИЧ

(к 75-летию со дня рождения)

21 октября 2012 р. исполнилось 75 лет со дня рождения известного ученого в области электрических и полупроводниковых преобразователей, доктора технических наук, члена IEEE, профессора кафедры «Промышленная и биомедицинская электроника» («ПБМЭ») Национального технического университета «Харьковский политехнический институт» Жемерова Георгия Георгиевича.

После окончания средней школы с золотой медалью в 1955 г. Георгий Георгиевич поступил на электротехнический факультет Харьковского политехнического института, который успешно закончил в 1960 г., получив квалификацию инженера-электромеханика. По распределению был направлен в научно-исследовательскую лабораторию «Техника высоких напряжений и преобразователи тока» Харьковского политехнического института (ХПИ). С 1963 года по 1991 год работал в качестве научного сотрудника, начальника отдела и затем директора научно-исследовательского электротехнического института Харьковского электромеханического завода. В 1970 году Жемеров Г.Г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1987 – докторскую. С 1990 по 1994 годы занимал должность генерального директора государственного предприятия «Харьковский электромеханический завод» (ХЭМЗ). С 1994 года профессор Жемеров Георгий Георгиевич работает на кафедре «ПБМЭ» в должности профессора.

После перехода на кафедру «ПБМЭ» ХПИ читает лекции студентам 3 – 6 курсов по пяти дисциплинам, среди которых «Силовая электроника», «Методы расчета и моделирования преобразователей», «Преобразователи для электропривода», «Специальные вопросы преобразовательной техники». Содержание лекций ежегодно обновляется с учетом последних достижений в теоретической электротехнике, методах расчета и компьютерного моделирования установившихся и переходных процессов в системах электроснабжения с полупроводниковыми преобразователями. В значительной степени в материалах лекций отражаются результаты научных исследований профессора Жемерова Г.Г.

Ученое звание профессора по специальности «Электрические и полупроводниковые преобразователи» присуждено Жемерову Г.Г. в 1989 году. С 1994 года профессор Жемеров Г.Г. является членом секций «Power Electronics» и «Industrial Electronics» IEEE.

С участием профессора Жемерова Г.Г. сотрудниками кафедры «ПБМЭ» проводятся научно-исследовательские работы по следующим направлениям:

– Теория передачи энергии и теория мгновенной активной и реактивной мощностей в системах электроснабжения с полупроводниковыми преобразова-

телями, накопителями энергии и альтернативными источниками энергии.

– Компенсированные управляемые выпрямители и компенсированные непосредственные преобразователи частоты.

– Активные выпрямители и силовые активные фильтры.

– Многоуровневые инверторы напряжения и тока.

– Управление полупроводниковыми преобразователями в системах электроснабжения с накопителями энергии и альтернативными источниками энергии.

За последние десятилетия юбилемаром получены следующие основные научные результаты.

В области теории передачи энергии и теории мощности систематизированы матрицы всех известных преобразований координат результирующих векторов напряжений и токов, предложено модифицированное преобразование Парка для четырехпроводных трехфазных систем электроснабжения и разработаны методы расчета максимально возможного и реального КПД систем электроснабжения с полупроводниковыми преобразователями и накопителями энергии.

Подробно исследованы характеристики компенсированного управляемого выпрямителя, схема которого запатентована в Украине. Предложены схемы систем электроснабжения коммунальных объектов, железных дорог и метрополитена, в которых использование активных выпрямителей, силовых активных фильтров и накопители энергии позволяет существенно, – на единицы, а в ряде случаев на более чем 10%, – уменьшить потери электроэнергии в системе.

Разработаны схемы автоматического управления новыми системами электроснабжения и их Matlab-модели. Решено несколько вопросов связанных с применением активных выпрямителей и силовых активных фильтров, таких как: учет динамических потерь в транзисторах при моделировании; оценка коэффициента несинусоидальности напряжения в точке подключения активного выпрямителя; определение допустимых пределов изменения индуктивности входных реакторов активного выпрямителя.

Под руководством профессора Жемерова Г.Г. подготовлены и успешно защищены десять кандидатских диссертаций, по двум докторским диссертациям профессор Жемеров Г.Г. выступил в качестве научного консультанта.

Друзья, коллеги, многочисленные ученики Георгия Георгиевича искренне поздравляют его с юбилеем, желают ему доброго здоровья и дальнейших успехов в научной и методических ней работе.

Редакционная коллегия журнала «Электротехника и Электромеханика» присоединяется к этим пожеланиям, выражая надежду на дальнейшее долгосрочное и плодотворное сотрудничество с юбиляром.

