МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

АКАДЕМІЯ НАУК ВИЩОЇ ШКОЛИ УКРАЇНИ,
ВІДДІЛЕННЯ МЕХАНІКИ ТА
МАШИНОБУДУВАННЯ

МЕХАНІКА ТА МАШИНОБУДУВАННЯ

НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 1 2009

Державидання
Свідоцтво Міністерства Інформації України
КВ №3648 від 27.01.1999р.

Заснований рішенням Президії АН ВШ України 28.11.96.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор:
акад. АН ВШ, д.т.н., проф. Є.Є.Александров

Заступники головного редактора:
акад. АН ВШ, д.т.н., проф. А.І.Грабченко
акад. АН ВШ, д.т.н., проф. А.П.Марченко

Відповідальний секретар:
к.т.н., проф. В.М. Омельченко

Члени редколегії:
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.Д.В.Бреславський
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.О.К.Марочковський
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.Г.І.Львов
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.В.С.Гапонов
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.В.Б.Самородов
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.Ю.С.Воробйов
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.Ю.В.Тимофієв
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.Ю.М.Внуков
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.А.М.Туренко
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.М.А.Подригало
акад. АН ВШ, д.т.н.,проф.А.Т.Лебедєв

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

61002 Харків-2
вул. Фрунзе, 21,
Національний технічний університет
"Харківський політехнічний інститут"
Тел. 707-63-55
707-63-17
E-mail kgm@kpi.kharkov.ua

Наукові напрямки:

- Теоретична механіка
- Прикладна механіка
- Машинознавство
- Динаміка та міцність машин
- Транспортне машинобудування
- Управління в технічних системах
- Технологія машинобудування
- Історія машинобудування

Друкується за рішенням Вченої ради Національного технічного університету ”ХПІ”, протокол №2 від 5.03.2010р.

ЗМІСТ

Прикладна механіка

Аврамов К.В., Филипковский С.В., Федоров В.М., Пирог В.А., Филипковская Л.А. Сравнительная оценка методов анализа колебаний жидкости в разветвленных трубопроводах 3
Иванов Е.М. Отрицательные обратные связи в системах воспроизведения вибраций 9
Кочуров Р.Е., Аврамов К.В. Асимптотический анализ параметрических нелинейных колебаний цилиндрических оболочек при комбинационном резонансе 13
Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О влиянии силы Магнуса на траекторию полета вращающейся сферической частицы 21
Полищук Т.В., Ткачук Н.Н. Комплексные экспериментальные исследования макета механизма наклона технологической машины 26
Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Расчёт потока псевдоожиженной зерновой смеси на виброрешете 33

Машинознавство

Аврамов К.В., Борисюк А.В. Применение метода гармонического баланса к исследованию авто колебаний одно дисковых роторов 44
Агапова И.С., Сидоров М.В., Яловега И.Г. Математическое моделирование и численный анализ течения в канавке подшипника с помощью метода R-функций 52
Воронін С.В., Ткач В.В. Вплив напруженості зовнішнього електростатичного поля на толщину змащувальної плівки 58
Мельничук С.І., Рудак С.М. Аналіз ефективності застосування складових спектру шумів потоку при вимірюванні витрати газу 63
Назаренко С.А., Симсон Э.А. Математические модели элементов машин при воздействии физических полей и внешней среды 69
Шатохин В.М., Ярмак Н.С. Исследование динамических процессов в роторно-планетарных гидронасосах 77

Динаміка та міцність машин

Васильев А.Ю. Исследование процесса обтекания корпусов легкобронированных машин ударной волной 96
Веретельник Ю.В. К вопросу о критериях точности численных моделей для определения характеристик упругих тел с системой регулярных вырезов 107
Воробьев Ю.С., Чернобрывко М.В. Моделирование высокоскоростных деформационных процессов с использованием адаптивных вычислительных методов 112
Грабовский А.В. О расчетно-экспериментальном моделировании динамических процессов в виброударных системах 119
Приймаков А.Г., Устиненко А.В., Примаков Г.А. Выносливость крупногабаритных деталей силовых волновых зубчатых передач 129
Танченко А.Ю., Ткачук Н.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния элементов высоко нагруженных машин при действии комплекса динамических нагрузок 134
Ткачук М.А., Шеремет В.М., Ткачук Г.В., Грабовський А.В. Розробка наукових основ створення сприятливих поверхневих дискретно-континуальних полів напружень у високо навантажених елементах машин 147
Ткачук А.Н. Термоупругий осесимметричный конечный элемент для решения контактных задач цилиндрических оболочек 156

В порядку обговорення

Василенко О.В., Дущенко В.В. Перспективні напрямки розвитку систем підресорювання військових гусеничних і колісних машин 163
Стаховский О.В. Инициирование детонации в неограниченном объеме 174

Механіка та машинобудування // Науково-технічний журнал. – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. - № 1 – 185 с.

Збірник наукових та науково-практичних статей з питань механіки, машинобудування та сучасних технологій різноманітних галузей промисловості.
ъ

© НТУ "ХПІ", 2009

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

УДК 621.65

Аврамов К.В., Филипковский С.В., Федоров В.М., Пирог В.А., Филипковская Л.А.

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА МЕТОДОВ АНАЛИЗА КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В РАЗВЕТВЛЕННЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

1. Введение

Одной из проблем при проектировании ракет с ЖРД является продольная устойчивость [1,2]. В большинстве ракет наблюдаются продольные автоколебания. Они происходят, когда основная частота продольных колебаний корпуса ракеты близка к частоте колебаний топлива в трубопроводе окислителя. Если возникает необходимость отстройки собственной частоты колебаний от резонансной частоты, то изменяют собственные частоты колебаний жидкости в топливных трубопроводах путем введения в систему специальных устройств [2, 3]. Теоретические основы статики и динамики трубопроводов летательных аппаратов рассмотрены в книге [4]. В монографии [5] рассмотрены общие теоретические аспекты математического моделирования динамического состояния трубопроводных систем.

Для определения собственных частот колебаний питающих магистралей, жидкость рассматривается как система с распределенными параметрами. Динамика жидкости описывается уравнениями [1]:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\rho}{F}\frac{\partial Q}{\partial t}\,;\ -\frac{\partial p}{\partial t}=c^2\rho\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q}{F}\right), \tag{1}$$

где $p, Q-$ давление и расход жидкости; $x-$ осевая координата трубопровода; $F-$ площадь поперечного сечения трубопровода; $\rho-$ плотность жидкости в трубопроводе; $c-$ скорость звука в круглой деформируемой трубе.

2. Метод четырехполюсника

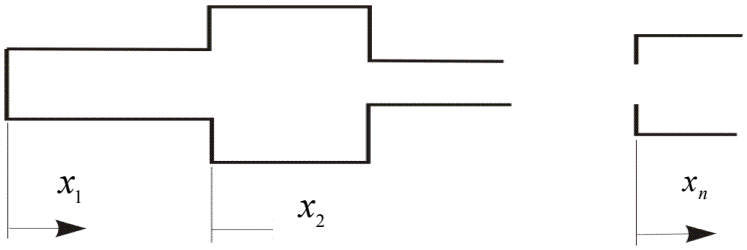


Рисунок 1 - Эскиз трубопровода с переменным поперечным сечением

Рассмотрим трубопровод со скачкообразно меняющимся поперечным сечением. Исследуем $i-$й участок трубы с постоянным поперечным сечением. Трубопровод состоит из n участков. Предположим, что на $i-$м участке в системе наблюдаются гармонические колебания с частотой ω_k. Такие движения можно описать так:

$$p_i = p_i(x)\sin(\omega_k t);\, Q_i = Q_i(x)\cos(\omega_k t). \tag{2}$$

Введем (2) в (1) и придем к следующим обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\frac{\partial p_i}{\partial x_i} = \frac{\rho}{F_i}\omega_k Q_i(x_i);\; \frac{\partial Q_i}{\partial x_i} = -\frac{\omega_k F_i}{c_i^2 \rho} p_i(x_i). \tag{3}$$

Решение системы (3) представим так:

$$\begin{bmatrix} Q_i(x_i) \\ p_i(x_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\omega_k}{c_i}x_i\right) & -\frac{F_i}{c_i\rho}\sin\left(\frac{\omega_k}{c_i}x_i\right) \\ \frac{c_i\rho}{F_i}\sin\left(\frac{\omega_k}{c_i}x_i\right) & \cos\left(\frac{\omega_k}{c_i}x_i\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_i(0) \\ p_i(0) \end{bmatrix}. \tag{4}$$

С помощью формулы (4) установим связь между давлением и расходом на входе в $i-$й участок $Q_i(0),\, p_i(0)$ и этими же параметрами на выходе из него $Q_i(l),\, p_i(l)$. Эта связь примет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} Q_i(l_i) \\ p_i(l_i) \end{bmatrix} = \left[A_i^{(k)}\right] \begin{bmatrix} Q_i(0) \\ p_i(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\omega_k}{c_i}l_i\right) & -\frac{F_i}{c_i\rho}\sin\left(\frac{\omega_k}{c_i}l_i\right) \\ \frac{c_i\rho}{F_i}\sin\left(\frac{\omega_k}{c_i}l_i\right) & \cos\left(\frac{\omega_k}{c_i}l_i\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_i(0) \\ p_i(0) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

В точках скачкообразного изменения поперечного сечения давление и расход должны оставаться постоянными: $p_{i-1}(l_{i-1}) = p_i(0)$; $Q_{i-1}(l_{i-1}) = Q_i(0)$. Итак, значения давления и расхода в конце $n-$го участка описывается следующим соотношением:

$$\begin{bmatrix} Q_n(l_n) \\ p_n(l_n) \end{bmatrix} = \prod_{j=1}^{n}\left[A_j^{(k)}\right] \begin{bmatrix} Q_1(0) \\ p_1(0) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

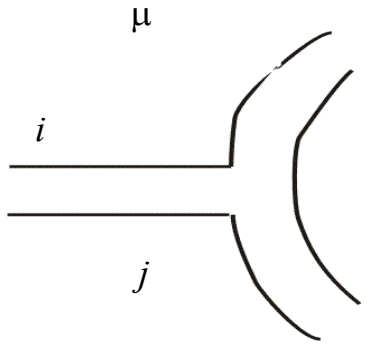


Рисунок 2 - Схема коллектора

Если трубопровод содержит коллектор (рис.2), то выполняются такие уравнения:

$$Q_i(l) = Q_j(0) + Q_\mu(0);\ p_i(l) = p_j(0) = p_\mu(0)\,. \tag{7}$$

Задавая граничные условия на левом конце трубопровода и используя (5) n раз получим соотношение для правого конца с номером n (рис.1). Удовлетворяя граничным условиям на правом конце трубопровода, получим одно нелинейное алгебраическое уравнение относительно частоты колебаний ω. Решая это уравнение, найдем частоту колебаний. Далее соотношения (5) и результаты расчета частот колебаний используются для определения форм свободных колебаний.

3. Импедансный метод

В дальнейшем для исследования динамики трубопровода (рис.1), воспользуемся импедансным методом [6]. Тогда к системе (1) применим преобразования Лапласа по переменной t:

$$p(x,s) = \int_0^\infty p(x,t)\exp(-st)dt\ ;\ Q(x,s) = \int_0^\infty Q(x,t)\exp(-st)dt\ . \tag{8}$$

Система (1) относительно функций $p(x,s); Q(x,s)$ примет следующий вид:

$$\frac{d^2p}{dx^2} = \gamma^2(s)p;\ \frac{d^2Q}{dx^2} = \gamma^2(s)Q, \tag{9}$$

где $\gamma = \sqrt{Z_1(s)Y_1(s)}$. Решения уравнений (9) представим так:

$$p(x,s) = C_1(s)\,\mathrm{ch}\,\gamma(s)x + C_2(s)\,\mathrm{sh}\,\gamma(s)x\,;$$

$$Q(x,s) = \frac{1}{Z_B(s)}\left[C_1(s)\,\mathrm{sh}\,\gamma(s)x + C_2(s)\,\mathrm{ch}\,\gamma(s)x\right], \tag{10}$$

где $Z_B(s) = \sqrt{Z_1(s)/Y_1(s)}$ – характеристический импеданс, или волновое сопротивление трубопровода. Для определения констант интегрирования введем входной импеданс трубопровода:

$$Z(0,s) = \frac{p(0,s)}{Q(0,s)}\,. \tag{11}$$

Тогда константы интегрирования определяются так: $C_1(s) = p(0,s);\ C_2(s) = -\dfrac{p(0,s)Z_B(s)}{Z(0,s)}$. Введем комплексный гиперболический угол

нагрузки: $a_l = \operatorname{arth}\dfrac{Z(l,s)}{Z_B(s)}$. Тогда параметр $Z(0,s)$ представим так:

$$\frac{Z(0,s)}{Z_B(s)} = \operatorname{th}\left(\gamma\ l + a_l(s)\right). \tag{12}$$

Теперь рассмотрим метод расчета собственных частот колебаний окислителя в упругой ступенчатой трубе (рис.1). Для этого произведем сшивание расхода и давления при ступенчатом изменении поперечного сечения при переходе от участка с номером $(i-1)$ к участку с номером (i). Это можно записать через входной и выходной импеданс трубопровода так:

$$Z_{i-1}(l_{i-1};s) = Z_i(0;s). \tag{13}$$

Это уравнение может быть переписано в следующем виде:

$$Z_{B,i-1}(s)\operatorname{th} a_{i-1} = Z_{B,i}(s)\operatorname{th}\left(a_i + \gamma_i l_i\right).$$

Последнее соотношение можно представить так:

$$a_{i-1} = \operatorname{arth}\frac{Z_{B,i}}{Z_{B,i-1}}\operatorname{th}\left(a_i + \gamma_i l_i\right);\ i = \overline{1,n-1}. \tag{14}$$

Собственные частоты трубы (рис.1) описываются системой алгебраических уравнений (14) и дополнительным уравнением:

$$Z_1(0,s) = Z_{B,1}(s)\operatorname{th}\left(\gamma_1 l_1 + a_1\right). \tag{15}$$

Теперь воспользуемся следующими соотношениями: $\gamma_j(\mathbf{i}\omega) = \mathbf{i}\omega c_j^{-1}$; $Z_{B,j} = \rho c_j F_j^{-1}$; $j = \overline{1,n}$. В результате уравнения (14, 15) примут следующий вид:

$$a_j = \operatorname{arth}\frac{c_{j+1}F_j}{c_j F_{j+1}}\operatorname{th}\left(a_{j+1} + \mathbf{i}\frac{\omega l_{j+1}}{c_{j+1}}\right);\ Z_1(0,i\omega) = \frac{\rho c_1}{F_1}\operatorname{th}\left(\mathbf{i}\frac{\omega l_1}{c_1} + a_1\right). \tag{16}$$

Расчет собственных частот ведется от участка n к участку ***1***, то есть от правого конца трубопровода к левому. Что бы осуществить этот анализ, преобразуем уравнения (16) к более простому виду. При этом воспользуемся следующей заменой: $a_j \to \mathbf{i}\, a_j$; $j = \overline{1,n}$. Отметим, что для закрытого участка трубопровода выполняется следующее граничное условие: $a_l = 0.5\pi$, а для открытого участка граничное условие принимает вид: $a_l = 0$.

Итак, получена система алгебраических уравнений (16), описывающая частоты

колебаний ступенчатой трубы. Эту систему можно представить в виде одного нелинейного алгебраического уравнения относительно f, которое решается численно.

4. Примеры расчета

Для анализа колебаний окислителя в разветвленном трубопроводе рассмотрим расчетную схему, представленную на рис.3. Этот трубопровод состоит из двух участков переменного поперечного сечения 1 и 2, за которым устанавливается коллектор и участки *3*; *4*; *5*; *6*. Длины участков обозначим $l_i; i = \overline{1,6}$, диаметры труб- D_i; их толщины δ_i. Параметры этого трубопровода представлены в таблице 1.

Таблица 1

i	1	2	3	4	5	6
$l_i, см$	2,302	5,67	1,512	4,818	1,512	4,818
$D_i, см$	0,2905	0,2	0,125	0,14	0,125	0,14
$\delta_i, см$	0,0035	$0{,}0035^3$	0,0025	0,002	0,0025	0,002
$E_i, кг/см^2$	$0{,}69\cdot10^{11}$	$0{,}69\cdot10^{11}$	$2{,}1\cdot10^{11}$	$2{,}1\cdot10^{11}$	$2{,}1\cdot10^{11}$	$2{,}1\cdot10^{11}$

Результаты расчета первых трех частот колебаний жидкости в разветвленной магистрали окислителя, полученные рассмотренными выше методами, представлены в таблице 4. Численные значения, полученные импедансным методом и на основании четырехполюсника, совпадают. Первая частота, полученная методом конечных элементов несколько ниже соответствующей частоты, полученной импедансным методом, а вторые и третьи собственные частоты, полученные импедансным методом и методом конечных элементов, близки.

Таблица 2

Частоты	Импедансный метод	Метод четырехполюсника	Метод конечных элементов
ω_1	13.057	13.057	11.894
ω_2	33.59	33.59	33.626
ω_3	54.071	54.071	55.405

Заключение

Методы импедансный и четырехполюсника являются аналитическими и обеспечивают достаточно высокую точность расчета, но требуют вывода новых формул для каждой новой конфигурации трубопровода. Метод четырехполюсника значительно проще в теоретическом плане в сравнении с импедансным методом и является более эффективным. Во-первых, он наиболее прост с точки зрения математической реализации. Во-вторых, он чрезвычайно эффективно позволяет определить собственные частоты колебаний сложных разветвленных трубопроводов. В-третьих, этот метод позволяет легко посчитать собственные формы колебаний и учесть в модели демпферы и различные граничные условия системы.

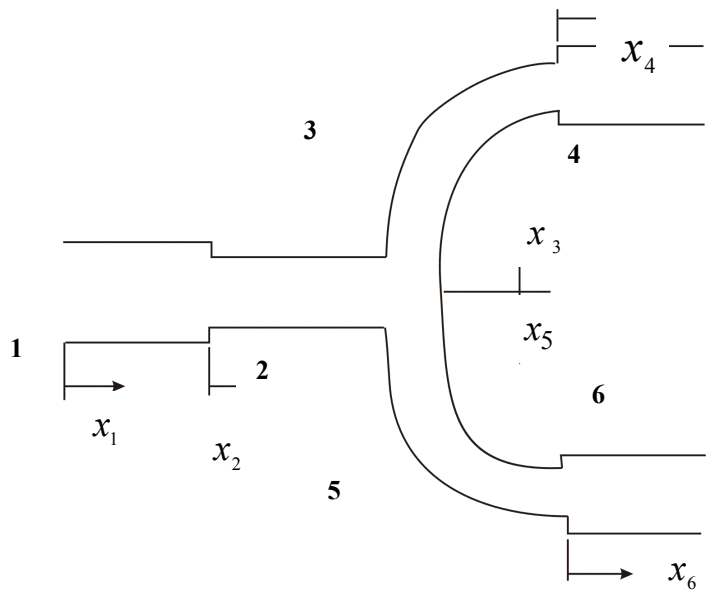


Рисунок 3 - Расчетная схема разветвленной магистрали окислителя

Литература: 1. Колесников К.С., Самойлов Е.А., Рыбак С.А. Динамика топливных систем ЖРД.- М.: Машиностроение, 1975. –172 с. 2. Натанзон М.С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты.- М.: Машиностроение, 1977. –206 с. 3. Овсянников Б.В., Боровский Б.И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей.- М.: Машиностроение, 1986. –376 с. 4. Башта Т.М. Гидравлические приводы летательных аппаратов. -М.: Машиностроение, 1967. –498 с. 5. Черночуб И.П., Попов А.Е., Доценко П.Д. Динамика трубопроводных систем.- Харьков: "Основа", 1998. – 222 с. 6. Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем.- М.: Машиностроение, 1977. –352 с.

Аврамов К.В., Філіпковський С.В., Федоров В.М., Пірог В.А., Філіпковська Л.А.

ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА МЕТОДІВ АНАЛІЗУ КОЛИВАНЬ РІДИНИ У РОЗГАЛУЖЕНИХ ТРУБОПРОВОДАХ

У статті порівнюються два аналітичних методів розрахунку коливань рідини у трубопроводах. До цих методів належіть метод чотирьохполюсника та імпедансний метод. Наводиться пример розрахунку трубопроводу ракети.

Avramov K.V., Filipkovsky S.V., Fedorov V.M., Pirog V.A., Filipkovskya L.A.

COMPARISON OF METHODS FOR VIBRATIONS OF FLUID IN BRANCHED PIPELINES

Two analytical methods of calculations of fluid vibrations in pipelines are compared in this paper. The method of four pole and impedance method are considered. The example of calculation of missile pipeline is presented in this paper.

УДК 531/534

Иванов Е.М.

ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В СИСТЕМАХ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ВИБРАЦИЙ

Вибрационные испытания машин и приборов позволяют на стадии проектирования определить качество изготовления испытуемых объектов, их надежность и виброустойчивость. В настоящее время существует несколько методов вибрационных испытаний объектов, которые, в свою очередь, зависят от методов и систем воспроизведения вибраций (СВВ) [2, 5]. В связи с этим актуальной проблемой в комплексе вибрационных испытаний машин и приборов является разработка и создание систем вибрационных испытаний, обеспечивающих необходимые параметры динамических нагрузок, действующих на испытуемые объекты. Точность воспроизведения параметров вибронагрузок обеспечивается более эффективно автоматическими виброиспытательными системами, построенными с использованием отрицательных обратных связей (ООС).

При виброиспытаниях изделий осуществляется воспроизведение следующих вибраций: моногармонических, полигармонических, стохастических однокоординатных, плоскостных и пространственных тоже моно (поли) гармонических, стохастических. В свою очередь, имеется метод «качающейся частоты» с разными амплитудами, метод стабилизации уровня вибраций и метод ускоренных виброиспытаний на резонансных частотах испытуемых изделий [7]. Остановимся более конкретно на формировании ООС в системах, реализующих указанные методы воспроизведения вибраций. Заметим, что исполнительным элементом СВВ является вибростенд (ВС), подвижная система которого представляет собой колебательное звено (КС). Известно [5], что выходной сигнал КС (в данном случае вибрация – перемещение x платформы ВС) отстает от управляющего воздействия U на угол

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{b\omega}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)} \quad , \tag{1}$$

зависящий от круговой частоты $\omega = 2\pi f$, где f – частота [Гц]; b – коэффициент диссипации; m – масса подвижной части; ω_0 – собственная частота КС, то есть, если $U = U_a \sin \omega t$, где U_a – амплитуда; t – время, то $x = x_a \sin\left(\omega t - \varphi\right)$, где x_a – амплитуда колебаний КС. Зависимость $\varphi(\omega)$ является фазо-частотной, а $x_a(\omega)$ – амплитудно-частотной характеристиками $x_a = U_a \Big/ \left(m\sqrt{\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + \left(\frac{b\omega}{2m}\right)^2} \right)$. Вид этих характеристик изображен на рис. 1.

Если воспользоваться теорией автоматического управления [9] и построить СВВ в замкнутом виде с жесткой ООС, то в устройстве сравнения (УС) такой системы выходной сигнал будет

$$\Delta U = U_a \sin \omega t - k x_a \sin\left(\omega t - \varphi\right) , \tag{2}$$

где k – масштабный и физически ориентированный коэффициент, причем φ изменяется

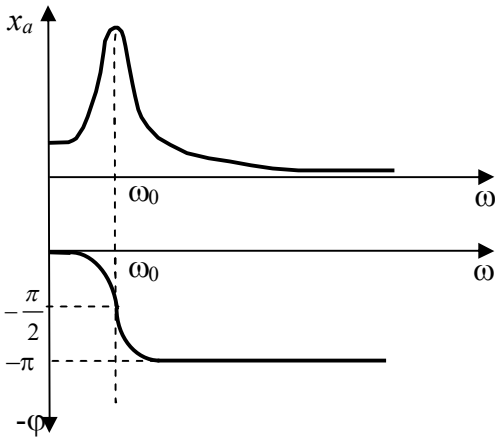


Рисунок 1 – График изменения φ

в соответствии с (1) и рис. 1. При $\omega > \omega_0$ $\varphi \to -\pi$, а это значит, что в диапазоне частот выше ω_0 ООС переходит в положительную обратную связь (ПОС), так как из (2) при φ=π выражение $\Delta U = U_a \sin\omega t - kx_a(\sin\omega t \cos\pi - \sin\pi \cos\omega t) = U_a \sin\omega t + kx_a \sin\omega t$ отображает ПОС, обуславливающую неустойчивость функционирования СВВ. И в принципе $\Delta U = U_a \sin\omega t - kx_a \sin(\omega t - \varphi) = U_a \sin\omega t - kx_a(\sin\omega t \cos\varphi - \sin\varphi \cos\omega t)$ при изменении φ в соответствии с (1) в течение периода колебаний $T = 1/f$ обуславливает формирование в СВВ то ООС, то ПОС.

Такая работа автоматической СВВ недопустима, так как ПОС вызывает увеличение уровня колебаний платформы ВС и, в конечном итоге, разрушение составных частей ВС. Во избежание указанного явления предлагается ряд методов и соответствующих им систем формирования ООС в различных СВВ в зависимости от принципа воспроизведения различного вида вибраций.

Заметим, учитывая (1), видим, что если *b*=0, то φ=0 на всем частотном диапазоне. Этот факт можно использовать следующим образом. Пусть КС представляет собой систему с одной степенью свободы. Обычно в электродинамических и электромагнитных без реактивной массы вибровозбудителях КС именно такие системы. Уравнение КС с одной степенью свободы имеет вид

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = U\,, \tag{3}$$

где *m, b, c* – величина массы, коэффициента диссипации (демпфирования) и жесткости (упругости) соответственно.

Если правую часть (3) выразить через $U + b_{экв}\frac{dx}{dt}$, то тогда (3) приобретает вид, соответствующий консервативной системе, у которой сила сопротивления $(b - b_{экв})\frac{dx}{dt} = 0$ при $b = b_{экв}$. А это значит, что согласно (1) угол φ=0.

При таком исполнении КС в СВВ возможно формирование ООС $kx_a \sin\omega t$ и получения $\Delta U = (U_a - kx_a)\sin\omega t$. Но в этом случае электродинамический и электромагнитный вибровозбудители должны подключаться к источнику тока, что создает

значительные потери энергии в СВВ и, кроме того, для электромагнитного вибровозбудителя необходимо дополнительно включения звена извлечения квадратного корня. Точность равенства $b = b_{экв}$. четко не может быть соблюдена и поэтому возможны периоды возникновения ПОС, что нежелательно.

Возможен еще метод получения ООС на основе сравнения выходных сигналов модели вибровозбудителя и реального вибровозбудителя. В этом случае при адекватности модели СВВ предполагается, что выходные сигналы модели и реального СВВ синфазны и синхронизированы. Тогда справедлива схема замкнутого СВВ, изображенная на рис. 2, где Г – генератор U; М – модель ВВ; ВВ – вибровозбудитель; СМ – сумматор; У – блок усилителей; УС – устройство сравнения; $У_{ОС}$ – усилитель обратной связи; СУ – согласующий усилитель; ВД – вибродатчик.

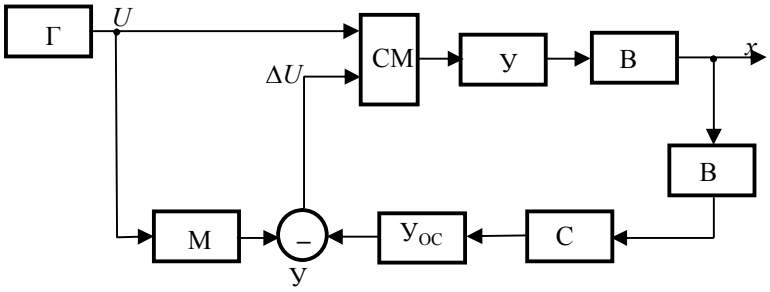


Рисунок 2 - Схема замкнутого СВВ

Недостатком данной схемы является нечеткое соответствие параметров М и ВВ. Предложим более надежные методы формирования ООС в СВВ.

Так при воспроизведении моногармонических вибраций целесообразно осуществлять сравнение в СВВ входа с выходом на постоянном токе и полученную разность сигналов преобразовывать в переменный сигнал $\Delta U \sin \omega t$, синхронизированный и синфазный с $U = U_a \sin \omega t$. Структурная схема такой СВВ изображена на рис. 3, где ($\rightarrow\!\!\blacktriangleright\!\!\vdash$, $\rightarrow\!\!\blacktriangleright\!\!\vdash_{ОС}$) – двухполупериодные выпрямители; (СФ, $СФ_{ОС}$) – сглаживающие фильтры; БУ – блок умножения. Остальные обозначения такие, как на рис. 2.

Из рис. 3 видно, что сигналы $U \sin \omega t$ и $kx \sin(\omega t - \varphi)$ выпрямляются $\rightarrow\!\!\blacktriangleright\!\!\vdash_{И}$ $\rightarrow\!\!\blacktriangleright\!\!\vdash_{ОС}$ соответственно и сглаживаются СФ и $СФ_{ОС}$. В УС из $|U_a|$ вычитается $|kx_a|$ и получается ΔU. В БУ сигнал $\Delta U \times U \sin \omega t$ и на входе сумматора СМ получается сигнал $U(1 + \Delta U)\sin \omega t$. Из этого выражения видно, что сигнал на вход СМ синхронизированный и синфазный с $U_a \sin \omega t$, а $\Delta U \sin \omega t$ является, по сути, $U_a \sin \omega t - kx_a \sin \omega t$, то есть результатов действия на входе СМ отрицательной обратной связи (ООС).

Схема, изображенная на рис. 3, может быть применима и для метода «качающейся частоты».

При построении систем воспроизведения полигармонических вибраций для каждой гармоники строится система, подобная изображенной на рис. 3. Однако здесь вводятся особые дополнения, а именно: выходной сигнал ВД подается на фильтры выделения отдельной гармоники (число фильтров равно числу гармоник), а затем процесс

в звеньях обратных связей такой, как на рис. 3. На входе СВВ имеется несколько генераторов моногармонических сигналов $U_s = U_{as}\sin\omega_s t, s = \overline{1,n}$. Эти моногармонические сигналы подаются на элементы точно такие, какие изображены на рис. 3. Сигналы $U_s = U_{as}\sin\omega_s t$ и $\Delta U_s \sin\omega_s t = (U_{as} - kx_{as})\sin\omega_s t$ суммируются в СМ и затем проходят через УС на ВВ.

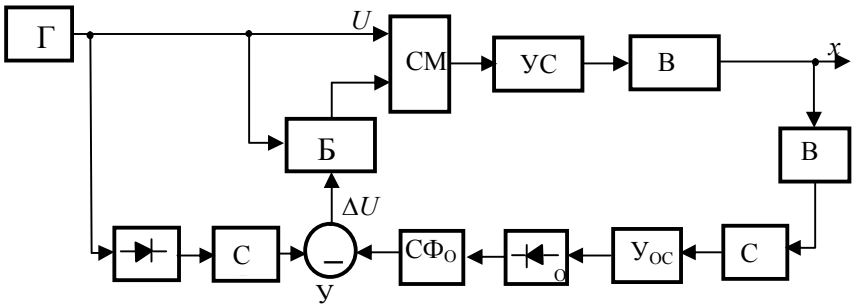


Рисунок 3- Моногармонические сигналы, подаваемые на элементы

Далее рассмотрим системы воспроизведения стохастических вибраций. Известны три метода воспроизведения стохастических вибраций: по спектральной плотности $G(\omega)$[3, 8] путем замены стохастического сигнала полигармоническим [4, 6], непосредственное воспроизведение кривых вибраций [1, 8].

Метод воспроизведения стохастических вибраций по спектральной плотности требует применения нескольких узкополосных фильтров, каждый из которых настроен на определенную величину $G_U(\omega_s, s = \overline{1,n})$. Если в цепи обратной связи в каждом s-м канале также поставить после фазовращателей настроенные фильтры на $G_x(\omega_s, s = \overline{1,n})$ и затем выходные сигналы каждого фильтра в прямой и обратных цепях выпрямлять, сглаживать, вычитать (сравнивать), умножать на $U_{as}\sin(\omega_s t + \Psi_s)$, где Ψ_s – фаза в U_s, а затем складывать в СМ, подобно тому, как изображено на рис. 3, то получим ООС по $G(\omega)$. Система воспроизведения стохастических вибраций путем замены эквивалентным полигармоническим процессом $\sum_{s=1}^{n} U_{as}\sin(\omega_s t + \Psi_s)$ подобна системе воспроизведения полигармонических вибраций. Здесь амплитуда U_{as} и частоты ω_s выбираются на основании метода эквивалентирования [4, 6]. Непосредственное воспроизведение кривых записи стохастических вибраций, которые как записи имеют детерминированную информацию, может осуществляться также по схеме, изображенной на рис. 3. Как мы видим, схема, изображенная на рис. 3, является, по существу, универсальной, позволяющей более точно формировать ООС в СВВ.

Таким образом, в результате проведенного исследования на основании приведенных результатов наглядно показано получение преимущества в формировании ООС за счет создания цепи сравнения на постоянном токе с последующим умножением результата сравнения на входной задающий сигнал и суммированием задающего сигнала с выходным сигналом блока умножения. Выход сумматора подается через систему усилителей на вибровозбудитель и таким образом получаются на выходе СВВ необходимые колебания подвижной системы. Применение рассмотренных систем для вибрационных испытательных стендов позволило воспроизводить вибронагрузки, стабили-

зированные по уровню в различных методах вибрационных испытаний деталей и узлов машин и приборов.

Литература: 1. Божко А.Е. Воспроизведение вибраций. Киев: Наук. думка, 1975. – 191 с. 2. Божко А.Е. Воспроизведение случайных вибраций. Киев: Наук. думка, 1984. – 216 с. 3. Божко А.Е., Урецкий Л.С. Системы формирования спектра случайных вибраций. Киев: Наук. думка, 1979. – 176 с. 4. Божко А.Е., Штейнвольф А.Л. Воспроизведение полигармонических вибраций при стендовых испытаниях. Киев: Наук. думка, 1984. – 168 с. 5. Вибрации в технике. В 6-ти т. / Под ред. д.т.н., проф. М.Д. Генкина // М.: Машиностроение, 1981. – Т. 5.– 466 с. 6. Козловский М.З. О замене случайного вибрационного воздействия полигармоническим процессом. Изв. АН СССР. 7. Резонансные виброиспытательные системы / Под ред. д.т.н. А.Е. Божко. – Киев: Наук. думка, 1992. – 247 с. 8. Случайные колебания: Пер. с англ. / Под ред. С. Кренделла // М.: Мир, 1967. – 356 с. 9. Теория автоматического управления / Под ред. д.т.н., проф. А.В. Нетушила // М.: Высш. шк., 1976. – 400 с.

Іванов Є.М.

ВІД’ЄМНІ ОБЕРНЕНІ ЗВ’ЯЗКІ
У СИСТЕМАХ ВІДТВОРЕННЯ ВІБРАЦІЙ

В роботі наведено переваги в формуванні від’ємних обернених зв’язків у системах відтворення вібрацій за рахунок створення цепі порівняння входу з виходом.

Ivanov E.M.

NEGATIVE FEED-BACKS IN
SYSTEMS OF REPRODUCING OF VIBRATIONS

In work advantages are resulted in forming of negative feed-backs in the systems of recreation of vibrations due to creation chain of comparison of entrance with an output.

УДК 539.3

Кочуров Р.Е., Аврамов К.В.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ КОМБИНАЦИОННОМ РЕЗОНАНСЕ

Введение

Цилиндрические оболочки представляют собой обширный класс конструкций, которые широко используются в машиностроении, ракетной и космической технике, энергетике. В процессе эксплуатации такие конструкции подвержены действию значительных динамических нагрузок, которые могут привести к усталостным поломкам. Поэтому понятен интерес ученых и инженеров к динамическому поведению цилиндрических оболочек. В работах [1, 2] рассматриваются модели нелинейных колебаний цилиндрических оболочек с тремя и четырьмя степенями свободы, которые описывают свободные, вынужденные и параметрические колебания. Взаимодействие двух пар сопряженных форм колебаний цилиндрических оболочек рассмотрено в [3]. Подробный обзор работ по динамике оболочек содержится в статье [4].

В данной статье исследуются параметрические колебания цилиндрической оболочки при ее геометрически нелинейном деформировании в области комбинационного резонанса. Для описания параметрических колебаний используется модель с конечным числом степеней свободы. В этой системе учитываются три пары сопряженных форм, которые имеют близкие частоты линейных колебаний.

1. Модель параметрических колебаний

Рассмотрим шарнирно опертую тонкую идеально-цилиндрическую оболочку, сжатую вдоль образующей распределенной периодической нагрузкой $N_x(t) = N_1 \cos \Omega t$. Оболочка совершает колебания с умеренными амплитудами. Тогда деформации являются малыми, а перемещения умеренными и связь между деформациями и перемещениями описываются нелинейными уравнениями. Напряжения и деформации связаны законом Гука. Сдвигами и инерция вращения в модели оболочки не учитывается. Тогда колебания моделируются уравнениями Донелла-Муштари-Власова [1, 2]:

$$\frac{D}{h}\nabla^4 w + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y}\frac{\partial^2 F}{\partial x} \right);$$

$$\frac{1}{E}\nabla^4 F = -\frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right], \qquad (1)$$

где w − радиальные перемещения точек срединной поверхности оболочки, x, y − продольная и окружная координаты, R − радиус оболочки, ρ − плотность материала оболочки; E, μ − модуль Юнга и коэффициент Пуассона, F − функция напряжений, $D = \dfrac{Eh^3}{12\left(1-\mu^2\right)}$ − цилиндрическая жесткость оболочки.

В цилиндрических оболочках сопряженные собственные формы колебаний $\cos sy \sin rx$ и $\sin sy \sin rx$ имеют одинаковые частоты. При нелинейных колебаниях цилиндрических оболочек эти формы, в основном, возбуждаются совместно. В данной модели в разложении радиального прогиба учитываются три пары сопряженных форм колебаний, частоты которых близки. Тогда динамический прогиб оболочки w аппроксимируем разложением

$$w = \sum_{i=1}^{3} \left(f_{2i-1} \cos s_i y + f_{2i} \sin s_i y \right) \sin rx + f_7 \sin^2 r\,x + f_8\,, \qquad (2)$$

где $s_i = n_i / R;\ r = m\,\pi / L;\ i = \overline{1,3};$ n_i – число волн в окружном направлении, m – число полуволн вдоль образующей. Слагаемое $f_7 \sin^2 r\ x$ отражает несимметричность прогиба относительно серединной поверхности с преимущественным перемещением к центру кривизны. Слагаемое f_8 описывает радиальные перемещения точек, принадлежащих торцевым сечениям оболочки. Это слагаемое не зависит от окружной координаты y, то есть предполагается, что торцевые сечения при колебаниях оболочки могут «дышать» [1].

Функцию напряжений F получим из второго уравнения системы (1). Ее представим так: $F = F_h + F_p$. Общее решение второго уравнения системы (1) F_h определяется из условия периодичности окружных перемещений [2], и имеет следующий вид:

$$F_h = \frac{E}{16}\sum_{i=1}^{6} s_i\, f_i^{\,2} x^2 - \frac{1}{4}\frac{E}{R}\, f_7\, x^2 - \frac{1}{2}\mu\, N_x x^2 - \frac{1}{2} N_x y^2 . \qquad (3)$$

Частное решение второго уравнения системы (1) F_p представим так:

$$F_p = F_1^{(0)} \cos 2r\ x + \sum_{i=1}^{3} F_{i+2}^{(0)} \cos 2s_i\, y + \sum_{i=1}^{3} F_{i+5}^{(0)} \sin 2s_i\, y +$$
$$+ F_1^{*} \sin r\ x + F_2^{*} \sin 3r\ x + F_4^{*} + F_5^{*} \cos 2r\ x, \qquad (4)$$

где $F_k^{*} = \sum_{i=1}^{3}\left(F_i^{(k)} \cos s_i\, y + F_{i+3}^{(k)} \sin s_i\, y\right)$;

$$F_l^{*} = F_1^{(l)} \cos(s_1 + s_2)y + F_2^{(l)} \cos(s_1 - s_2)y + F_3^{(l)} \cos(s_1 + s_3)y + F_4^{(l)} \cos(s_1 - s_3)y +$$
$$+ F_5^{(l)} \cos(s_2 + s_3)y + F_6^{(l)} \cos(s_2 - s_3)y + F_7^{(l)} \sin(s_1 + s_2)y + F_8^{(l)} \sin(s_1 - s_2)y +$$
$$+ F_9^{(l)} \sin(s_1 + s_3)y + F_{10}^{(l)} \sin(s_1 - s_3)y + F_{11}^{(l)} \sin(s_2 + s_3)y + F_{12}^{(l)} \sin(s_2 - s_3)y;\ k = 1,2;\ l = 3,4.$$

Выражения (2), (3), (4) вводятся во второе уравнение системы (1) и приравниваются коэффициенты при одинаковых гармониках. В результате приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно параметров F_i системы (4). Величины F_i здесь не приводятся для краткости изложения.

К первому уравнению системы (1) применяется метод Бубнова-Галеркина. В результате получаем систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую колебания цилиндрической оболочки. Введем замену переменных: $\tilde{t} = \omega_0 t$, $\tilde{f}_i\,(t) = h^{-1} f_i\,(t)$. Опуская волну в обозначениях, модель колебаний с конечным числом степеней свободы относительно безразмерных переменных и параметров представим в следующем виде:

$$\ddot{f}_i + \omega_i^2 f_i + f_i\, R_i\left(f_1, ..., f_7\right) + G_i\left(f_1, ..., f_6\right) + \chi_i\, N_x\, f_i = 0, \quad i = \overline{1,6}; \qquad (5)$$

$$\ddot{f}_7 + \frac{4}{3}\ddot{f}_8 + \omega_7^2 f_7 + \tilde{\omega}_8^2 f_8 + \sum_{j=1}^{6} \gamma_{7j} f_j^{\,2} = 0; \qquad (6)$$

$$\ddot{f}_8 + \frac{1}{2}\ddot{f}_7 + \omega_8^2 f_8 + \tilde{\omega}_7^2 f_7 + \sum_{j=1}^{6} \gamma_{8j} f_j^{\,2} = 0, \qquad (7)$$

где $R_i\left(f_1, ..., f_7\right) = \sum_{j=1}^{6} \gamma_{ij} f_j^{\,2} + \lambda_i f_7 + \zeta_i\, f_7^{\,2}, i = \overline{1,6}$;

$$G_{1,2}\left(f_1, ..., f_6\right) = \eta_{17}\left(f_{5,6}\left(f_{3,4}^2 - f_{4,3}^2\right) + 2 f_{3,4} f_{4,3} f_{6,5}\right);$$
$$G_{3,4}\left(f_1, ..., f_6\right) = \eta_{37}\left(f_{1,2} f_{3,4} f_{5,6} + f_{1,2} f_{4,3} f_{6,5} + f_{2,1} f_{4,3} f_{5,6} - f_{2,1} f_{3,4} f_{6,5}\right);$$
$$G_{5,6}\left(f_1, ..., f_6\right) = \eta_{57}\left(f_{1,2}\left(f_{3,4}^2 - f_{4,3}^2\right) + 2 f_{3,4} f_{4,3} f_{2,1}\right).$$

Величины $\gamma_{ij}; \varsigma_i; \eta_{ij}$ зависят от параметров оболочки и здесь не приводятся для краткости. В формулах берутся отдельно первые или вторые индексы, разделенные запятой. Частоты ω_7, ω_8 значительно больше частот $\omega_1, ..., \omega_6$. Поэтому уравнения (6), (7) можно заменить квазистатическими: $\ddot{f}_7 = 0$, $\ddot{f}_8 = 0$. В результате, из уравнений (6), (7) получаем:

$$f_7 = \eta^{-1}\sum_{j=1}^{6}\left[\left(\tilde{\omega}_8\gamma_{8j} - \omega_8\gamma_{7j}\right)f_j^2\right];\quad f_8 = \eta^{-1}\sum_{j=1}^{6}\left[\left(\omega_7\gamma_{7j} - \tilde{\omega}_7\gamma_{8j}\right)f_j^2\right];\ \eta = \tilde{\omega}_7\tilde{\omega}_8 - \omega_7\omega_8\ . \quad (8)$$

Уравнения (8) введем в (5). Тогда функции R_i , $i = \overline{1,6}$ системы (5) примут следующий вид:

$$R_i\left(f_1,...,f_6\right) = \sum_{j=1}^{6}\eta_{ij}f_j^2,\ i = \overline{1,6}. \quad (9)$$

Итак, параметрические колебания оболочки описываются системой уравнений (5) с функциями R_i в виде (9). В систему (5) введем слагаемые, которые описывают линейное демпфирование колебаний. Так как вклад нелинейных слагаемых в упругие свойства оболочек значительно меньший в сравнении с линейными слагаемыми, в систему (5) можно ввести малый параметр. Тогда эта система примет следующий вид:

$$\ddot{f}_i + \omega_i^2 f_i + \varepsilon\left(\tilde{\xi}_i\ \dot{f}_i + f_i\ \tilde{R}_i\left(f_1,...,f_7\right) + \tilde{G}_i\left(f_1,...,f_6\right) + \tilde{\chi}_i N_x f_i\right) = 0,\ i = \overline{1,6}, \quad (10)$$

где $0 < \varepsilon << 1$.

2. Асимптотический анализ колебаний

Для исследования динамики системы (10) воспользуемся методом многих масштабов [5]. Тогда решение представим так:

$$f_j(t,\varepsilon) = f_j^{(0)}(T_0,T_1,...) + \varepsilon f_j^{(1)}(T_0,T_1,...) + ...,\quad j = \overline{1,6}, \quad (11)$$

где $T_0 = t; T_1 = \varepsilon t$ – масштабы времени. Асимптотические разложения (11) введем в (10) и, приравнивая слагаемые при ε^0, ε^1; получим:

$$\frac{\partial^2 f_i^{(0)}}{\partial T_0^2} + \omega_i^2 f_i^{(0)} = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 f_i^{(1)}}{\partial T_0^2} + \omega_i^2 f_i^{(1)} = -2\frac{\partial^2 f_i^{(0)}}{\partial T_0 \partial T_1} - \tilde{\xi}_i\frac{\partial^2 f_i^{(0)}}{\partial T_0} -$$
$$- f_i^{(0)}\tilde{R}_i\left(f_1^{(0)},...,f_6^{(0)}\right) - \tilde{G}_i\left(f_1^{(0)},...,f_6^{(0)}\right) - \tilde{\chi}_i f_i^{(0)} N_1\cos(\Omega T_0),\ i = \overline{1,6}. \quad (13)$$

Рассмотрим колебания в области следующих комбинационных и внутренних резонансов:

$$\Omega = 2\omega_1 + \omega_3 - \omega_5 + \varepsilon\delta\ , \quad (14)$$

$$\omega_1 - \omega_5 = \varepsilon\delta_1\ ;\ \omega_3 - \omega_5 = \varepsilon\delta_2\ ; \quad (15)$$

где δ , δ_1 , δ_2 – параметры расстройки.

Из уравнений (12) получим следующие соотношения:

$$f_j^{(0)}(T_0,T_1) = A_j(T_1)\exp\left(i\omega_j T_0\right) + \overline{A}_j(T_1)\exp\left(-i\omega_j T_0\right),\ j = \overline{1,6}. \quad (16)$$

Введем (16) в (13) и приравняем нулю секулярные члены. Получим систему модуляционных уравнений относительно A_j, $j=\overline{1,6}$. Тогда комплексные переменные A_j представим в следующем виде:

$$A_j=\left(x_j+iy_j\right)\exp\left(iT_1\Delta_j/2\right),\ j=\overline{1,6}, \tag{17}$$

где $\Delta_k=\delta+\delta_2, k=1,2,\ \Delta_l=\delta+2\delta_1-\delta_2, l=3,4,\ \Delta_m=\delta+2\delta_1+\delta_2, m=5,6.$

После замены переменных, получим систему 12-ти модуляционных уравнений относительно действительных амплитуд x_i, y_i, $i=\overline{1,6}$:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i&=-\frac{1}{2}\tilde{\xi}_i\ x_i+\frac{1}{2}y_i\Delta_i+\frac{1}{4}\omega_i^{-1}\tilde{\chi}_i\ N_1\ y_i+\omega_i^{-1}F_i^x\left(x_1,...,x_6,y_1,...,y_6\right),\\ \dot{y}_i&=-\frac{1}{2}\tilde{\xi}_i\ y_i-\frac{1}{2}x_i\Delta_i+\frac{1}{4}\omega_i^{-1}\tilde{\chi}_i\ N_1\ y_i+\omega_i^{-1}F_i^y\left(x_1,...,x_6,y_1,...,y_6\right),\ i=\overline{1,6}.\end{aligned} \tag{18}$$

Рассмотрим неподвижные точки системы (18), используя условия $\dot{x}_i=\dot{y}_i=0$, $i=\overline{1,6}$. Для исследования колебаний, соответствующих этим неподвижным точкам, задается величина δ с некоторым шагом. Для каждого значения δ величины x_i, y_i определяются численным решением системы (18) методом Ньютона. Исследуем следующие решения системы:

$$\begin{aligned}&1.1).\ x_1=x_2\neq0,\ y_1=y_2\neq0,\ x_j=y_j=0,\ j=3,...,6;\\ &1.2).\ x_1=x_2\neq0,\ y_1=y_2\neq0,\ x_5=x_6\neq0,\ y_5=y_6\neq0,\ x_j=y_j=0,\ j=3,4;\\ &1.3).\ x_1=x_2\neq0,\ y_1=y_2\neq0,\ x_3=x_4\neq0,\ y_3=y_4\neq0,\ x_5=x_6\neq0,\ y_5=y_6\neq0.\end{aligned} \tag{19}$$

Решения (19) описывают движения системы на нелинейных нормальных формах $f_{2i-1}=\pm f_{2i}$, $i=\overline{1,3}$, которые являются прямыми линиями в конфигурационном пространстве динамической системы (5). Подчеркнем, что эти прямые линии являются точным решением системы (5). Метод определения нелинейных нормальных форм в параметрически возбуждаемых системах предложен в статьях [6, 7].

Кроме движений на нелинейных нормальных формах, рассмотрим движения следующего вида:

$$\begin{aligned}&2.1).\ x_1\neq0,\ y_1\neq0,\ x_j=y_j=0,\ j=2,...,6;\\ &2.2).\ x_1\neq0,\ x_5\neq0,\ y_1\neq0,\ y_5\neq0,\ x_j=y_j=0,\ j=2,3,4,6;\\ &2.3).\ x_1\neq0,\ x_3\neq0,\ x_5\neq0,\ y_1\neq0,\ y_3\neq0,\ y_5\neq0,\ x_j=y_j=0,\ j=2,4,6.\end{aligned} \tag{20}$$

Эти решения описывают движение системы в случае, когда активны формы колебаний $\cos s_i y\sin rx$, $i=\overline{1,3}$, а формы $\sin s_i y\sin rx$, $i=\overline{1,3}$ – не активны: $f_1\neq0$, $f_3\neq0$, $f_5\neq0$, $f_2=f_4=f_6=0$.

Параметры колебаний связаны с радиальными прогибами оболочки в случае движения на нелинейных нормальных формах следующим образом:

$$w(x,y,t)=2\sqrt{2}\sin\frac{m\pi x}{L}\sum_{i=1}^{3}\left[x_{2i-1}\cos\left(\Omega_{2i-1}^{*}t\right)-y_{2i-1}\sin\left(\Omega_{2i-1}^{*}t\right)\right]\cos\left(\frac{n_i y}{R}\pm\frac{\pi}{4}\right)+C\sin^2\frac{m\pi x}{L}+E;$$

$$C=2\eta^{-1}\sum_{j=1,3,5}\left[\left(\tilde{\omega}_8\left(\gamma_{8j}+\gamma_{8j+1}\right)-\omega_8\left(\gamma_{7j}+\gamma_{7j+1}\right)\right)\left(x_j\cos\left(\Omega_j^{*}t\right)-y_j\sin\left(\Omega_j^{*}t\right)\right)\right];$$

$$E=2\eta^{-1}\sum_{j=1,3,5}\left[\left(\omega_7\left(\gamma_{7j}+\gamma_{7j+1}\right)-\tilde{\omega}_7\left(\gamma_{8j}+\gamma_{8j+1}\right)\right)\left(x_j\cos\left(\Omega_j^{*}t\right)-y_j\sin\left(\Omega_j^{*}t\right)\right)\right]; \qquad (21)$$

В случае движения системы, которое описывается решениями (20), параметры колебаний связаны с радиальными прогибами оболочки так:

$$w(x,y,t)=2\sin\frac{m\pi x}{L}\sum_{i=1}^{3}\left[x_{2i-1}\cos\left(\Omega_{2i-1}^{*}t\right)-y_{2i-1}\sin\left(\Omega_{2i-1}^{*}t\right)\right]\cos\frac{n_i y}{R}+\tilde{C}\sin^2\frac{m\pi x}{L}+\tilde{E};$$

$$\tilde{C}=2\eta^{-1}\sum_{j=1,3,5}\left[\left(\tilde{\omega}_8\gamma_{8j}-\omega_8\gamma_{7j}\right)\left(x_j\cos\left(\Omega_j^{*}t\right)-y_j\sin\left(\Omega_j^{*}t\right)\right)\right];$$

$$\tilde{E}=2\eta^{-1}\sum_{j=1,3,5}\left[\left(\omega_7\gamma_{7j}-\tilde{\omega}_7\gamma_{8j}\right)\left(x_j\cos\left(\Omega_j^{*}t\right)-y_j\sin\left(\Omega_j^{*}t\right)\right)\right]. \qquad (22)$$

где $\Omega_i^{*}=\omega_i+\varepsilon\Delta_i/2$.

3. Численный анализ колебаний

В дальнейшем будем рассматривать оболочку со следующими численными значениями параметров [8]: $h=0.002м$; $L=0.4м$; $R=0.2м$; $E=2.1\times10^{11}H/м^2$; $\mu=0.3$; $\rho=7850кг/м^3$; $\tilde{\xi}_i=0.001\omega_i\,\omega_0^{-1}\varepsilon^{-1}, i=\overline{1,6}$; $\varepsilon=0.01$; $\omega_0=3165.03$; $N_1=0.6N_{cr}$, где $N_{cr}=Eh^2/\left[R\sqrt{3(1-\nu^2)}\right]$ - статическая критическая нагрузка [9], которая для заданных параметров оболочки принимает значение: $N_{cr}=2.54\times10^6\,H/м$. Собственные частоты линейных колебаний оболочки в *рад/с* таковы: $\omega_{1,3}=5636.32$; $\omega_{1,4}=3745.32$; $\omega_{1,5}=3165.03$; $\omega_{1,6}=3437.18$; $\omega_{1,7}=4214.28$; $\omega_{1,8}=5289.51$, где первый индекс показывает число полуволн вдоль образующей, а второй индекс число волн в окружном направлении. В дальнейшем учтем моды колебаний, имеющие такие параметры волнообразования: $n_1=4$; $n_2=5$; $n_3=6$; $m=1$.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) нормальных форм (19), которая выражает зависимость амплитуд колебаний x_1, y_1 от частоты параметрической силы ν представлена на рисунке 1. Буквами $x_1^{(1,1)}$, $y_1^{(1,1)}$, $x_1^{(1,2)}$, $y_1^{(1,2)}$ обозначены ветви АЧХ для случая 1.1), в формулах (19). Здесь в колебаниях участвует только одна из трех пар сопряженных форм колебаний из разложения (2). На рисунке 1 показаны ветви $x_1^{(2,1)}$, $y_1^{(2,1)}$, $x_1^{(2,2)}$, $y_1^{(2,2)}$, которые отвечают случаю возбуждения двух пар сопряженных форм колебаний. Эти решения отражают случай 1.2), представленный в формулах (19). Ветви АЧХ $x_1^{(3,1)}$, $y_1^{(3,1)}$ отражают случай возбуждения всех трех пар сопряженных форм колебаний, что отвечает 1.3) в формулах (19).

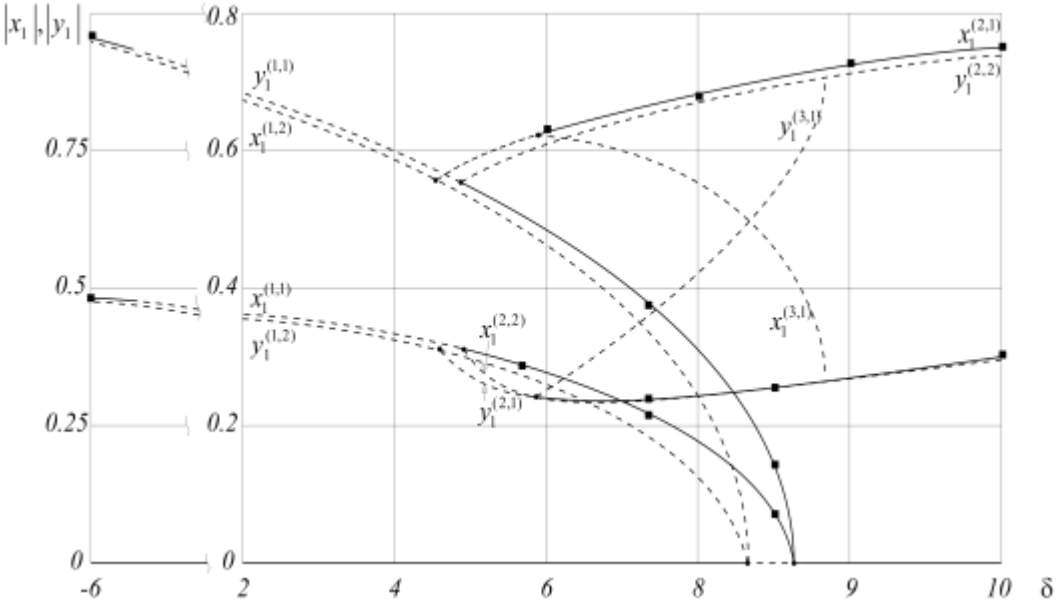


Рисунок 1 – АЧХ системы при движении на нормальных формах

Результаты анализа режимов движения, которые описываются формулами (20), представлены в виде АЧХ на рисунке 2. На этом рисунке показана зависимость амплитуд колебаний x_1, y_1 от частоты возмущающей силы ν. Здесь ветви АЧХ, соответствующие решениям 2.1) в формуле (20) обозначены буквами $x_1^{(1,1)}$, $y_1^{(1,1)}$, $x_1^{(1,2)}$, $y_1^{(1,2)}$. При этом в колебаниях участвует только одна сопряженная форма колебаний из разложения (2). На рисунке 2 показаны ветви $x_1^{(2,1)}$, $y_1^{(2,1)}$, $x_1^{(2,2)}$, $y_1^{(2,2)}$, которые отвечают возбуждению двух форм колебаний, и соответствуют группе решений 2.2), представленной в (20). Ветви АЧХ $x_1^{(3,1)}$, $y_1^{(3,1)}$, $x_1^{(3,2)}$, $y_1^{(3,2)}$ отражают случай возбуждения трех форм колебаний, что отвечает случаю 2.3) в формулах (20).

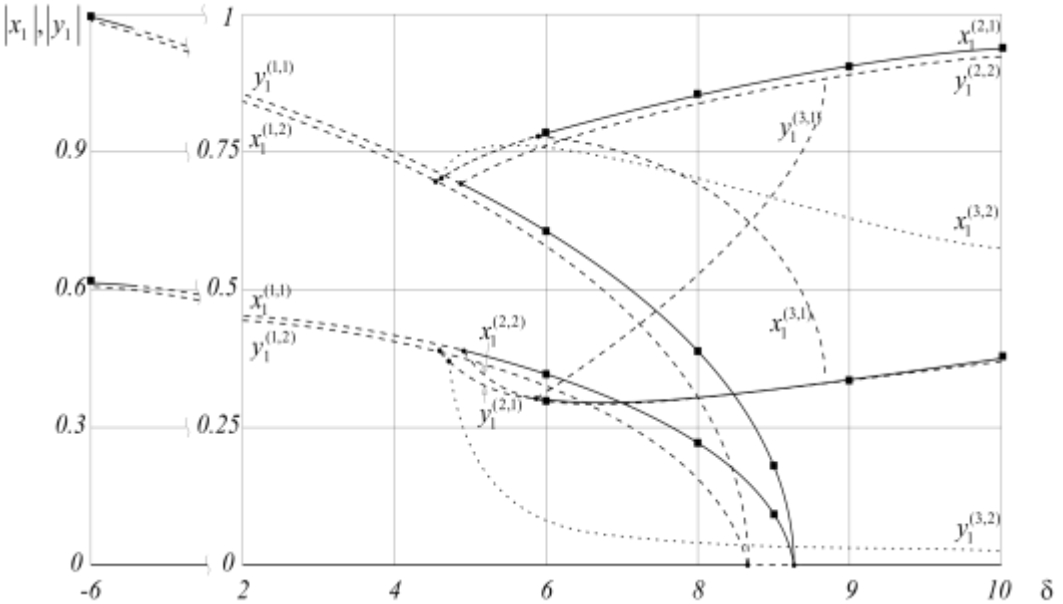


Рисунок 2 – АЧХ системы в случае когда формы $\sin s_i y \sin rx$ не активны

Анализ устойчивости периодических движений (19), (20) можно свести к анализу устойчивости неподвижных точек модуляционных уравнений (18). С помощью уравнений в вариациях, полученных из (18), определяются характеристические показатели. Результаты анализа устойчивости представлены на рисунках 1, 2. Сплошной линией показаны устойчивые колебания, а пунктирной линией – неустойчивые.

Для подтверждения результатов аналитического анализа проводилось прямое численное интегрирование системы (10) при различных значениях частот гармонического воздействия ν. Результаты расчетов представлены на рисунках 1, 2 квадратными точками. Эти результаты свидетельствуют о хорошем совпадении данных прямого численного интегрирования и результатов метода многих масштабов.

Заключение. Существует большой класс цилиндрических оболочек, для которых двух и трехмодовые аппроксимации колебаний не достаточны для адекватного описания динамики. Это объясняется близостью собственных частот различных мод колебаний. В этом случае только многомодовые модели адекватно описывают колебания.

В статье многомодовая модель, учитывающая три пары сопряженных форм колебаний, используется для асимптотического анализа параметрических нелинейных колебаний цилиндрических оболочек при комбинационном резонансе. В результате применения метода Бубнова-Галеркина получена дискретная динамическая система с большим числом степеней свободы. В этой системе исследовано два вида движений: нелинейные нормальные формы и случай когда формы $\sin s_i y \sin rx$ не активны.

Литература: 1. Кубенко В. Д., Ковальчук П. С., Краснопольская Т. С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. − Киев: Наукова думка, 1984. − 218 с. 2. Кубенко В. Д., Ковальчук П. С., Подчасов Н. П. Нелинейные колебания цилиндрических оболочек. − Киев: Выща школа, 1989. − 207 с. 3. Kubenko V. D., Koval'chuk P. S., Kruk L. A. Non-linear interaction of bending deformations of free-oscillating cylindrical shells // Journal of Sound and Vibration – 2003. − V. 265. − P. 245–268. 4. Kubenko V. D., Kovalchuk P. S. Nonlinear problems of oscillations of thin shells // International Applied Mechanics – 1998. − V.34, №8. − P. 703–728. 5. Nayfeh A.H., Mook D.T. Nonlinear Oscillations. – New York: Wiley, 1988. – 655 p. 6. Аврамов К.В. Нелинейные нормальные формы параметрических колебаний // Доповиди НАНУ. – 2008. – №11. – С. 41 – 47. 7. Avramov K. Nonlinear modes of parametric vibrations and their applications to beams dynamics // Journal of Sound and Vibrations – 2009. – 322. – P. 476-489. 8. Gonçalves P.B., Del Prado Z.J.G.N. Nonlinear Oscillations and Stability of Parametrically Excited Cylindrical Shells // Meccanica – 2002. − V.36. − P. 105-116. 9. Yamaki N. Elastic Stability of Circular Cylindrical Shells. – North-Holland, Amsterdam – 1984. 10. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 423 с. 11. Pellicano F., Amabili M. Stability and vibration of empty and fluid-fillet circular cylindrical shells under static and periodic axial loads // Internatioal Journal of Solid and Structures – 2003. – V.40. − P. 3229-3251.

Кочуров Р.Є., Аврамов К.В.

АСИМПТОТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПАРАМЕТРИЧНИХ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ КОМБІНАЦІЙНОМУ РЕЗОНАНСІ

Нелінійні параметричні коливання циліндричних оболонок описуються рівняннями Доннелла-Муштарі-Власова. Рухи представляються у вигляді багатомодового розкладання по формах коливань. Дискретизація проводиться методом Бубнова-Гальоркіна. За допомогою метода багатьох масштабів досліджується динамічна система

з дисипацією при комбінаційному резонансі.

Kochurov R.E., Avramov K.V.

ASYMPTOTICAL ANALISIS OF PARAMETRIC NONLINEAR VIBRATIONS OF CYLINDRICAL SHELLS AT COMBINATIONAL RESONANCE

Donnell's equations are used to analyze cylindrical shell nonlinear parametrical vibrations. Motions are presented as multi-mode expansion. To obtain a finite-degree-of-freedom model of shell motions the Bubnov-Galerkin method is applied. The dynamical system investigated using multiply scales method; the effect of structural damping is taken into account.

УДК 531.631.361

Ольшанский В.П., Ольшанский С.В.

О ВЛИЯНИИ СИЛЫ МАГНУСА НА ТРАЕКТОРИЮ ПОЛЁТА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

1. Актуальность темы и цель исследования. Закрутка зёрен при полёте является одним из способов интенсификации аэродинамического разделения зерновых смесей. Полёт вращающейся частицы происходит под действием силы Магнуса, которая искривляет траекторию движения в зависимости от угловой скорости и плотности тела. Это свойство можно использовать для разделения частиц в ходе полёта. Поэтому исследование баллистических свойств вращающихся частиц представляет практический интерес для интенсификации аэродинамического сепарирования зерновых смесей.

Проблема интенсификации аэродинамического сепарирования решалась в диссертации [1], где также представлены публикации связанные с её решением. Из последних работ этого направления отметим [2,3]. Если использовать квадратичную зависимость силы сопротивления от скорости полёта, то аналитическое решение нелинейных уравнений полёта частицы вызывает существенные затруднения. В случае линейной зависимости силы сопротивления от скорости движения, допустимой при небольших скоростях полёта, задача динамики решается аналитически, что приводит к замкнутым расчётным формулам. Поэтому в данной работе выбор сделан в пользу линейной модели движения [4].

Целью статьи является получение формул для расчёта проекций скорости и траектории полёта центра масс сферической частицы, вращающейся вокруг горизонтальной оси с постоянной угловой скоростью и анализ влияния различных параметров на кинематические характеристики в рамках линейной модели.

2. Изложение основного содержания. Пусть сферическая частица имеет радиус r и массу m. Её вращение с постоянной угловой скоростью ω происходит вокруг горизонтальной оси, перепендикулярной вертикальной плоскости xoz, показанной на рис. 1.

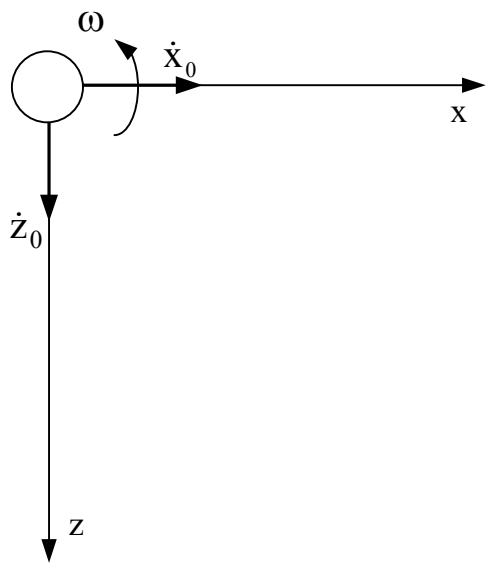


Рисунок 1 - Расчётная схема

Изучая движение частицы на небольшом промежутке времени, изменением её угловой скорости вращения пренебрегаем.

Координаты траектории полёта центра масс в этом случае определяются системой дифференциальных уравнений

$$m\ddot{x} = \frac{8\pi}{3}\delta r^3 \omega \dot{z} - k_1 r^2 \dot{x};$$

$$m\ddot{z} = mg - \frac{8\pi}{3}\delta r^3 \omega \dot{x} - k_1 r^2 \dot{z}. \qquad (1)$$

Здесь δ - плотность воздушной (газовой) среды; k_1 - постоянный положительный коэффициент; g - ускорение свободного падения; точка над символом означает производную по времени t.

Слагаемые с множителем ω в системе (1) учитывают действие силы Магнуса, а с множителем k_1 - действие силы сопротивления среды.

Если плотность однородной частицы ρ постоянна, то её масса равна

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3.$$

Поделив уравнения (1) на m, приходим к системе

$$\ddot{x} = b\dot{z} - k\dot{x};$$

$$\ddot{z} = g - b\dot{x} - k\dot{z}, \qquad (2)$$

в которой $b = 2\delta\omega\rho^{-1}$; $k = \dfrac{3k_1}{4\pi\rho r}$.

Уравнения (2) решаем при начальных условиях:

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0; \quad \dot{z}(0) = \dot{z}_0; \quad x(0) = z(0) = 0, \tag{3}$$

обозначив через $\dot{x}_0$ и $\dot{z}_0$ проекции стартовой скорости центра масс.

Решение системы (2) ищем в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \exp(-kt)[c_1 \sin(bt) + c_2 \cos(bt)]; \\ \dot{z}(t) &= \exp(-kt)[c_1 \cos(bt) - c_2 \sin(bt)], \end{aligned} \tag{4}$$

где $c_1 = c_1(t)$; $c_2 = c_2(t)$ - неизвестные функции времени.

Подставив (4) в (2), получаем

$$\dot{c}_1 = g \exp(kt)\cos(bt); \quad \dot{c}_2 = -g \exp(kt)\sin(bt). \tag{5}$$

Интегрированием выражений (5) находим с точностью до произвольных постоянных c_1^* и c_2^*

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{g}{k^2 + b^2} \exp(kt)[k \cos(bt) + b \sin(bt)] + c_1^*; \\ c_2 &= -\frac{g}{k^2 + b^2} \exp(kt)[k \sin(bt) - b \cos(bt)] + c_2^*. \end{aligned} \tag{6}$$

Используя (3), (4) и (6), определяем постоянные

$$c_1^* = \dot{z}_0 - \frac{gk}{k^2 + b^2}; \quad c_2^* = \dot{x}_0 - \frac{gb}{k^2 + b^2}. \tag{7}$$

Выражения (4), (6) и (7) позволяют проводить расчёт скорости полёта центра масс. Из них следует, что

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{gb}{k^2 + b^2} + \exp(-kt)[c_1^* \sin(bt) + c_2^* \cos(bt)]; \\ \dot{z}(t) &= \frac{gk}{k^2 + b^2} + \exp(-kt)[c_1^* \cos(bt) - c_2^* \sin(bt)]. \end{aligned} \tag{8}$$

Проекции скорости имеют следующие асимптотические значения при $t \to \infty$:

$$\dot{x}_a = \frac{gb}{k^2 + b^2}; \quad \dot{y}_a = \frac{gk}{k^2 + b^2}.$$

При отсутствии вращения: $b = 0$ и $\dot{x}_a = 0$; $\dot{y}_a = g / k$.

Если не учитывать сопротивление среды $(k = 0)$, то $\dot{x}_a = g / b$; $\dot{y}_a = 0$.

В первом случае центр масс движется вертикально, а во втором – горизонтально.

Асимптотическое значение скорости полёта центра масс

$$\upsilon_a = \lim_{t \to \infty} \upsilon(t) = \frac{g}{\sqrt{k^2 + b^2}}$$

меньше чем скорость витания невращающейся частицы, равная g / k.

Координаты траектории центра масс определим интегрированием

$$x(t) = \int_0^t \dot{x}(t) dt; \quad z(t) = \int_0^t \dot{z}(t) dt. \tag{9}$$

Подставив выражения (8) в (9), с учётом табличных интегралов [5], находим

$$x(t)(k^2 + b^2) = gbt - \exp(-kt)\{c_1^*[k\sin(bt) + b\cos(bt)] +$$

$$+ c_2^*[k\cos(bt) - b\sin(bt)]\} + bc_1^* + kc_2^*;$$

$$z(t)(k^2 + b^2) = gkt - \exp(-kt)\{c_1^*[k\cos(bt) - b\sin(bt)] - c_2^* \times$$

$$\times [k\sin(bt) + b\cos(bt)]\} + kc_1^* - bc_2^*.$$

При $t \to \infty$

$$x(t) \sim \frac{1}{k^2 + b^2}(gbt + bc_1^* + kc_2^*);$$

$$z(t) \sim \frac{1}{k^2 + b^2}(gkt + kc_1^* - bc_2^*).$$

Исключив в последних выражениях t получаем наклонную асимптоту траектории полёта

$$z = \frac{1}{b}(kx - c_2^*).$$

Такой асимптоты нет при падении частицы без вращения.

Характерно, что положение асимптоты не зависит от значения $\dot{z}_0$.

Результаты расчётов и выводы. Проведём расчёты для горошинок [6] при следующих исходных данных: $\rho = 1400$ кг/м^3; $\delta = 1$ кг/м^3 $r_0 = 3 \cdot 10^{-3}$ м; $\omega = 1000$ с$^{-1}$; $k_1 = 10^{-3}$ Нс/м^3; $z_0 = 0$ м; $x_0 = 1$ м.

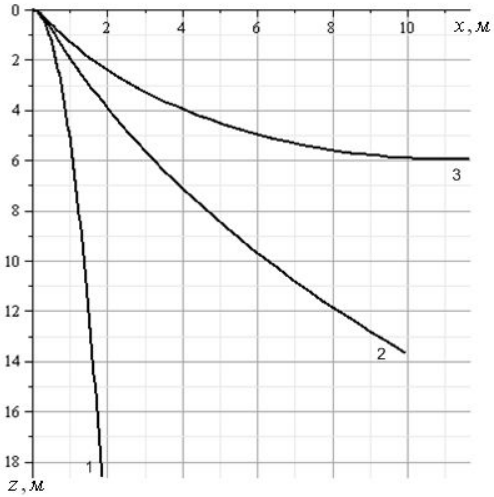


Рисунок 2 - Траектории горошинки с учётом и без учёта силы Магнуса

На рис. 2 цифрами 1,2,3 отмечены кривые, соответствующие значениям $\omega_0 = 0;500;1000$ с$^{-1}$. Из рисунка 2 видно, что сила Магнуса существенно влияет на траекторию движения горошинки.

Рассмотрим, как влияет плотность тела на траекторию его движения. Для этого примем предыдущие исходные данные и различные значения ω и ρ.

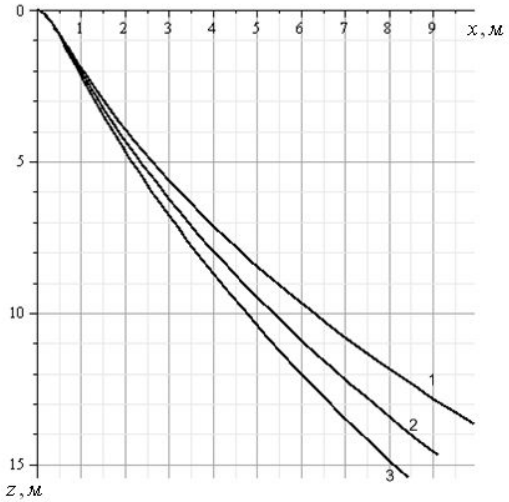


Рисунок 3 - Траектории горошинки при различных ρ и $\omega = 500$ с$^{-1}$

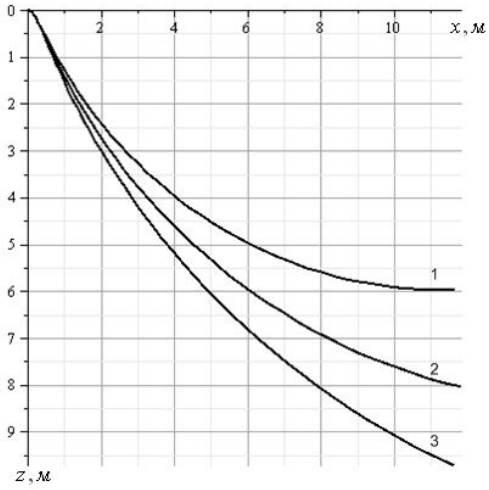


Рисунок 4 - Траектории горошинки при различных ρ и $\omega = 1000$ с$^{-1}$

На рис. 3-4, цифрами 1,2,3 отмечены траектории горошинки для значений $\rho = 1200;1400;1600$ кг/м^3. Как видно из рисунков, с возрастанием угловой скорости ω существенней различаются траектории горошинок, что можно использовать при сепарировании семян по плотности. Однако, для практической реализации эффекта Магнуса нужно создавать большие угловые скорости вращения частиц во время их полёта.

Литература: 1. Злочевский В.Л. Интенсификация процесса аэродинамического разделения зерновых материалов: диссертация доктора техн. наук. 05.20.01 – Барнаул,

1985. – 387 с. 2. Онищенко Б.В. Теоретичні дослідження процесу осідання краплі // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 18. Луцьк: ЛНТУ, 2009, - С. 330–340. 3. Богомолов А.В. Учёт вращения частицы зерновой смеси при движении её в воздушном потоке // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних та харчових виробництв. Вісник ХДТУСГ, 2002. – Вип. 9. – С. 5–14. 4. Сагитов М.Н. О движении вращающегося шара. Сборник трудов соискателей и аспирантов. Министерство высшего и среднего специального образования Казахской ССР, Т. 1, ч.2, 1963. – С. 42–49. 5. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М. Наука, 1981. – 800 с. 6. Гортинский В.В., Демский А.Б., Борискин М.А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. М.: Колос, Изд. второе, 1980. – 304 с.

Ольшанський В.П., Ольшанський С.В.

ПРО ВПЛИВ СИЛИ МАГНУСА НА ТРАЄКТОРІЮ ПОЛЬОТУ СФЕРИЧНОЇ ЧАСТКИ, ЯКА ОБЕРТАЄТЬСЯ

Виведено формули для розрахунку координат траєкторії польоту центру мас сферичної частки, яка обертається навколо горизонтальної вісі в нерухомому газовому середовищі з урахуванням лінійного опору середовища та дії сили Магнуса, що виникає внаслідок обертання тіла.

Olshanskii V.P., Olshanskii S.V.

ABOUT INFLUENCE OF MAGNUS FORCE ON A TRAJECTORY OF FLIGHT A ROTATING SPHERICAL PARTICLE

The formulas for account of coordinates a trajectory of flight of the centre of mass of a rotating spherical particle around of a horizontal axis in motionless gas environment are deduced in view of linear resistance of environment and action of Magnus force, arising owing to rotation of a body.

УДК 539.3

Полищук Т.В., Ткачук Н.Н.

КОМПЛЕКСНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАКЕТА МЕХАНИЗМА НАКЛОНА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

Введение. При структурном и параметрическом синтезе механизмов наклона технологических машин со следящей нагрузкой и подвижным опиранием [1-14] возникает ряд связанных задач анализа кинематики, статики, напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов механизмов с учетом контактного взаимодействия. В работах [1-14] подробно описана методика, модели и результаты численного исследования такого класса механизмов на примере механизма наклона дуговой электроплавильной печи. Однако для оценки адекватности, точности построенных моделей и полученных результатов требуется проведение экспериментальных исследований и сопоставление с ними результатов численных расчетов.

Все приведенные и описанные в упомянутых работах численные исследования относились в основном не к полноразмерной модели механизма наклона плавильной печи (МНПП), а к его макету. Это обусловлено тем, что на этапе проектирования в руках исследователя, как правило, могут быть только конструкции-аналоги, а при их отсутствии – физические макеты. В данном случае был изготовлен макет механизма наклона плавильной печи, с помощью которого был проведен цикл экспериментальных исследо-

ваний. Он касается этапов моделирования кинематики, статики, исследования напряженно-деформированного состояния и контактных давлений. Целью и содержанием данной статьи является описание методики, установок и результатов экспериментальных исследований макета проектируемого механизма.

1. Методика экспериментальных исследований. На первом этапе проводились экспериментальные исследования кинематики механизма. На рис. 1 представлена схема непосредственных измерений положений точек макета в процессе движения МНПП, а также физическая модель с точками контроля. В точках контроля устанавливались лазеры, а их след фиксировался на экране (см. рис. 1) с некоторым шагом. Кроме того, проводилась серия снимков макета МНПП при изменении длины винтового механизма, моделирующего силовой гидроцилиндр. Дополнительно с большой выдержкой фиксировалась траектория движения лазерных следов от контрольных точек на экране. Кроме того, дополнительно проводилась (с одной фиксированной установки фотокамеры) серия фотоснимков с фиксацией и текущего положения платформы, и некоторых базовых точек на ней (см. рис. 1).

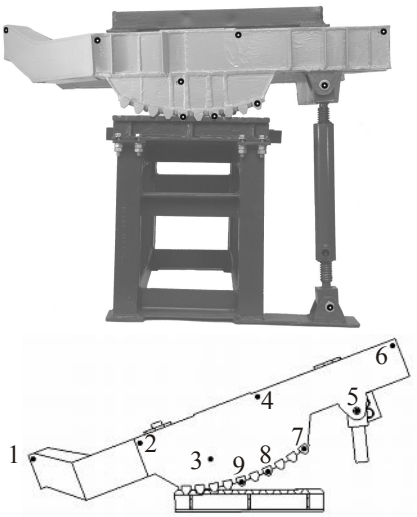


Рисунок 1 – Схема измерений перемещений базовых точек макета МНПП

Полученный набор кадров и траекторий является базой для сравнения с результатами численного моделирования кинематики механизма.

На втором этапе экспериментальных исследований измерялись усилия в элементах макета механизма. На рис. 2 представлена схема установки тензорезисторов на макет гидроцилиндра и на шток имитатора весовой нагрузки. Тензорезисторы подсоединяются к измерителю статических деформаций ИСД-3 и при приложении нагрузки фиксируют деформацию тех элементов, на которые они наклеены. Предварительная тарировка (см. рис. 2) дает возможность по показаниям ИСД-3 вычислить усилия на штоке и на гидроцилиндре.

На третьем этапе проводилось контрольное измерение напряжений в области, примыкающей к зоне контакта цилиндрической опорной поверхности (ЦОП) с основанием.

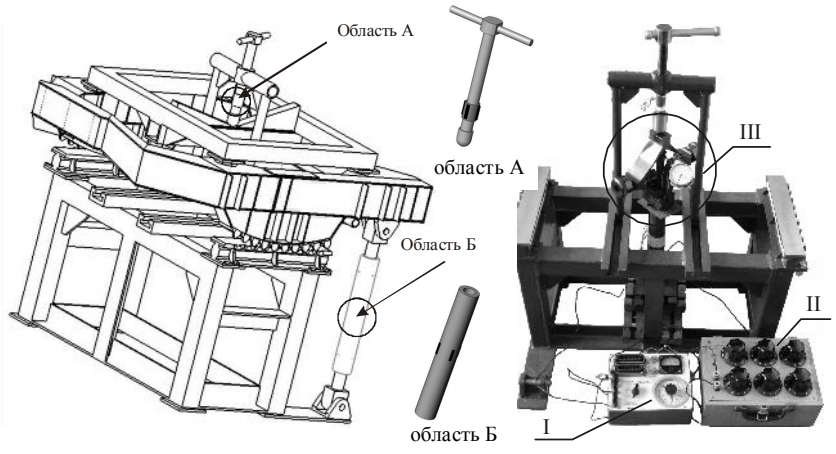


Рисунок 2 – Схема установки тензорезисторов для измерения усилий, действующих на макет МНПП, и аппаратура для измерения усилий и деформаций: I – тензометрический прибор ИСД-3; II – магазин сопротивления МСР-60М класса 0,02; III – универсальный динамометр сист. Токаря Н.Г. для номинальной нагрузки 5 т

Схема наклейки тензорезисторов на металлоконструкцию МНПП показана на рис. 3. Поскольку заранее при проведении численных исследований зоны с высокими уровнями напряжений уже были выявлены, то можно было ограничиться установкой небольшого количества тензодатчиков именно в наиболее нагруженных частях металлоконструкции.

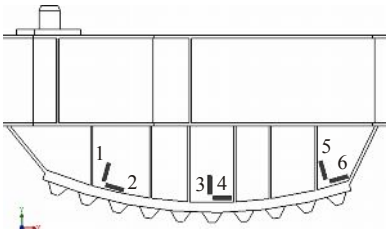


Рисунок 3 – Схема наклейки тензорезисторов на макете МНПП

На четвертом этапе экспериментальных исследований рассматривался очень важный фактор – характер распределения контактных зон и контактных давлений в сопряжении ЦОП МНПП с основанием. Одним из наиболее современных и высокоэффективных методов фиксации контактных давлений является использование контактных пленок Fujitsu. Они дают высокую точность измерений в широком диапазоне давлений (от 0,5 МПа до 100 МПа), в связи с чем были применены для фиксации давлений в сопряжении ЦОП с основанием (рис. 4).

Используемый комплекс методов является достаточно точным по своим характеристикам. Погрешность измерений в наиболее неблагоприятных режимах не превышает 1-10%. Сами используемые приборы до и после применения проверялись и в условиях лабораторных измерений показали погрешность не выше 1-5%.

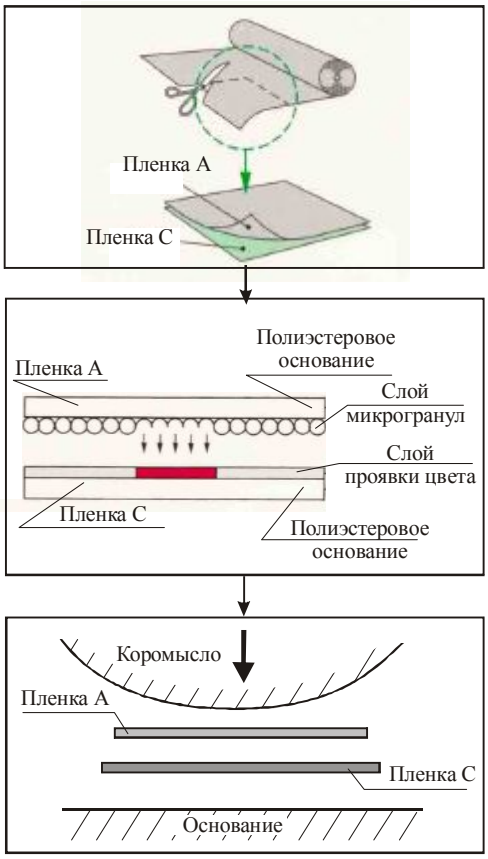


Рисунок 4 – Схема установки контактных пленок в сопряжении ЦОП с основанием

2. Результаты экспериментальных исследований. На первом этапе исследований рассматривались характеристики движения механизма. Полученные положения, траектории контрольных точек представлены на рис. 5 (там же – результаты численных расчетов). Как видно, получено полное качественное совпадение численных и экспериментальных результатов, а также удовлетворительное количественное (погрешность – до 9 %). Это свидетельствует, во-первых, об адекватности созданных численных моделей МНПП для кинематического анализа и точности результатов, получаемых с помощью этих моделей. Этот факт обосновывает возможность применения разработанной модели для исследования кинематики реальной конструкции механизма наклона плавильной печи. Кроме того, поскольку данные кинематического анализа являются исходными данными для проведения остальных видов анализа, то можно констатировать, что базовые исходные данные для цепочки расчетов определяются достаточно точно, таким образом, исключается потеря времени вследствие допущения погрешности на первом их этапе.

Рисунок 5 – Результаты экспериментального измерения и численного расчета положения контрольных точек макета МНПП

На втором этапе определялись усилия в отдельных звеньях механизма. В табл. 1 приведены результаты экспериментальных исследований. Анализ этих данных показывает, что численные и экспериментальные результаты согласуются достаточно хорошо (погрешность – в пределах 7%). Это позволяет использовать кинетостатические и динамические численные модели для анализа силовых потоков в механизме наклона плавильной печи в разных положениях, а также передавать эти достоверные данные для дальнейшего исследования напряженно-деформированного состояния и контактного взаимодействия.

Таблица 1

Результаты измерений усилий на штоке и гидроцилиндре макета МНПП

№ экс.	Положение макета	т. А, Н	т. Б, Н
1	горизонт	6976.4 ± 12	1437.4 ± 12
2	- 15 град	4968.4 ± 12	0 ± 12
3	+ 20 град.	4968.4 ± 12	−47.6 ± 12

Полученные на третьем этапе экспериментальные данные о напряжениях сведены в табл. 2. Из анализа представленных данных следует, что области высоких уровней напряжений при проведении численных расчетов предсказаны точно, а величины напряжений в них согласуются с экспериментально полученными с погрешностью, не превышающей 8%. Это, в свою очередь, позволяет использовать конечно-элементные модели МНПП для проведения многовариантных исследований его НДС с гарантией высокой точности получаемых результатов.

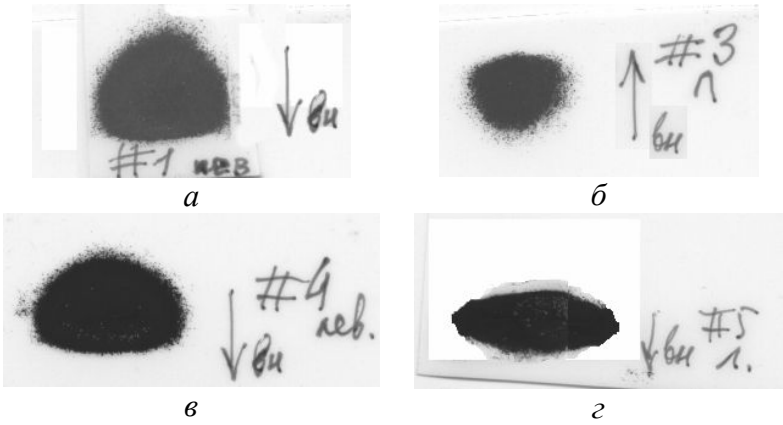
Таблица 2

Результаты тензометрических измерений

№ тензор-датчика		Положение, град.			№ тензор-датчика		Положение, град		
		-15	0	+20			-15	0	+20
левые	L1	2.5E-05	1.0E-05	1.9E-05	*правые*	R1	2.0E-05	3.6E-05	1.4E-05
	L2	1.0E-05	-2.0E-06	0.0E+00		R2	0.0E+00	-3.0E-06	5.0E-06
	L3	4.0E-06	-4.0E-05	1.4E-05		R3	3.0E-06	-1.5E-05	5.0E-06
	L4	-1.3E-05	5.0E-05	7.0E-06		R4	2.0E-06	4.0E-05	9.0E-06
	L5	5.0E-06	-5.0E-06	-1.5E-05		R5	1.5E-05	7.0E-06	-1.0E-05
	L6	2.0E-06	1.6E-05	8.5E-05		R6	-2.0E-06	2.1E-05	3.6E-05

На рис. 6 приведены примеры контактных отпечатков, полученных при различных вариантах нагружения макета МНПП (этап 4), а на рис. 7 – примеры расшиф-

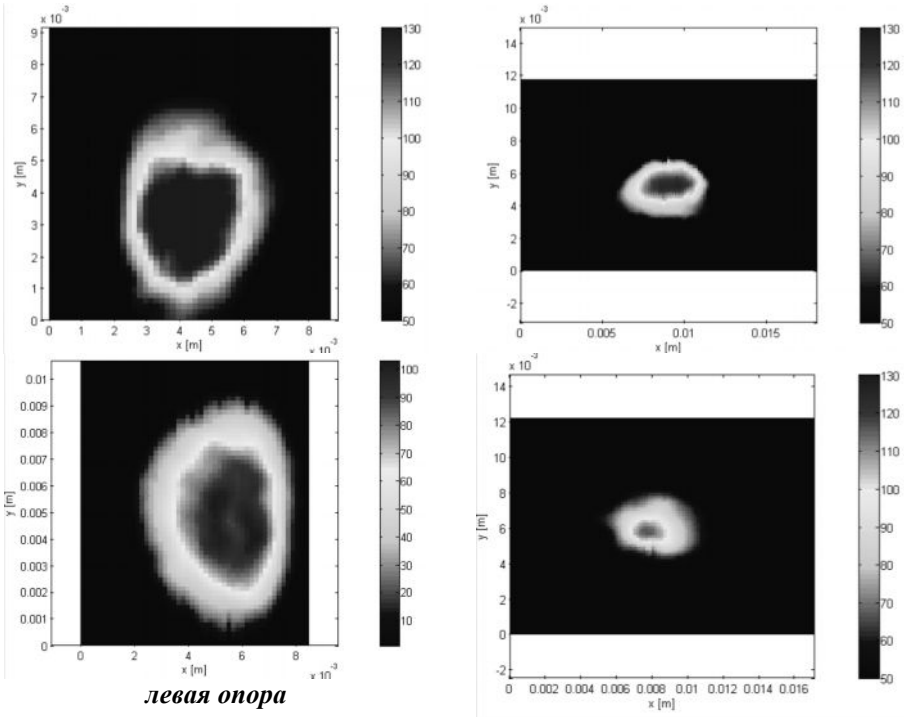
ровки контактных отпечатков. Уже визуальный анализ картин на рис. 6, 7 свидетельствует о достаточно хорошем соответствии распределений, полученных экспериментально, с численно определенными ранее [1-15]. Для уточнения количественного соответствия требуется дополнительный численный анализ контактных давлений с учетом упругих свойств пленки. Неполное соответствие приведенных результатов объясняется погрешностями изготовления макета, оказывающими существенное влияние на контактные давления, и дефектами микрорельефа сопряженных поверхностей, также влияющими на величины и распределения контактных давлений.



а *б* *в* *г*

Рисунок 6 – Контактные отпечатки, полученные в сопряжении левого коромысла макета МНПП с основанием: *а, б* – горизонтальное положение платформы, прижимающее усилие составляет 7000 Н и 1150 Н соответственно; *в* – наклон платформы вперед, усилие 4970 Н; *г* – наклон платформы назад, усилие 4970 Н

В целом же подтверждается точность численных результатов, достоверность создаваемых моделей и возможность их применения при проведении исследований



левая опора ***правая опора***

Рисунок 7 - Компьютерная расшифровка контактных отпечатков (давления в МПа) в сопряжении ЦОП макета МНПП с опорными балками

контактного взаимодействия в сопряжении ЦОП с основанием механизма наклона плавильной печи.

Проведенный широкий комплекс численных и экспериментальных исследований

макета механизма наклона плавильной печи является достаточно полным с точки зрения охвата наиболее существенных факторов и процессов, оказывающих влияние на работоспособность, нагрузочную способность, прочность, точность его работы. Обоснована адекватность предложенных в статье аналитических и численных моделей для исследования кинематики, усилий, динамики, НДС и контактного взаимодействия механизма наклона плавильной печи и оценена экспериментальным путем точность результатов. Результирующая погрешность, допускаемая при численном исследовании, не превышает 10-15 %.

Полученные результаты дают основание и возможность применять построенные модели и полученные результаты в дальнейшем при обосновании конструктивных и физических параметров при проектировании механизмов наклона технологических машин, а также являются достаточным подтверждением точности результатов численных расчетов при исследовании проектируемого, изготовленного и эксплуатириумого в ОАО «Азовмаш» механизма наклона уникальной дуговой сталеплавильной печи емкостью 60 т.

Заключение. Предложенные на основе численных исследований механизма наклона плавильной печи рекомендации были положены в основу при проектировании этого механизма. При этом во изменении базового варианта были рекомендованы и проведены следующие усовершенствования конструкции: применена трехслойная схема установки панелей усиления опорных секций; уменьшена общая масса механизма на 2,5 т, а уровень напряжений и контактных давлений снижен на 80 МПа; определены проектные толщины цилиндрической опорной поверхности и листов панелей усиления, что дает возможность обеспечить снижение массы и благоприятное перераспределение напряжений этого механизма.

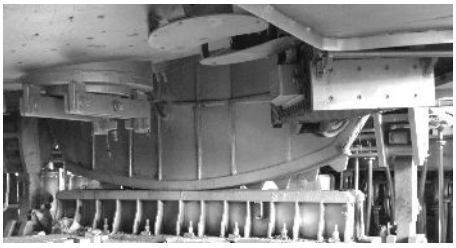


Рисунок 8 – Спроектированный механизм наклона дуговой сталеплавильной печи

В результате спроектирован механизм наклона плавильной печи со сниженной массой. Основные технические характеристики механизма наклона плавильной печи (рис. 8) приведены в табл. 3.

Таблица 3

Технические характеристики спроектированного механизма наклона и плавильной печи

Размер плавки	60т
Время плавки	60мин.
Производительность	60т/час
Диаметр электродов	559мм
Высота подъема свода печи	500мм
Диаметр кожуха печи	5500мм
Механизм наклона печи	Гидравлич.
Угол наклона печи: слив металла (рабочий угол) слив шлака полностью пустая печь	 10° 15° 20°

Основной экономический эффект от внедрения результатов исследований достигнут за счет сокращения сроков проектирования, повышения технических характеристик механизма наклона плавильной печи, уменьшения металлоемкости (на 8% по сравнению с базовым вариантом), за счет досрочного изготовления уникальной электропечи и, соответственно, выпуска дополнительной продукции.

По результатам расчетно-экспериментальных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Разработанный специализированный программно-модельный комплекс, модели и

результаты численных исследований [1-14] обеспечивают погрешность моделирования напряженно-деформированного состояния на уровне 10-15 % для различных видов исследований.

2. Результаты численного и экспериментального исследований механизма наклона плавильной печи находятся в полном качественном соответствии как по кинематики, так и по статике, по напряженно-деформированному состоянию и контактным давлениям.

3. Разработанные рекомендации позволили спроектировать механизм наклона плавильной печи, имеющий на 10-15% более высокие характеристики по нагрузочной способности и металлоемкости по сравнению с базовым вариантом, а также изготовить его и внедрить в реальное производство со значительным экономическим эффектом.

Таким образом, в качестве основного вывода можно утверждать, что предложенные в работах [1-14] новый подход, комплекс математических моделей и разработанный специализированный программно-модельный комплекс являются эффективным, достоверным и точным инструментом обоснования рациональных проектных решений механизма наклона технологических машин со следящей нагрузкой и подвижным опиранием на основе моделирования кинематики, статики, напряженно-деформированного состояния с учетом контактного взаимодействия их наиболее нагруженных и ответственных элементов.

Литература: 1. К вопросу расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем / Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Мартыненко А.В. [и др.] // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. – 2007. – №23. – С. 81–92. 2. Полищук Т.В. Кинематический и силовой расчет механизма наклона плавильной печи / Т.В. Полищук, М.М. Пеклич, Н.Н. Ткачук // Механіка та машинобудування. – 2007. – №1. – С.100–106. 3. Полищук Т.В. К вопросу о кинематическом и силовом анализе механизма наклона плавильной печи / Т.В. Полищук, Н.Н. Ткачук // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. – 2007. – № 29. – С.122–131. 4. Барчан Е.Н. Расчетно-экспериментальное уточнение параметров численных моделей элементов „выбивная машина – технологическая нагрузка” / Е.Н. Барчан, Т.В. Полищук, А.В. Грабовский // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Транспортне машинобудування”. – 2007. – №33. – С. 32–36. 5. Ткачук Н.А. Контактное взаимодействие элементов конструкций с кинематически генерируемыми поверхностями / Н.А. Ткачук, Н.Н. Ткачук, Т.В. Полищук // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Транспортне машинобудування”. – 2007. – №33. – С. 176–183. 6. Полищук Т.В. Оптимальное проектирование механизма наклона плавильной печи: модели для анализа напряженно-деформированного состояния / Т.В. Полищук // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Динаміка та міцність машин”. – 2007. – № 38. – С. 129– 34. 7. Полищук Т.В. Модельная задача об изгибе коромысла механизма наклона плавильной печи / Т.В. Полищук // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. – 2008. – №2. – С. 125–144. 8. Чепурной А.Д. Теоретические основы проектирования механизма наклона плавильной печи / А.Д. Чепурной, Т.В. Полищук, Н.А. Ткачук // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. – 2008. – №9. – С. 139–145. 9. Полищук Т.В. Расчетно-экспериментальное исследование кинематики, нагружения и контактного взаимодействия элементов механизма наклона плавильной печи / Т.В. Полищук // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. –2008. – №14. – С. 101–116. 10. Полищук Т.В. Аналіз сил у механізмі нахилу плавильної печі / Т.В. Полищук // Машинознавство – Львів, 2008. – №1. – С. 14 –19. 11. Полищук Т.В. К обоснованию выбора параметров конечно-элементной модели макета механизма наклона плавильной печи / Т.В. Полищук // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2008. – №1. – С. 46 –49. 12. Чепурной А.Д. Развитие теории обобщенного параметрического описания сложных механических систем

на примере механизма наклона плавильной печи / А.Д.Чепурной, Т.В. Полищук, Н.А. Ткачук // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2008. – №3. – С. 44 –48. 13. Полищук Т.В. К вопросу об исследовании напряженно-деформированного состояния металлоконструкции механизма наклона плавильной печи / Т.В. Полищук // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. – 2008. – №42. – С. 133 –140. 14. Расчеты механизмов наклона дуговых сталеплавильных печей / В.И. Головченко, В.А. Шкода, Л.Е. Полетун [и др.] // Вісник НТУ „ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. – 2009. – №22. – С. 50 – 60.

Поліщук Т.В., Ткачук М.М.

КОМПЛЕКСНІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ
МАКЕТУ МЕХАНІЗМУ НАХИЛУ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ МАШИНИ

У статті описані методика і результати комплексних експериментальних досліджень макету механізму нахилу дугової сталеплавильної печі. Використано методи тензометрії, безпосередніх вимірювань, а також технологію чутливих до тиску контактних плівок. Аналіз отриманих результатів свідчить про високу точність числового моделювання кінематики, статики, а також напружено-деформованого стану механізму нахилу машин зі складним законом навантаження та опирання.

Polischuk T.V., Tkachuk N.N.

COMPLEX EXPERIMENTAL RESEARCHES OF MODEL
OF TECHNOLOGICAL MACHINES INCLINATION MECHANISM

In the paper the method and results of complex experimental researches of model of arc steel furnace inclination mechanism are described. The methods of tensometry, direct measurings and also technology of sensible to pressure contact skins are used. The analysis of got results testifies to high exactness of numerical modeling of kinematics, statics, and also stressed and deformed state of machines inclination mechanism with the difficult law of loading and leaning.

УДК 631.362:532

Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В.

РАСЧЁТ ПОТОКА ПСЕВДООЖИЖЕННОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ НА ВИБРОРЕШЕТЕ

Проблема. Движение зерновых смесей по наклонным поверхностям решёт происходит при механическом вибросепарировании зерна, которое является распространённым видом его послеуборочной переработки. На перфорированных рабочих поверхностях виброрешёт происходит не только отделение проходовой фракции от смеси, а осуществляется также транспортирование сыпучей среды по наклонной плоскости. Вычисление скорости транспортирования имеет важное практическое значение для определения рациональной загрузки решета, с которой связана производительность процесса сепарирования.

Краткий обзор последних исследований и публикаций. Значительная часть имеющихся публикаций по рассматриваемой проблеме вошла в обзорную часть монографии [1]. Не повторяя опубликованного там анализа выделим крупные работы [2,3,4], связанные с исследованием движения отдельной частицы (зерна) по вибрирующей поверхности. Из последних работ этого направления отметим [5,6,7]. Значительно меньше

публикаций, в которых анализ движения смеси, как связанного множества частиц, проводится на базе уравнений динамики гранулируемой сыпучей среды [8,9]. В последнее время наметилась тенденция при исследовании сепарирования использовать аналогию в движениях вязкой жидкости и сыпучей среды в условиях вибраций [1,10,11,12]. Эта аналогия используется в данной статье.

Целью работы является получение прикладных формул для расчёта скорости движения зерновой смеси по рабочей поверхности наклонного виброрешета и оценки производительности процесса сепарирования с учётом изменения толщины движущегося слоя по длине решета.

Изложение содержания исследования. Рассматривая стационарный поток смеси по решету, исходим из первого упрощённого уравнения в системе Навье-Стокса [13]

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = g \sin\theta + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}, \tag{1}$$

где u_1 - проекция скорости потока на ось ox, параллельную плоскости решета, которое наклонено под углом θ к горизонту, как показано на рис.1; g - ускорение свободного падения; μ и ρ - средние вибровязкость и плотность зерновой смеси.

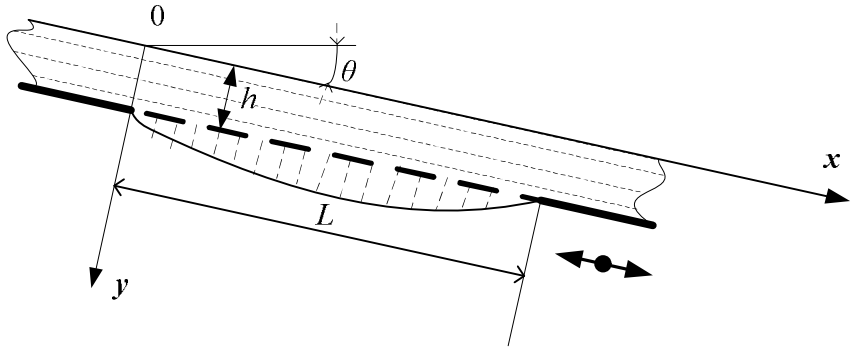


Рисунок 1 - Расчётная схема

По аналогии с упрощениями, которые принимают при расчёте погранслоя [14] или теорий Бернулли для потока жидкости в трубе, далее перейдём к усреднённой скорости $u = u(x)$ по высоте слоя h с помощью выражений

$$u_{cp} = u = h^{-1} \int_0^h u_1(y) dy; \quad u_1(y) = \frac{3u}{2h^2}\left(h^2 - y^2\right). \tag{2}$$

Выражения (2) удовлетворяют обычным граничным условиям гидромеханики:

$$u_1(h) = 0; \quad \frac{\partial u_1}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0.$$

Подставив (2) в (1) и проинтегрировав результат подстановки по y от 0 до h, получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{6}{5}u\frac{du}{dx}+\frac{3\mu}{\rho h^2}u=g\sin\theta\,. \qquad (3)$$

Если в (3) положить $\frac{du}{dx}=0$, то, без учёта изменения средней скорости по длине решета, придём к следующей формуле удельной производительности:

$$\overline{Q}=uh=\frac{\rho g h^3}{3\mu}\sin\theta\,.$$

Она совпадает с теми формулами, что опубликованы в работах [1,13]. Так, что процедура усреднения скорости по высоте слоя приводит к известным теоретическим результатам.

Коэффициент вибровязкости смеси μ зависит от частоты ω и амплитуды $A*$ продольных колебаний решета. Используя формулу вычисления μ из работы [10], уравнение (3) преобразуем к виду:

$$u\frac{du}{dx}+\frac{a}{h}u=g_1, \qquad (4)$$

где $a=\frac{5b}{48\rho\omega r_0\sqrt{(A*)^2-0{,}25(b\delta h_0)^2}}$; $b=\xi f(\pi r_0)^2\rho g\cos\theta$; $\delta=\frac{\pi}{4M\omega^2}$;

$\xi=0{,}7$; $g_1=\frac{5}{6}g\sin\theta$; f - коэффициент внутреннего сухого трения в смеси; r_0, M - средний радиус и масса частиц, образующих смесь; h_0 - начальная высота слоя зерна.

Если учитывать отделение части зерна от общей массы на рабочей плоскости решета, то в установившемся процессе сепарирования должно выполняться условие сохранения объёма смеси:

$$h_0u_0=h(x)u(x)-\varepsilon\int_0^x \upsilon(x)dx,$$

где $\upsilon(x)$ - скорость прохождения отделяющейся фракции через решето; u_0 - средняя скорость подачи смеси на рабочую плоскость с коэффициентом живого сечения ε.

Поэтому высота движущегося слоя смеси будет функцией координаты x:

$$h(x)=\frac{h_0u_0-\varepsilon\int_0^x \upsilon(\xi)d\xi}{u(x)}. \qquad (5)$$

Используя эту зависимость, уравнение (4) преобразуем к виду:

$$u\frac{du}{dx}+\frac{au^2}{h_0u_0-\varepsilon\int\limits_0^x \upsilon(\xi)d\xi}=g_1. \qquad (6)$$

Уравнение (6) будем решать при начальном условии:

$$u(0)=u_0. \qquad (7)$$

Режим загрузки решета определяется произведением u_0h_0. От него зависит не только начальное условие (7), а и коэффициент в уравнении (6).

Если объём отделяющейся фракции мал по сравнению с общим объёмом смеси, т.е. соблюдается неравенство

$$\varepsilon\int\limits_0^L \upsilon(\xi)d\xi << h_0u_0,$$

где L - длина рабочей плоскости решета, то вместо (6) можно решать приближённое уравнение:

$$u\frac{du}{dx}+\frac{au^2}{h_0u_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{h_0u_0}\int\limits_0^x \upsilon(\xi)d\xi\right)=g_1. \qquad (8)$$

Вводя различные допущения о распределении скорости прохождения отделяющейся фракции через отверстия в решете, найдём решение (8), удовлетворяющее (7).

1. Построим сначала простейшее решение без учёта разделения фракций. Для него $\upsilon(x)\equiv 0$ и (8) принимает вид:

2.

$$u\frac{du}{dx}+\frac{a}{h_0u_0}u^2=g_1.$$

Решением этого уравнения при начальном условии (7) является:

$$u(x)=\left[u_0(u_0-u_*)\exp\left(-\frac{2ax}{h_0u_0}\right)+u_0u_*\right]^{1/2}. \qquad (9)$$

Здесь $u_*=\dfrac{h_0g_1}{a}$.

Из (9) следует, что с ростом x скорость $u(x)$ убывает при $u_0>u_*$, возрастает при $u_0<u_*$ и остаётся постоянной, когда $u_0=u_*$. Асимптотическим значением скорости на бесконечности является $\sqrt{u_0u_*}$. Таким образом, транспортирование смеси без разделения на фракции может происходить с постоянной скоростью, а, следовательно,

и с постоянной толщиной слоя, если $u_0 = u_*$. В случае переменной скорости транспортирования толщина слоя смеси меняется по x в соответствии с (5) и (9).

3. Обобщим полученные выше результаты. Приняв скорость отделения проходовой фракции на решете υ постоянной и равной $\upsilon_П$, вместо (8), получаем уравнение Бернулли:

4.

$$\frac{du}{dx} + (1 + \lambda x)u = \frac{g_1}{u}, \tag{10}$$

в котором $c = \dfrac{a}{h_0 u_0}$; $\lambda = \dfrac{\varepsilon \upsilon_П}{h_0 u_0}$.

Задав скорость в виде произведения двух неизвестных функций:

$$u(x) = \xi(x)\eta(x), \tag{11}$$

для их определения из (10) получаем два уравнения первого порядка:

$$\frac{d\eta}{\eta} = -c(1 + \lambda x)dx; \quad \xi d\xi = \frac{g_1}{\eta^2} dx. \tag{12}$$

Интегрирование этих соотношений, с учётом (7), даёт:

$$\eta(x) = \exp\left[-c\left(x + \frac{1}{2}\lambda x^2\right)\right]; \quad \xi^2(x) = u_0^2 + 2g_1 \int_0^x \exp\left[c\left(2x + \lambda x^2\right)\right]dx.$$

Последний интеграл выражаем через затабулированный интеграл вероятностей мнимого аргумента $erfi(z)$. Поскольку [16]:

$$\int_0^z \exp\left(x^2\right)dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} erfi(z),$$

то

$$\xi^2 = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{c\lambda}} g_1 \exp\left(-\frac{c}{\lambda}\right)\left[erfi\left(\sqrt{\frac{c}{\lambda}}(\lambda x + 1)\right) - erfi\left(\sqrt{\frac{c}{\lambda}}\right)\right] + u_0^2.$$

Тогда, с учётом (11), получаем:

$$u(x) = \exp\left[-c\left(x + \frac{1}{2}\lambda x^2 + \frac{1}{2\lambda}\right)\right]\left\{u_0^2 \exp\left(\frac{c}{\lambda}\right) + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\lambda c}} g_1 \times \right.$$
$$\left.\left[erfi\left(\sqrt{\frac{c}{\lambda}}(\lambda x + 1)\right) - erfi\left(\sqrt{\frac{c}{\lambda}}\right)\right]\right\}^{1/2}. \tag{13}$$

Для вычисления $u(x)$ по (13) можно использовать таблицы интеграла вероятностей мнимого аргумента из [17] или таблицы связанного с ним интеграла Досона из [18].

После определения $u(x)$ несложно рассчитать зависимость $h(x)$. При постоянном $\upsilon = \upsilon_П$ формула (5) принимает компактный вид:

$$h(x) = \frac{1}{u(x)}\left(h_0 u_0 - \varepsilon \upsilon_П x\right),$$

который удобен для расчётов.

В этом случае также весьма просто вычислить удельные производительности решета по проходовой $\overline{Q}_П$ и сходовой $\overline{Q}_c$ фракциям, поскольку

$$\overline{Q}_П = \varepsilon \upsilon L\,;\;\; \overline{Q}_c = h_0 u_0 - \varepsilon \upsilon L\,.$$

В отличие от простейшего случая $\upsilon = 0$, при $\upsilon > 0$ характеристики движения $u(x)$ и $h(x)$ всегда зависят от x, т.е. исключено движение смеси с постоянной усреднённой скоростью в виде слоя постоянной толщины.

Используя асимптотическое поведение $erfi(z)$ при большом значении аргумента [18]:

$$erfi(z) \xrightarrow{z\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}\, z}\exp\left(z^2\right),$$

предельным переходом $\lambda \to 0$ из (13) можно получить (9).

Заметим, что в статье [15] решение (6) при $\upsilon = \upsilon_П = const$ построено в элементарных функциях, поэтому представляет интерес сравнить численные результаты, к которым приводит (13) и упомянутое решение в элементарных функциях.

Из практики сепарирования известно, что интенсивность отделения проходовой фракции меняется по длине решета, причем имеет максимум ниже середины рабочей плоскости. Поэтому рассмотрим далее аппроксимацию, отражающую это свойство.

5. Следуя [11], зададим $\upsilon(x)$ отрезком синусоиды

$$\upsilon(x) = \upsilon_П \sin\frac{\alpha x}{L}, \tag{14}$$

где $\upsilon_П$ - максимальное значение скорости; α - постоянный безразмерный параметр из промежутка $\alpha \in (0{,}5\pi; \pi)$.

Уравнение (8), с учётом (14), принимает вид:

$$\frac{du}{dx} + c\left[1 + \delta\left(1 - \cos(\beta x)\right)\right]u = \frac{g_1}{u}. \tag{15}$$

В нём $\beta = \alpha L^{-1}$; $\delta = \varepsilon \upsilon_{\Pi} (\beta u_0 h_0)^{-1}$.

Его решение ищем в виде произведения (11). Подставив (11) в (15), для определения неизвестных $\xi(x)$ и $\eta(x)$, получаем уравнения, аналогичные (12):

$$\frac{d\eta}{\eta} = -c[1 + \delta(1 - \cos(\beta x))]dx; \quad \xi\, d\eta = \frac{g_1}{\eta^2} dx.$$

Интегрируя первое из них находим

$$\eta = \exp(-lx + d\sin(\beta x)),$$

причём $l = c(1+\delta)$; $d = \delta c \beta^{-1}$.

Интеграл второго уравнения, записанный с учётом (7),

$$\xi^2 = u_0^2 + 2g_1 \int_0^x \exp(2lt)\exp(-2d\sin(\beta t))dt,$$

не выражается в элементарных функциях. Но его можно представить в виде ряда с помощью формул [16], [18]:

$$\exp(-2d\sin(\beta t)) = 2\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k[(1-0{,}5\delta_{ko})I_{2k}(2d)\cos(2k\beta t) - I_{2k+1}(2d)\sin((2k+1)\beta t)];$$

$$\int_0^x \exp(2lt)\cos(2k\beta t)dt = \frac{F_k(x) - F_k(0)}{(2l)^2 + (2k\beta)^2};$$

$$\int_0^x \exp(2lt)\sin((2k+1)\beta t)dt = \frac{S_k(x) - S_k(0)}{(2l)^2 + (2k+1)^2\beta^2};$$

$$F_k(x) = \exp(2lx)[2l\cos(2k\beta x) + 2k\beta\sin(2k\beta x)];$$

$$S_k(x) = \exp(2lx)[2l\sin((2k+1)\beta x) - (2k+1)\beta\cos((2k+1)\beta x)],$$

в которых δ_{ko} - символ Кронекера; $I_n(2d)$ - модифицированная функция Бесселя индекса n.

Этот способ интегрирования приводит к решению:

$$u(x) = \exp[-lx + d\sin(\beta x)]\left\{u_0^2 + 2g_1\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\left\{\frac{(2-\delta_{ko})I_{2k}(2d)}{(2l)^2 + (2k\beta)^2}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times[F_k(x) - 2l] - \frac{2I_{2k+1}(2d)}{(2l)^2 + (2k+1)^2\beta^2}[S_k(x) + (2k+1)\beta]\right\}\right\}^{1/2}. \qquad (16)$$

Учитывая (5), (14) и (16), для вычисления толщины движущегося слоя, а также пропускной способности решета, получаем формулы:

$$h(x)=\left[u_0h_0-\frac{\varepsilon\upsilon_П}{\beta}(1-\cos(\beta x))\right]\frac{1}{u(x)}; \qquad (17)$$

$$\overline{Q}_П=\frac{\varepsilon\upsilon_П}{\beta}(1-\cos(\beta L));\ \ \overline{Q}_c=u_0h_0-\overline{Q}_П.$$

В пределе, когда $\upsilon_П\to 0$, к нулю стремятся также δ и d. Ряд в (16) обрывается, поскольку $I_0(0)=1$, $I_n(0)=0$ при $n>0$. Из решения (16) следует элементарное решение (9).

Результаты расчётов и их анализ. Проанализируем результаты расчётов, проведённых для слоя зерна пшеницы при: $\rho=750$ кг/м^3; $f=0{,}47$; $r_0=0{,}001825$ м; $M=0{,}00004$ кг; $\theta=5^0$; $L=0{,}79$ м; $\varepsilon=0{,}4$; $u_0=0{,}4$ м/с; $h_0=0{,}008$ м; $\upsilon_П=0{,}002$ м/с. Рассматривали два режима колебаний решета с амплитудой $A^*=0{,}0075$ м и частотами $\omega=\omega_1=41{,}86$ с$^{-1}$ и $\omega=\omega_2=52{,}33$ с$^{-1}$.

Результаты вычисления $u(x)$ в различных сечениях слоя $x=const$, с помощью решения [15] и по формуле (13), при $\omega=41{,}86$ с$^{-1}$ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения $u(x)$, вычисленные двумя способами при $\omega=41{,}86$ с$^{-1}$

x, м	0,10	0,25	0,40	0,55	0,70	0,79
$u(x)$, м/с; реш. [15]	0,36	0,34	0,33	0,32	0,32	0,31
$u(x)$, м/с; фор. [13]	0,34	0,32	0,31	0,31	0,30	0,30

Расхождение результатов расчёта небольшое, что подтверждает возможность моделирования движения с помощью уравнения (8), когда объём отделяющейся фракции мал по сравнению с движущемся объёмом смеси на решете.

В табл. 2 записаны значения $u(x)$, вычисленные по формуле (13) при $\omega=\omega_1$ и $\omega=\omega_2$ для $\upsilon_П=0{,}003$ м/с.

Таблица 2

Значения $u(x)$, полученные для $\omega=\omega_1$ и $\omega=\omega_2$ при $\upsilon_П=0{,}003$ м/с

x, м	0,10	0,25	0,40	0,55	0,70	0,79
$u(x)$, м/с; $\omega=\omega_1$	0,34	0,32	0,31	0,30	0,29	0,29
$u(x)$, м/с; $\omega=\omega_2$	0,38	0,37	0,36	0,35	0,34	0,33

Анализ значений $u(x)$ в табл. 2 показывает, что переход к большей частоте колебаний решета увеличил среднюю скорость потока смеси. Это объясняется тем, что с увеличением ω уменьшается вибровязкость смеси.

Для оценки сходимости ряда в формуле (16) проведены вычисления $u(x)$ при $\upsilon_П = 0{,}002$ м/с; $\omega = 41{,}86$ с$^{-1}$ и прежних остальных исходных данных, с различным числом членов k в частичной сумме. Результаты вычисления $u(x)$ в зависимости от k указаны в табл. 3. Для сравнения во второй строке таблицы записаны значения $u(x)$, полученные численным решением задачи Коши для уравнения (15) при начальном условии (7). Проведенные расчёты показывают, что четыре члена частичной суммы ряда в (16) обеспечивают высокую точность вычисления $u(x)$.

Таблица 3

Значения $u(x)$, полученные различными способами при $\omega = 41{,}86$ с$^{-1}$

x, м	0,10	0,25	0,40	0,55	0,70	0,79
$u(x)$, м/с; числ. (15)	0,390	0,380	0,365	0,347	0,329	0,319
$u(x)$, м/с; по (16) при $k = 1$	0,380	0,343	0,339	0,378	0,387	0,361
$u(x)$, м/с; по (16) при $k = 2$	0,381	0,380	0,365	0,347	0,330	0,319
$u(x)$, м/с; по (16) при $k = 3$	0,390	0,380	0,365	0,347	0,329	0,319

О влиянии $\upsilon_П$ на изменение $u(x)$ позволяют судить графики на рис. 2, рассчитанные с помощью (16). С увеличением $\upsilon_П$ быстрее убывает $u(x)$ по длине решета. Это объясняется различным изменением высоты движущегося слоя смеси, вследствие отделения от неё проходовой фракции чрез отверстия на рабочей плоскости решета.

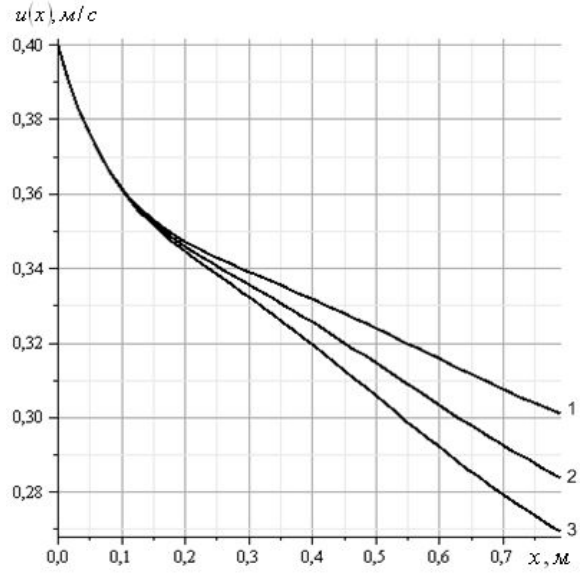


Рисунок 2 - Зависимости $u(x)$ для различных значений $\upsilon_П$:
1 - $\upsilon_П = 0{,}002$ м/с; 2 - $\upsilon_П = 0{,}003$ м/с; 3 - $\upsilon_П = 0{,}004$ м/с при $\omega = 41{,}86$ с$^{-1}$

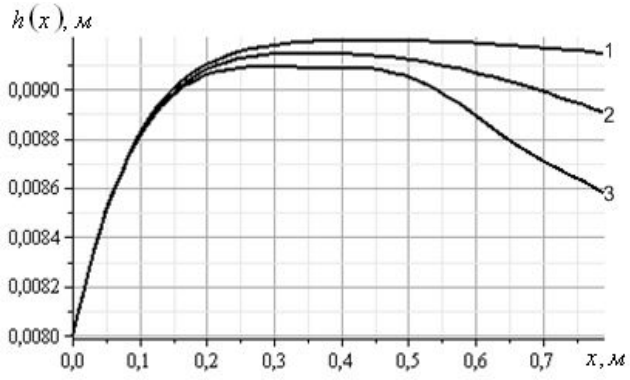


Рисунок 3 - Зависимости $h(x)$ для различных значений $\upsilon_П$:
1 - $\upsilon_П = 0{,}002$ м/с; 2 - $\upsilon_П = 0{,}003$ м/с; 3 - $\upsilon_П = 0{,}004$ м/с при $\omega = 41{,}86$ с$^{-1}$

Рассчитанные по формулам (16), (17), графики изменения $h(x)$ представлены на рис. 3. У верхней части рабочей плоскости решета с уменьшением $u(x)$ увеличивается толщина слоя $h(x)$. Но после достижения максимума в области интенсивного сепарирования фракций до конца рабочей плоскости происходит уменьшение толщины движущегося слоя “обеднённой” смеси, вызванное уменьшением её объёма.

Итак, в отличие от имеющихся математических моделей, изложенная теория позволяет учитывать влияние разделения фракций на изменение характеристик движения смеси по длине решета.

Литература: 1.Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна. Харьков: Основа, 2004. – 224с. 2. Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю. Вибрационное перемещение. – М.: Наука, 1964. – 410 с. 3. Гортинский В.В., Демский А.Б., Борискин М.А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. Изд. второе. – М.: Колос, 1980. – 304 с. 4. Заика П.М. Вибрационное перемещение твёрдых и сыпучих тел в сельскохозяйственных машинах. – Киев: УСХА, 1998. – 625с. 5. Манчинський Ю.О., Бакум М.В., Горбатовський О.М., Кравцов М.М. Математична модель руху компонентів насіннєвих сумішей по робочій площині // Механізація та електрифікація сільського господарства. – Глеваха, 2008. – Вип. 92. – С. 156 – 162. 6. Тараймович І.В., Дідух В.Ф., Дударєв І.М. Дослідження процесу сепарації вороху насіння льону на коливальному решеті // Механізація сільськогосподарського виробництва. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 75. – Т.1 – С. 134 – 141. 7. Белов М.И., Романенко В.Н., Славкин В.И. Математическая модель движения частицы по решету очистки // Тракторы и сельськохозяйственные машины, 2008. - № 8. – С. 33 – 36. 8. Тищенко Л.Н., Пивень М.В. К исследованию движения зерновой смеси на решете под действием вибрации // Науковий вісник НАУ. – К.: НАУ, 2002. – Вип. 8. – С. 329-336. 9. Тищенко Л.Н., Миняйло А.В., Пивень М.В., Харченко С.А. Исследование послойного движения зерновых смесей на плоских вибрационных решетах // Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2007. Вип. – 59. – С. 69-76. 10. Тищенко Л.Н., Кучеренко С.И., Ольшанский В.П., Зайцев О.Б. Модель однослойного движения зерновой смеси по наклонному рифленому решету // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 74. – С. 28-39. 11. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О движении зернового слоя на плоском наклонном виброрешете // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Луцьк: ЛНТУ, 2009. – Вип. 18. – С. 460-468. 12. Ольшанский В.П., Кучеренко С.И., Бурлака

В.В., Ольшанский С.В. Уточненная гидродинамическая модель движения зерновой смеси по плоскому виброрешету // Технічний сервіс АПК, техніка та технології у сільськогосподарському машинобудуванні. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2009. – Вип. 76. – С. 226-233. 13. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 847 с. 14. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с. 15. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Определение скорости зерновой смеси при решётном вибросепарировании // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. – Кіровоград: КНТУ, 2009. – Вип. 39. – С. 170-175. 16. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1962. – 1100 с. 17. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – М. Наука, 1977. – 344 с. 18. Абрамовиц А., Стиган И. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами). – М.: Наука, 1979. – 832 с.

Тищенко Л.М., Ольшанський В.П., Ольшанський С.В.

РОЗРАХУНОК ПОТОКУ ПСЕВДОРОЗРІДЖЕНОЇ ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ НА ВІБРОРЕШЕТІ

Виведено наближені формули для обчислення усередненої швидкості транспортування та продуктивності сепарування зернової суміші на плоскому нахиленому решеті в режимі його поздовжніх коливань у своїй площині. Рух суміші описується спрощеним рівнянням ламінарного потоку плоского шару рідини, динамічна в'язкість якої залежить від параметрів вібрацій решета. Визначено зміну товщини шару зерна по довжині решета, яке зумовлене зміною швидкості потоку та відділенням на перфорованій поверхні проходовой фракції від зернової маси, що рухається.

Tishchenko L.N., Olshanskii V.P., Olshanskii S.V.

ACCAUNT OF A FLOW OF A PSEUDOLIQUEFY GRAIN MIX ON A VIBROSIEVE

The approached formulas for calculations of the average velocity of transportation and productivity of separation of a grain mix on a flat inclined sieve in a mode of its longitudinal fluctuations in the plane are deduced. The motion of a mix is described by the simplified equation laminar of current of a flat layer of a liquid, which dynamic viscosity depends on parameters of a vibrations sieve. The change thickness of a layer of a grain on a length sieve, caused by change of velocity of a flow and branch on the punched surface of a passing fraction from driven grain mass is determined.

МАШИНОЗНАВСТВО

УДК 539.3

Аврамов К.В., Борисюк А.В.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА К ИССЛЕДОВАНИЮ АВТОКОЛЕБАНИЙ ОДНОДИСКОВЫХ РОТОРОВ

1. Введение

Автоколебания в роторных системах могут возникать вследствие взаимодействия масляной пленки подшипника скольжения с цапфой ротора. Такие колебания привели к разрушению ряда роторных систем [1]. В настоящее время для исследования колебаний роторов часто применяются современные аналитические и численные методы нелинейной динамики [2]. Позняк [3] получил аналитические результаты, описывающие давления в масляной пленки подшипников скольжения. Используя вариационный подход, Олимпиев [4] нашел асимптотическое решение уравнения Рейнольдса. Устойчивость цапфы в подшипнике скольжения рассматривается в монографии [5]. Каринцев, Шульженко [6] получили модель давлений в масляном слое коротких подшипников скольжения. Они исследовали влияние инерции масляного слоя на величины давлений. Филиппов, Шульженко [7] применяют асимптотические методы для исследования автоколебаний в роторах. Овчарова, Голоскоков [8] анализируют вынужденные колебания ротора с учетом масляного слоя в коротких подшипниках скольжения. Они описали динамику ротора расчетной схемой, состоящей из упругого вала с тремя дискретными массами. В этой статье выводятся уравнения нелинейных колебаний однодисковых роторов в коротких подшипниках скольжения. В усилиях, действующих на цапфы ротора со стороны масляного слоя, учитываются нелинейные члены вплоть до кубических слагаемых относительно обобщенных координат. Для исследования автоколебаний в полученной системе применяется метод гармонического баланса.

2. Уравнения движения системы

Рассмотрим динамику жесткого диска, который крепится к вращающемуся упругому валу. Вал находится в коротких подшипниках скольжения. В процессе колебаний системы цапфы А и В вала так же совершают движение. Движение цапф А и В описываются обобщенными координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2). В масляном слое подшипников скольжения возникают усилия, которые действуют на цапфы вала. Проекции этих сил на оси x и y обозначим через $F_x(x_i, y_i), F_y(x_i, y_i), i = \overline{1,2}$, соответственно. Расчетная схема однодискового ротора представлена на рис. 1.

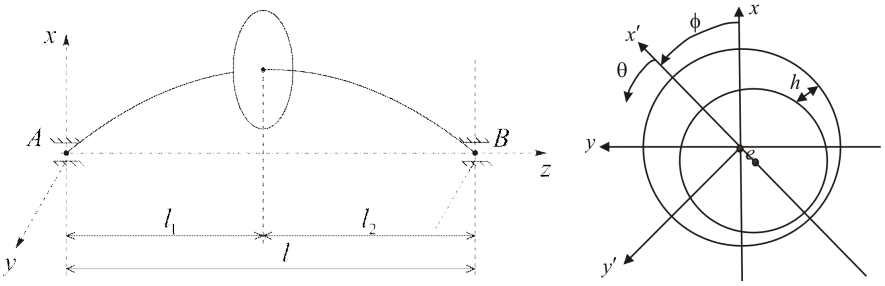


Рисунок 1 – Расчетная схема однодискового ротора

Ротор вращается с постоянной угловой скоростью Ω вокруг оси z. Угловую скорость диска представим так:

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{e}_1^{(3)} + \omega_2 \vec{e}_2^{(3)} + \omega_3 \vec{e}_3^{(3)},\ \omega_1 = \dot{\theta}_1 \cos\theta_2 \cos\theta_3 + \dot{\theta}_2 \sin\theta_3,$$
$$\omega_2 = \dot{\theta}_2 \cos\theta_3 - \dot{\theta}_1 \cos\theta_2 \sin\theta_3,\ \omega_3 = \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \sin\theta_2. \quad (1)$$

Из условий движения, угловую скорость Ω запишем в виде: $\Omega = \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \sin\theta_2$. Тогда кинетическая энергия системы принимает следующий вид:

$$T = \frac{I_e}{2}\left(\dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1^2 \cos^2\theta_2\right) + \frac{I_p}{2}\left(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \sin\theta_2\right)^2 + \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right), \quad (2)$$

где x, y - обобщенные координаты, описывающие перемещения точек крепления диска к валу, I_e, I_p - экваториальный и полярный моменты инерции диска. Потенциальная энергия системы принимает следующий вид:

$$\Pi = \frac{1}{2}c_{11}\left[\left(x - \varsigma_1 x_2 - \varsigma_2 x_1\right)^2 + \left(y - \varsigma_2 y_1 - \varsigma_1 y_2\right)^2\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}c_{22}\left[\left(\theta_2 - \frac{x_2 - x_1}{l}\right)^2 + \left(\theta_1 + \frac{y_2 - y_1}{l}\right)^2\right] + \quad (3)$$
$$+ c_{12}\left[\left(x - \varsigma_1 x_2 - \varsigma_2 x_1\right)\left(\theta_2 - \frac{x_2 - x_1}{l}\right) - \left(y - \varsigma_2 y_1 - \varsigma_1 y_2\right)\left(\theta_1 + \frac{y_2 - y_1}{l}\right)\right],$$

где c_{11}, c_{12}, c_{22} - элементы матрицы жесткости, $\varsigma_1 = \frac{l_1}{l}$, $\varsigma_2 = \frac{l_2}{l}$. Уравнение движения системы представим в виде уравнений Лагранжа II рода. Разделим полученные уравнения на две группы: уравнения движения и уравнения равновесия цапф вала. Уравнения движения представим в следующем виде:

$$m\ddot{x} + c_{11}\left(x - \varsigma_1 x_2 - \varsigma_2 x_1\right) + c_{12}\left(\theta_2 - \frac{x_2 - x_1}{l}\right) = -m g,$$
$$m\ddot{y} + c_{11}\left(y - \varsigma_1 y_2 - \varsigma_2 y_1\right) - c_{12}\left(\theta_1 + \frac{y_2 - y_1}{l}\right) = 0,$$
$$I_e \ddot{\theta}_1 \cos^2\theta_2 - I_e \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin 2\theta_2 + I_p \ddot{\theta}_3 \sin\theta_2 + I_p \Omega \dot{\theta}_2 \cos\theta_2 -$$
$$- \frac{I_p}{2}\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin 2\theta_2 + I_p \ddot{\theta}_1 \sin^2\theta_2 + I_p \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin 2\theta_2 +$$
$$+ c_{22}\left(\theta_1 + \frac{y_2 - y_1}{l}\right) - c_{12}\left(y - \varsigma_2 y_1 - \varsigma_1 y_2\right) = 0, \quad (4)$$

$$I_e\ddot{\theta}_2 + \frac{I_e}{2}\dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_2) - I_p\Omega\dot{\theta}_1 \cos\theta_2 + c_{22}\left(\theta_2 - \frac{x_2 - x_1}{l}\right) +$$
$$+ c_{12}(x - \varsigma_1 x_2 - \varsigma_2 x_1) = 0,$$

Уравнения равновесия цапф ротора запишем так:

$$\left(\frac{c_{12}}{l} - \varsigma_2 c_{11}\right)(x - \varsigma_1 x_2 - \varsigma_2 x_1) + \left(\frac{c_{22}}{l} - \varsigma_2 c_{12}\right)\left(\theta_2 - \frac{x_2 - x_1}{l}\right) = F_x(x_1, y_1),$$
$$\left(\frac{c_{12}}{l} - \varsigma_2 c_{11}\right)(y - \varsigma_1 y_2 - \varsigma_2 y_1) + \left(\varsigma_2 c_{12} - \frac{c_{22}}{l}\right)\left(\theta_1 + \frac{y_2 - y_1}{l}\right) = F_y(x_1, y_1),$$
$$\left(\varsigma_1 c_{11} + \frac{c_{12}}{l}\right)(x - \varsigma_1 x_2 - \varsigma_2 x_1) + \left(\frac{c_{22}}{l} + \varsigma_1 c_{12}\right)\left(\theta_2 - \frac{x_2 - x_1}{l}\right) = -F_x(x_2, y_2),$$
$$\left(\frac{c_{22}}{l} + \varsigma_1 c_{12}\right)\left(\theta_1 + \frac{y_2 - y_1}{l}\right) - \left(\varsigma_1 c_{11} + \frac{c_{12}}{l}\right)(y - \varsigma_2 y_1 - \varsigma_1 y_2) = F_y(x_2, y_2).$$

Под действием силы тяжести ротор занимает некоторое состояние равновесия, которое определяется следующими значениями обобщенных координат: $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{x}_2, \bar{y}_2)$. Эти состояния равновесия удовлетворяют системе уравнений:

$$F_X(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = mg\frac{l_2}{l},\ F_X(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = mg\frac{l_1}{l},\ F_Y(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = 0,\ F_Y(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = 0. \quad (5)$$

Остальные обобщенные координаты определяются из уравнений:

$$\bar{x} = \varsigma_1\bar{x}_2 + \varsigma_2\bar{x}_1 - \frac{mgc_{22}}{c_{11}c_{22} - c_{12}^2},\ \bar{y} = \varsigma_2\bar{y}_1 + \varsigma_1\bar{y}_2,$$
$$\theta_1 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{l},\ \bar{\theta}_2 = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{l} + \frac{mgc_{12}}{c_{11}c_{22} - c_{12}^2}. \quad (6)$$

Теперь движения ротора рассматриваются относительно найденного положения равновесия (5, 6). Введем следующую замену переменных:

$$(x, y, \theta_1, \theta_2, x_1, y_1, x_2, y_2) \to$$
$$\to (\bar{x} + x, \bar{y} + y, \bar{\theta}_1 + \theta_1, \bar{\theta}_2 + \theta_2, \bar{x}_1 + x_1, \bar{y}_1 + y_1, \bar{x}_2 + x_2, \bar{y}_2 + y_2). \quad (7)$$

С учетом замены (7) динамическая система (4) принимает следующий вид:

$$m\ddot{x} = R_X^{(1)},\ I_e\ddot{\theta}_2 - I_p\Omega\dot{\theta}_1 + R_X^{(2)} = 0,\ m\ddot{y} = R_Y^{(1)},\ I_e\ddot{\theta}_1 + I_p\Omega\dot{\theta}_2 - R_Y^{(2)} = 0, \quad (8)$$

где $R_Y^{(1)} = \widetilde{F}_Y(x_1, y_1) + \widetilde{F}_Y(x_2, y_2)$, $R_X^{(1)} = \widetilde{F}_X(x_2, y_2) + \widetilde{F}_X(x_1, y_1)$,

$$R_Y^{(2)} = l_1 \widetilde{F}_Y(x_1, y_1) - l_2 \widetilde{F}_Y(x_2, y_2),\ R_X^{(2)} = l_1 \widetilde{F}_X(x_1, y_1) - l_2 \widetilde{F}_X(x_2, y_2).$$

Силы, действующие на цапфы со стороны масляного слоя, представим следующим образом:

$$F_x = -\int_0^{L_b}\int_0^{\pi} \left(\cos(\theta+\phi) p(\theta, z) R\right) d\theta dz,\ F_y = -\int_0^{L_b}\int_0^{\pi} \left(\sin(\theta+\phi) p(\theta, z) R\right) d\theta dz. \quad (9)$$

где L_B – длина короткого подшипника; ϕ – угол линии центров. Предполагается, что масляный слой занимает область $\theta \in [0; \pi]$. Давление, действующее на цапфу со стороны масляного слоя $p(z_1, \theta)$, определяется из уравнения Рейнольдса [4]. Решение этого уравнения для короткого подшипника представим так:

$$p = \frac{3\mu}{h^3}\left[\Omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2\frac{\partial h}{\partial t}\right] z_1 (z_1 - L_b), \quad (10)$$

где μ – вязкость масла, z_1 – продольная локальная координата подшипника скольжения. Величину h представим так: $h = c + e\cos\theta = = c - x\cos(\theta+\phi) - y\sin(\theta+\phi)$, где c – величина зазора между цапфой и подшипником (рис.1).

В дальнейшем введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\widetilde{x}_j = \frac{x_j}{c},\ \widetilde{y}_j = \frac{y_j}{c},\ H = \frac{h}{c}, \tau = \Omega t. \quad (11)$$

Тогда силы, действующие со стороны масляного слоя (9) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{R\mu L_b^3}{2}\int_0^{\pi} \frac{\cos(\theta+\phi)}{h^3}\left(\Omega\left(x\sin(\theta+\phi) - y\cos(\theta+\phi)\right) + \right. \\ &\left. + 2\left(\dot{x}\cos(\theta+\phi) + \dot{y}\sin(\theta+\phi)\right)\right) d\theta, \\ F_y &= \frac{R\mu L_b^3}{2}\int_0^{\pi} \frac{\sin(\theta+\phi)}{h^3}\left(\Omega\left(x\sin(\theta+\phi) - y\cos(\theta+\phi)\right) + \right. \\ &\left. + 2\cdot\left(\dot{x}\cos(\theta+\phi) + \dot{y}\sin(\theta+\phi)\right)\right) d\theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Теперь определим положение равновесия ротора под действием сил тяжести. Если ротор не колеблется, то уравнение (10) принимает следующий вид: $p = -\dfrac{3\mu\Omega e\sin\theta}{(c + e\cos\theta)^3} z_1 (z_1 - L_B)$. Уравнения равновесия цапфы представим так:

$$F_{X'} = G\cos\phi_e,\ F_{Y'} = -G\sin\phi_e, \quad (13)$$

где $F_{X'}$, $F_{Y'}$ – проекции сил в направлении осей x', y'; ϕ_e – угол линии центров для равновесного состояния цапфы; G – значение вертикальной силы в подшипнике. Сила G имеет следующие значения для цапф ***A*** и ***B***: $G = mg\dfrac{l_2}{l}$; $G = mg\dfrac{l_1}{l}$. Тогда статические силы можно представить так:

$$F_{X'} = \frac{L_B^3 \mu \Omega R \varepsilon^2}{c^2\left(1-\varepsilon^2\right)^2},\ F_{Y'} = -\frac{\pi\, L_B^3 \mu \Omega R \varepsilon}{4c^2\left(1-\varepsilon^2\right)^{3/2}},\ \varepsilon = \frac{e}{c}. \tag{14}$$

Из выражений (13, 14) получаем нелинейное уравнения для определения параметра ε: $G = \dfrac{L_B^3 \mu \Omega R \varepsilon}{4c^2\left(1-\varepsilon^2\right)^2}\sqrt{16\varepsilon^2 + \pi^2\left(1-\varepsilon^2\right)}$. Тогда равновесие цапфы ***A*** определяется так:

$$\tilde{x}_{1,0} = \bar{x}_1 c^{-1} = -\varepsilon_1 \cos\phi_{e1},\ \tilde{y}_{1,0} = \bar{y}_1 c^{-1} = -\varepsilon_1 \sin\phi_{e1},\ tg\phi_{e1} = \pi\sqrt{1-\varepsilon_1^{\,2}}\Big/\left(4\varepsilon_1\right). \tag{15}$$

Индекс 1 у величин ε и ϕ_e обозначает, что эти параметры описывают равновесие цапфы А.

Теперь исследуем динамику ротора относительно положений равновесия. Для этого введем следующую замену переменных: $\tilde{x}_i \to \tilde{x}_i + \tilde{x}_{i,0}$, $\tilde{y}_i \to \tilde{y}_i + \tilde{y}_{i,0}$, $i = 1,2$ и обозначения:

$$\vartheta = \theta + \phi_e,\ \gamma = \frac{R\mu L_b^3 \Omega}{2c^2},\ J_1 = \int_{\phi_e}^{\theta+\phi_e} \frac{\cos^2(\vartheta)}{H_1^3} d\vartheta,\ J_2 = \int_{\phi_e}^{\theta+\phi_e} \frac{\sin^2(\vartheta)}{H_1^3} d\vartheta,$$

$$J_3 = \int_{\phi_e}^{\theta+\phi_e} \frac{\cos(\vartheta)\sin(\vartheta)}{H_1^3} d\vartheta,\ H_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1) = 1 - \left(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_{1,0}\right)\cos\vartheta - \left(\tilde{y}_1 + \tilde{y}_{1,0}\right)\sin\vartheta.$$

Тогда силы, действующие со стороны масляного слоя, принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} F_X &= \gamma\left(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_{1,0} - 2\tilde{y}_1'\right)J_3 - \gamma\left(\tilde{y}_1 + \tilde{y}_{1,0} + 2\tilde{x}_1\right)J_1, \\ F_Y &= \gamma\left(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_{1,0} - 2\tilde{y}_1'\right)J_2 - \gamma\left(\tilde{y}_1 + \tilde{y}_{1,0} + 2\tilde{x}_1\right)J_3. \end{aligned} \tag{16}$$

Нелинейные силы F_X, F_Y, описывающие действие на цапфы масляного слоя, представим в виде степенного ряда по $\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1'$. Получим выражения в виде степенного ряда для величины $H^{-3}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$. Это выражение представим в следующем виде:

$$H^{-3}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1) = A_0(\vartheta) + A_1(\vartheta)\tilde{x}_1 + A_2(\vartheta)\tilde{y}_1 + A_3(\vartheta)\tilde{x}_1^2 + \ldots. \tag{17}$$

Подстановкой разложения (17) в выражения (16) получаем следующие разложения сил масляного слоя F_X, F_Y в степенные ряды:

$$\begin{aligned} F_X &= F_{X,0} + F_{X,1}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + F_{X,2}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + F_{X,3}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + \ldots, \\ F_Y &= F_{Y,0} + F_{Y,1}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + F_{Y,2}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + F_{Y,3}(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + \ldots, \end{aligned} \tag{18}$$

где $F_{X,0}, F_{Y,0}$ - постоянные составляющие силы, $F_{X,1}, F_{Y,1}$ - линейные части сил относительно $\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1'$, $F_{X,2}, F_{Y,2}, F_{X,3}, F_{Y,3}$ - нелинейные составляющие силы второго и третьего порядка. Линейные части сил масляного слоя представим следующим образом:

$$\begin{aligned} F_{X,1} &= \gamma\left[(\tilde{x} - 2\tilde{y}')I_1 - (\tilde{y} + 2\tilde{x}')I_2 - 3\varepsilon\tilde{x}I_3 - 3\varepsilon\tilde{y}I_4\right], \\ F_{Y,1} &= \gamma\left[(\tilde{x} - 2\tilde{y}')I_5 - (\tilde{y} + 2\tilde{x}')I_1 - 3\varepsilon\tilde{x}I_4 - 3\varepsilon\tilde{y}I_6\right]. \end{aligned} \tag{19}$$

Нелинейные части сил запишем так:

$$\begin{aligned} F_{X,2} &= \gamma\Big[3\left(\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 - 2\tilde{x}\tilde{y}' - 2\tilde{y}\tilde{x}'\right)I_7 - 3\tilde{x}(\tilde{y} + 2\tilde{x}')I_8 + 3\tilde{y}(\tilde{x} - 2\tilde{y}')I_9 - \\ &- 6\varepsilon\tilde{x}^2 I_{10} - 6\varepsilon\tilde{y}^2 I_{11} - 12\varepsilon\tilde{x}\tilde{y}I_{12}\Big], \\ F_{Y,2} &= \gamma\Big[3\left(\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 - 2\tilde{x}\tilde{y}' - 2\tilde{y}\tilde{x}'\right)I_9 - 3\tilde{x}(\tilde{y} + 2\tilde{x}')\cdot I_7 + 3\tilde{y}(\tilde{x} - 2\tilde{y}')I_{13} - \\ &- 6\varepsilon\tilde{x}^2 I_{12} - 6\varepsilon\tilde{y}^2 I_{14} - 12\varepsilon\tilde{x}\tilde{y}I_{11}\Big]. \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} F_{X,3} &= \gamma\Big\{6\left[\tilde{x}^2(\tilde{x} - 2\tilde{y}') - 2\tilde{x}\tilde{y}(\tilde{y} + 2\tilde{x}')\right]I_{15} + 6\left[2\tilde{x}\tilde{y}(\tilde{x} - 2\tilde{y}') - \tilde{y}^2(\tilde{y} + 2\tilde{x}')\right]I_{16} + \\ &+ 6\tilde{y}^2(\tilde{x} - 2\tilde{y}')I_{17} - 6\tilde{x}^2(\tilde{y} + 2\tilde{x}')I_{18} - 20\varepsilon\tilde{x}^3 I_{19} - 20\varepsilon\tilde{y}^3 I_{20} - 60\varepsilon\tilde{x}^2\tilde{y}I_{21} - \\ &- 60\varepsilon\tilde{x}\tilde{y}^2 I_{21}\Big\}, \\ F_{Y,3} &= \gamma\Big\{6\left[\tilde{x}^2(\tilde{x} - 2\tilde{y}') - 2\tilde{x}\tilde{y}(\tilde{y} + 2\tilde{x}')\right]I_{16} + 6\left[2\tilde{x}\tilde{y}(\tilde{x} - 2\tilde{y}') - \tilde{y}^2(\tilde{y} + 2\tilde{x}')\right]I_{17} + \\ &+ 6\tilde{y}^2(\tilde{x} - 2\tilde{y}')I_{23} - 6\tilde{x}^2(\tilde{y} + 2\tilde{x}')I_{15} - 20\varepsilon\tilde{x}^3 I_{21} - 20\varepsilon\tilde{y}^3 I_{24} - 60\varepsilon\tilde{x}^2\tilde{y}I_{22} - \\ &- 60\varepsilon\tilde{x}\tilde{y}^2 I_{20}\Big\}, \end{aligned} \tag{21}$$

где $I_1, \ldots, I_{24}$ - интегралы, которые берутся в элементарных функциях и не приводятся для краткости изложения.

В результате подстановки сил (18) в уравнения (8), динамическая система принимает следующий вид:

$$[M]\ddot{q} + [G]\dot{q} = [K_1]q + [D_1]q' + W(q_1, q_1'), \tag{22}$$

где $W(q_1, q_1')$ - вектор нелинейных составляющих сил, которые принимают следующий вид:

$$w_1 = F_X(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{x}_2', \tilde{y}_2') + F_X(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + 2F_{X,0},$$

$$w_2 = l_1 F_Y(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') - l_2 F_Y(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{x}_2', \tilde{y}_2') + (l_1 - l_2) F_{Y,0},$$
$$w_3 = F_Y(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{x}_2', \tilde{y}_2') + F_Y(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + 2F_{Y,0},$$
$$w_4 = l_2 F_X(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{x}_2', \tilde{y}_2') - l_1 F_X(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_1', \tilde{y}_1') + (l_2 - l_1) F_{X,0}.$$

Окончательно, систему (22) можно представить так:

$$\ddot{q} + [F]\dot{q} + [Q]q = \tilde{W}(q, \dot{q}), \tag{23}$$

где $\tilde{W}(q,\dot{q}) = [M]^{-1} W(q_1, q_1') = [M]^{-1} W(q_1, \Omega^{-1}\dot{q}_1) = [M]^{-1} W(\tilde{D}^{-1} R q, \Omega^{-1} \tilde{D}^{-1} R \dot{q})$.

В численном анализе уравнений (23) учитывались как квадратичные, так и кубические слагаемые относительно обобщенных координат и их скоростей.

3. Применение метода гармонического баланса к анализу автоколебаний

Движение системы (23) может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} x &= A_0 + \tilde{A}_1 \cos(\omega\tau + \varphi_1), \theta_1 = B_0 + \tilde{B}_1 \cos(\omega\tau + \varphi_2), \\ y &= C_0 + \tilde{C}_1 \cos(\omega\tau + \varphi_3), \theta_2 = D_0 + \tilde{D}_1 \cos(\omega\tau + \varphi_4). \end{aligned} \tag{24}$$

Система (23) является автономной, поэтому она инвариантна относительно преобразования времени $\tau = t + t_*$. Параметр t_* выбираем следующим образом: $t_* = -\dfrac{\varphi_1}{\omega}$. Тогда решение (24) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} x &= A_0 + A_1 \cos(\omega t),\ \theta_1 = B_0 + B_1 \cos(\omega t) + B_2 \sin(\omega t), \\ y &= C_0 + C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t),\ \theta_2 = D_0 + D_1 \cos(\omega t) + D_2 \sin(\omega t). \end{aligned} \tag{25}$$

Подстановкой (25) в выражения для нелинейных сил (18) получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} f_x &= \tilde{f}_{x0}(A_0, A_1, ..., C_2, \omega) + \tilde{f}_{x1}(A_0, .., \omega)\cos(\omega t) + \tilde{f}_{x2}(A_0, .., \omega)\sin(\omega t), \\ f_y &= \tilde{f}_{y0}(A_0, A_1, ..., C_2, \omega) + \tilde{f}_{y1}(A_0, .., \omega)\cos(\omega t) + \tilde{f}_{y2}(A_0, .., \omega)\sin(\omega t). \end{aligned} \tag{26}$$

Подставляя (25) и (26) в систему (8) и приравнивая соответствующие коэффициенты, получаем систему из 12 нелинейных алгебраических уравнений относительно $A_0, A_1, ..., C_2, \omega$.

4. Численный анализ колебаний

Исследуем динамику ротора со следующими параметрами системы:

$$R = 0.057\,м,\ \mu = 18 \cdot 10^{-3}\ Па \cdot с,\ L_B = 28.5 \cdot 10^{-3}\ м,\ c = 0.2 \cdot 10^{-3}\ м, m = 374\,кг,$$

$$l_1 = 0.5\,м, l_2 = 0.648\,м, I_p = 28.4\,кг \cdot м^2, I_e = 14.2\,кг \cdot м^2, E = 2.1 \cdot 10^{11}\,Па,$$
$$J = 8.29 \cdot 10^{-6}\,м^4.$$

Частота вращения ротора, при которой он теряет устойчивость составляет $\widetilde{\Omega} = 1710\,рад/с$.

Для исследования автоколебаний ротора численно решалась система 8 нелинейных алгебраических уравнений относительно амплитуд автоколебаний при изменении частоты вращения ротора Ω. Результаты расчета представлены на амплитудно-частотной характеристике (рис.2). При $\widetilde{\Omega} = 1710\,рад/с$ наблюдается бифуркация Хопфа. В результате этой бифуркации возникают неустойчивые предельные циклы. Подчеркнем, что кроме этих движений в системе была найдена еще две ветки автоколебаний, которые также приводятся на рис.2.

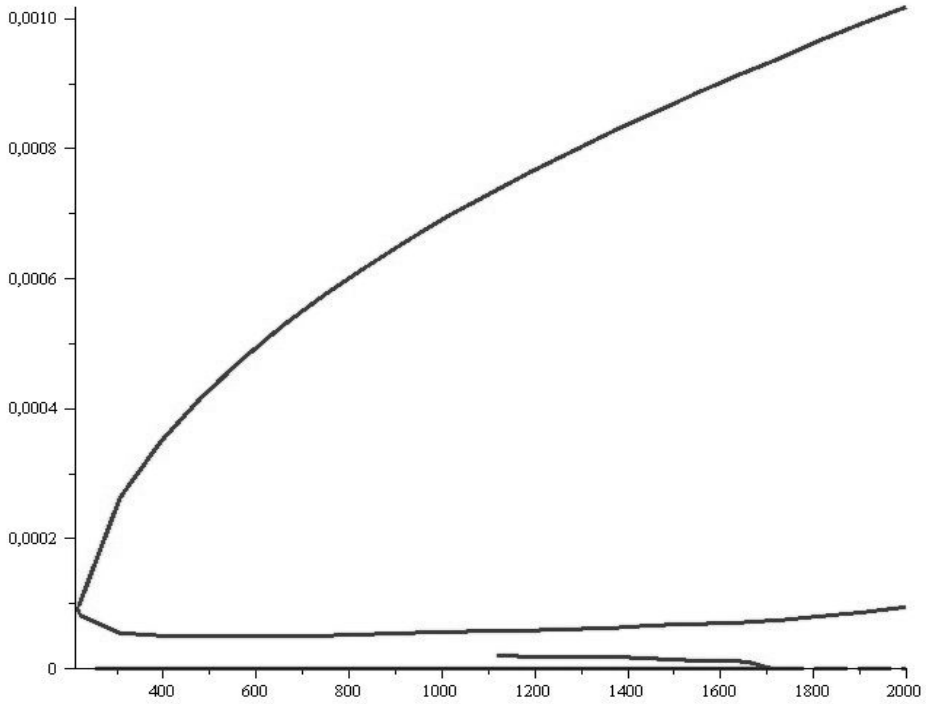


Рисунок 2 - Амплитудно-частотная характеристика

5. Выводы

Автоколебания в роторе возникают не при угловой скорости, когда наблюдается бифуркация Хопфа, а при значительно меньших угловых скоростях. Такие автоколебательные режимы возникают вследствие седло-узловых бифуркаций в системе.

Литература: 1. Zhang X. Y. On site testing and analysis of the oil whirl phenomena in national made 200MW stream turbine generator systems// Power Industry.-1992.-№12- P.32-37. 2. Legrand M. Nonlinear normal modes of a rotating shaft based on the Invariant Manifold Method/ M. Legrand, D. Jiang, C. Pierre, S.W. Shaw// International Journal of Rotating Machinery.-2004.-№10.-P.319-335. 3. Позняк Э. Л. Неустойчивые колебания роторов на подшипниках скольжения// сб. “Динамика гибких роторов”, М.: Изд-во “Наука”, 1972.-С. 22-29, 4. Олимпиев В. И. О собственных частотах ротора на подшипниках скольжения// Изд. АН СССР, ОТН.-1960.- №3-С.24-29. 5. Тондл. А. Динамика роторов турбогенераторов, Ленинград: “Энергия”, 1971, 386 с. 6. Каринцев И.Б. Статические и динами-

ческие характеристики масляной пленки коротких подшипников скольжения/ И.Б. Каринцев, Н.Г. Шульженко// В кн.: Динамика и прочность машин.-1972.- вып. 16, Изд-во Харьковск. Ун-та, С.14-18.
7. Филиппов А.П. Устойчивость колебаний ненагруженного неуравновешенного ротора в коротких опорах жидкостного трения/ А.П. Филиппов, Н.Г. Шульженко // Машиноведение.-1973.- №4.- С. 21-28. 8. Овчарова Д.К. Вынужденные колебания ротора на подшипниках скольжения/ Д.К. Овчарова, Е.Г. Голоскоков//Прикладная механика.-1975.- №11.- С. 95-99.

Аврамов К.В., Борисюк О.В.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГАРМОНІЧНОГО БАЛАНСУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ АВТОКОЛИВАНЬ ОДНОДИСКОВИХ РОТОРІВ

Автоколивання у роторі виникають не при кутовій швидкості, коли спостерігається біфуркація Хопфа, а при значно менших кутових швидкостях. Такі режими автоколивання виникають внаслідок сідло-вузлових біфуркацій в системі.

Avramov K.V., Borysiuk O.V.

APPLICATION OF HARMONIC BALANCE METHOD FOR STUDY OF SELF VIBRATION OF ONE DISK ROTORS

Self vibrations of the rotor are occurred not with angular velocity, when there is Hopf bifurcation, but at much lower angular velocities. These self vibrations modes arise as the result of saddle-node bifurcations.

УДК 517.95, 519.63

Агапова И.С., Сидоров М.В., Яловега И.Г.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЯ В КАНАВКЕ ПОДШИПНИКА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА R-ФУНКЦИЙ

Введение.

Актуальность задачи. Математическое моделирование физических процессов, в частности, математическое моделирование задач гидродинамики, является быстро развивающимся разделом прикладной математики. Часто аналитический анализ возникающих здесь математических моделей не представляется возможным ввиду их сложности, поэтому приходится проводить лишь численный анализ, используя аппарат вычислительной математики. Современная вычислительная гидродинамика занимается такими направлениями, как расчет движений вязкой жидкости, численное исследование течений газа с физико-химическими превращениями, изучение распространения ударных волн в различных средах, решение газодинамических задач при наличии излучения и т. д.

Анализ научных публикаций.

В данной работе рассматривается одна из проблем гидродинамики – численное моделирование конвективного плоскопараллельного течения вязкой несжимаемой жидкости. Для математического описания течения используются уравнения Навье-Стокса (течение будем предполагать стационарным) [1, 2].

Уравнение Навье-Стокса обычно решают с помощью конечно-разностных (метод сеток) и приближенных аналитических (методы Галеркина, наименьших квадратов и т.д.) методов [1, 2, 5]. Их недостатком является замена сложной области простой приближенной областью. Не свободен от этого недостатка и метод конечных элементов (МКЭ) – один из наиболее употребляемых и эффективных численных методов в механике жидкости. В МКЭ криволинейные участки границы заменяются линейными и при расчете различных сложных конструкций (течения в соплах, форсунках и пр.) приходится измельчать сетку вблизи границы, строить специальные алгоритмы триангуляции и т.п. При построении систем метода конечных элементов обычно применяют либо формулировку метода Галеркина, либо какой-то вариационный принцип. При этом обычно приходится решать нелинейную систему.

Свободным от этого недостатка является метод R-функций, разрабатываемый школой акад. НАН Украины В.Л. Рвачева [4]. Благодаря использованию функций непрерывных аргументов, обладающих свойствами булевых функций, удается строить пучки функций (структуры решений), точно учитывающие геометрию области и краевые условия задачи.

Цель работы.

Целью данной работы является создание эффективного метода математического моделирования течения масла в канавке подшипника. Для достижения цели решаются следующие задачи: разработка и обоснование метода расчета течения вязкой жидкости в канавке подшипника; применение разработанного численного метода для решения модельной задачи расчета течения жидкости в канавке подшипника.

Постановка задачи.

Рассмотрим схему течения, показанную на рис. 1. Вращающийся вал опирается на подшипник. Тонкий кольцевой зазор между подшипником и валом заполнен смазочным маслом, которое подается в канавку подшипника через отверстие в ее основании. Вал и подшипник обычно имеют одинаковую и равномерно распределенную температуру, а масло имеет более низкую температуру.

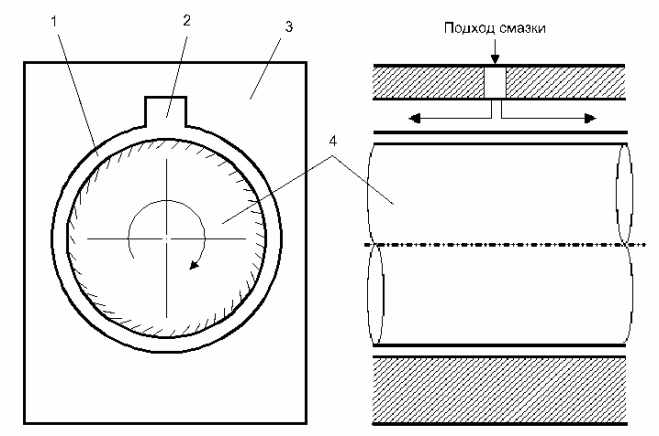


Рисунок 1 – Схема течения в канавке подшипника:
1 – смазка, 2 – канавка, 3 – подшипник, 4 – вал.

Течение масла в канавке подшипника описывается с помощью краевой задачи для системы дифференциальных уравнений относительно функции тока $\psi(x,y)$ и

температуры $T(x,y)$ вида (приближение Буссинеска):

$$\Delta^2\psi = \mathrm{Re}\,J(\Delta\psi,\ \psi) + \mathrm{Gr}\frac{\partial T}{\partial x} + \mathrm{Re}\,F(x,y) \text{ в } \Omega, \tag{1}$$

$$\Delta T = \mathrm{Pe}\,J(T,\psi) + \mathrm{Pe}\,G(x,y) \text{ в } \Omega, \tag{2}$$

$$\psi\big|_{\partial\Omega} = \tilde{f}(s),\quad \left.\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{\partial\Omega} = \tilde{g}(s),\ s\in\partial\Omega, \tag{3}$$

$$T\big|_{\partial\Omega} = \tilde{h}(s),\ s\in\partial\Omega. \tag{4}$$

Здесь Re – число Рейнольдса; Gr – число Грасгофа; Pe – число Пекле; $G(x,y)$ – объемная плотность тепловых источников, $\tilde{h}(s)$ – распределение температуры на границе; $F(x,y) = \frac{\partial f_x}{\partial y} - \frac{\partial f_y}{\partial x}$ – ротор вектора внешних сил $(f_x,\ f_y)$; $\frac{d\tilde{f}}{ds}$, $\tilde{g}$ – некоторые распределения нормальной и касательной составляющих скорости потока соответственно; $J(\Delta\psi,\ \psi)$ $\frac{\partial\Delta\psi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial y} - \frac{\partial\Delta\psi}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial x}$; $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к $\partial\Omega$. Предполагаем, что $F,\ G\in L_2(\Omega)$, $\tilde{f}\in W_2^1(\partial\Omega)$, $\tilde{g},\ \tilde{h}\in L_2(\partial\Omega)$, система координат выбрана так, что сила тяжести сонаправлена с вектором $(0,-1)$.

Численный метод решения задачи.

Система дифференциальных уравнений Навье-Стокса, описывающая течение масла в канавке подшипника, относительно функции тока $\psi(x,y)$ и температуры $T(x,y)$ (приближение Буссинеска) в развернутом виде запишется так:

$$\Delta^2\psi = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Delta\psi\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\Delta\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\right] + \mathrm{Gr}\frac{\partial T}{\partial x} \text{ в } \Omega, \tag{5}$$

$$\Delta T = \mathrm{Pe}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\right] \text{ в } \Omega, \tag{6}$$

$$\psi\big|_{\partial\Omega} = \tilde{f}(s),\quad \left.\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{\partial\Omega} = \tilde{g}(s),\ s\in\partial\Omega, \tag{7}$$

$$T\big|_{\partial\Omega} = \tilde{h}(s),\ s\in\partial\Omega. \tag{8}$$

Для решения поставленной задачи используем метод последовательных приближений в сочетании с методом R-функций [6].

Обозначим через $(u_0,\ v_0)$ решение следующей задачи:

$$\Delta^2 u_0 = \mathrm{Gr}\frac{\partial v_0}{\partial x} \text{ в } \Omega, \tag{9}$$

$$-\Delta v_0 = 0 \text{ в } \Omega, \tag{10}$$

$$u_0\big|_{\partial\Omega} = \tilde{f}(s), \quad \left.\frac{\partial u_0}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\partial\Omega} = \tilde{g}(s), \; s \in \partial\Omega, \tag{11}$$

$$v_0\big|_{\partial\Omega} = \tilde{h}(s), \; s \in \partial\Omega. \tag{15}$$

В задаче (5) – (8) сделаем замену

$$\psi = u_0 + u, \tag{16}$$

$$T = v_0 + v, \tag{17}$$

где u, v – новые неизвестные функции. Это приводит к задаче

$$\Delta^2 u = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Delta(u_0+u)\frac{\partial(u_0+u)}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\Delta(u_0+u)\frac{\partial(u_0+u)}{\partial x}\right)\right] + \mathrm{Gr}\frac{\partial v}{\partial x} \text{ в } \Omega, \tag{18}$$

$$-\Delta v = -\mathrm{Pe}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left((v_0+v)\frac{\partial(u_0+u)}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left((v_0+v)\frac{\partial(u_0+u)}{\partial x}\right)\right] \text{ в } \Omega, \tag{19}$$

$$u\big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\partial\Omega} = 0, \tag{20}$$

$$v\big|_{\partial\Omega} = 0. \tag{21}$$

При замене учитывались условия (9) – (15).

Структура решения задачи (9) – (15) имеет вид:

$$u_0 = f - \omega\left(D_1 f + g\right) + \omega^2 \Phi_0, \tag{22}$$

$$v_0 = h + \omega \Upsilon_0, \tag{23}$$

где $\omega(x,y) = 0$ – нормализованное уравнение $\partial\Omega$, $D_1 = \frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y}$. Здесь $f = EC\tilde{f}(s)$, $g = EC\tilde{g}(s)$, $h = EC\tilde{h}(s)$. Функция $\omega(x,y)$ может быть построена с помощью R-функций для достаточно широкого класса областей [4].

Для аппроксимации неопределенных компонент Φ_0, Υ_0 в структурах (22), (23) можно воспользоваться, например, методом Ритца [3, 4]. Найденные функции u_0, v_0 берем их в качестве начального приближения для итерационного процесса решения задачи (18) – (21). Пусть известны приближения $u^{(n)}$, $v^{(n)}$ на n-й итерации. Тогда новое приближение – это решение задачи

$$\Delta^2 u^{(n+1)} = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Delta(u_0+u^{(n)})\frac{\partial(u_0+u^{(n)})}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\Delta(u_0+u^{(n)})\frac{\partial(u_0+u^{(n)})}{\partial x}\right)\right]+$$

$$+\mathrm{Gr}\frac{\partial v^{(n)}}{\partial x} \text{ в } \Omega, \tag{24}$$

$$-\Delta v^{(n+1)} = \mathrm{Pe}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left((v_0+v^{(n)})\frac{\partial(u_0+u^{(n)})}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left((v_0+v^{(n)})\frac{\partial(u_0+u^{(n)})}{\partial x}\right)\right] \text{ в } \Omega, \tag{25}$$

$$u^{(n+1)}\Big|_{\partial\Omega}=0, \quad \frac{\partial u^{(n+1)}}{\partial \mathbf{n}}\Big|_{\partial\Omega}=0, \tag{26}$$

$$v^{(n+1)}\Big|_{\partial\Omega}=0. \tag{27}$$

Структуры решения задачи (24) – (27) имеют вид

$$u^{(n+1)}=\omega^2\Phi^{(n+1)}, \tag{28}$$

$$v^{(n+1)}=\omega\Upsilon^{(n+1)}, \tag{29}$$

Для аппроксимации неопределенных компонент $\Phi^{(n+1)}$, $\Upsilon^{(n+1)}$ в структурах (22), (23) можно также воспользоваться методом Ритца [3, 4].

Результаты численного эксперимента.

Вычислительный эксперимент был проведен для прямоугольной области. Везде предполагалось, что массовые силы $\mathbf{f}$ потенциальны, то есть $\mathrm{rot}\mathbf{f}=0$, а значит, $F(x,y)\equiv 0$, и тепловые источники в области отсутствуют, то есть $G(x,y)\equiv 0$. В качестве базисных функций выбирались степенные полиномы, тригонометрические полиномы, полиномы Лежандра, кубические сплайны Шенберга. Шаг сетки сплайнов выбран $h_x=h_y=0{,}1$. При вычислении интегралов в системах Ритца использовалась формула Гаусса с 16 узлами по каждой переменной на каждом частичном квадрате $0{,}1\times 0{,}1$. Предполагалось, что жидкость ограничена твердыми неподвижными стенками. Начальное приближение было построен для чисел Рейнольдса $\mathrm{Re}=1$, Пекле $\mathrm{Pe}=1$ и Грасгофа $\mathrm{Gr}=50$.

Вычислительный эксперимент был проведен при $a=b=1$. Тогда

$$\tilde f(s)=\begin{cases}0{,}5, & \partial\Omega\setminus\{y=0\},\\ 0, & y=0.\end{cases} \quad \tilde g(s)=\begin{cases}0, & \partial\Omega\setminus\{y=0\},\\ -1, & y=0.\end{cases} \quad \tilde h(s)=1 \text{ на } \partial\Omega.$$

$$f=\frac{0{,}5y}{y+x(1-x)(1-y)}, \quad g=\frac{-x(1-x)(1-y)}{y+x(1-x)(1-y)}, \quad h=1.$$

Результаты в виде линий уровня температуры (изотерм) и линий уровня функции тока (линий тока) приведены на рисунке 2 ($\mathrm{Re}=1, \mathrm{Pe}=1$ и $\mathrm{Gr}=50$).

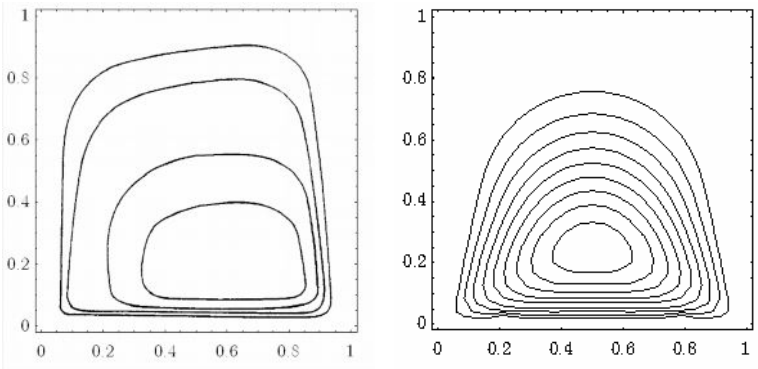


Рисунок 2 – Изотермы $T = \text{const}$ и линии тока $\psi = \text{const}$

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами физических экспериментов и результатами, полученными разностными методами [7]. Расхождения составили около 5%.

Выводы.

1. Таким образом, построен алгоритм решения задачи численного моделирования на основе метода R-функций, что дало возможность, в отличие от сеточных методов, получить выражение для функции тока в аналитическом виде, что существенно облегчает ее последующее использование.

2. Численное моделирование было проведено для прямоугольной области. Для конкретной задачи проводится сравнение полученного приближенного решения с приближенным решением, полученным другими авторами. Сделан вывод об эффективности предложенного метода решения.

Литература: 1. Ландау Л.Ф., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. – М.: Физматлит, 2003. – 736 с. 2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.–М.: Дрофа, 2003. – 840 с. 3. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. – М.: Наука, 1970. – 512 с. 4. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с. 5. Вабищевич П.Н. Метод фиктивных областей в математической физике. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1991. – 156 с. 6. Артюх А.В., Гибкина Н.В., Сидоров М.В. Об одном подходе к математическому моделированию плоских стационарных конвективных течений в конечных односвязных областях // Радиоэлектроника и информатика. 2007. № 4. С. 40 – 49. 7. Ettles C. Solution for flow in a bearing groove. Proc. 1. Mech. Eng. Tribology Convention, Pitlochry, Scotland, paper № 15, 1998.

Агапова І.С., Сидоров М.В., Яловега І.Г.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕЧІЇ В КАНАВЦІ ПІДШИПНИКА ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДА R-ФУНКЦІЙ

Розглядається застосування методу R-функцій для математичного моделювання плоскої стаціонарної течії в'язкої рідини в канавці підшипника. Обчислювальний експеримент був проведений для одиничного квадрата, отримані результати порівняні з розв’язками, отриманими іншими авторами

Agapova I.S., Sidorov M.V., Yalovega I.G.

MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL ANALYSIS OF THE FLOW IN THE BEARING GROOVE USING R-FUNCTIONS METHOD

The application of the method of R-functions for mathematical modeling of the plane steady flow of viscous fluid in the bearing groove is consider. Computational experiment was did for the unit square, the results are compared with solutions obtained by other authors.

УДК 621.89

Воронін С.В., Ткач В.В.

ВПЛИВ НАПРУЖЕНОСТІ ЗОВНІШНЬОГО ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ НА ТОВЩИНУ ЗМАЩУВАЛЬНОЇ ПЛІВКИ

Товщина граничної змащувальної плівки, або плівки молекул ПАР, що утворюється на поверхнях тертя є одним з головних чинників, що визначає знос деталей двигунів. Вона залежить від багатьох факторів, до яких відносяться матеріали поверхонь тертя, поверхнева активність молекул присадок, що додаються у моторні мастила, концентрація молекул присадок і ступінь їх агрегації в об'ємі мастила, температура моторного мастила, навантаження, що виникають в зоні контакту поверхонь тертя, швидкість ковзання (або кочення) поверхонь тертя тощо [1, 2]. Попередніми дослідженнями встановлено, що при обробці рідких мастильних матеріалів зовнішнім електростатичним полем товщина граничного шару молекул ПАР на поверхнях тертя збільшується у 1,5…2 рази, при цьому знос поверхонь тертя зменшується, відповідно у 2…4 рази [3, 4, 5]. Так в роботах [3, 4] досліджений вплив напруженості електростатичного поля на товщину шару молекул ПАР на металевих поверхнях, що утворюється з робочих рідин гідроприводів будівельних машин. Згідно досліджень, максимальний ефект збільшення товщини шару ПАР спостерігається при певних значеннях напруженості зовнішнього поля, величина якого для робочих рідин складає близько $0{,}5\ldots0{,}6\times10^6$ В/м. Збільшення товщини шару ПАР призводить до відповідного зменшення зносу пар тертя агрегатів гідроприводів будівельних машин [3, 5]. Результати наведених досліджень говорять про можливість використання електростатичної обробки для покращення трібологічних властивостей моторних мастил, однак такі дані на теперішній час відсутні, тому поставлене питання потребує теоретичного й експериментального вивчення.

Метою роботи є встановлення експериментальним шляхом закономірностей впливу напруженості зовнішнього електростатичного поля і температури моторних мастил на товщину плівки молекул ПАР, яка утворюється на металевих поверхнях деталей тертя ДВЗ.

В переважній більшості мобільної техніки використовуються двигуни внутрішнього згоряння, які працюють на двох типах палива – бензини та дизельні палива. Залежно від типу застосовуваного палива в системах змащення ДВЗ використовують дві групи моторних мастил: 1 – для карбюраторних (інжекторних) двигунів; 2 – для дизельних двигунів. Обидві групи широко застосовуються в експлуатації, тому в якості об'єкту дослідження були обрані дві марки мастила:

- мастила для дизельних високо форсованих двигунів М12-Г2;
- мастила для карбюраторних високо форсованих двигунів М6з-12Г1.

Обробка моторних мастил зовнішнім електростатичним полем проводилася в спеціальному пристрої, розробленому по рекомендаціях [3, 4].

При проведенні досліджень одним з чинників є напруженість електростатичного поля в зазорі між електродами пристрою. Для коаксіального розташування електродів її максимальне значення визначається по залежності

$$E = \frac{U_{ЗВ}}{r \cdot \ln(\frac{R}{r})} \tag{1}$$

де R, r – відповідно, радіуси зовнішнього та внутрішнього електродів;

$U_{ЗВ}$ – напруга, що подається на електроди.

Для забезпечення потоку мастила крізь електроди пристрою розроблена гідростанція (рис. 1), що дозволяє регулювати витрати рідини та температуру

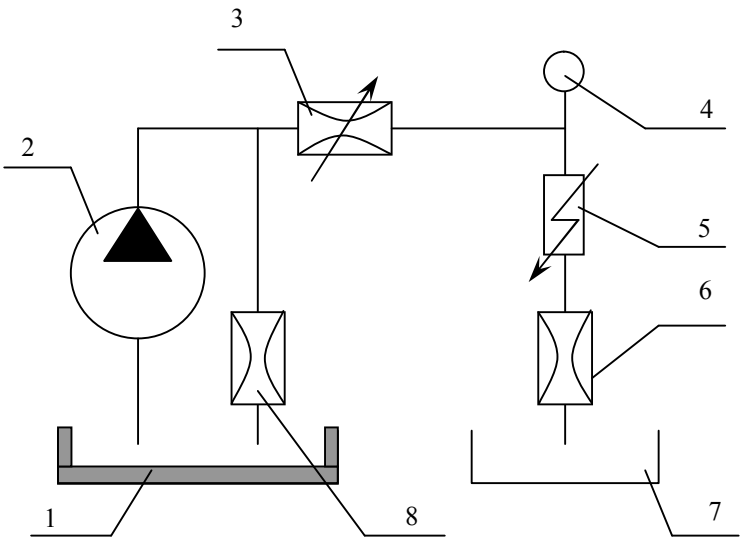


Рисунок 1 – Гідравлічна станція для проведення досліджень:
1 – термостатований бак з нагрівачем;
2 – пластинчастий насос;
3,6,8 – дроселі; 4 – манометр;
5 – пристрій для обробки мастил;
7 – ємність для відбору обробленого мастила

Для проведення вимірів товщини плівки ПАР, що утворюється на металевих поверхнях з моторних мастил розроблений прилад, в основі якого закладено метод «стопи Ахматова» [1, 6], який широко застосовується для вимірювання тонких адсорбційних шарів.

На відміну від відомого методу замість пластин були використані металеві кульки, що запобігло появі додаткової похибки вимірювань від наявності в мастилах (навіть у стані поставки) твердих часток забруднень, оскільки в приладі реалізовувався крапковий контакт (рис.2).

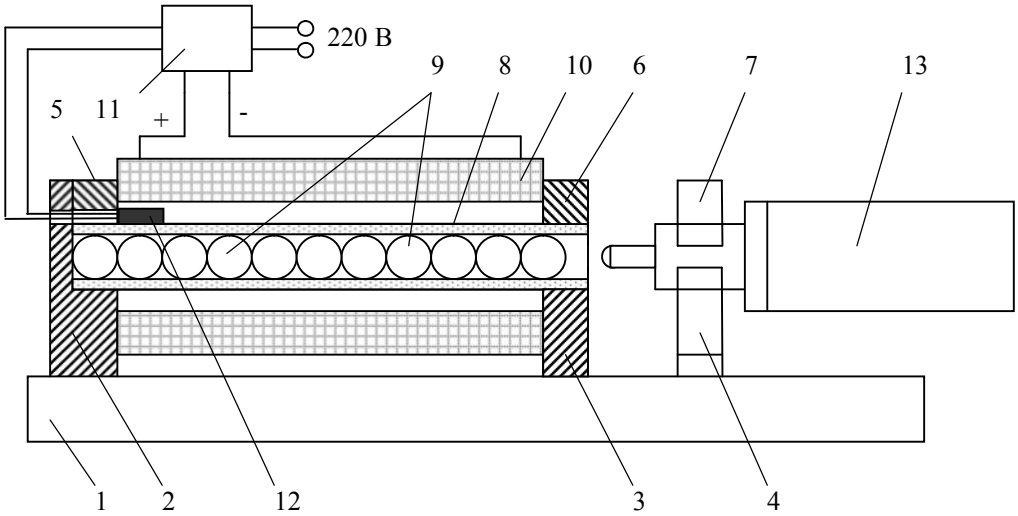


Рисунок 2 – Схема приладу для виміру товщини граничного шару ПАР:
1 – плита; 2, 3, 4 – опори; 5, 6, 7 – притискні кришки; 8 – трубка скляна; 9 – кульки; 10 – нагрівач; 11 – регулятор температури; 12 – датчик температури; 13 – мікрометр.

Кожен з вимірів товщини плівки ПАР полягав у отриманні різниці довжин стовпа сухих кульок і змочених пробою досліджуваного мастила. Для цього кульки 9 знежирювались бензином-розчинником Б-70, просушувались та розмішувалися в трубці 8 приладу. Мікрометрична головка мікрометру 13 за допомогою важеля притискалася до стовпа кульок зі сталим зусиллям. Після чого стрілка мікрометру встановлювалась на позицію «0» на шкалі. Важелем мікрометру відводили мікрометричну головку на максимальну відстань, виймали кульки та змочували їх досліджуваним мастилом. Потім змочені кульки закладали в трубку й повільно відпускали важіль. Терморегулятором 11 встановлювали температуру змоченого стовпа кульок на заданому рівні. Різницю у показаннях мікрометра заносили в журнал.

Експериментальні дослідження проводилися при таких сталих значеннях:

- швидкість потоку мастила крізь зазор між електродами 6 м/с, згідно рекомендацій [4];
- клас чистоти проб досліджуваних мастил 8…9 по ДСТУ 17216-2001.

Змінними чинниками при проведенні досліджень були напруженість електростатичного поля і температура мастила. Рівні варіювання головних чинників наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Рівні варіювання незалежних чинників

Рівень	Код	$X_1(E) \times 10^6$, В/м	$X_2(T)$, град К
Нижній рівень	-1	0	313
Нульовий рівень	0	0,5	333
Верхній рівень	+1	1	353

В дослідженнях встановлювались функції зміни товщини плівки ПАР для двох марок моторних мастил

$$h_1 = f(E,T), \quad (1)$$

$$h_2 = f(E,T). \qquad (2)$$

Для отримання функцій (1) і (2) у вигляді рівнянь регресії був складений план експерименту, який дозволив з мінімальною кількість дослідів визначити коефіцієнти рівнянь при заданій вірогідності. Згідно рекомендацій [7], був обраний ортогональний план двох факторного експерименту. Таким чином, в дослідженнях реалізовувались два паралельних експерименти для мастила М12-Г2 і два паралельних експерименти для мастила М6з-12Г1 по складеному плану, де в якості функції відгуку є товщина плівки ПАР, адсорбованої на поверхнях кульок, причому рівні варіювання напруженості поля та температури, а також значення сталих чинників залишалися незмінними в усіх випадках.

По результатам проведених досліджень отримані рівняння, що відбивають залежність зміни товщини шару ПАР для досліджуваних мастил:

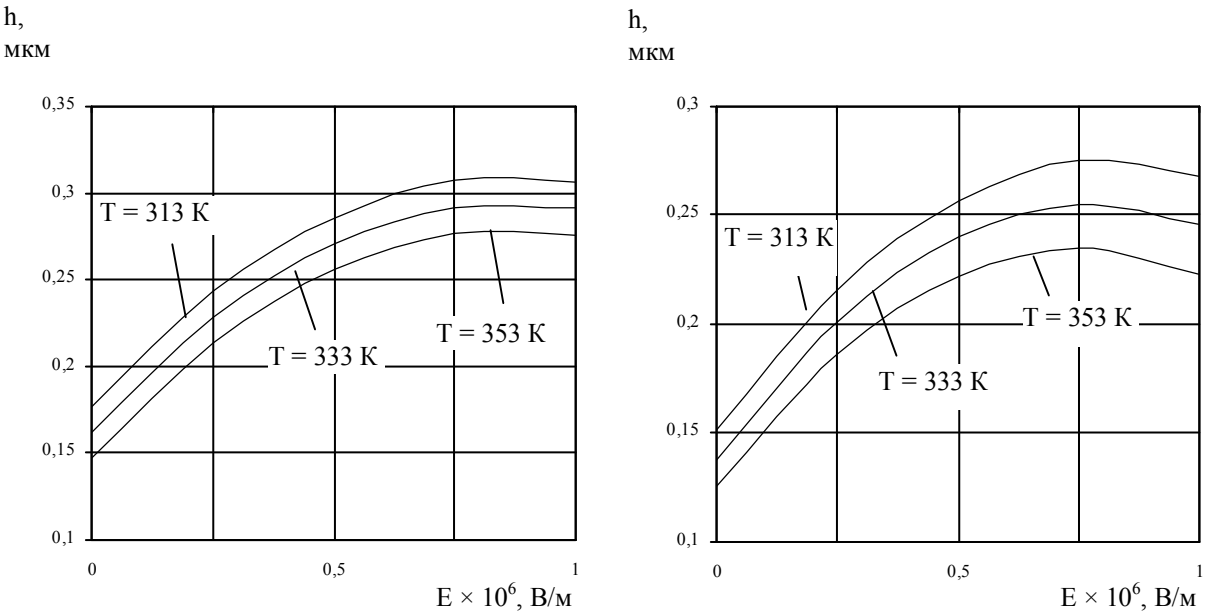
для моторного мастила М12-Г2

$$h = 4{,}09 + 3{,}07 \cdot 10^{-6} \cdot E - 7{,}41 \cdot 10^{-3} \cdot T - 1{,}78 \cdot 10^{-12} \cdot E^2, \qquad (3)$$

для моторного мастила М6з-12Г1

$$h = 3{,}39 + 4{,}77 \cdot 10^{-6} \cdot E - 6{,}02 \cdot 10^{-3} \cdot T - 1{,}91 \cdot 10^{-12} \cdot E^2 - 5{,}37 \cdot 10^{-9} \cdot E \cdot T, \qquad (4)$$

По отриманим моделям побудовані графіки залежності товщини плівки ПАР для досліджуваних мастил, які наведені на рис. 3 а), б).



а)

Рисунок 3 – Зміна товщини граничного мастильного шару:
а) - мастило М12-Г2; б) - мастило М6з-12Г

Згідно результатів проведених досліджень, товщина плівки молекул ПАР, що утворюється на металевих поверхнях залежить нелінійно від напруженості зовнішнього електростатичного поля, при цьому зі збільшенням напруженості спостерігається ріст товщини для обох досліджуваних мастил. Так для мастила М12-Г2 товщина плівки ПАР зростає в 1,7 – 1,8 рази, в залежності від температури, рис. 3 а). Для мастила М6з-12Г1 товщина плівки зростає в 1,76 – 1,78 рази, рис. 3 б). Таке збільшення підтверджує основні теоретичні дослідження по визначенню залежності товщини адсорбованої плівки ПАР від напруженості електростатичного поля. Окрім напруженості зовнішнього поля на товщину адсорбованої плівки суттєво впливає температура мастила, яка змочує металеві поверхні. Експериментальними дослідженнями встановлено, що по мірі росту температури товщина плівки ПАР лінійно зменшується в досліджуваному діапазоні. Причому такий характер спостерігається як для дизельного мастила, так і для карбюраторного.

Висновки

1. Використання електростатичної обробки моторних мастил призводить до суттєвого покращення їх адсорбційної здатності, причому для досліджуваних мастил існує така напруженість поля, при якій ефект від електростатичної обробки максимальний.

2. Встановлена температурна залежність товщини плівки ПАР розкриває процеси десорбції молекул з поверхонь металу, оскільки зі збільшенням температури товщина мастильного шару зменшується для обох мастил. Це відбувається за рахунок збільшення рухливості молекул ПАР поблизу металевих поверхонь.

3. Збільшення товщини граничного шару ПАР моторних мастил призведе до зменшення зносу деталей двигунів внутрішнього згоряння, що підтверджується численними теоретичними та експериментальними дослідженнями зв’язку товщини шару ПАР із зносом поверхонь тертя технічних систем.

Література: 1. Ахматов А.С. Молекулярна фізика граничного тертя. М.: Фізмагіз,1993, – 472с. 2. Чичинадзе А.В. Тертя, зношування, змащення (Трибологія й триботехніка). Під заг. ред..- М: Машинобудування, - 2003.- 578с. 3. Александров Е.Е., Кравец И.А., Лысиков Е.Н. Повышение ресурса технических систем путем использования электрических и магнитных полей. Харьков НТУ «ХПИ» 2006, - 213с. 4. Косолапов В.Б. Повышение эксплуатационной надежности гидроприводов строительных и дорожных машин при воздействии внешнего электрического поля на рабочую жидкость. – Дис. канд. техн. наук.—Харьков, 1995.-- 212 с. 5. Лысиков Е.Н., Косолапов В.Б., Воронин С.В. Расчет толщины адсорбированных слоев молекул ПАВ на поверхностях трибосопряжений // Автомобильный транспорт: сб. научн. тр. – Харьков: РИО ХНАДУ. - 2001.– Вып. 7 – 8. – С. 95 – 99. 6. Баздеркин БА., Венцель С.В. Способ определения и разработка показателя смазочной способности масел в граничных условиях // Трение и износ. - 1985. - Т. 6, №1. -С.76 - 79. 7. Винарский М.С-, Лурье М.В. Планирование эксперимента в технологических исследованиях. - Киев: Техника, 1975. - 168 с.

Воронин С.В., Ткач В.В.

ВЛИЯНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ТОЛЩИНУ СМАЗОЧНОЙ ПЛЕНКИ

Приведены результаты экспериментальных исследований влияния напряженности внешнего электростатического поля и температуры моторного масла на толщину граничной смазочной пленки, которая формируется на поверхностях трения двигателей внутреннего сгорания.

Voronin S.V., Tkach V.V.

INFLUENCE OF TENSION OF EXTERNAL ELECTROSTATIC PAUL ON THICKNESS OF LUBRICATING TAPE

The resulted results of experimental researches of influence of intensity of an external electrostatic field and temperature of a motor grease oil for a thickness of a limiting greasing film, which It is formed on surfaces of a friction of internal combustion engines.

УДК 681.121.04

Мельничук С.І., Рудак С.М.

АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ СКЛАДОВИХ СПЕКТРУ ШУМІВ ПОТОКУ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ВИТРАТИ ГАЗУ

За схемою вимірювання витрати газових середовищ [1] вихровим ентропійним перетворювачем частоти шумового сигналу, які фіксуються чутливим елементом знаходяться в діапазоні 20-20000 Гц. Одним з невирішених завдань є встановлення величини впливу наявних гармонійних складових вимірювального сигналу на такі його характеристики як математичне сподівання Мх та середнє квадратичне відхилення СКВ. Враховуючи те, що інтенсивність різних гармонійних складових вимірювального сигналу по-різному впливає на його статистичні характеристики доцільно розглянути можливість виділення частотних смуг, які б дозволили мінімізувати вплив гармонійних складових, що не несуть інформації про витрату контрольованого середовища.

Для вирішення окресленої задачі проведено низку експериментальних досліджень з використанням турбулізатора конусної форми [2], вимірювальний перетворювач розташовано на прямолінійній ділянці трубопроводу, відстань до перетворювача – 25*D*. Для максимізації неконтрольованих збурень обрано місцевий опір невизначеного типу, в склад якого увійшли коліна, заглушені трійники і крани. Дослідження проводились для витрат вимірювального середовища 1,87 м^3/год, 3,93 м^3/год, 5,87 м^3/год, 7,84 м^3/год та 9,89 м^3/год у лабораторних умовах на базі стаціонарної дзвонової установки ІВФ “Темпо” (м. Івано-Франківськ), границі основної відносної похибки якої ±0,13%, в умовах стабілізованої температури вимірюваного середовища 20±0,5^{o}С, робочого тиску 114,0 мм водяного стовпа, робочого середовища – повітря.

Отриманий з первинного перетворювача шумовий сигнал [1], параметри якого пропорційні до швидкості потоку газу, оцифровується в результаті чого формується послідовність фрагментів сигналу фіксованої довжини, на основі яких здійснюється розрахунок поточних оцінок їх ентропії. Один з варіантів частотного розділення вимірювального сигналу – застосування цифрових фільтрів[3], зокрема реалізації програмного цифрового фільтру з фінітною імпульсною характеристикою – КІХ-фільтра. Така реалізація забезпечує оброблення сигналів без внесення змін в конструкцію засобу вимірювання, крім того поки динамічний діапазон вимірювального каналу має бути розрахований на передачу без спотворення суми найбільшого корисного сигналу і найбільшої завади. Таке підвищення вимог до динамічного діапазону вимірювальних перетворювачів негативно впливає на їх точності.

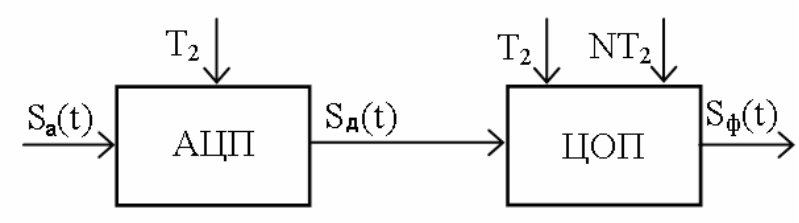


Рисунок 1 - Структурна схема КІХ-фільтра шумового сигналу вихрового ентропійного перетворювача

В склад цифрового КІХ-фільтра входить аналого-цифровий перетворювач (АЦП) та цифровий обчислювальний пристрій (ЦОП) (рис.1). АЦП формує коди, пропорційні інтегральним або миттєвим квантованим значенням вимірювального аналогового сигналу. Далі ці коди обробляються в ЦОП, де відтворюється алгоритм роботи цифрового КІХ-фільтра – обчислення зваженої суми послідовних значень коду. На схемі T_2 – час дискретизації, NT_2 – обновлення вихідного результату.

Фільтр спроектовано методом зважування за допомогою формуючого вікна. Суть цього способу полягає в наступному. Відомо, що частотна характеристика цифрового фільтра $H(\omega)$ є періодичною функцією частоти, тому може бути представлена рядом Фур'є

$$H(\omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} h[l] e^{-j\omega l T} \tag{1}$$

де $h[l]$ – імпульсна характеристика фільтра; T – інтервал дискретизації.

Імпульсна характеристика фільтра, що відповідає бажаній частотній характеристиці, як правило інфінітна, тому її практично реалізувати складно. Для реалізації КІХ-фільтра потрібно обмежити область зміни імпульсної характеристики фільтра $h[l]$ по аргументу l деяким апріорно вибраним значенням L.

На першому етапі досліджень проведено (почергово) оброблення інформаційно-вимірювального сигналу вузькосмуговим фільтром з метою покрокового дослідження всього діапазону частот спектру шумового сигналу для максимальної витрати контрольованого діапазону (9,89 м^3/год) з підсиленням кожної частотної смуги відповідно до енергетичних характеристик сигналу $S_a(t)$ кожної з витрат (рис.2).

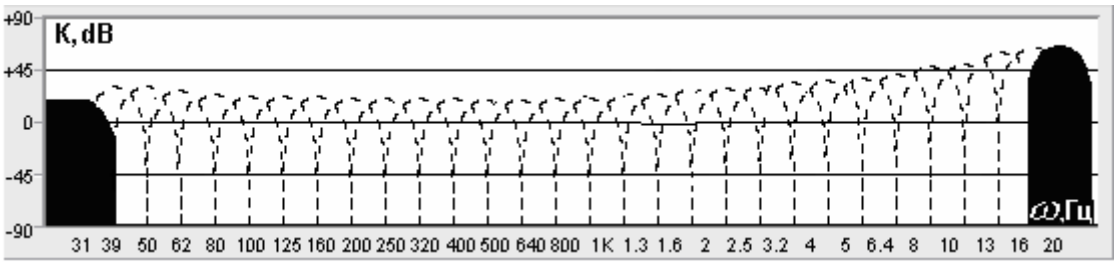


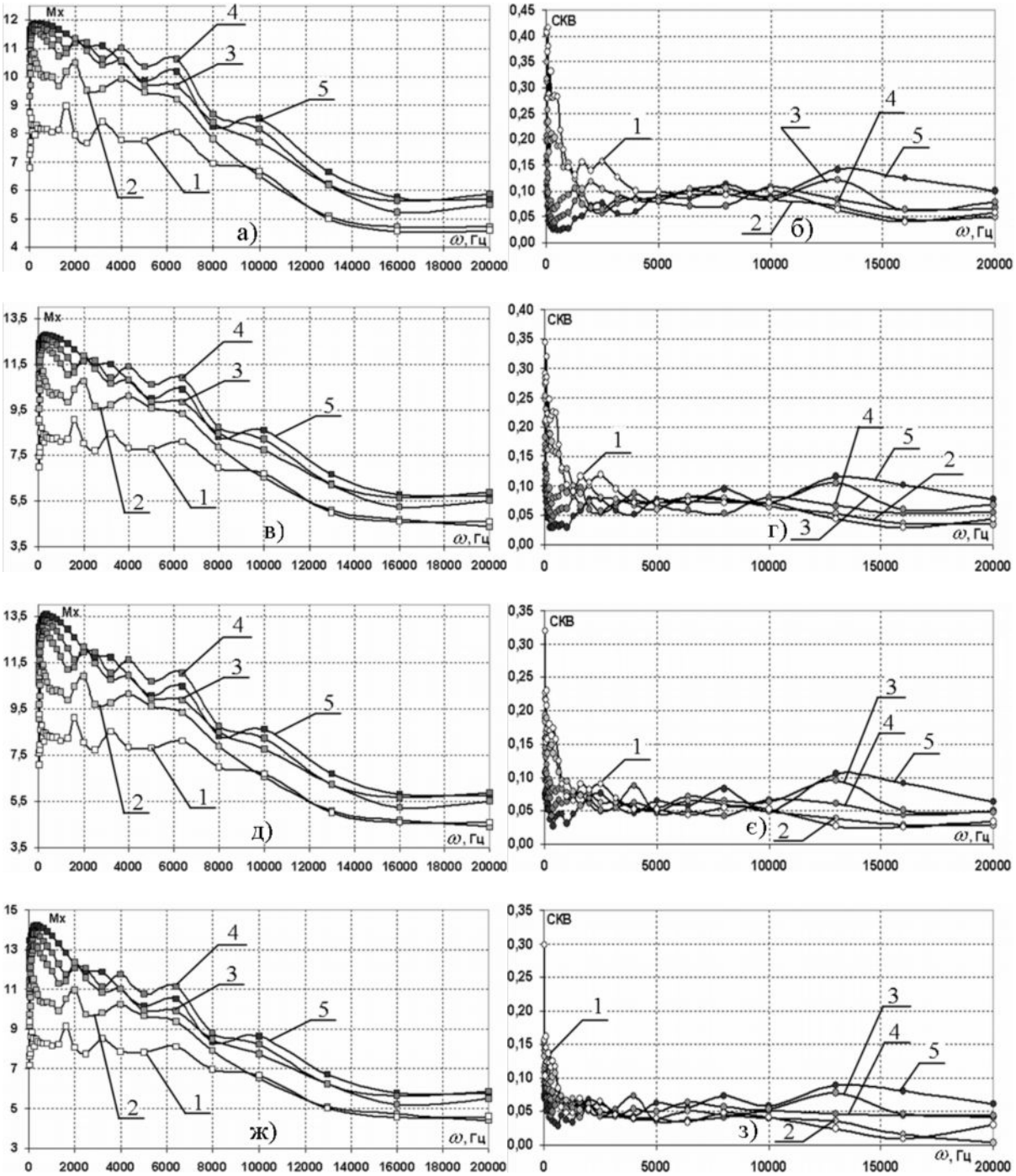
Рисунок 2 - Значення коефіцієнту підсилення К гармонік спектру шумового сигналу з урахуванням енергетичних характеристик витрати 9,89 м^3/год

Таким чином встановлено, що найменше значення коефіцієнту підсилення потребує окіл частоти 400 Гц – 12,05 dB. З метою мінімізації спотворень вимірювального

сигналу, які зумовлені обмеженням розрядності АЦП та зручності алгоритмічної реалізації оброблення сигналів прийнято коефіцієнт підсилення 10 dB.

На наступному етапі досліджень з метою виявлення найефективніших частотних складових сигналу за Мх (рис. 3 а, в, д, ж, і) та СКВ (рис. 3 б, г, є, з, ї) проведено фільтрацію кожної з гармонік спектру з коефіцієнтом підсилення 10 dB для різних розмірів вибірок та для кожної вимірювальної витрати.

Визначальним критерієм оцінки якості за Мх вибрано найбільше розмежування (різниця) відповідності послідовності значень випадкових величин за діапазоном вимірювання.



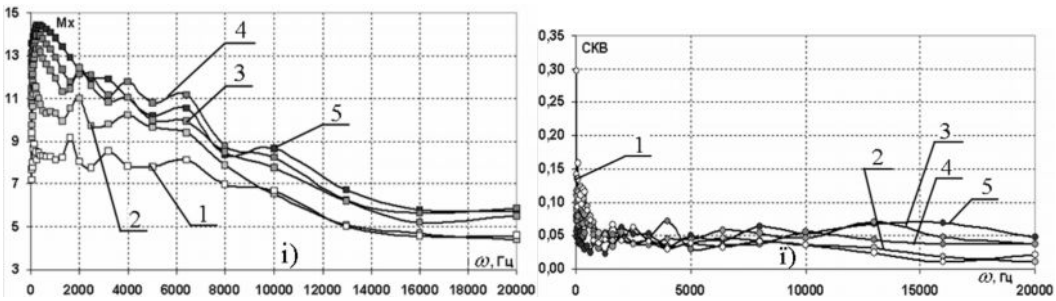


Рисунок 3 - Характеристики Мх а), в), д), ж), і) та СКВ б), г), є), з), і) для витрат середовища 1 – 1,87 м^3/год, 2 – 3,97 м^3/год, 3 – 5,87 м^3/год, 4 – 7,84 м^3/год, 5 – 9,89 м^3/год після фільтрації з коефіцієнтом підсилення 10 dB для розміру вибірок n=4096, n=8192, n=16384, n=32768, n=44100 відліки (зверху вниз).

Як бачимо на рисунках, це діапазон гармонік частот ≈ 31 – 1600, 3200, 10000 Гц. Для СКВ – найменше середнє значення із урахуванням наявного діапазону витрат: ≈ 500 – 11000 Гц.

З урахуванням накладання діапазонів гармонік частот спектрів сигналів для Мх та СКВ найефективнішими ділянками можна вважати 500-1600, 3200 та 10000 Гц.
Далі доцільно дослідити об'єднання вищеозначених спектральних смуг інформаційно-вимірювального сигналу, враховуючи характеристики Мх та СКВ (рис. 4).

Як і для першого етапу дослідження, з метою усунення спотворень вимірювального сигналу, зумовлених обмеженням розрядності АЦП вибрано коефіцієнт підсилення К=2 dB для об'єднання спектральних смуг 500-1600, 3200 та 10000 Гц.

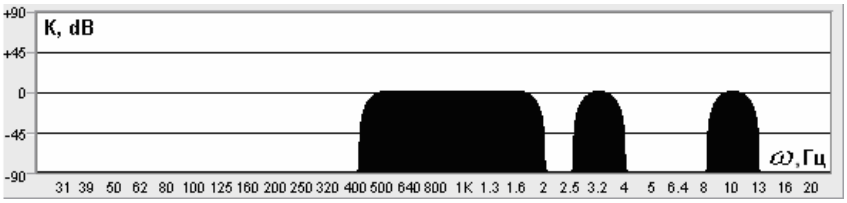
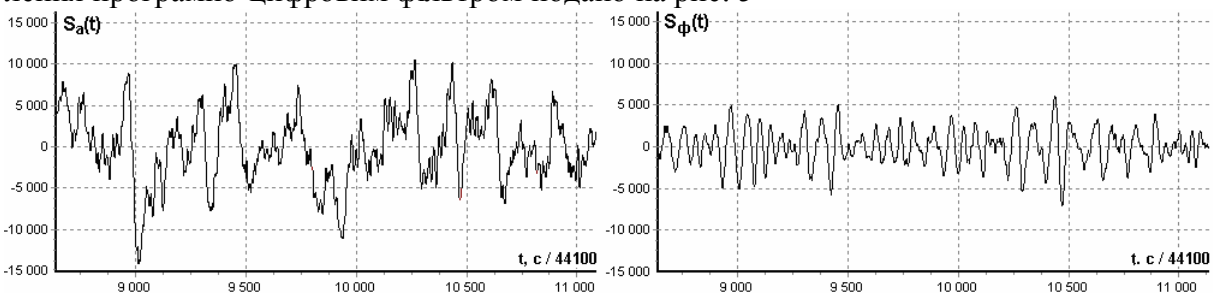


Рисунок 4 - Фільтрування спектру шумового сигналу з урахуванням критеріїв якості за Мх та СКВ з коефіцієнтом підсилення К=2 dB

Для визначення ефективності виділення (фільтрування) шумових сигналів, фіксованими вихровим ентропійним перетворювачем, порівняння за Мх та СКВ проведено з сигналами повного частотного спектру (відзнятими) відповідних витрат Q та розмірів вибірок n.

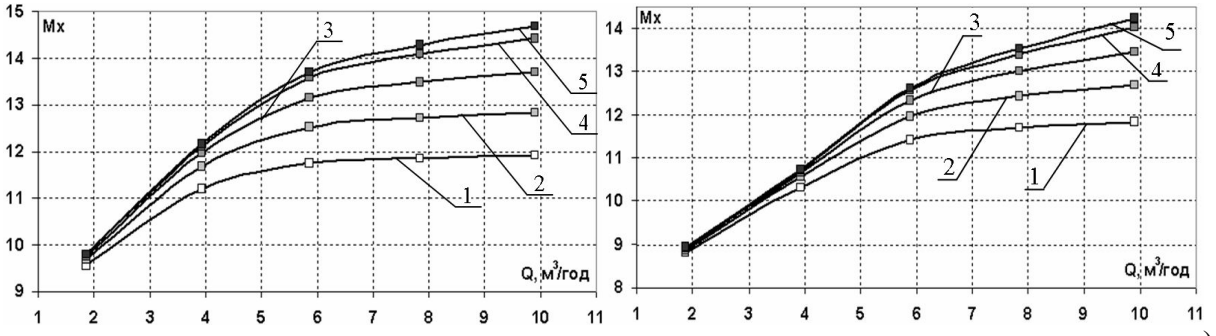
Фрагменти інформаційно-вимірювальних шумових сигналів до та після оброблення програмно-цифровим фільтром подано на рис. 5



а) б)

Рисунок 5 - Характеристики відзнятого а) та фільтрованого б) шумових сигналів витрати середовища 5,87 м^3/год з коефіцієнтом підсилення К=2dB.

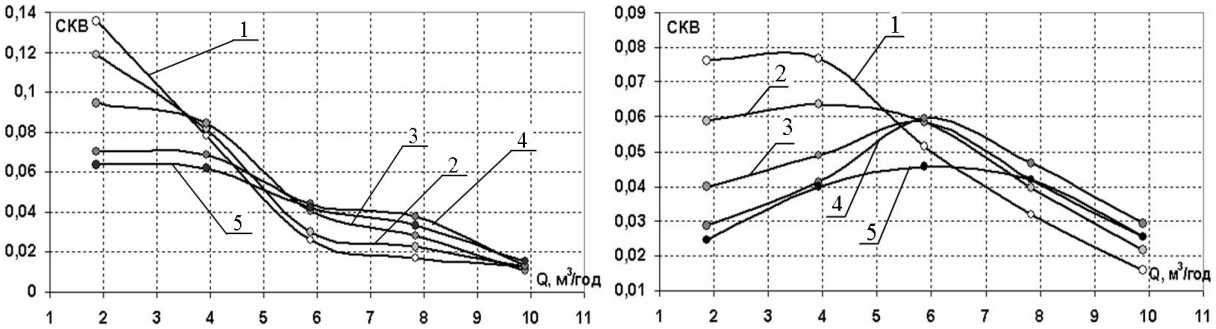
Після виділення (фільтрування) окремих частотних смуг спектру з подальшим обчисленням ентропійних оцінок послідовних фрагментів сигналу можна зауважити, що розподілення (рис.6 б) ентропійних оцінок $S_ф(t)$ за досліджуваним діапазоном витрат є дещо вищим порівняно з відзнятим сигналом (рис.6 а). Особливо це прослідковується для розміру вибірки n=4096 відліки (рис.6 а), де значення оцінок ентропії для витрат 5,87 – 9,89 м^3/год практично не відрізняються.



а)

Рисунок 6 - Характеристики зміни маточікування для фільтрованих вимірювальних сигналів досліджуваних витрат з урахуванням критеріїв якості за Мх та СКВ для розмірів вибірок 1 – n=4096, 2 – n=8192, 3 – n=16384, 4 – n=32768, 5 – n=44100 відліки.

Крім того, СКВ оцінок ентропії вимірювального сигналу $S_ф(t)$ (рис. 7б) – дещо менше в області малих витрат та для малих розмірів вибірок (n=4096, n=8192 відліки) відповідно до відзнятого сигналу $S_a(t)$ (рис. 7а), а це важливий фактор, оскільки енергія та стаціонарність шумового сигналу для ентропійних характеристик менша, а розсіяність результатів відповідно більша.



а)

Рисунок 7 - Характеристики зміни середнього квадратичного відхилення для фільтрованих вимірювальних сигналів досліджуваних витрат з урахуванням критеріїв якості за Мх та СКВ для розмірів вибірок 1 – n=4096, 2 – n=8192, 3 – n=16384, 4 – n=32768, 5 – n=44100 відліки.

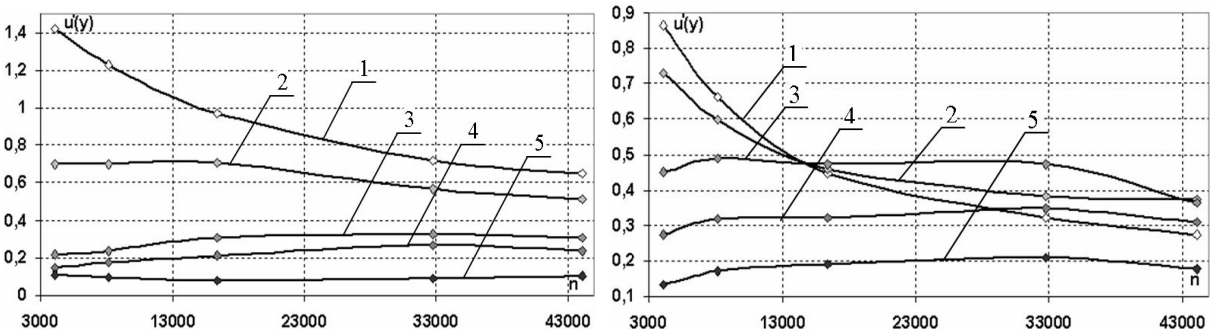
Під час вимірювання витрати газових середовищ вихровим ентропійним перетворювачем контрольована величина може бути повністю описана лише при необмеженій кількості даних (інформації). Тому визначення такої величини майже завжди неповне і робить внесок в невизначеність [3], тобто параметр, що зв'язаний з результатом вимірювання і характеризує розсіяння значень, які могли б бути обґрунтовано приписані вимірюваній величині, що може бути, а може і не бути значимою в порівнянні з необхідною точністю вимірювання.

Відношення стандартної невизначеності $u(y)$ (СКВ) до значень оцінки вимірювальної величини y (Мх), що виражене у відсотках визначається відносною стандарт-

ною невизначеністю [4, 5]:

$$u'(y) = 100 \cdot \frac{u(y)}{y} \qquad (2)$$

Найбільша невизначеність результатів вимірювання і для відзнятих, і для оброблених фільтром сигналів, що відповідають малим витратам середовища (рис.8а, б), при збільшенні останніх зменшується, проте для безпосередньо відзнятих сигналів (рис.8а) невизначеність для малих витрат є більшою. Зростання ж розмірів вибірок n приводить до зменшення невизначеності.



а) б)

Рисунок 8 - Результати відносної стандартної невизначеності фільтрованих сигналів для витрат середовища 1 – 1,87 м^3/год, 2 – 3,97 м^3/год, 3 – 5,87 м^3/год, 4 – 7,84 м^3/год, 5 – 9,89 м^3/год

Отже, в результаті проведення вищеописаних досліджень встановлено доцільність застосування попереднього виділення частотних смуг вимірювального сигналу, які забезпечують мінімальну невизначеність під час оброблення вимірювальних сигналів за ентропійними оцінками. За результатами експериментальних досліджень виділено частотний спектр сигналів (500-1600, 3200, 10000 Гц), який забезпечує найбільше розмежування Мх та найменше СКВ сигналів, що відповідають суміжним витратам потоку газу за діапазоном вимірювання. Такий підхід дозволяє суттєво зменшити невизначеність результатів вимірювання вихровим ентропійним перетворювачем порівняно з результатами нефільтрованих сигналів для витрат середовища 1,87 та 3,97 м^3/год незалежно від розміру вибірки, за якою здійснюється оцінка ентропії.

На наступних етапах досліджень доцільно проаналізувати вплив відстані прямих ділянок трубопроводів до первинного перетворювача, порівнюючи з фільтрованими та нефільтрованими шумовими сигналами на невизначеність вимірювання згаданим способом.

Литература: 1. Заявка на пат. а 2009 11068 Україна, МПК G 01 F 25/00. Спосіб вимірювання витрати газових середовищ / Мельничук С. І., Рудак С. М. (Україна); заявл. 02.11.2009.2. Рудак С. М. Аналіз впливу форми турбулізатора вихрового витратоміра газу на ефективність ентропійних оцінок шумів потоку. – 2009. – № 4. – Хмельницький: "Вісник Хмальницького національного університету", 2009. – с. 39 – 46 3. Гутников В. С. Фильтрация измерительных сигналов. Л: Энергоатомиздат. Ленингр. отдние, 1990. – 192 с. 4. Пістун Є. П., Лесовой Л. В. Нормування витратомірів змінного перепаду тиску. – Львів: ЗАТ “ Інститут енергоаудиту та обліку енергоносіїв”, 2006. – 576

с. 5. Новиков В. М., Коцюба А. М. Основи метрології та метрологічна діяльність: Частина 2. Навчальний посібник. – К: Нора-прінт, 2001. – 210 с.

Мельничук С.И., Рудак С.М.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩИХ СПЕКТРА ШУМОВ ПОТОКА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ РАСХОДА ГАЗА

Проведено исследование эффективности применения разных составляющих спектра при измерении затраты газа вихревым ентропийным преобразователем

Melnychuk S.I., Rudak S.M

ANALYSIS OF EFFICIENCY OF APPLICATION OF CONSTITUENTS OF SPECTRUM OF NOISES OF STREAM AT MEASURING OF EXPENSE OF GAS

Research of efficiency of application of different constituents of spectrum at measuring of expense of gas is conducted by noise entropy transformer.

УДК 539.3

Назаренко С.А., Симсон Э.А.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Интенсификация рабочих процессов в современных машинах, подвергающихся воздействию тепловых, гидроаэромеханических, электромагнитных и других полей, обуславливают необходимость высокого уровня интеграции наукоемких технологий виртуального моделирования (Virtual Product Development)[1-8]. Необходимость комплексного моделирования сложных составных конструкций, создания достоверной цифровой модели прототипов и проведения виртуальных испытаний, приближенных к условиям эксплуатации; внутренняя логика интеграции различных научных дисциплин определяют потребность в создании совершенных моделей машин, обладающих высоким уровнем адекватности реальным объектам и процессам[1-4]. При разработке современных машин привлекаются специалисты из различных областей знаний, которые сталкиваются с необходимостью проведения больших объемов расчетных и экспериментальных работ по отработке функционирования многих модификаций изделий в различных эксплуатационных режимах[5-8]. Это стало возможно благодаря увеличению вычислительной мощности компьютеров, повышению эффективности вычислений (за счет сетевых Internet-технологий, многопроцессорности и параллелизации) [4-7].

Цель настоящего исследования заключалась в разработке на единой комплексной научно-методологической базе формализованных математических моделей для некоторых элементов машин в условиях действия физических полей различной природы и внешней среды. При выполнении процессов моделирования, наиболее полно приближенных к реальным условиям работы объекта, была предпринята попытка свести различные по физической природе процессы к единой унифицированной схеме анализа с использованием повторяемых и отлаженных этапов. Основное внимание уделялось оценкам влияния степени специфической связанности в системе на получаемые решения при достаточно больших размерностях векторов переменных состояния и проектирования. Процесс декомпозиции физико-механической модели на компоненты является плохо формализуемым творческим процессом. На базе методов и принципов системного и объектно-ориентированного анализа можно осуществить декомпозицию абстрактной модели на составляющие и связи между ними, а также реализовать их формальное

описание. От правильности выбранной стратегии зависит эффективность и точность решения. При численной реализации задач могут потребоваться значительные ресурсы памяти и большие затраты машинного времени нескольких компьютеров параллельно, при этом необходимо реализовать кластерный подход и взаимодействие через высокоскоростные Интернет соединения. Причем модули сетевого взаимодействия, как и большинство остальных модулей, должны быть заменяемыми.

Современные машины создаются и функционируют как комбинация множества взаимодействующих между собой и с внешней средой конструктивных элементов. Для адекватного моделирования конструкций их расчетные схемы нуждаются в представлении уточненными математическими моделями с взаимодействующими элементами разной мерности многокомпонентной структуры и сложной формы в условиях действия внешних полей разной физической природы. Задача анализа, как правило, сводится к решению систем дифференциальных уравнений в частных производных. Обобщенное уравнение движения различных математических моделей элементов машин (от одномерной до трехмерной) запишем следующим образом

$$A\left[\vec{V}\right]+D\left[\vec{V}\right]+C\left[\vec{V}\right]-\vec{f}=0,$$

где $\vec{x}$ - координатный вектор, $\vec{V}(\vec{x},t)$ - обобщенный вектор перемещений, A - оператор приведенных «жесткостных» характеристик; D - приведенный «инерционный» оператор; t - время. Конкретный вид оператора диссипативных сил C зависит от принятой модели трения: линейной, амплитудно- и частотно- независимой, амплитудно-зависимой гистерезисной. Структуру уравнений определяет тип исследуемого процесса, состав системы, граничные условия, нагрузки и условия сопряжения. Для упругого тела можно записать $A\left[\vec{V}\right]=K\vec{V}$, $D\left[\vec{V}\right]=M\dfrac{\partial^2\vec{V}}{\partial t^2}$, где K, M - линейные положительно определенные матричные операторы Реальные эксплуатационные режимы моделируются нагрузками $\vec{f}=\vec{f}\left(\vec{x},t\right)$, которые зависят от характера взаимодействия объекта с окружающей средой (газом, жидкостью) или с внешним полем (температурное, электромагнитное), а также от возможного контакта с другими элементами в структуре машины.

Возможности классических методов, базирующихся на решении системы уравнений в частных производных, определяющих краевые задачи математической физики, весьма ограничены. Краевая задача может быть приведена к вариационной форме. Основные разрешающие уравнения для процессов, изменяющихся во времени, могут быть непосредственно получены из обобщенного вариационного принципа Гамильтона-Остроградского, составляющие которого кинетическая энергия, потенциальная энергия (является наиболее важной энергетической характеристикой, выраженной через компоненты выбранного пространства состояний и при необходимости может включать, например, энергию электрической индукции для трехмерного пьезоэлектрического тела), работа приложенных сил. Вариационные методы приводят к матричной алгебраической проблеме и служат удобной основой для построения теоретически обоснованных расчетных схем. Задачи теории поля (теплопроводность, гидромеханика, расчет электрических или магнитных полей и т.д.) сводятся к системе уравнений, аналогичной соотношениям метода конечных элементов (МКЭ) для задач механики деформируемого твердого тела, являющегося наиболее мощным, универсальным и распространенным методом расчета. При этом особую важность приобретает решение проблемы формального разложения большой сложной задачи (модели) на систему простых. Операция де-

композиции позволяет корректно выделить совокупность разрозненных подмоделей из общей модели.

- При анализе объем и сложность вычислений настолько велики, что необходимо сегментирование системы. Полная конструкция представляется в виде совокупности иерархически соподчиненных подсистем различных уровней с сохранением структур и принадлежности. Исследование всей конструкции следует базировать на независимом анализе естественно заданных субструктур, а затем связывать эти подконструкции в единую систему. Изложенный подход делает возможным изъятие из полной расчетной модели некоторой ее части, перестроение сетки и более подробный анализ для выделенной области. Это может повысить эффективность численного моделирования, так как сначала делается анализ для грубой сетки, а затем для интересующей области (подконструкции) измельчается сетка и уточняется расчет.
- С точки зрения формальной логики все многообразие расчетных физико-механических технологий элементов машин можно классифицировать следующим образом. Рассмотрим вначале двухуровневые модели процессов с учетом их взаимного влияния друг на друга, которые являются комбинацией различных по физической природе процессов и, как следствие, расчетных схем взаимодействия. Введем следующие виды степеней связанности структурных элементов системы (для примера взята стационарная конечно-элементная модель):
- последовательная (при одностороннем действии)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22}(\vec{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_1 \\ \vec{F}_2(\vec{y}_1) \end{Bmatrix}; \tag{1}$$

- сильная (полная)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_1 \\ \vec{F}_2 \end{Bmatrix}; \tag{2}$$

- слабая с учетом обратных связей (при двустороннем взаимодействии)

$$\begin{bmatrix} K_{11}(\vec{y}_2) & 0 \\ 0 & K_{22}(\vec{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_1(\vec{y}_2) \\ \vec{F}_2(\vec{y}_1) \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

где K_{11}, K_{21}, K_{22} - обобщенные матрицы жесткости; $\vec{y}_1$ и $\vec{y}_2$ - обобщенные вектора узловых переменных состояния, $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ - обобщенные вектора нагрузок. Основным отличием моделей с последовательной (слабой) степенью связанности от сильной является отсутствие недиагональных блоков в глобальных матрицах K_{21}. Недостатком моделей сильной связанности является увеличение размерности и ширины ленты системы разрешающих уравнений, преимуществом - возможность достижения решения за одну итерацию. Разбиение на подпункты носит условный методологический смысл, поскольку физический процесс может иметь комплексный и взаимовлияющий характер. Предполагается, что связь между подмоделями однозначна, алгоритмизируема и корректна. Такая трактовка дает возможность формализовать процесс и распространить традиционный инструментарий анализа и синтеза. Моделирование структурными уравнениями, ориентированными на конкретный класс объектов, может включать большое

количество методов из различных областей с применением апробированных CAD/CAM/CAE-систем: ANSYS, COSMOS, NASTRAN, ACTRAN, Star CD, Fluent и т.д. Это может быть осуществлено как в ручном режиме, так и путем создания специализированных автоматизированных систем. Основная цель применения данного математического обобщения, реализуемого в едином информационном пространстве жизненного цикла изделий, заключена в повышении точности результатов, минимизации затрат времени на подготовку модели и трансляции промежуточных данных. При этом необходимо или использование единой информационной базы для всех этапов жизненного цикла, или разработка специальных процедур согласования структур данных на различных этапах.

Рассмотрим для примера колесо турбины, нагруженное тепловым потоком от выхлопных газов цилиндров ДВС [7]. Математическая модель сильной (полной) связанности (2) описывается системами уравнений в частных производных: тепломассопереноса и термоупругости в перемещениях [2]

$$c_{ij}\rho_{ij}\left(\frac{\partial T_i}{\partial t}+k_1\overline{U}_j\nabla T_i\right)=\nabla\left(\lambda_{ij}\nabla T_i\right)-k_2\left(3\lambda_i^*+2\mu_i^*\right)\alpha_{T_i}T_{0_i}div\frac{\partial\overline{V}_i}{\partial t}+k_3Q_i^{ИС}+Q_i^y$$

$$\rho_{ij}\frac{\partial^2\overline{V}_i}{\partial t^2}=\mu_i^*\nabla^2\overline{V}_i+\left(\lambda_i^*+\mu_i^*\right)\overline{grad}div\overline{V}_i-\left(3\lambda_i^*+2\mu_i^*\right)\alpha_{T_i}\overline{grad}\left(T_i-T_{0_i}\right),$$

где T_i - температурное поле деталей ДВС; $\overline{V}_i$ - векторное поле перемещений при деформациях деталей ДВС; $\overline{U}_j$ - векторное поле скоростей сред теплоносителей; ∇^2 - оператор Лапласа; $c_{ij},\rho_{ij},\lambda_{ij},\alpha_{T_i}$ - теплофизические параметры материалов (теплоёмкости, плотности, теплопроводности, коэффициент линейного расширения); T_{0_i} - номинальная температура; λ_i^*,μ_i^* - коэффициенты Ляме; $Q_i^{ИС},Q_i^y$ - приведенные мощности источников тепловыделяющих (хладопроизводящих) элементов; k_1,k_2,k_3 - коэффициенты (принимают значения 0 или 1), отражающие связанный характер процессов, протекающих в деталях ДВС. К системам уравнений необходимо добавить начальные и граничные условия с учётом особенностей крепления и внешнего теплообмена деталей ДВС.

Рассмотрим установившийся режим, когда температурное поле можно считать стационарным. Этот режим устанавливается при достаточно долгом прогреве после включения, постоянной внешней температуре и является основным рабочим режимом. Согласно гипотезе Дюамеля-Неймана обобщенные уравнения состояния приняты в виде тензорно-линейных соотношений:

$$\varepsilon_{ij}=A_{ijkl}\sigma_{kl}+\alpha_{ij}T,$$

где A_{ijkl}, α_{ij} – компоненты, которыми описываются особенности деформирования и температурного расширения материала, T - приращение температур, зависящее от координат. После декомпозиции, состоящей в разделении системы (модели) на подсистемы (подмодели) с сохранением структур и принадлежности одних элементов и подсистем другим, задача анализа включает в себя последовательно связанные подмодели (1):
1) задачу стационарной теплопроводности

$$\Lambda\vec{T}=\vec{Q},$$

где Λ - матрица теплопроводности, $\vec{Q}$ - вектор обобщенной тепловой нагрузки; 2) задачу термоупругости

$$K_{yy}\vec{y}_t = \vec{F}_t,$$

где K_{yy} - матрица жесткости; $\vec{y}_t$ - обобщенный вектор термоупругих перемещений; $\vec{F}_t$ - вектор нагрузок, определяемый распределением температур. Решение задачи теплопроводности определяет нагрузки для задачи термоупругости. Температурное нагружение оказывает двоякое действие: вызывает дополнительные статические напряжения, связанные с возникновением градиента температур, а также в некотором диапазоне изменяет физико-механические характеристики материала. Совместное решение задачи теплофизики и механики позволяет, с одной стороны, экономить затраты времени (например, за счет генерации единой КЭ сетки), а с другой стороны – более адекватно задавать нагрузки. Анализ проводился с использованием циклической симметрии. Температурные напряжения для колеса турбины составляют величины порядка 5...7 % напряжений от центробежных сил (рис. 1). Во многих случаях последовательная связь не только эффективнее сильной, но и более удобна, так как имеется возможность выполнять расчеты независимо.

Полная модель колеса турбины связана также с необходимостью решения задач термогазодинамики и колебаний. Задача анализа резонансного состояния колеса турбины в поле центробежных сил и тепловых нагрузок сводится к матричной проблеме

$$[K_{yy} + G(\vec{y}_s) - \lambda M_{yy}]\vec{y}_d = 0,$$

где M_{yy} - матрица масс; $G(\vec{y}_s, \vec{u})$ - матрица "геометрической" жесткости (приведенных начальных напряжений), формируемая на решении $\vec{y}_s$ статической задачи (температура + центробежные силы, рис. 2).

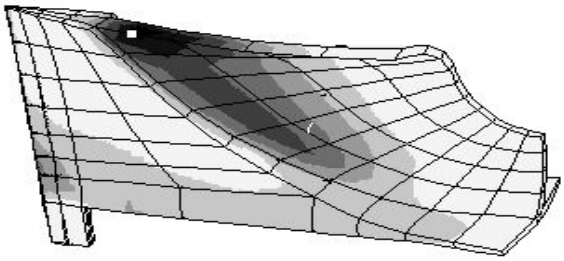


Рисунок 1 - Распределение интенсивностей статических напряжений

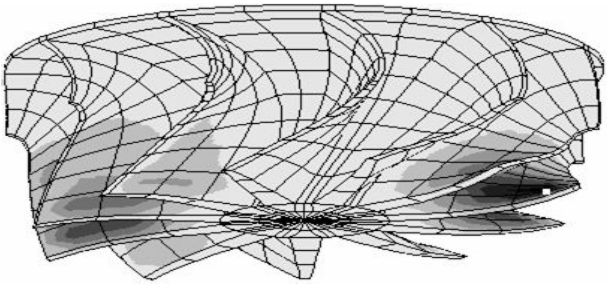


Рисунок 2 - Форма интенсивностей напряжений на 1-ой собственной частоте

Примером конструкций, для которых важен учет воздействия слабосвязанных физических полей различной природы (3), являются резонансные приборы. Особенностью таких задач является учет обратных связей (при двустороннем взаимодействии) и необходимость нескольких итераций при решении нелинейной задачи. Ультразвуковые колебания высокой интенсивности вызывают существенный разогрев системы. Соответствующая связанная нелинейная математическая модель включает стационарные уравнения теплопроводности

$$\Lambda\vec{T} = \vec{Q}(\vec{\sigma}(\vec{y}_d));$$

в которых функция тепловых источников строится по форме резонансных динамических напряжений как доля интенсивности гистерезисных потерь, и уравнения собственных колебаний

$$\left[K_{yy}(\vec{T}) - \omega^2 M_{yy}(\vec{T})\right]\vec{y}_d = 0,$$

включающие зависимость физико - механических характеристик и геометрии конструкции от распределения температуры. При этом выполняются итерации между различными физическими анализами до достигжения желаемого уровня сходимости. При двустороннем взаимодействии (3) в гидродинамическом анализе необходимо учесть деформации конструктивных элементов и повторить расчет параметров движения среды для новой геометрии. Общая расчетная схема может носить нестационарный характер, при этом временные шаги могут быть различными. Таким методом решаются задачи флаттера несущих поверхностей, вибраций в лопаточных машинах, искусственных сердечных клапанах и т.д.

Для случая акустического анализа, являющегося примером сильносвязанной задачи (2), конечноэлементная формулировка взаимодействия потока газа или жидкости с конструкцией при условии малости изменения средней плотности среды ρ принимает вид [2]:

$$\begin{aligned} &[K_F]\vec{p} + \left[C_F\right]\dot{\vec{p}} + [M_F]\ddot{\vec{p}} + \rho[R]\ddot{\vec{y}} = 0; \\ &[K_{yy}]\vec{y} + \left[C_{yy}\right]\dot{\vec{y}} + [M_{yy}]\ddot{\vec{y}} - [R]^T\vec{p} = \vec{F}_S(t) \end{aligned}, \qquad (4)$$

где $[M_{yy}]$, $[C_{yy}]$, $[K_{yy}]$ - матрицы масс, демпфирования и жесткости (может включать дополнительно матрицу геометрической жесткости, зависящую от предварительного напряженного состояния, определяемого гидростатическим давлением) конструкции; $[M_F]$, $[C_F]$, $[K_F]$ - матрицы масс, демпфирования и жесткости жидкости или газообразной среды; $[R]$ - матрица взаимосвязи “давление-перемещение”, определяемая из условия совместности на границе конструкции с жидкостью; $\vec{y}$, $\dot{\vec{y}}$, $\ddot{\vec{y}}$ - векторы перемещений, скоростей и ускорений конструкции; $\vec{p}$, $\dot{\vec{p}}$, $\ddot{\vec{p}}$ - векторы узловых давлений и его производных по времени; $\vec{F}_S(t)$ - вектор, приложенных к конструкции сил.

В случае низких частот возбуждения, когда длина волны значительно превосходит характерный размер конструкции, может использоваться модель несжимаемой жидкости. Отбросив члены первого уравнения (4) равные нулю, получим следующее выражение $\vec{p} = -\rho[K_F]^{-1}[R]\ddot{\vec{y}}$. Подставив его во второе уравнение, получим обычное динамическое уравнение конструкции, в котором к $[M_{yy}]$ добавлена матрица присоединенных масс. При модальном анализе, используемом для определения собственных частот и форм колебаний конструкции и являющемся базой данных для различных видов динамического отклика (например, анализ переходных процессов), разрешающее уравнение имеет вид

$$[K_{yy}]\vec{y} - \omega^2[M_{yy}]\vec{y} - \omega^2\rho[R]^T[K_F]^{-1}[R]\vec{y} = 0$$

В ряде задач, когда граница конструкции с жидкостью варьируется, что приводит к изменению матрицы присоединенных масс жидкости, автору представляется полезным применение математического аппарата анализа чувствительности. Как показано в работе [8], градиент собственного значения (собственной частоты, критической нагрузки) имеет вид

$$\lambda'_{u_i} = \vec{y}^T [K' - \lambda M'] \vec{y} / \vec{y}^T M \vec{y}.$$

Для приближенной оценки собственных частот конструкций с малыми изменениями $\Delta\vec{u}$ от базового варианта проектных переменных $\vec{u}_0$, может использоваться быстрый пересчет $\omega \approx \omega_0 + \vec{\nabla}_u^T \omega_0 \Delta\vec{u}$.

Рассмотрим оболочечную систему гидролокации. Приемно-передающее устройство параболической формы, закрепленное в центре, под воздействием мощного негармонического импульса, возбуждаемого кольцевым электромагнитом, совершает нестационарные, быстро затухающие колебания с вязким демпфированием, обусловленным погружением в жидкость. Качество излучателя во многом определяет главный коэффициент усиления (максимальное по времени давление гидроакустической волны, создаваемое по направлению главного максимума диаграммы направленности). В случае нестационарного режима после разложения по собственным формам колебаний и использовании интеграла Дюамеля решение задачи оптимального проектирования сводится к управлению функционалом, зависящим от нескольких “резонирующих” (привлекаемых) частот и форм. На рис. 3 и 4 приведено распределение коэффициентов чувствительности собственных частот оболочки к изменению приведенных инерционных характеристик.

Операция композиции состоит в объединении нескольких подмоделей в одну. Метод композиции моделей легко обобщается на случай произвольного множества исходных моделей. После сборки, состоящей в преобразовании модели, реализующей поставленную цель из заданных или определяемых подмоделей (структурно связанных и устойчивых), возможно построение многоуровневых иерархических систем. Так в случае излучателя, работающего на большой глубине в жидкости и изготовленного из пьезоактивного материала, для достижения хорошего соответствия математической модели реальному поведению конструкции необходимость учитывать и связь напряженно-деформиро-ванного и электрических полей в конструкции:

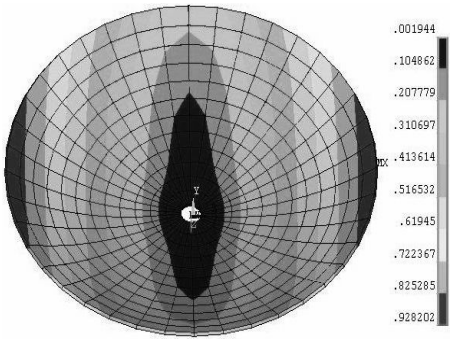


Рисунок 3 - 1я собственная частота.

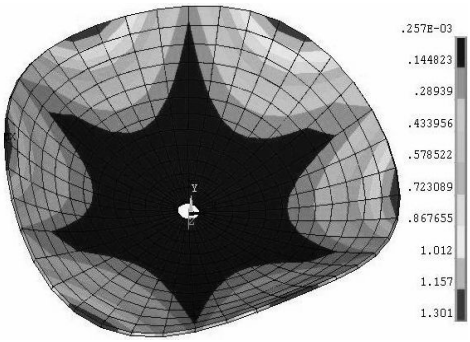


Рисунок 4 - 6-я собственная частота.

$$[K_{yy}]\vec{y}_s = \vec{F}_s;$$

$$\{[K_{yy}]+[G(y_s)]-\omega^2[M_{yy}]\}\vec{y}+[K_{y\varphi}]\vec{\varphi}-[R]^T\vec{p}=0;$$

$$[K_F]\vec{p}-\omega^2[M_F]\vec{p}-\omega^2\rho[R]\vec{y}=0;$$

$$[K_{\varphi y}]\vec{y}+[K_{\varphi\varphi}]\vec{\varphi}=0$$

где $\lfloor K_{\phi\phi} \rfloor$ - матрица диэлектрической проницаемости; $\lfloor K_{y\phi} \rfloor$ - матрица пьезоэлектрической связи; $\vec{\phi}$ - вектор потенциалов.

Данное исследование позволило провести классификацию задач анализа мультифизичных конечноэлементных моделей различной степени связанности, позволяющую построить схему для декомпозиции комплексной проблемы на ряд отдельных физических задач, и успешно апробировать разработанный математический аппарат на ряде конструкций. Анализ структуры и типов связей между отдельными задачами служит основой схемы последовательности решения общей проблемы. Использование единой расчетной модели для мультифизичного моделирования позволяет минимизировать время, обычно затрачиваемое на подготовку множества расчетных моделей, преобразование и передачу данных от одной расчетной модели в одной системе к другой модели в другой системе. Классификация может служить основой последующей унификации и стандартизации подходов. В построенной общей схеме приведены базовые принципы, которые будут использованы при дальнейших разработках математического аппарата для исследования жизненного цикла ряда современных конструкций

Литература: 1. Piegl L.A. Ten challenges in computer-aided design / L.A. Piegl - Computer-aided design. 2005. №37. pp. 461-470. 2. Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. / Под общ.ред. А.Н.Гузя. - Киев: Наук.думка, 1987-1989. 3. http://www.cimdata.com/ 4. Кунву Ли. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / Ли Кунву – СПб.: Питер, 2004. – 560с. 5. Ткачук Н.А Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Н.А. Ткачук, Г.Д. Гриценко, А.Д. Чепурной и др. - Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57–79. 6. Flager F Multidisciplinary process integration and design optimization of a classroom building / F Flager, B Welle, P Bansal, G Soremekun, J Haymaker - Journal of Information Technology in Construction(ITcon) (2009) Vol. 14, pg. 595-612.. 7. Двигуни внутрішнього згоряння: Серія підручників у 6 томах. / За редакцією А.П. Марченка, А.Ф. Шеховцова – Харків: Видавн. центр НТУ “ХПІ”, 2004. 8. Назаренко С.А Анализ чувствительности конечномерных и континуальных моделей структурно связанных систем / С.А Назаренко - Вестник НТУ «ХПИ». 2007. № 22. С. 127-131.

Назаренко С.О., Самсон Е.А.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН ЗА НАЯВНОСТІ ДІЇ ПОЛІВ РІЗНОЇ ФІЗИЧНОЇ ПРИРОДИ

Розглядаються проблемні питання, що виникають при розробці математичних моделей елементів машин з урахуванням реального характеру зовнішнього навантаження різної фізичної природи. Розроблені методи аналізу послідовно зв’язаних, сильно зв’язаних, слабо зв’язаних мультифізичних просторових скінчено-елементних моделей елементів машин з високим ступенем геометричної і фізичної інформативності; які орієнтовані на великі розмірності векторів перемінних стану та проектування. Досліджено обчислювальні етапи. Розглянуті приклади застосування математичного апарату.

Nazarenko S.A., Simson E.A.

THE MATHEMATICAL MODELS OF ELEMENTS MACHINE DURING MULTIPHYSICS LOADING

The complexes of theoretical, calculable and applied questions of elements machine during multiphysics loading are studied. Coupled-field analyses are useful for solving problems where the coupled interaction of phenomena from various disciplines of physical science is significant. There are basically 3 methods of coupling distinguished by the finite element formulation techniques used to develop the matrix equations. The basic requirements were stated. The common scheme of interaction between structural elements was elaborated. New schemes for solving formulated problems are proposed. Computational stages are investigated.

УДК 621.432.4:534.16

Шатохин В.М., Ярмак Н.С.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В РОТОРНО-ПЛАНЕТАРНЫХ ГИДРОНАСОСАХ

Введение

Гидравлические насосы и двигатели, являясь основными агрегатами объемной гидропередачи, определяют надежность и ресурс гидропривода, его технические и экономические показатели. Среди современных гидромашин внимание привлекает класс роторно-планетарных трохоидных насосов и двигателей. Отметим, что фирмы мирового уровня занимаются конструированием и изготовлением насосов, высокоскоростных нагнетателей и высокомоментных многороторных гидромоторов преимущественно такого типа [1]. К основным достоинствам роторно-планетарных гидромашин (РПГ) следует отнести их долговечность, значительно более низкую стоимость и металлоемкость, низкие расходы на эксплуатацию, более высокие технические показатели. РПГ – качественно новая альтернатива поршневым, турбинным и винтовым устройствам, которые используются в выше названных целях.

Таким образом, разработка роторно-планетарных машин трохоидного типа будет способствовать появлению на Украине новейшей техники мирового уровня.

В настоящее время имеется значительное количество трудов, в которых рассматриваются особенности конструкции роторно-планетарных машин трохоидного типа, геометрическим и кинематическим аспектам их функционирования [1-5]. Работы, посвященные созданию математических моделей РПГ, исследованию динамических процессов в них в настоящее время практически отсутствуют. Это затрудняет: рациональный выбор конструктивных параметров, обеспечивающих допустимый уровень вибраций и нагрузки на подшипники; определение параметров противовесов и амортизаторов; выбор электродвигателей; исследование процессов пуска и установившихся режимов работы гидромашин.

Целью данной работы является создание достоверной математической модели роторно-планетарных гидронасосов с асинхронным электродвигателем (АД) в качестве привода для решения перечисленных задач.

1. Роторно-планетарные гидромашины.

На рис. 1 показан один из вариантов исполнения гидромашины с двухдуговым

эпитрохоидным контуром рабочей полости [3]. Основными деталями являются статор 1, торцовые диски 2, крышки корпуса 9, ротор 17 с лопатками радиального уплотнения 16 и торцовыми уплотнителями 14, вал 4 и противовесы 3. Если гидромашина рассчитывается на небольшую скорость вращения ротора, а незначительная вибрация ее корпуса не будет иметь значения, то противовесов 3 не делают, и конструкция гидромашины упрощается. Вал машины установлен в двух подшипниках скольжения 5.

Ротор приводится во вращение эксцентриком 6, который вращается в подшипнике скольжения 7, запрессованном в теле ротора. На одном из торцов ротора монтируется шестерня 13 синхронизирующего аппарата, которая находится в зацеплении с неподвижной шестерней 8, установленной на торцевой крышке.

Распределительные диски, статор и крышки корпуса имеют резиновые уплотнители 10 для исключения утечек жидкости. Каналы 15 статора служат для сообщения между собой распределительных окон противоположных дисков (для осуществления двухстороннего распределения). Распределение осуществляется ротором. Распределительные окна всасывания и нагнетания сообщаются со штуцерами, находящимися в приливах 11 крышки корпуса, для подсоединения гидромашины к магистрали. Статор и крышка соединяются болтами 12.

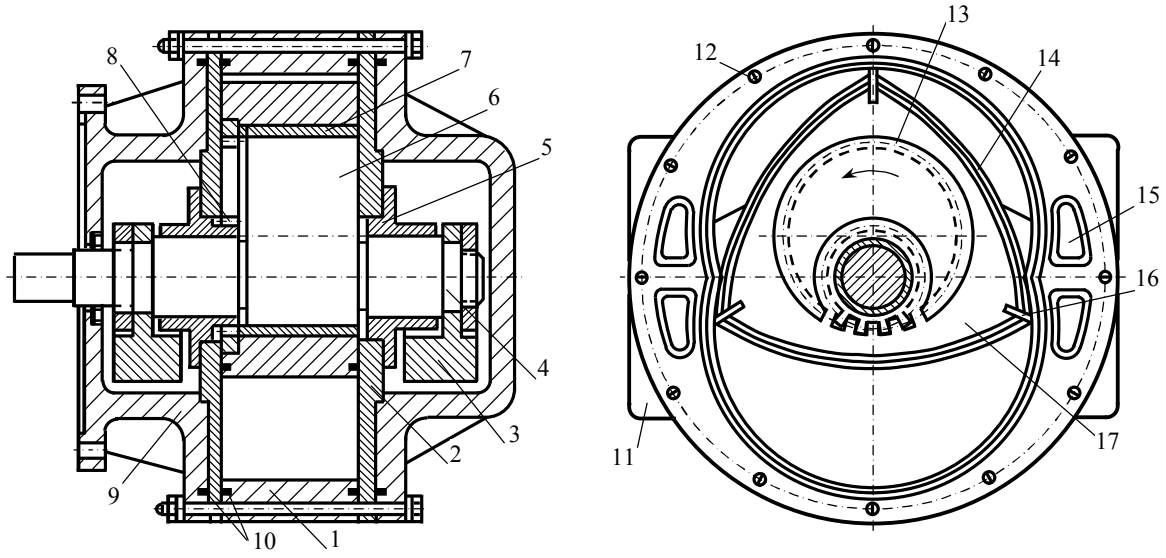


Рисунок 1 – Вариант конструкции роторно-планетарной гидромашины с эпитрохоидным контуром рабочей полости

Рабочая полость машины выполнена в виде двухдуговой эпитрохоиды с модулем $m = 3/2$, а ротор – в виде треугольника Релло ($z = 3$) [1]. Каждая камера в данной машине связана со своими штуцерами и работает независимо. При необходимости камеры могут работать с одной магистралью нагнетания. Ротор, выходной вал гидромашины вращаются в одну сторону. Скорость вращения вала в три раза превышает скорость вращения ротора.

2. Математическая модель динамических процессов в роторно-планетарных гидронасосах с АД.

Обобщенные координаты системы. На рис. 2 показаны насос 3 с приводным электродвигателем 1, основания которых 4 размещены на амортизаторах 5. Валы мотора и насоса соединены резино-пальцевой муфтой 2.

Уравнения движения запишем, применяя методику составления уравнений Лагранжа второго рода. Воспользуемся схемой гидронасоса (рис. 3), на которой ротор и

корпус изображены в текущей момент времени.

На схеме показаны: Oxy – основная (неподвижная) система координат, относительно которой гидронасос совершает плоскопараллельное движение, причем ее начало совпадает с центром масс (точка C) статора и вала гидромашины (без эксцентрика и противовесов), когда устройство находится в положении статического равновесия (точки C и O при этом совпадают); $Cx''y''$ – подвижная, поступательно перемещающаяся система координат; $Cx'y'$ – подвижная, жестко связанная со статором насоса система координат; x, y – текущие значения координат точки C; ϑ – угол поворота подвижной системы координат $Cx'y'$; φ – угол поворота вала насоса; φ_r – угол поворота ротора.

Обобщенными координатами рассматриваемой системы являются: углы поворота ротора электродвигателя и вала насоса соответственно $q_1 = \psi$, $q_2 = \varphi$; декартовы координаты $q_3 = x$ и $q_4 = y$, определяющие положение центра масс статора и вала насоса (без эксцентрика и противовесов); угол поворота статора $q_5 = \vartheta$.

Кинетическая энергия системы. Запишем выражения для кинетической энергии тел, образующих систему. Хотя вал насоса жестко связан с эксцентриком и противовесами, кинетические энергии этих тел целесообразно представить разными выражениями. Кроме большей наглядности представления суммарной кинетической энергии системы, это упростит исследование влияния противовесов на характер динамических процессов в ней.

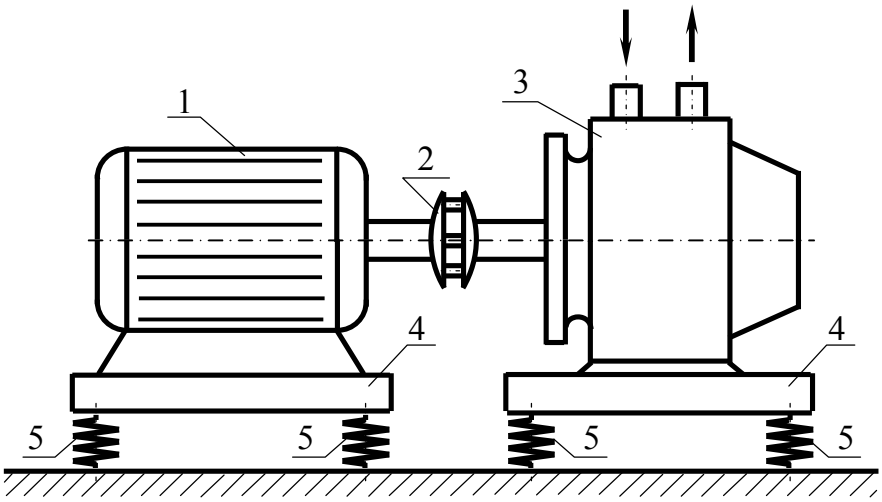


Рисунок 2 – Схема гидронасоса с приводным электродвигателем

Кинетическая энергия статора насоса при плоскопараллельном движении

$$T_1 = \frac{1}{2} M v_C^2 + \frac{1}{2} J \dot{\vartheta}^2 = \frac{1}{2} M \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 \right) + \frac{1}{2} J \dot{\vartheta}^2 , \qquad (1)$$

где M – масса статора;

v_C – скорость точки C (центра масс статора);

J – момент инерции статора относительно оси, проходящей через точку C.

Кинетическая энергия вала насоса (без эксцентрика и противовесов) при плоскопараллельном движении

$$T_2 = \frac{1}{2} m_g v_C^2 + \frac{1}{2} I_g \omega_g^2 = \frac{1}{2} m_g \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right) + \frac{1}{2} I_g \left(\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}\right)^2, \qquad (2)$$

где m_g – масса вала насоса;

I_g – момент инерции вала относительно оси, проходящей через точку C;

$\omega_g = \dot{\varphi} + \dot{\vartheta}$ – абсолютная угловая скорость вала (следует из теории сложения вращений вокруг параллельных осей).

Кинетическая энергия эксцентрика при плоскопараллельном движении

$$T_3 = \frac{1}{2} m_e v_{O_1}^2 + \frac{1}{2} I_e \omega_e^2, \qquad (3)$$

где m_e – масса эксцентрика;

v_{O_1} – абсолютная скорость центра масс эксцентрика;

I_e – момент инерции эксцентрика относительно оси, проходящей через центр масс (точка O_1);

$\omega_e = \dot{\varphi} + \dot{\vartheta}$ – абсолютная угловая скорость эксцентрика.

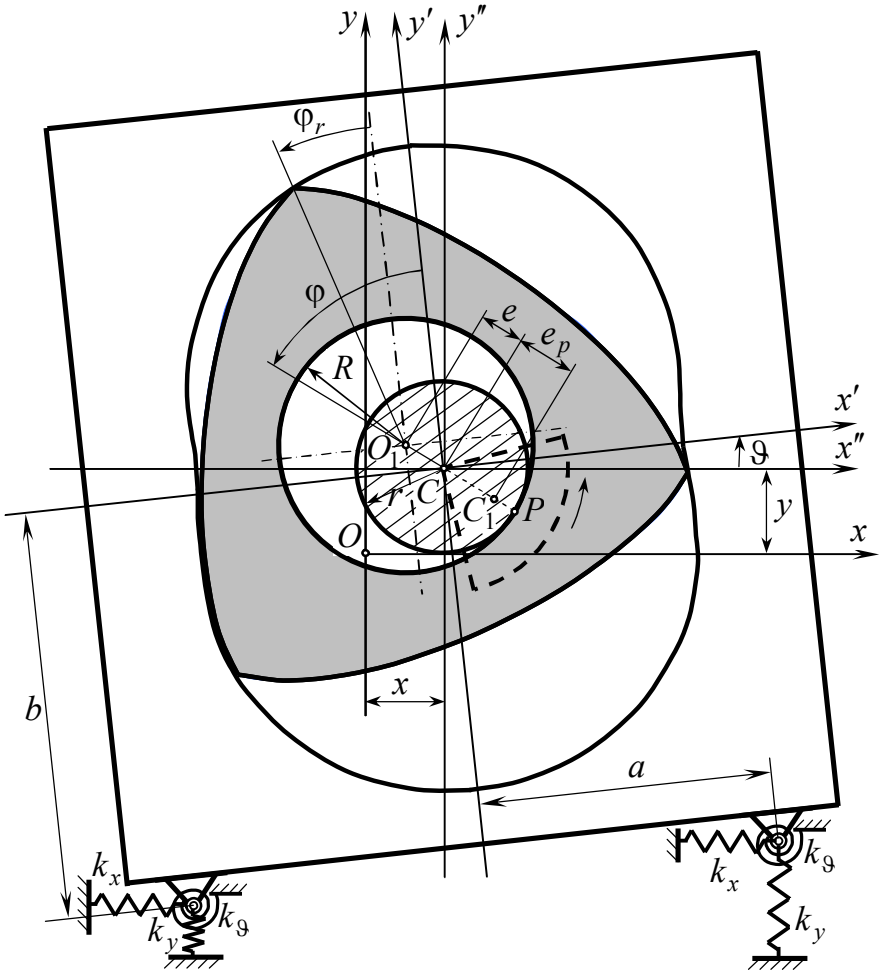


Рисунок 3 – Расчетная схема гидронасоса

Координаты точки O_1 в неподвижной координатной системе Oxy (следуют из формул преобразования координат при плоскопараллельном движении; см. рис. 3) имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} x_{O_1} &= x - e\sin\varphi\cos\vartheta - e\cos\varphi\sin\vartheta = x - e\sin(\varphi+\vartheta); \\ y_{O_1} &= y - e\sin\varphi\sin\vartheta + e\cos\varphi\cos\vartheta = y + e\cos(\varphi+\vartheta), \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где $e = CO_1$ – эксцентриситет.

С учетом того, что $v_{O_1}^2 = \dot{x}_{O_1}^2 + \dot{y}_{O_1}^2$, формула (3), после несложных преобразований, приобретает вид

$$T_3 = \frac{1}{2}m_e\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_e\dot{y}^2 + \frac{1}{2}\left(m_e e^2 + I_e\right)\left(\dot{\varphi}+\dot{\vartheta}\right)^2 -$$

$$- m_e e\left(\dot{\varphi}+\dot{\vartheta}\right)\left[\dot{x}\cos(\varphi+\vartheta) + \dot{y}\sin(\varphi+\vartheta)\right]. \tag{5}$$

Кинетическая энергия противовесов при плоскопараллельном движении (на рис. 3 противовесы показаны штриховой линией) находится аналогично предыдущему случаю. Имеем

$$T_4 = \frac{1}{2}m_p\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_p\dot{y}^2 + \frac{1}{2}\left(m_p e_p^2 + I_p\right)\left(\dot{\varphi}+\dot{\vartheta}\right)^2 +$$

$$+ m_p e_p\left(\dot{\varphi}+\dot{\vartheta}\right)\left[\dot{x}\cos(\varphi+\vartheta) + \dot{y}\sin(\varphi+\vartheta)\right], \tag{6}$$

где m_p – масса противовесов;

I_p – момент инерции противовесов относительно оси, проходящей через центр масс (точка C_1);

$\omega_p = \dot{\varphi} + \dot{\vartheta}$ – абсолютная угловая скорость противовесов;

$e_p = CC_1$ – эксцентриситет.

Кинетическая энергия ротора при плоскопараллельном движении (см. рис. 3)

$$T_5 = m_r\frac{v_{O_1}^2}{2} + I_r\frac{\omega_r^2}{2}, \tag{7}$$

где m_r – масса ротора;

v_{O_1} – абсолютная скорость центра масс ротора;

I_r – момент инерции ротора относительно оси, проходящей через центр масс (точка O_1);

ω_r – абсолютная угловая скорость ротора.

Нетрудно показать, что для устройства с модулем $m = R/r = 3/2$ при неподвиж-

ном статоре угловая скорость ротора в три раза меньше угловой скорости вала. Здесь через r и R обозначены радиусы начальных окружностей неподвижной 8 и подвижной 13 шестерен (см. рис. 1, 3).

Центр масс ротора O_1 описывает окружность радиуса $CO_1 = e$ с центром в точке C неподвижной шестерни. Модуль скорости точки O_1

$$v_{O_1} = \omega e = \omega(R - r) = \omega\frac{r}{2}. \tag{8}$$

С другой стороны, так как точка P является мгновенным центром скоростей для ротора, совершающего плоскопараллельное движение, то

$$v_{O_1} = \omega_r \cdot PO_1 = \omega_r R = \omega_r \frac{3}{2} r. \tag{9}$$

Сравнивая правые части этих выражений, получим

$$\omega_r = \frac{\omega}{3}. \tag{10}$$

При учете колебаний статора выражение для абсолютной угловой скорости ротора будет очевидно таким

$$\omega_r = \frac{\dot{\varphi}}{3} + \dot{\vartheta}. \tag{11}$$

С учетом (11) и того, что $v_{O_1}^2 = \dot{x}_{O_1}^2 + \dot{y}_{O_1}^2$ (см. выше), выражение (7) для кинетической энергии ротора приобретает вид

$$T_5 = \frac{1}{2} m_r \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_r \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m_r e^2 \left(\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}\right)^2 -$$

$$- m_r e\left(\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}\right)\left[\dot{x}\cos(\varphi + \vartheta) + \dot{y}\sin(\varphi + \vartheta)\right] + \frac{1}{2} I_r \left(\frac{\dot{\varphi}}{3} + \dot{\vartheta}\right)^2. \tag{12}$$

Кинетическая энергия ротора электродвигателя

$$T_6 = J_e \frac{\dot{\psi}^2}{2}, \tag{13}$$

где J_e – момент инерции ротора электродвигателя.

Полная кинетическая энергия системы с учетом формул (1), (2), (5), (6), (12), (13)

$$T = \sum_{k=1}^{6} T_k \ . \tag{14}$$

Здесь очевидное громоздкое выражение для T не приведено. В соответствие с теорией малых колебаний коэффициенты при обобщенных скоростях следует разложить в ряд Маклорена вблизи положения устойчивого равновесия ($x = y = \vartheta = 0$) и удержать в разложении только первый член. Фактически это означает, что при разложении $\cos(\varphi + \vartheta)$ и $\sin(\varphi + \vartheta)$ необходимо ограничиться только значениями указанных функций при $\vartheta = 0$, т.е. $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$ соответственно. Принимая это во внимание, введем для компактности записи обозначения:

$$\alpha_1 = M + m_g + m_e + m_p + m_r; \quad \alpha_2 = m_e e^2 + I_e; \quad \alpha_3 = m_p e_p^2 + I_p;$$

$$\alpha_4 = m_r e^2 + I_r; \quad \alpha_5 = m_r e^2 + \frac{I_r}{9}; \quad \alpha_6 = m_r e^2 + \frac{I_r}{3}; \quad \alpha_7 = J + I_g + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4;$$

$$\alpha_8 = I_g + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_5; \quad \alpha_9 = m_p e_p - (m_e + m_r) e; \quad \alpha_{10} = I_g + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_6.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы

$$T = \frac{1}{2} J_e \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} \alpha_8 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \alpha_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \alpha_1 \dot{y}^2 + \frac{1}{2} \alpha_7 \dot{\vartheta}^2 +$$

$$+ \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{x} + \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{y} + \alpha_{10} \dot{\varphi} \dot{\vartheta} + \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{x} \dot{\vartheta} + + \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{y} \dot{\vartheta}. \tag{15}$$

Обобщенные восстанавливающие силы. Потенциальная энергия системы составится из энергии положения и энергии деформации амортизаторов и упругого соединения валов (упругой муфты) насоса и электродвигателя.

Полагая потенциальную энергию в положении статического равновесия равной нулю, потенциальную энергию сил тяжести тел в текущем положении системы (см. рис. 3) можно представить следующим образом.

Потенциальная энергия статора и вала насоса (без эксцентрика и противовесов)

$$\Pi_1 = (M + m_g) g y. \tag{16}$$

где $g = 9{,}81\,\text{м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Потенциальная энергия эксцентрика

$$\Pi_2 = m_e g \{ y - [e - e\cos(\varphi + \vartheta)] \}. \tag{17}$$

Потенциальная энергия противовесов

$$\Pi_3 = m_p g \{ y + [e_p - e_p \cos(\varphi + \vartheta)] \}. \tag{18}$$

Потенциальная энергия ротора

$$\Pi_4 = m_r g\{ y + [e - e\cos(\varphi + \vartheta)] \}. \tag{19}$$

Выражение суммарной потенциальной энергии сил тяжести с учетом (16)÷(19) имеет вид

$$\sum_{k=1}^{4} \Pi_k = \alpha_1 g y + \alpha_9 g[1 - \cos(\varphi + \vartheta)]. \tag{20}$$

Запишем выражения для потенциальной энергии упругих сил, полагая, что насос отклонился от положения статического равновесия (см. рис. 3).

С учетом обозначений рис. 3 вертикальные координаты верхних точек левого и правого амортизаторов в отклоненном положении можно представить соответственно следующим образом:

$$y - a\sin\vartheta - b\cos\vartheta, \quad y + a\sin\vartheta - b\cos\vartheta.$$

Записав выражение для вертикальных деформаций, после очевидных преобразований, получим потенциальную энергия растяжения-сжатия четырех амортизаторов

$$\Pi_5 = 2k_y \Big[y^2 + a^2\sin^2\vartheta + b^2\cos^2\vartheta - 2by\cos\vartheta + 2(b - \Delta)y + \\ + 2b(\Delta - b)\cos\vartheta + b(b - 2\Delta) \Big], \tag{21}$$

где k_y – вертикальная жесткость амортизатора;

$\Delta = \dfrac{\alpha_1 g}{4k_y}$ – статическая (начальная) деформация амортизатора.

Аналогично (см. рис. 3) горизонтальные координаты верхних точек левого и правого амортизаторов в отклоненном положении можно представить соответственно следующим образом:

$$x - a\cos\vartheta + b\sin\vartheta, \quad x + a\cos\vartheta + b\sin\vartheta.$$

Записав выражение для горизонтальных деформаций, после очевидных преобразований, получим потенциальную энергию сдвига четырех амортизаторов

$$\Pi_6 = 2k_x\left[x^2 + a^2\cos^2\vartheta + b^2\sin^2\vartheta + a^2 + 2bx\sin\vartheta - 2a^2\cos\vartheta\right], \tag{22}$$

где k_x – жесткость амортизатора при сдвиге (в горизонтальном направлении).

Потенциальная энергия поворота четырех амортизаторов

$$\Pi_7 = 2k_\vartheta \vartheta^2, \tag{23}$$

где k_ϑ – жесткость амортизатора при повороте.

Потенциальная энергия кручения упругой муфты между валами насоса и электродвигателя

$$\Pi_8 = \frac{1}{2}k(\varphi - \psi)^2, \tag{24}$$

где k – жесткость на кручение.

Складывая выражения (20)÷(24), получим суммарную потенциальную энергию системы

$$\Pi = \sum_{k=1}^{8} \Pi_k . \tag{25}$$

Явное выражение для потенциальной энергии из-за его громоздкости и очевидности здесь не приведено.

Так как в рассматриваемом случае не все переменные по физическому смыслу являются малыми, то в разложении потенциальной энергии в ряд Маклорена вблизи положения статического равновесия $x = y = \vartheta = 0$ следовало бы при анализе малых колебаний удержать слагаемые не выше второго порядка малости именно относительно указанных переменных. Проще, однако, ограничиться слагаемыми не выше первого порядка малости относительно переменных x, y, ϑ уже в выражениях восстанавливающих обобщенных сил, которые представляют собой взятые со знаком минус частные производные от потенциальной энергии по соответствующим обобщенным координатам. С учетом обозначений

$$\alpha_{11} = 4k_x,\ \alpha_{12} = \alpha_{11}b,\ \alpha_{13} = 4k_y,\ \alpha_{14} = 4\left[k_x b^2 + k_y\left(a^2 - b\Delta\right) + k_\vartheta\right],\ \alpha_{15} = \alpha_9 g,$$

получим:

$$\left.\begin{aligned}
&-\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = k(\varphi - \psi);\\
&-\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = -k(\varphi - \psi) - \alpha_{15}\cos\varphi \cdot \vartheta - \alpha_{15}\sin\varphi;\\
&-\frac{\partial \Pi}{\partial x} = -\alpha_{11}x - \alpha_{12}\vartheta; \quad -\frac{\partial \Pi}{\partial y} = -\alpha_{13}y;\\
&-\frac{\partial \Pi}{\partial \vartheta} = -\alpha_{12}x - \left(\alpha_{14} + \alpha_{15}\cos\varphi\right)\cdot\vartheta - \alpha_{15}\sin\varphi.
\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Обобщенные силы сопротивления. Корректное математическое описание сил сопротивления представляет сложную задачу. При исследовании переходных режимов

и расчете вынужденных зарезонансных колебаний, характерных для рассматриваемых устройств, влияние их невелико. Так как для указанных режимов имеет значение интегральный эффект действия сил сопротивления, для простоты описания обобщенные силы сопротивления принимались пропорциональными соответствующим обобщенным скоростям $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{\vartheta}$, т.е. в виде $Q_x^* = -\beta_x \dot{x}$, $Q_y^* = -\beta_y \dot{y}$, $Q_\vartheta^* = -\beta_\vartheta \dot{\vartheta}$. Демпфирование же на участке упругой муфты между валами – пропорциональным разности соответствующих обобщенных скоростей в виде $\beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi})$. Модуль эквивалентного суммарного момента сопротивления, приведенный к валу насоса, естественно принять пропорциональным квадрату угловой скорости вала $M_d = \alpha\dot{\varphi}^2$ (α – коэффициент пропорциональности). Указанный момент обусловлен сопротивлением перекачиваемой жидкости, трением в подшипнике ротора, трением ротора о жидкость и торцевые диски, гидродинамическими потерями в подшипниках.

Динамическая характеристика асинхронного электродвигателя. К ротору электродвигателя приложен вращающий момент M_D, определяемый динамической характеристикой АД. Ее корректное описания, как сказано выше, для рассматриваемых устройств и режимов работы представляет непростую задачу. Проведенный анализ позволил отдать предпочтение подходу, использованному в работе [6]. При составлении соответствующего дифференциального уравнения принималось допущение, заключающееся в пренебрежении активным сопротивлением статора по сравнению с активным сопротивлением ротора. Как показали исследования, расхождение расчетных и экспериментальных моментов в этом случае составляет не более 10%. Характеристика имеет следующий вид

$$T_D^2 \xi \ddot{M}_D + T_D \xi \left(2 - \frac{T_D}{s} \dot{s} \right) \dot{M}_D + \left(1 - \frac{T_D \xi}{s} \dot{s} \right) M_D = 2\xi M_k \beta, \qquad (27)$$

где M_D – момент, развиваемый двигателем в переходном процессе;

M_k – критический момент двигателя;

$\xi = \dfrac{1}{1+\beta^2}$;

$\beta = \dfrac{\omega_0 - \dot{\psi}}{\omega_0}$ – относительное скольжение;

ω_0 – угловая скорость идеального хода;

$\dot{\psi}$ – угловая скорость электродвигателя в переходном процессе;

$s = \omega_0 - \dot{\psi}$ – текущее скольжение;

$T_D = \dfrac{1}{\omega_c s_k}$ – электромагнитная постоянная времени;

$\omega_c = 50 \cdot 2\pi$ – круговая частота напряжения сети;

$s_k = \left(s_n + \sqrt{s_n \dfrac{\mu_m - 1}{\mu_i - 1}} \right) \Big/ \left(1 + \sqrt{s_n \dfrac{\mu_m - 1}{\mu_i - 1}} \right)$ – критическое скольжение [7];

$s_n = \dfrac{\omega_0 - \omega_n}{\omega_0}$ – номинальное скольжение;

ω_n – номинальная угловая скорость;

$\mu_m = \dfrac{M_k}{M_n}$; $\mu_u = \dfrac{M_s}{M_n}$; $\mu_i = \dfrac{\mu_m}{\mu_u}$;

M_n, M_s – соответственно номинальный и пусковой моменты двигателя.

Дифференциальные уравнения движения гидронасоса. Запишем необходимые дифференциальные уравнения, воспользовавшись стандартной процедурой составления уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_k} + Q_{q_k} \quad (k = \overline{1,5}), \tag{28}$$

где Q_{q_k} – обобщенные силы, которые отвечают непотенциальным силам.

Соображения, изложенные выше, позволяют представить непотенциальные обобщенные силы так:

$$\left.\begin{aligned} &Q_\psi = \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D; \quad Q_\varphi = -\beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) - M_d; \\ &Q_x = Q_x^* = -\beta_x \dot{x}; \quad Q_y = Q_y^* = -\beta_y \dot{y}; \quad Q_\vartheta = Q_\vartheta^* = -\beta_\vartheta \dot{\vartheta}. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Уравнения движения (27), после нахождения необходимых производных от кинетической энергии системы (15), при учете (26) и (29) приобретают вид:

$$\left.\begin{aligned} &J_e \ddot{\psi} = k(\varphi - \psi) + \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D; \\ &\alpha_8 \ddot{\varphi} + \alpha_9 \cos\varphi \cdot \ddot{x} + \alpha_9 \sin\varphi \cdot \ddot{y} + \alpha_{10} \ddot{\vartheta} = \\ &- \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{x}\dot{\vartheta} + \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{y}\dot{\vartheta} - k(\varphi - \psi) - \\ &- \alpha_{15} \cos\varphi \cdot \vartheta - \alpha_{15} \sin\varphi - \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) - M_d; \\ &\alpha_9 \cos\varphi \cdot \ddot{\varphi} + \alpha_1 \ddot{x} + \alpha_9 \cos\varphi \cdot \ddot{\vartheta} = \\ &= \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{\vartheta} - \alpha_{11} x - \alpha_{12} \vartheta - \beta_x \dot{x}; \\ &\alpha_9 \sin\varphi \cdot \ddot{\varphi} + \alpha_1 \ddot{y} + \alpha_9 \sin\varphi \cdot \ddot{\vartheta} = \\ &= -\alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{\vartheta} - \alpha_{13} y - \beta_y \dot{y}; \\ &\alpha_{10} \ddot{\varphi} + \alpha_9 \cos\varphi \cdot \ddot{x} + \alpha_9 \sin\varphi \cdot \ddot{y} + \alpha_7 \ddot{\vartheta} = \\ &= \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{x} - \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{y} - \alpha_{12} x - \\ &- (\alpha_{14} + \alpha_{15} \cos\varphi)\vartheta - \alpha_{15} \sin\varphi - \beta_\vartheta \dot{\vartheta}. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Уравнения (30) должны интегрироваться совместно с уравнением динамической характеристики АД (27). Однако, непосредственно сделать это с использованием широко распространенных алгоритмов численного интегрирования невозможно, так как уравнения 2÷5 этой системы и уравнение (27) не разрешены относительно вторых производных $\ddot{\varphi}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{\vartheta}$ обобщенных координат φ, x, y, ϑ и второй производной $\ddot{M}_D$ момента электродвигателя M_D (с учетом принятого обозначения для s в уравнение динамической характеристики войдет $\ddot{\psi}$). Чтобы это стало возможным, разрешим вначале уравнения 2÷5 относительно старшей производной только одной обобщенной координаты. Если бы матрица, образованная из коэффициентов при $\ddot{\varphi}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{\vartheta}$, в левой части этих уравнений

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha_8 & \alpha_9 \cos\varphi & \alpha_9 \sin\varphi & \alpha_{10} \\ \alpha_9 \cos\varphi & \alpha_1 & 0 & \alpha_9 \cos\varphi \\ \alpha_9 \sin\varphi & 0 & \alpha_1 & \alpha_9 \sin\varphi \\ \alpha_{10} & \alpha_9 \cos\varphi & \alpha_9 \sin\varphi & \alpha_7 \end{bmatrix} \tag{31}$$

имела постоянные элементы, то нахождение обратной матрицы $\mathbf{Z} = \mathbf{A}^{-1}$, а, следовательно, и представление уравнений в форме приемлемой для численного интегрирования было бы тривиальной задачей. Так как элементы матрицы являются переменными, нахождение ей обратной представляет трудоемкую операцию, хотя матрица и имеет размерность 4×4. В настоящее время сложности, возникающие при этом, удается существенно уменьшить, а надежность результатов повысить, используя математические пакеты, включающие символьную математику. Здесь для этой цели использовался пакет Mathcad [8]. Обратная матрицы $\mathbf{Z}$ из-за ее громоздкости здесь не приведена.

Для компактной записи преобразованных уравнений воспользуемся следующими обозначениями правых частей уравнений (30):

$$\left.\begin{aligned}
&f_\psi = \frac{k}{J_e}(\varphi - \psi) + \frac{\beta}{J_e}(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + \frac{M_D}{J_e}; \\
&f_\varphi = -\alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{x}\dot{\vartheta} + \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{y}\dot{\vartheta} - k(\varphi - \psi) - \\
&- \alpha_{15} \cos\varphi \cdot \vartheta - \alpha_{15} \sin\varphi - \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) - M_d; \\
&f_x = \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{\vartheta} - \alpha_{11} x - \alpha_{12}\vartheta - \beta_x \dot{x}; \\
&f_y = -\alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{\vartheta} - \alpha_{13} y - \beta_y \dot{y}; \\
&f_\vartheta = \alpha_9 \sin\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{x} - \alpha_9 \cos\varphi \cdot \dot{\varphi}\dot{y} - \alpha_{12} x - \\
&- (\alpha_{14} + \alpha_{15} \cos\varphi)\vartheta - \alpha_{15} \sin\varphi - \beta_\vartheta \dot{\vartheta}.
\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Здесь правая часть первого уравнения (32) записана после его разрешения относительно $\ddot{\psi}$. Подставляя это выражение в динамическую характеристику АД (27), получим уравнение, которое содержит вторую производную только по переменной M_D. Его правая часть имеет вид

$$f_{M_D} = -\omega_c s_k \left\{ 2 + \frac{\left[k(\varphi - \psi) + \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D\right]}{\omega_c s_k (\omega_0 - \dot{\psi}) J_e} \right\} \dot{M}_D -$$

$$- \left\{ \omega_c^2 s_k^2 \left[1 + \frac{(\omega_0 - \dot{\psi})^2}{\omega_0^2} \right] + \omega_c s_k \frac{\left[k(\varphi - \psi) + \beta(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D\right]}{(\omega_0 - \dot{\psi}) J_e} \right\} M_D +$$

$$+ 2 M_k \omega_c^2 s_k^2 \frac{(\omega_0 - \dot{\psi})}{\omega_0}. \qquad (33)$$

После умножения слева на обратную матрицу $\mathbf{Z}$ матрицы инерции уравнений 2÷5, они окажутся разрешенными относительно второй производной только одной обобщенной координаты. Таким образом, система уравнений (30) с учетом уравнения динамической характеристики, приобретает окончательную форму

$$\left.\begin{aligned}
&\ddot{\psi} = f_\psi ;\\
&\ddot{\varphi} = \left(z_{11} f_\varphi + z_{12} f_x + z_{13} f_y + z_{14} f_\vartheta \right) / |\mathbf{A}| ;\\
&\ddot{x} = \left(z_{21} f_\varphi + z_{22} f_x + z_{23} f_y + z_{24} f_\vartheta \right) / |\mathbf{A}| ;\\
&\ddot{y} = \left(z_{31} f_\varphi + z_{32} f_x + z_{33} f_y + z_{34} f_\vartheta \right) / |\mathbf{A}| ;\\
&\ddot{\vartheta} = \left(z_{41} f_\varphi + z_{42} f_x + z_{43} f_y + z_{44} f_\vartheta \right) / |\mathbf{A}| ;\\
&\ddot{M}_D = f_{M_D} ,
\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

где $z_{i,j}$ $(i, j = \overline{1,4})$ – элементы обратной матрицы $\mathbf{Z}$ с точностью до множителя $\frac{1}{|\mathbf{A}|}$;

$|\mathbf{A}|$ – определитель матрицы $\mathbf{A}$.

При исследовании переходных режимов интегрирование уравнений (34) должно осуществляться с начальными условиями:
при $t = 0$ $\psi = \psi_0 = 0$, $\varphi = \varphi_0 = 0$, $x = x_0 = 0$, $y = y_0 = 0$, $\vartheta = \vartheta_0 = 0$, $M_D = M_{D_0} = M_s$,

$\dot{\psi} = \dot{\psi}_0 = 0$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 = 0$, $\dot{x} = \dot{x}_0 = 0$, $\dot{y} = \dot{y}_0 = 0$, $\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_0 = 0$, $\dot{M}_D = \dot{M}_{D_0} = 0$.

3. Исследование динамических процессов в гидронасосе.

Параметры устройства. Разработанная математическая модель использована для исследования динамических процессов в гидронасосе производительностью

$Q = 1{,}167 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^3/\text{с}$ ($70\,\text{л/мин}$), с рабочим давлением $p = 3{,}26\,\text{МПа}$. Параметры устройства следующие:

$M = 13{,}14\,\text{кг}$; $m_g = 0{,}882\,\text{кг}$; $m_e = 0{,}213\,\text{кг}$; $m_r = 0{,}751\,\text{кг}$; $m_p = 0{,}145\,\text{кг}$; $J = 0{,}031\,\text{кгм}^2$; $I = 9{,}924 \cdot 10^{-5}\,\text{кгм}^2$; $I_e = 5{,}166 \cdot 10^{-5}\,\text{кгм}^2$; $I_r = 7{,}041 \cdot 10^{-4}\,\text{кгм}^2$; $I_p = 7{,}23 \cdot 10^{-6}\,\text{кгм}^2$; $e = 7{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{м}$; $e_p = 0{,}05\,\text{м}$; $a = 0{,}065\,\text{м}$; $b = 0{,}085\,\text{м}$; $H_0 = 0{,}025\,\text{м}$; $k_x = 1{,}214 \cdot 10^3\,\text{Н/м}$; $k_y = 2{,}533 \cdot 10^3\,\text{Н/м}$; $k_\vartheta = 1{,}142\,\text{Нм}$; $k = 184{,}3\,\text{Нм}$.

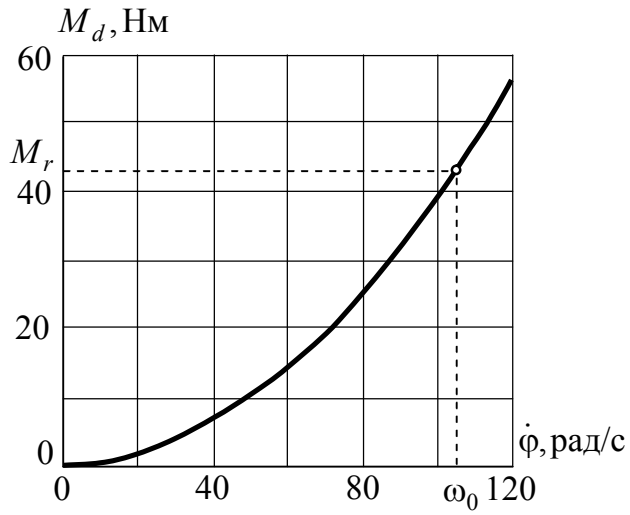


Рисунок 4 – Зависимость момента на валу насоса от угловой скорости

Сдвиговая, продольная и поворотная жесткости амортизаторов подсчитаны по формулам [9]. Жесткость на кручение резино-пальцевой муфты определялась экспериментально. Значения коэффициентов демпфирования определялись по собственным частотам свободных колебаний парциальных систем в предположении, что безразмерный коэффициент демпфирования $\eta = 0{,}1$ (малое демпфирование). Получены значения:

$$\beta_x = 54{,}0\ \text{кг/с};\ \beta_y = 77{,}9\ \text{кг/с};\ \beta_\vartheta = 0{,}076\,\text{кгм}^2/\text{с};\ \beta = 0{,}114\,\text{кгм}^2/\text{с}.$$

Коэффициент $\alpha = 3{,}919 \cdot 10^{-3}\,\text{Нмс}^2$ в выражении момента сопротивления на валу насоса $M_d = \alpha\dot{\varphi}^2$ найден по расчетной мощности насоса $N_r = 4500\,\text{Вт}$ для угловой скорости идеального хода АД

$$\omega_0 = \frac{n_0 \pi}{30} = \frac{1000\pi}{30} = 104{,}72\,\text{рад/с}.$$

Расчетный момент на этой частоте $M_r = \dfrac{N_r}{\omega_0} = 42{,}972\,\text{Нм}$ (рис. 4).

В качестве приводных электродвигателей рассматриваются АД с синхронной частотой вращения $n_0 = 1000\,\text{мин}^{-1}$.

Каталожные характеристики трех наиболее подходящих по мощности АД ($n_0 = 1000\,\text{мин}^{-1}$) приведены в таблице [7, 8].

Динамические процессы в гидронасосе без противовесов. На графиках рис. 5 представлены зависимости угловых скоростей электродвигателей от времени при запуске гидронасоса. Близкую к расчетной угловую скорость ротора насоса обеспечивает АД мощностью 5,5 кВт.

Таблица

Параметры АД серии 4А основного исполнения

Типоразмер двигателя	Мощность, кВт	s_n	μ_m	μ_u	J_e, кгм^2
4А112МА6У3	3	5,5	2,2	2	0,0228
4А112МВ6У3	4	5,1	2,2	2	0,0285
4А132SВ6У3	5,5	4,1	2,2	2	0,0539

Графики рис. 6, 7 иллюстрируют изменения обобщенных координат x и ϑ. Наибольших значений координаты достигают на интервале времени $0 \div 0{,}5$ с и связаны с действием “реактивного момента”, возникающего при пуске электродвигателя.

Наглядное представление о формирования установившегося движения дает трехмерный график рис. 8, которой иллюстрирует процесс изменения координат x и y, определяющих положение оси насоса, с течением времени t.

Аналогичная зависимость для координат центра масс ротора x_{O_1} и y_{O_1} от времени дана на рис. 9. Орбитальный характер движения центра масс по окружности заметно искажается только в начальной фазе пуска.

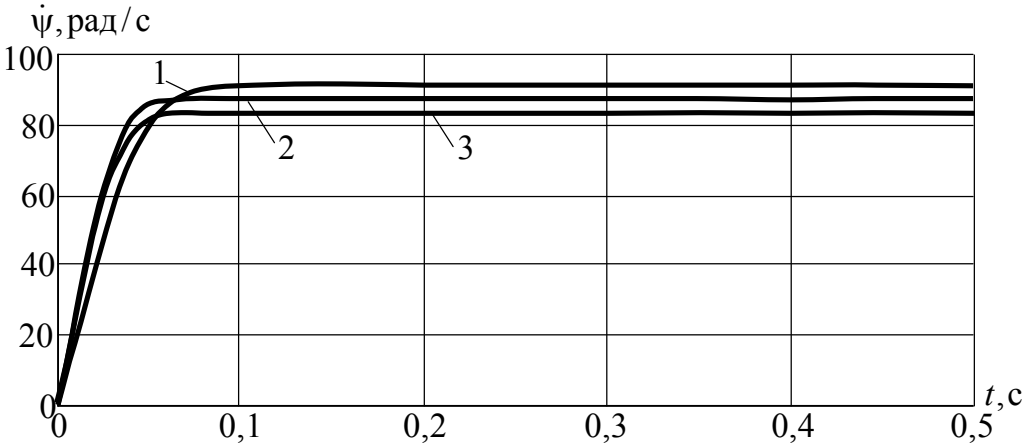


Рисунок 5 – Зависимость угловой скорости электродвигателя от времени при пуске: 1 – 5,5 кВт; 2 – 4 кВт; 3 – 3кВт

На трехмерном графике рис. 10 представлена кривая, иллюстрирующая характер установившегося движения левой опоры корпуса (x_l, y_l). Кривая фактически является плоской, т.е. движение опоры происходит по прямой (результат сложения двух гармонических колебаний). Знание законов движения опор дает возможность элементарным пересчетом находить усилия в амортизаторах.

Таким образом, разработанная обобщенная модель гидронасоса с электроприводом позволяет анализировать движение любых точек и тел устройства. Располагая та-

кой информацией нетрудно найти усилия, действующие на подшипники вала и ротора на переходных и установившихся режимах. Для иллюстрации на рис. 11 показаны составляющие и модуль силы, действующей на ротор, при запуске установки.

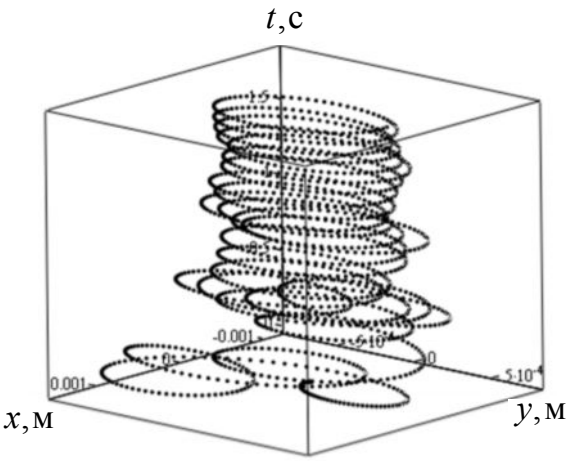


Рисунок 8 – Закон движения оси вала при пуске

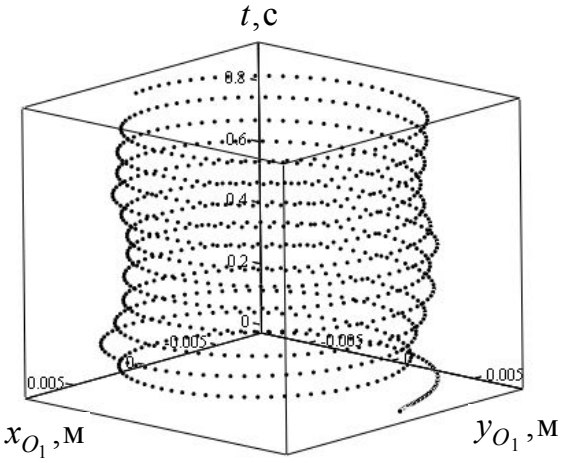


Рисунок 9 – Закон движения центра масс ротора при пуске

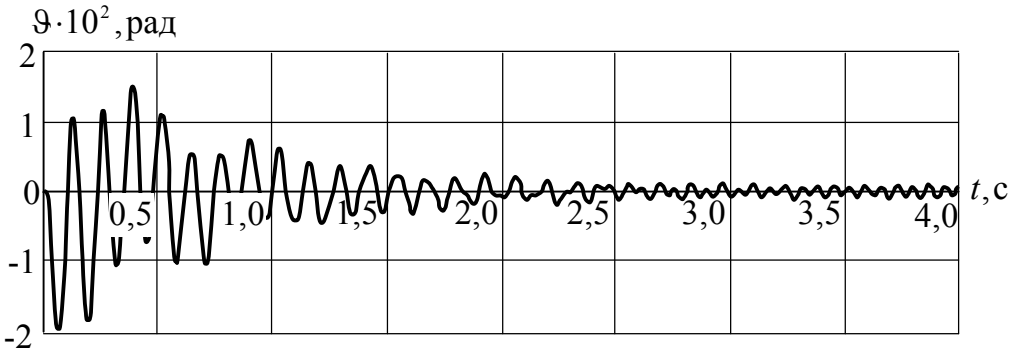


Рисунок 7 – Зависимость координаты ϑ от времени при пуске

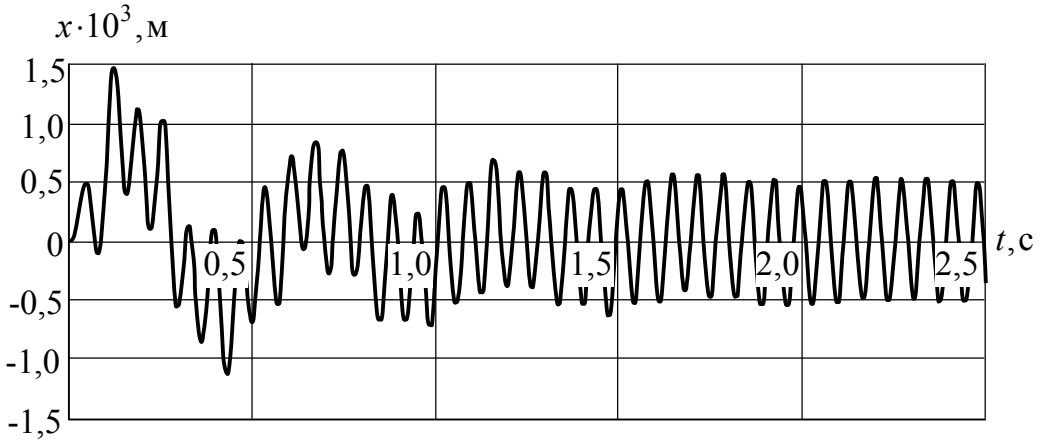


Рисунок 6 – Зависимость координаты x от времени при пуске

Динамические процессы в гидронасосе с противовесами. Если для разрабатываемой установки динамические нагрузки оказываются неприемлемыми, их сущест-

венного снижения можно достигнуть за счет введения противовесов, хотя это и ведет к некоторому усложнению конструкции. Из-за ограниченности объема статьи приведем здесь только график изменения координат x и y для оси вала в функции времени. Кривая на рис. 12 показывает, что в этом случае на установившемся режиме достигается полное уравновешивание. Колебания после пуска обусловлены действием “реактивного момента”. Особенность представленной кривой состоит также в том, что она фактически является плоской. Координата y при запуске практически не изменяется.

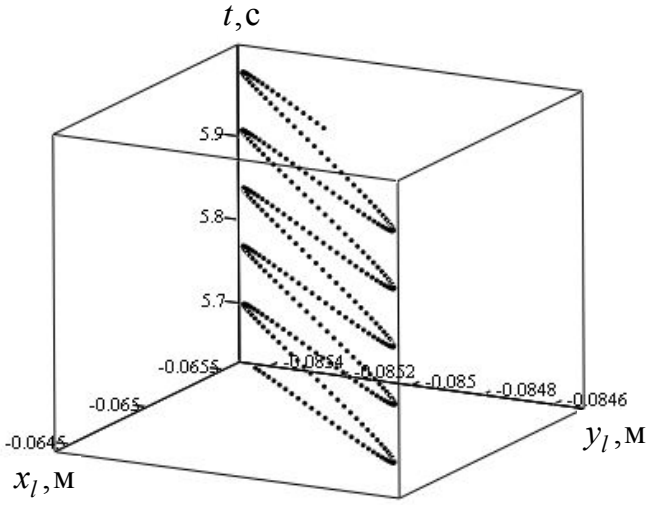


Рисунок 10 – Закон движения левой опоры корпуса на установившемся режиме

Выводы

1. Создана универсальная математическая модель для исследования динамических процессов в роторно-планетарных гидронасосах с асинхронным электродвигателем в качестве привода.

2. Учтены упругие свойства амортизаторов и упругой муфты между валами двигателя и насоса.3. Предложена модель момента сопротивления жидкости при запуске насоса.

4. Выбрана динамическая характеристика асинхронного электродвигателя, позволяющая адекватно описывать переходные режимы и процессы при наличии нагрузки колебательного характера.

5. Приведены результаты расчетов переходных и установившихся режимов в конкретном гидронасосе с электроприводом: осуществлен выбор электродвигателя, исследованы движения характерных точек устройства и нагрузки на его элементы.

6. Показано, что динамические нагрузки существенно снижаются при установке на вал насоса соответствующих противовесов.

7. В дальнейших исследованиях предполагается использовать созданную модель для изучения влияния пульсаций жидкости на установившиеся динамические процессы.

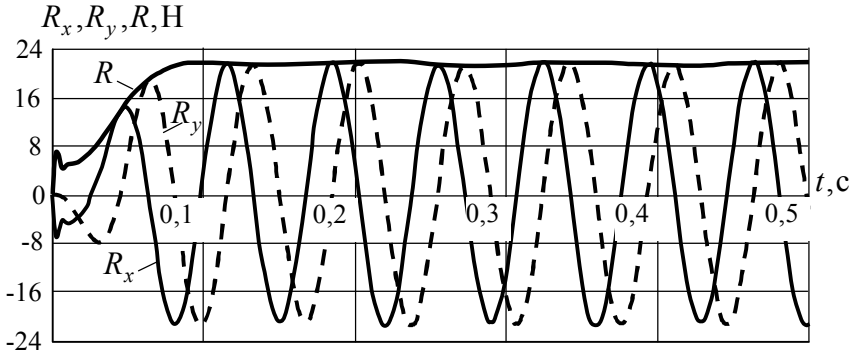


Рисунок 11 – Проекции и модуль силы, действующей на ротор насоса

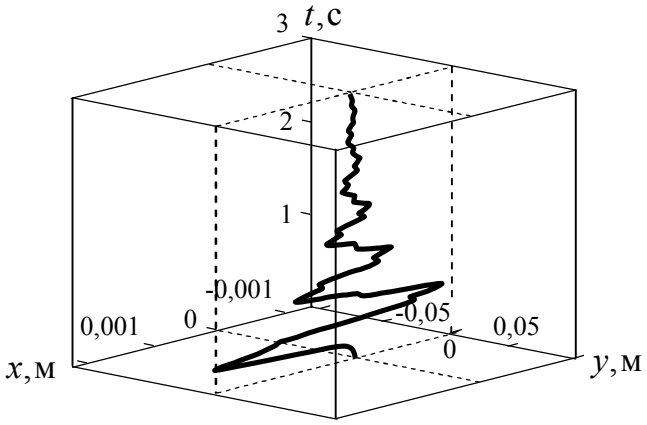


Рисунок 12 – Закон движения оси вала при пуске

Литература: 1. Росоха С.В., Куценко Л.Н. Геометричне моделювання об'ємів робочих камер роторно-планетарних трохоїдних машин: Монографія.– Харків: УЦЗУ, 2007.– 176 с. 2. Бениович В.С., Апазиди Г.Д., Бойко А.М. Ротопоршневые двигатели.– М.: Машиностроение, 1968.–152 с. 3. Бирюков Б.Н. Роторно-поршневые гидравлические машины. М.: Машиностроение, 1972.– 152 с. 4. Сухомлинов Р.М. Трохоидные роторные компрессоры. Харьков: ХГУ – Вища школа, 1975.– 152 с. 5. Рева В.Г., Куценко Л.М., Васильев О.Б. Геометричне моделювання взаємоспряжених профілів роторів і корпусів як обвідних сім'ї трохоїд. Київ: Чорнобильінтерінформ, 2003.– 150 с. 6. Шатохин В.М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: Монография.– Харьков: НТУ "ХПИ", 2008.– 456 с. 7. Карвовский Г.А., Окороков С.П. Справочник по асинхронным двигателям и пускорегулирующей аппаратуре.– М.: Энергия, 1969.– 256 с. 8. Кирьянов Д.В. Mathcad 13.– СПб.: BXB-Петербург, 2006.– 608 с. 9. Вибрации в технике: В 6-ти т./ Под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова.– М.: Машиностроение, 1980.– т. 3.– 544 с.

Шатохін В.М., Ярмак М.С.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У РОТОРНО-ПЛАНЕТАРНИХ ГІДРОНАСОСАХ

Створено універсальну математичну модель для дослідження динамічних процесів у роторно-планетарних гідронасосах з асинхронним електродвигуном у якості приводу, що враховує пружні властивості амортизаторів і пружної муфти між валами двигуна і насоса. Обрана динамічна характеристика асинхронного двигуна, що дозволяє

адекватно описувати перехідні режими і процеси при наявності навантаження коливального характеру. Приведено результати розрахунків перехідних і усталених режимів у конкретному гідронасосі з електроприводом: здійснений вибір електродвигуна; досліджені рухи характерних точок пристрою і навантаження на його елементи; вивчений вплив противаг на їхнє зниження.

Shatokhin V.M. , Yarmak N.S.

RESEARCH OF THE DYNAMIC PROCESSES IN ROTOR-PLANETARY HYDRO PUMPS

Multipurpose mathematical model for dynamic processes research in rotor planetary hydro pumps with asynchronous motor as a driving gear is created. It takes into account elastic properties of shock absorbers and flexible coupling between engine and pump shafts. Dynamic characteristic of asynchronous motor, which allows to describe transient behaviours and processes under load with oscillating character, is chosen. Calculation results of transient and settling behaviours in specific hydro pump with electric drive are produced. Choice of electric motor is realized; motions of device typical particles and its elements load are examined; influence of counterbalances on decrease of dynamic loads is investigated.

ДИНАМІКА ТА МІЦНІСТЬ МАШИН

УДК 539.3: 623.438

Васильев А.Ю.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБТЕКАНИЯ КОРПУСОВ ЛЕГКОБРОНИРОВАНЫХ МАШИН УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

1. Актуальность задачи. В литературе [1-3], посвященной описанию процессов обтекания военных колесно-гусеничных машин (ВГКМ) ударной волной от мощных взрывов, предполагается простая схема распределения давлений по поверхностям (пример схематичной эпюры показан на рис. 1).

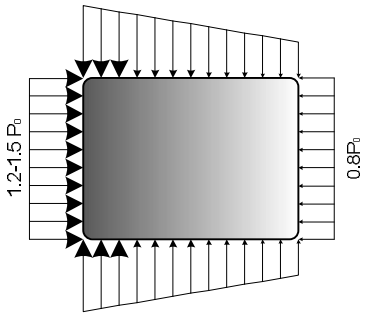


Рисунок 1 – Традиционная схема распределения давлений по поверхностям боевой машины

Эта же схема практически без изменений используется и во многих исследованиях последних лет [4-9]. Как видно из схемы, при таком подходе геометрия обтекаемого объекта существенно не влияет на распределение давлений по поверхностям объекта. Считается, что на весь объект, за исключением лобовой и задней проекции, действует одно и то же избыточное давление ΔP_0. При этом на лобовую проекцию действует избыточное давление $1.2P_0$, а на заднюю проекцию – $0.8P_0$.

Анализируя результаты исследований, проведенных в Украине и за рубежом, по взаимодействию ударных волн различного характера с различными объектами [4-12], а также анализируя результаты газо-гидроди-намических исследований различных объектов [12-14], можно с уверенностью сказать, что реальная физика процесса сильно отличается от принятой модели. В действительности характер распределения зон избыточного и пониженного давления, а также их величины сильно зависят от следующих факторов: геометрия внешних обводов объекта; направление движения фронта волны; скорость фронта волны; величина давления во фронте волны; протяженность ударной волны. Кроме того, в общем случае воздействия ударной волны на ВГКМ можно отметить следующие существенные факторы: процесс обтекания ударной волной объекта является динамическим (время прохождения волны около 20÷30 мкс) и высоконелинейным; процесс происходит со скоростями, близкими к скорости звука (т.е. в разных частях поток может находиться как в звуковой, так и в дозвуковой или зазвуковой области, что существенно усложняет численное исследования процесса); объекты не являются абсолютно твердыми, и при обтекании ударной волной могут деформироваться, в результате чего также может меняться характер обтекания.

Таким образом, на сегодняшний день отсутствует методика численного моделирования обтекания ударной волной корпусов различных машин с учетом их формы. В то же время в связи с потребностями проектирования легкобронированных машин (ЛБМ), устойчивых к широкому спектру поражающих факторов, необходимо перед

принятием проектных решений проводить численные исследования с варьированием как геометрических, так и параметров самой ударной волны. В силу этого актуальной и важной является задача разработки методов и моделей для исследования напряженно-деформированного состояния процесса обтекания корпусов легкобронированых машин ударной волной. Эта задача и является предметом данной статьи.

2. Постановка задачи. Несмотря на развитие возможностей теоретических и численных методов, а также возможностей вычислительной техники, решение описанной задачи в полной постановке является чрезвычайно сложной задачей. Это связано с отсутствием (с невозможностью точно определить) большого количества исходных данных, отсутствием доступа к высокопроизводительной технике, которая могла бы решить задачу в полной постановке (на порядки больше того, что есть сейчас в распоряжении исследователей), и большой продолжительностью подобных расчетов [15,16]. Таким образом, для получения более адекватных сведений о распределении давления по корпусу боевой машины необходимо проводить длительные исследования с поэтапным усложнением (уточнением) расчетной модели (с постепенным приближением расчетной модели к реальным условиям).

На первом этапе предлагается следующий подход:

- геометрия исследуемой ЛБМ представлена основными конструктивными параметры корпуса и движителя;
- мелкие элементы машины снаружи корпуса, которые влияют на распределение потока лишь в локальных зонах, не моделируются;
- движитель моделируется без некоторых небольших элементов подвески;
- корпус моделируется цельным без внутреннего устройства ЛБМ;
- затеканием потока внутрь корпуса через щели люков – пренебрегается;
- расчетная область, в которую «погружена» машина, моделируется в виде канала с прямоугольным сечением;
- продольная ось ЛБМ ориентирована вдоль канала;
- движение воздуха обеспечивает граничное условие на входе $V_{вх}$=300 м/с;
- величина избыточного давления регулируется путем задания выходного статического давления величиной $P_{вых} = P_{атм} + \Delta P_0$.

Приведенные упрощения можно использовать в связи с тем, что: мелкие элементы снаружи ЛБМ слабо влияют на общие характеристики потока и вносят лишь локальные возмущения; при расчете режима обтекания давление затекания влияет достаточно слабо; в первом приближении, для определения характера обтекания, поток от ударной волны, можно считать квазистатическим, так как изменение величины избыточного давления волны вдоль корпуса в каждый момент времени – минимальны (рис.2)

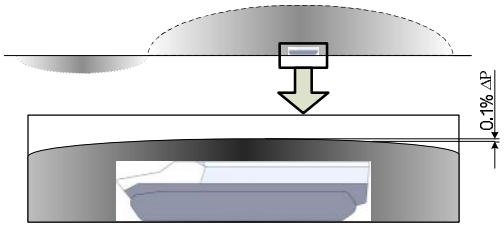


Рисунок 2 – Соотношение длин корпуса ЛБМ и фронта ударной волны

В качестве исследуемых объектов были выбраны ЛБМ, показанные на рис. 3-7: БМП-3 (гусеничный движитель, шесть катков, заднее ведущее колесо), рис.3; БРДМ-2 (колесный движитель, восемь колес, колесная формула 4х4), рис. 4; БТР-80 (колесный движитель, восемь колес, колесная формула 8х8), рис. 5; МТ-ЛБ (гусеничный движитель, шесть катков, передняя ведущая звездочка), рис.6; HMMWV M998 (High Mobility Multipurpose Wheeled Vehicle) «ХАММЕР» (колесный движитель, четыре колеса, колесная формула 4х4), рис. 7.

Рисунок 3 – БМП-3

Рисунок 4 – БРДМ-2

Рисунок 5 – БТР-80

Все эти машины имеют значительные различия между собой по форме и размерам корпуса, типу движителя. Все перечисленные ЛБМ имеют модификации для выполнения различных тактических задач. Кроме собственно расчета газодинамических характеристик потока, в статье предлагается провести сравнительный анализ процесса обтекания, а также выработать первичные интегральные характеристики для оценки машины в первом приближении.

Рисунок 6 – МТ-ЛБ

Рисунок 7 – "ХАММЕР"

Таблица 1

Рамерность расчетных моделей

Тип корпуса	Количество ячеек (тыс.)
БМП-3	47,9
БРДМ-2	16,6
БТР-80	34,3
МТ-ЛБ	23,2
"ХАММЕР"	50,9

3. Методика исследований. Движение и теплообмен текучей среды моделируется с помощью уравнений Навье-Стокса [18-21]:

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k)=0, k=1,2,3, \qquad (1)$$

где t — время, u — скорость текучей среды ρ — плотность текучей среды, описывающих в нестационарной постановке законы сохранения массы, импульса и энергии этой среды.

В общем случае, аналитически для сложной (произвольной) расчетной области решить описанную выше задачу невозможно. Для решения поставленной задачи использовался численный метод решения на базе модифицированного метода конечных разностей (МКР), реализованного в программном комплексе COSMOSFloWorks [19, 21]. Более подробно методика исследований приведена в [22].

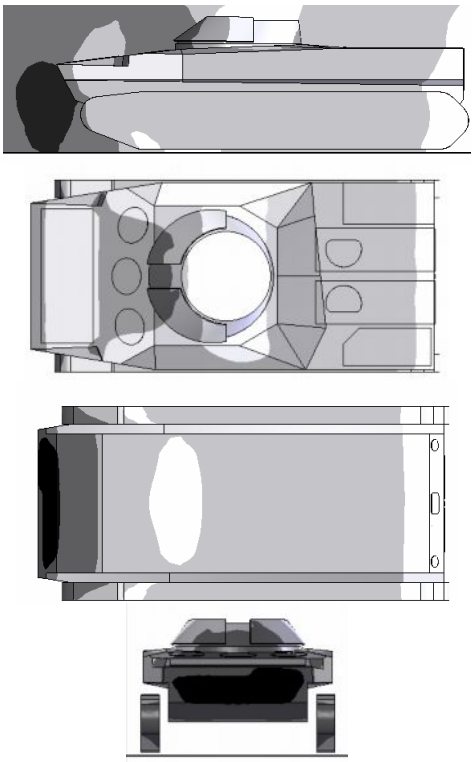


Рисунок 8 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса БМП-3 (проекционные виды)

Расчетная сетка строилась из кубических ячеек базовой и уменьшенной размерности. Вблизи внешних обводов корпусов ЛБМ было задано сгущение сетки до восьми раз по сравнению с основной расчетной областью. Размерность расчетных моделей (количество расчетных ячеек) для корпусов разного типа указана в табл. 1. Существенная разница в количестве расчетных ячеек обусловлена различием в сложности геометрии корпусов и в типе движителя.

4. Результаты расчетов. На рис. 8-20 показаны картины распределения давлений при обтекании бронекорпусов различных машин. На этих рисунках различным давлениям соответствуют различные градации серого цвета: от светлого (минимум для данной машины), до темного (соответственно максимум). На рис. 8, 10, 13, 16, 19 показаны проекционные виды, на рис. 9, 12, 14, 17, 20 - изометрические. Рис. 11, 15, 18 показывают картину распределения давления в потоке в продольном вертикальном сечении канала по среднему продольному сечению машины.

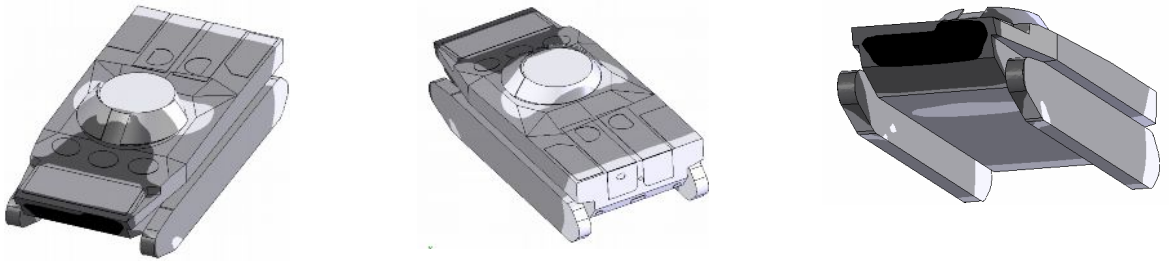


Рисунок 9 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса БМП-3 (изометрические виды)

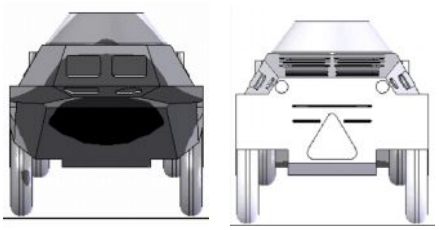


Рисунок 10 - Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса БРДМ-2 (проекционные виды)

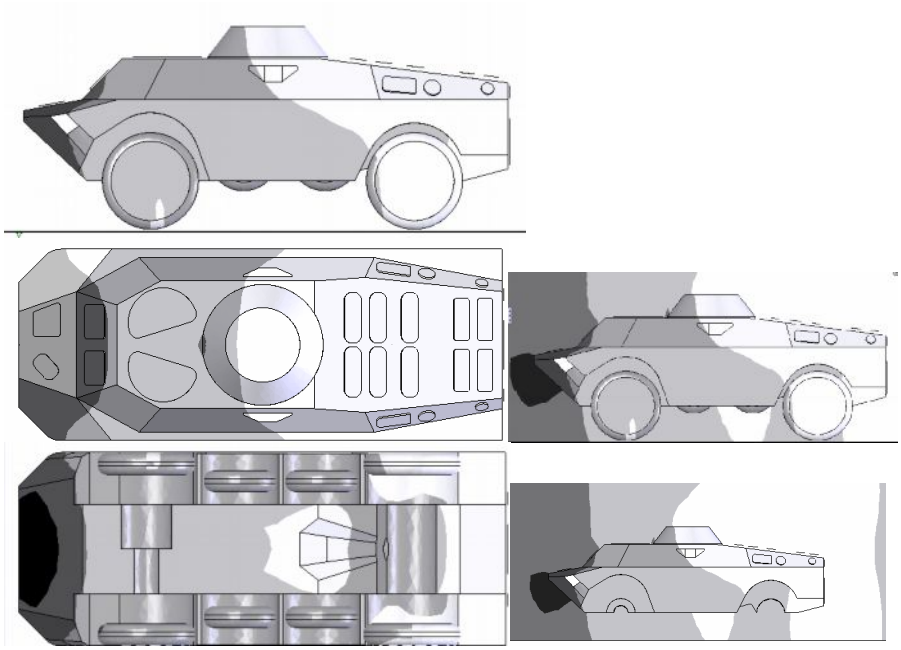


Рисунок 11 – Картина распределения давления при обтекании БРДМ-2 ударной волной в вертикальной срединной плоскости

Рисунок 12 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса БРДМ-2 (изометрические виды)

На рис. 8 и 9 отображены результаты расчета обтекания корпуса БМП-3 ударной волной. На рис. 10-12 показаны результаты расчета процесса обтекания ударной волной корпуса БРДМ-2. На рис.13-15 показаны результаты полученные при расчете огибания высокоскоростным потоком корпуса БТР-80. Картины распределения давлений для задачи обтекания корпуса МТ-ЛБ ударной волной показаны на рис. 16-18. На рис. 19, 20 приведены некоторые результаты расчета корпуса боевой машины «ХАММЕР» при взаимодействии с воздушным потоком, имитирующем действие ударной волны от мощного взрыва. На рис. 21 представлена картина распределения ско-ростей в вертикальной срединной плоскости корпусов БРДМ-2 (рис.21, а), БТР-80 (рис. 21, б), МТ-ЛБ (рис. 21, в). Принцип раскраски аналогичен использованному ранее для визуализации картины распределения давлений.

Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы.

1. Вблизи корпуса боевой машины скорость потока снижается.
2. За корпусом образуется «мертвая зона» с очень низкими скоростями воздуха (до 0 м/с).
3. Фронтальные поверхности корпуса также образуют «мертвые зоны», хотя в них скорости снижаются в среднем лишь наполовину.
4. Зоны замедления потока воздуха (аналогичные пунктам 2 и 3) образуются также фронтальными и задними поверхностями крупных внешних элементов (к примеру, башни, движители).

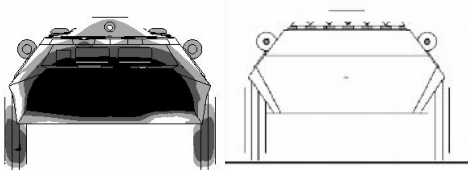


Рисунок 13 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса БТР-80 (проекционные виды)

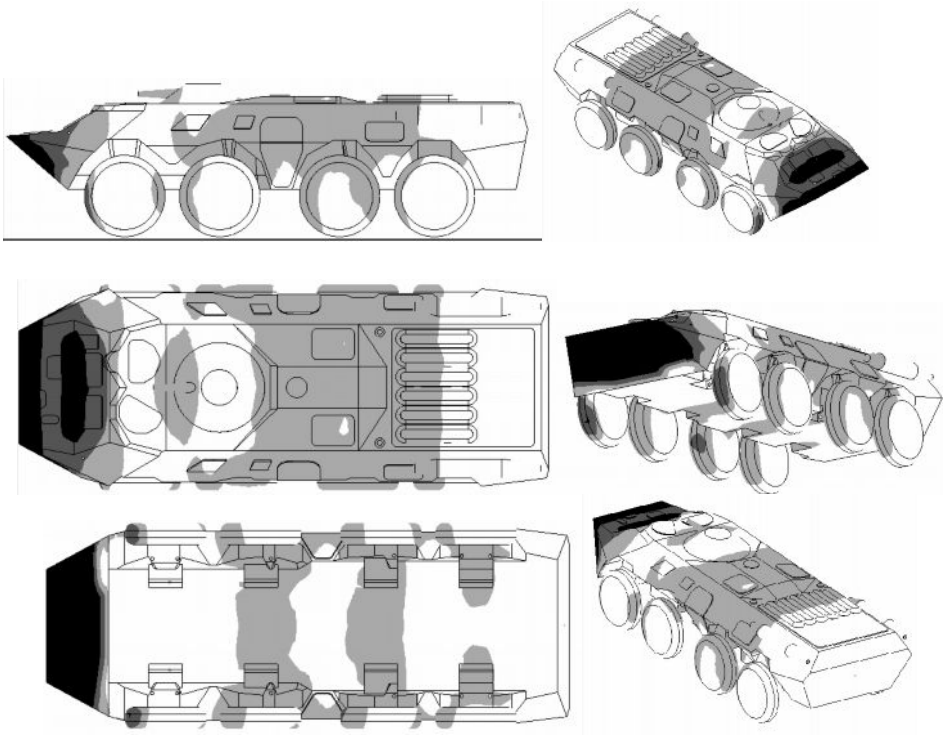


Рисунок 14 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса БТР-80 (изометрические виды)

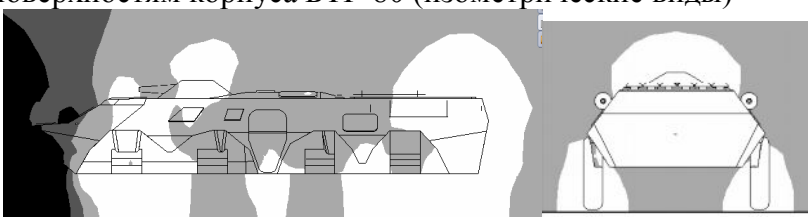


Рисунок 15 – Картина распределения давления при обтекании БТР-80 ударной волной в вертикальной срединной плоскости

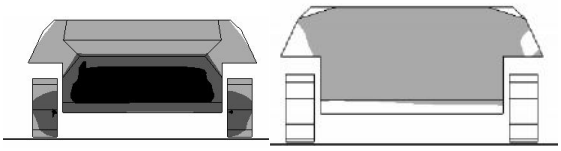


Рисунок 16 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса МТ-ЛБ (проекционные виды)

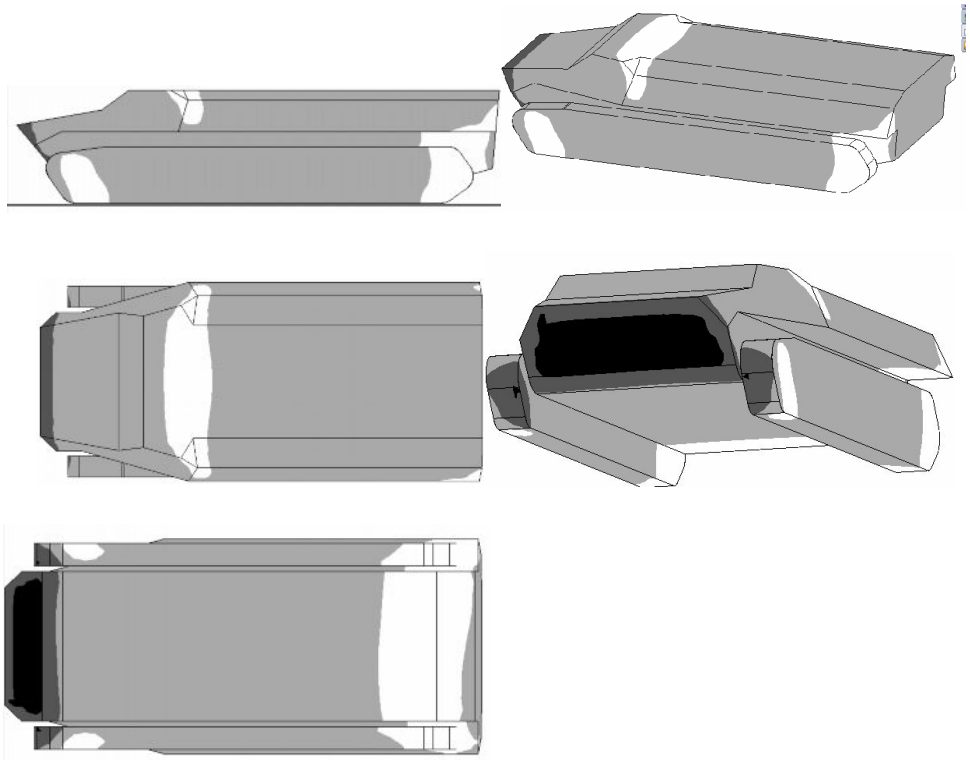


Рисунок 17 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса МТ-ЛБ (изометрические виды)

5. На краях корпуса и внешних элементов образуются зоны «срыва потока», в которых скорость воздуха существенно выше средней по потоку.

6. Для ЛБМ с колесным движителем колесные арки также являются зонами «замедления» и пониженного давления по сравнению с остальным потоком.

Рисунок 18 – Картина распределения давления при обтекании МТ-ЛБ ударной волной в вертикальной срединной плоскости

Рис. 22, 23 демонстрируют примеры изоповерхностей равного уровня давления, возникающих в процессе обтекания корпусов боевых машин БТР-80 (рис. 22) и МТ-ЛБ (рис. 23). Характер поверхностей равного уровня позволяет судить о характере огибания объекта фронтом ударной волны («прилипание» потока к корпусу, «разрезание» корпусом потока, «лобовой удар» и т.п.).

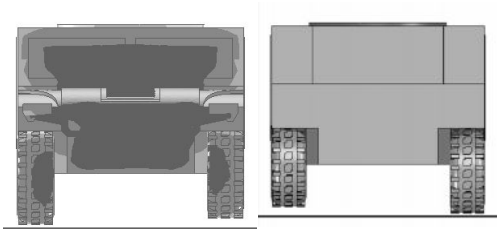


Рисунок 19 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса «ХАММЕР» (проекционные виды)

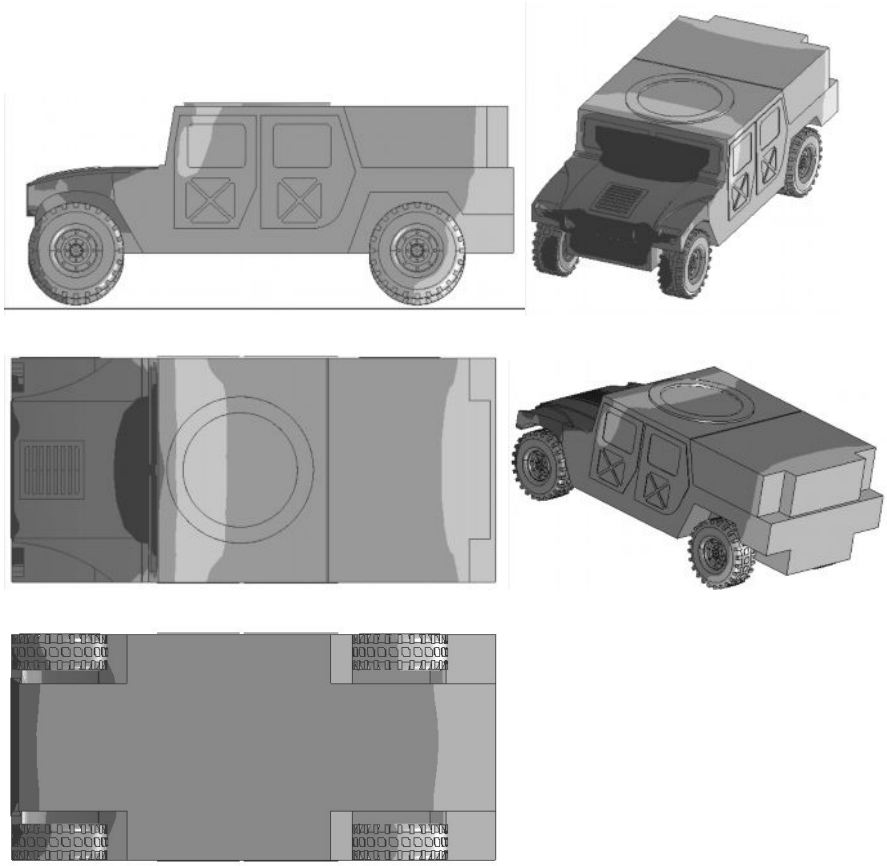
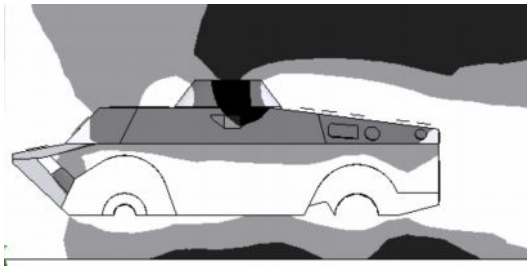
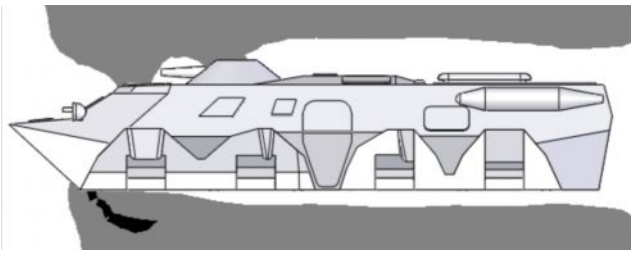


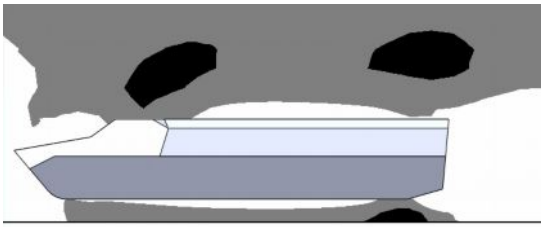
Рисунок 20 – Картина распределения давления по внешним поверхностям корпуса «ХАММЕР» (изометрические виды)



а



б



в

Рисунок 21 – Сравнение картин распределения скоростей воздушного потока при обтекании различных корпусов ЛБМ (срез вертикальной срединной продольной плоскостью): а – БРДМ-2; б – БТР-80; в – МТ-ЛБ

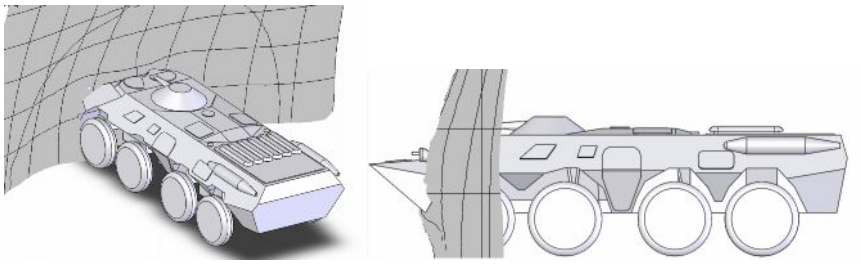


Рисунок 22 – Пример огибания ударной волной корпуса БТР-80

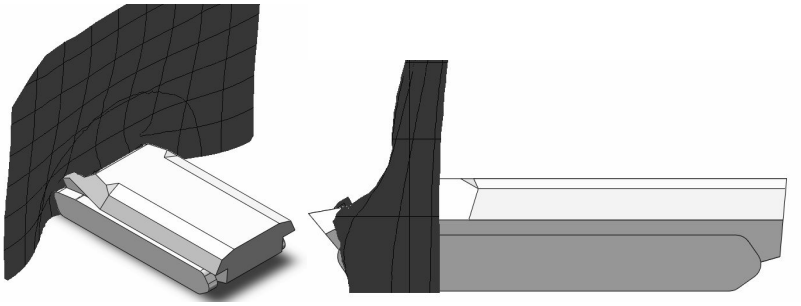


Рисунок 23 – Пример огибания ударной волной корпуса МТ-

В табл. 2-5 и на рис. 24, а и 24, б приведены некоторые характерные результаты по разбросу значений давления по поверхностям корпусов боевых машин. При избыточном давлении ΔP = 65 кПа во фронте волны, полное давление на элементы корпуса может меняться в пределах 70÷160 кПа (минимум по машине) до 248÷956 кПа (максимум по машине). Таким образом, можно заметить, что геометрия внешнего обвода корпуса ЛБМ может быть такова, что на некоторые зоны корпуса боевой машины может действовать давление ниже атмосферного (30% атмосферного), а в некоторых зонах – выше среднего избыточного давления во фронте. Среднее давление на корпус будет в пределах 27 – 370 кПа (41-570% от исходной величины избыточного давления), а в некоторых зонах давление будет существенно превышать исходное избыточное.

Таблица 2

Разброс значений полных давлений по поверхностям корпусов ЛБМ, кПа

Вид ВГКМ	Мин.	Ср.	Макс.
БМП-3	131.8	279.3	572.4

Таблица 3

Разброс значений избыточных давлений по поверхностям корпусов ЛБМ, кПа

Вид ВГКМ	Мин. разн.	Средн. разн.	Макс. разн.
БМП-3	30.5	178	471.1

БРДМ-2	129.3	210.6	403.7
БТР-80	137	198.2	336.3
МТ-ЛБ	70.5	128	247.5
"ХАММЕР"	160.5	474.1	956.3

БРДМ-2	28	109.3	302.4
БТР-80	35.7	96.9	235
МТ-ЛБ	-30.8	26.6	146.2
"ХАММЕР"	59.2	372.8	855

Таблица 4

Приведенные значения избыточных давлений

Вид ВГКМ	(м-101325) /65000	Ср.	Макс.
БМП-3	0.47	2.74	7.25
БРДМ-2	0.43	1.68	4.65
БТР-80	0.55	1.49	3.62
МТ-ЛБ	-0.47	0.41	2.25
"ХАММЕР"	0.91	5.74	13.15

Таблица 5

Сравнение максимальных скоростей потока при обтекании различных ЛБМ

Вид ВГКМ	Скорости	
	абс. (м/с)	отн.
БМП-3	425	1.42
БРДМ-2	398	1.33
БТР-80	378	1.26
МТ-ЛБ	423	1.41
"ХАММЕР"	440	1.47

Также следует отметить, что полученная максимальная скорость потока, огибающего корпус боевой машины, может достигать вплоть до 440 м/с, что в 1.47 раза больше исходной скорости потока (300 м/с).

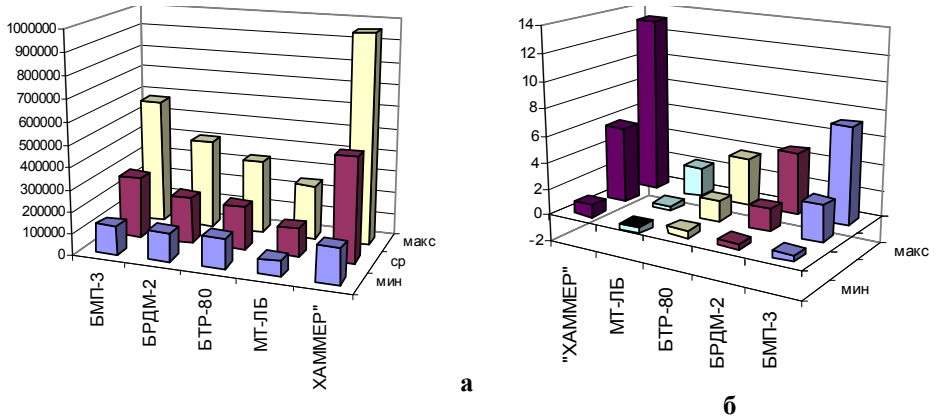


Рисунок 24 – Разброс давлений по поверхностям бронекорпусов различного типа: а – абсолютные значения;
б – безразмерные (приведенные)

Выводы. Как видно из представленных результатов, характер распределения давления сильно зависит от геометрии объекта и других факторов, указанных ранее. При этом даже для существенно различающихся машин результаты могут быть качественно похожи. Так, из пяти ВГКМ три машины: БМП-3 (гусеничный движитель), БРДМ-2 (колесный движитель), БТР-80 (колесный движитель) показывают схожие картины по интегральным характеристикам, в то время как МТ-ЛБ и «ХАММЕР» выпадают из общей картины и показывают соответственно минимальные и максимальные результаты по машинам.

Таким образом, можно утверждать, что для большого спектра машин может быть справедливо следующее утверждение: в зонах минимального давления действует около 0.5 от исходного избыточного (против 0.8 по ранее принятой методике), среднее избыточное давление, действующее на машину, в полтора-три раза больше исходного, а максимальное избыточное давление превышает исходное в среднем в пять раз (против 1.2-1.5 по стандартной методике). При учете результатов, полученных для МТ-ЛБ и «ХАММЕР», можно заметить, что максимальное избыточное давление для некоторых ВГКМ может быть на порядок больше, чем исходное расчетное. В тоже время геометрия внешнего обвода корпуса ЛБМ может быть такова, что на некоторые зоны корпуса боевой машины может действовать давление ниже атмосферного, т.е. при обтекании корпуса возникает противодавление. Неучет этого может привести к существенным погрешностям при расчете напряженно-деформированного состояния от воздействия ударной волны на корпус.

COSMOSFloWorks является удобным инструментом предварительного анализа за счет существующих методов построения оптимизированной (сбалансированной по точности и скорости расчета) сетки ячеек для дискретизации задачи, методов сгущения, скорости счета. Однако за счет того, что он основан на методе конечных разностей, для дальнейших исследований, в рамках которых будут проведены динамические исследования обтекания ЛБМ, предпочтительнее выбрать метод конечных объемов или метод конечных элементов.

Полученные результаты могут быть в дальнейшем использованы для сравнения степени нагруженности ВГКМ разного типа от взрывных волн. Разработанные критерии применимы лишь для грубого сравнения характеристик машин, и необходима разработка более качественных интегральных характеристик. Для этого следует рассмотреть больше типов корпусов, провести анализ влияния внешних элементов (к примеру, различных типов вооружения) и модификаций на характер обтекания машины потоком, а также рассмотреть большее количество выходных параметров и большего количества характеристик потока (скорость, давление, направление). Кроме того, полученные результаты могут быть использованы как основа для корректного задания нагрузок от ударной волны при расчете напряженно-деформированного состояния корпусов транспортных средств специального назначения.

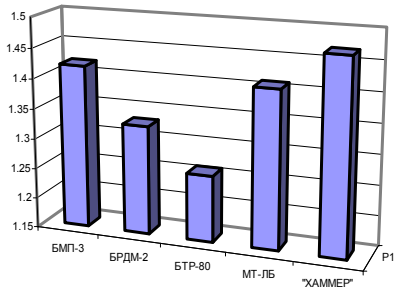


Рисунок 25 – Сравнение максимальных скоростей потока при обтекании различных ЛБМ

Литература: 1. http://armor.kiev.ua. 2. http://dwg.ru/dnl/1829. 3. http://sm-7.net/upload/books.html. 4. Васильев А.Ю., Пелешко Е.В. Построение параметрических моделей корпусов многоцелевых транспортеров для расчета их прочностных и жесткостных характеристик // Вестник НТУ “ХПИ”. Тем. вып.: „Колесные и гусеничные машины специального назначения” – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2003. – № 28. – С.102-112. 5. Васильев А.Ю. К вопросу о деформировании корпусов транспортных средств под действием ударных нагрузок характеристик // Вестник НТУ “ХПИ”. Тем. вып.: „Динамика и прочность машин” – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2005. – № 47. – С. 42-50. 6. Пономарев Е.П., Васильев А.Ю. К вопросу о проведении многовариантного анализа напряженно-деформированного состояния корпуса МТ-ЛБ // Механіка та машинобудування – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2005. – № 1. – С.289-294 7. Бруль С.Т., Васильев А.Ю. К вопросу о моделировании воздействия ударной волны на корпус боевой машины // Вестник НТУ “ХПИ”. Тем. вып.: „Машиноведение и САПР” – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2005. – № 53. – С.29-34. 8. Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Малакей А.Н., Гриценко Г.Д., Орлов Е.А. Структура специализированных интегрированных си-

стем автоматизированного анализа и синтеза элементов транспортных средств специального назначения // Механіка та машинобудування. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2005. – №1. – С.184-194 9. Бруль С.Т. Моделирование реакции корпуса боевой машины на действие подвижной нагрузки: теория, методы и модели // Вісник НТУ „ХПІ". Тем. вып.: „Машинознавство та САПР" – Харьков: НТУ "ХПИ", 2007. – № 3. - С.24-43. 10. Бейкер У., Кокс П., Уэстайн П. и др. Взрывные явления. Оценка и последствия. – М.: Мир, 1986. Кн. 1. – 319 с.; Кн. 2. – 384 с. 11. Физика взрыва // Под ред. К.П. Станюковича. – М.: Наука,1975. – 704 с. 12. Губайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И. Некоторые результаты численного исследования нестационарных волн в газовзвесях // Изв. АН СССР, МЖГ. 1976.– № 5. – С. 64-69. 13. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа – М.: Мир, 1986. – с.184. 14. Дейч М.Е. Техническая газодинамика. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. 15. http://www.top500.org 16. http://supercomputers.ru 17. http://tensor.org.ua 18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с. 19. Алямовский А. А. SolidWorks/COSMOSWorks 2006/2007. – М.: ДМК-пресс, 2007 - 784 с. 20. Гірін О.Г. Газова динаміка. – Одеса: Астропринт, 2007. – 208 с. 21 . Гірін О.Г. Чисельні методи у газовій динаміці. – Одеса: Астропринт, 2006. – 168 с. 22. Васильєв А.Ю. Дослідження процессу обтікання корпусу МТ-ЛБ ударною хвилею // Вісник НТУ „ХПІ". Тематичний випуск „Машинознавство та САПР"" – Харьков: НТУ "ХПИ", 2009. – № 12. - С.10-19.

Васильєв А.Ю.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ОБТІКАННЯ КОРПУСІВ ЛЕГКОБРОНЬОВАНИХ МАШИН УДАРНОЮ ХВИЛЕЮ

Розв'язана задача розробки методики аналізу процесу обтікання корпусів легкоброньованих машин ударною хвилею від потужного вибуху.

Vasilyev A.Y.

RESEARCH OF PROCESS OF SHOCK WAVE FLOW AROUND THE LIGHTLY ARMORED VEHICLES HULLS

The methods of shock wave flow analysis of lightly armored vehicles hulls was developed.

УДК 539.3

Веретельник Ю.В.

К ВОПРОСУ О КРИТЕРИЯХ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГИХ ТЕЛ С СИСТЕМОЙ РЕГУЛЯРНЫХ ВЫРЕЗОВ

Введение. Большое количество элементов машин, сооружений, аппаратов, приспособлений имеют систему регулярных вырезов. В основном это вызвано необходимостью выполнения тех или иных функций: просеивание сыпучего материала (например, решетки вибрационных машин для выбивки земляного кома с отливкой); калибровка и сортировка объектов разной формы и размеров (например, решетки для просеивания зерна); базирование обрабатываемых деталей (например, базовые плиты станочных приспособлений); обеспечение генерации нового материала и соединения его с

другими элементами для образования монолитного блока (например, решетки на моторных отделениях боевых бронированных машин); разделение отсеков емкостей с возможностью перетока жидкости (например, перегородки цистерн аэродромных топливозаправщиков) и т. д.

Кроме специфики конструктивного исполнения, эти объекты характеризуются также следующими характерными свойствами:

1. *Критериальные особенности*: как правило, к данным элементам механических систем при их проектировании (исходя из условий эксплуатации) предъявляются жесткие требования только по одному критерию (или их немногочисленной группе), тогда как остальные характеристики либо обеспечены заранее, либо второстепенны (например, для базовых плит технологических систем первостепенное значение имеет высокая жесткость, которая напрямую влияет на точность обработки базируемых и обрабатываемых деталей, в то время как их прочность обеспечивается значительной толщиной и механическими свойствами материала);

2. *Интегральный характер ограничений*: в основном от проектируемого элемента машины или другого объекта требуется удовлетворение некоторого интегрального ограничения без необходимости обеспечения требований к локальным особенностям распределения переменных состояния (например, для решеток выбивных машин важно, чтобы низшая собственная частота колебаний была выше диапазона частот сил, вынуждающих ее колебания, а особенности собственных форм колебаний не представляют особого интереса);

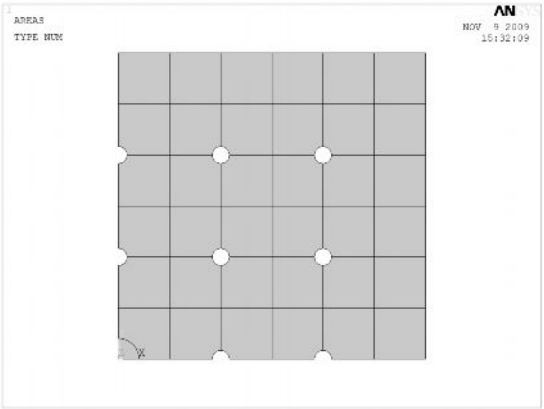
3. *Доминирование отдельных компонент напряженно-деформированного состояния (НДС)*: особенностью напряженно-деформированного состояния зачастую является либо его естественное разделение (как при разделении изгиба и плоского напряженно-деформированного состояния для пластин или изгиба, кручения и растяжения – сжатия стержней) при доминировании одного из компонент внешних нагрузок, вызывающего данную компоненту напряженно-деформированного состояния, либо обнаружение этой особенности при анализе решения задачи (например, при расчете жесткости переборок в цистерне топливозаправщика преобладающими являются усилия, действующие по нормали к ним, и, соответственно, из напряженно-деформированного состояния можно выделить доминирующую компоненту, определяемую уравнениями изгиба пластины, в то время как уровень мембранных напряжений намного ниже).

Отмеченные факторы при разработке численных моделей для определения НДС, динамики, устойчивости тел с регулярной системой вырезов приводит к тому, что прямое применение, например, технологии конечно-элементного моделирования порождает гигантские по размерам дискретные модели, явно избыточные для получения нужной в том или ином конкретном случае характеристики. Поскольку в процессе синтеза конструкций требуется проведение многовариантных решений задач анализа, то, соответственно, непомерно возрастает длительность и стоимость проектных исследование без существенного уточнения конечного результата. Зачастую размер генерируемой модели может даже препятствовать решению одинарной задачи анализа (при отсутствии у исследователей достаточных вычислительных ресурсов).

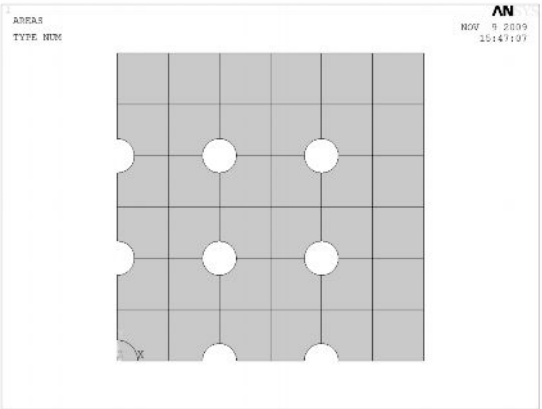
Таким образом, возникает противоречие между традиционными технологиями решения задач механики с применением численных методов, с одной стороны, и особенностями исследуемых объектов – элементов машин с системой регулярных вырезов (ТРСВ) – с другой. В связи с этим в статье [1] был предложен новый подход к численному моделированию физико-механических процессов и состояний ТРСВ, который состоит в дифференцированном подходе к различным составляющим напряженно-

деформированного состояния при дискретизации задачи на основе так называемых «парциальных» критериев точности решения. Целью этой статьи является иллюстрация предложенного подхода на конкретных примерах.

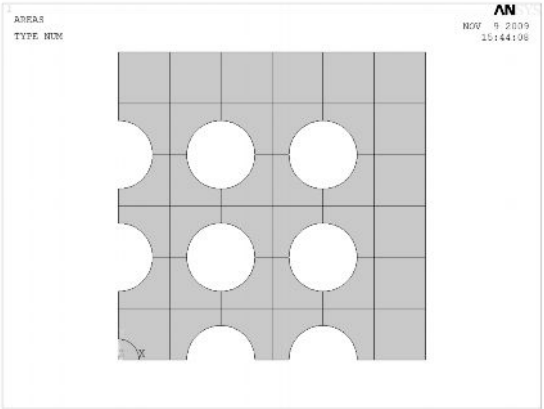
1. Описание объекта исследований. Исследуется характерный объект с большим комплектом регулярных вырезов. (рис. 1). Основные параметры: a – длина ребра квадратного регулярного фрагмента, d – диаметр отверстия.



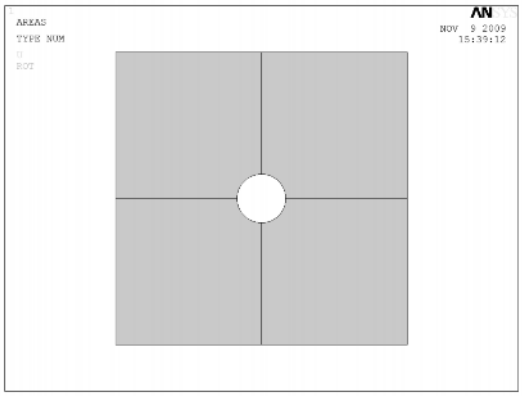
а



б



в



г

Рисунок 1 – Исследуемый объект и его регулярный фрагмент. Диаметр отверстий: а – 5 мм, б – 15 мм, в – 20 мм; г – регулярный фрагмент

2. Контролируемые характеристики точности параметров напряженно-деформированного состояния. В процессе исследований используется следующий безразмерный геометрический параметр

$$\alpha = d/a\,,\ \alpha \in [0;1[\qquad (1)$$

Для описания конечно-элементной сетки принят параметр

$$\beta = \Delta / a\,,\ \beta \in \left]0;1\right[, \tag{2}$$

где Δ – наибольший размер конечного элемента.

Для контроля изменения характеристики напряженно-деформированного состояния при варьировании α, β используются следующие парциальные критерии:

$$\gamma_1 = \left| \frac{w_N(\alpha,\beta) - w^*}{w^*} \right|,\ \delta_1 = \ln \gamma_1, \tag{3}$$

$$\gamma_2 = \left| \frac{u_N(\alpha,\beta) - u^*}{u^*} \right|,\ \delta_2 = \ln \gamma_2, \tag{4}$$

$$\gamma_3 = \left| \frac{\sigma_N(w,\alpha,\beta) - \sigma^*(w)}{\sigma^*(w)} \right|,\ \delta_3 = \ln \gamma_3, \tag{5}$$

$$\gamma_4 = \left| \frac{\sigma_N(u,\alpha,\beta) - \sigma^*(u)}{\sigma^*(u)} \right|,\ \delta_4 = \ln \gamma_4. \tag{6}$$

где u, w – тангенциальная и нормальная компоненты перемещения точек пластины; $\sigma^*(u)$ – изгибные и мембранные напряжения в пластине, индекс «N» относится к результатам численного моделирования, полученным при текущих значениях α, β, а индекс «*» соответствует точному решению.

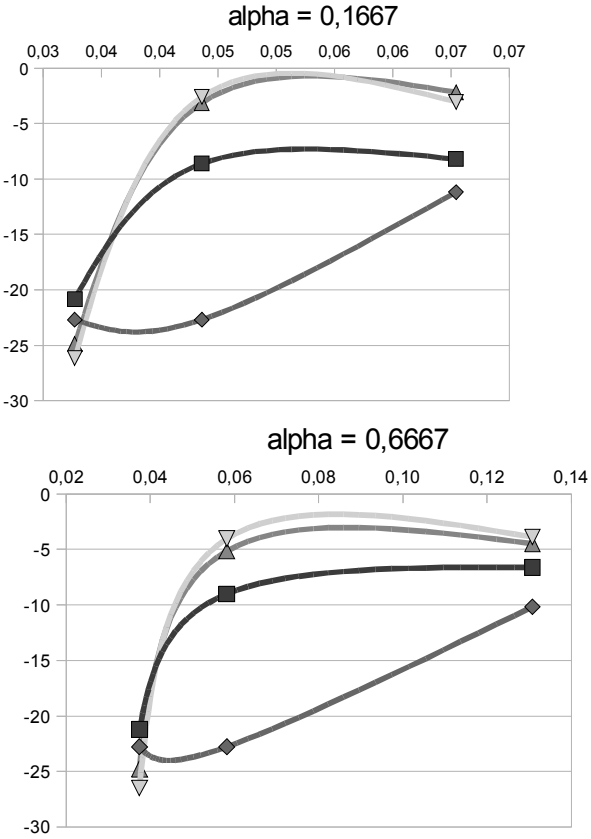
3. Результаты тестовых расчетов и анализ результатов. Результаты тестовых численных исследований представлены на рис. 2-4.

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод о том, что скорость сходимости по различным критериям различна. Это различие при решении обратной задачи (т.е. при определении β, а соответственно, размеров конечно-элементной сетки для аппроксимации решения с заданной точностью) может привести к существенно отличающимся результатам. В частности, в данном случае это отличие может достигать несколько порядков по размерам конечно-элементной сетки, а, следовательно, еще больше – по объему оперативной компьютерной памяти и длительности проведения решения задачи.

Заключение. Проведенный комплекс тестовых численных исследований иллюстрирует основную особенность при численном моделировании напряженно-деформированного состояния и интегральных характеристик тел с регулярной системой вырезов – значительное отличие скорости сходимости результатов при изменении конечно-элементной разбивки от вида используемого критерия точности.

Это подтверждает целесообразность применения предложенных автором ранее подходов, предполагающих использование так называемых парциальных критериев оценки качества конечно-элементных моделей для исследования напряженно-деформированного состояния, динамических свойств, устойчивости, жесткости тел с регулярной системой вырезов. Также это открывает путь к производным от этих кри-

териев критериям при расчетно-расчетном и расчетно-экспериментальном моделировании физико-механических процессов и состояний объектов данного типа.



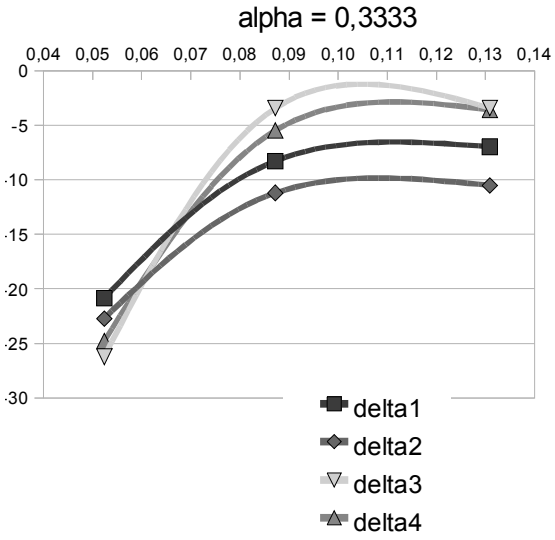
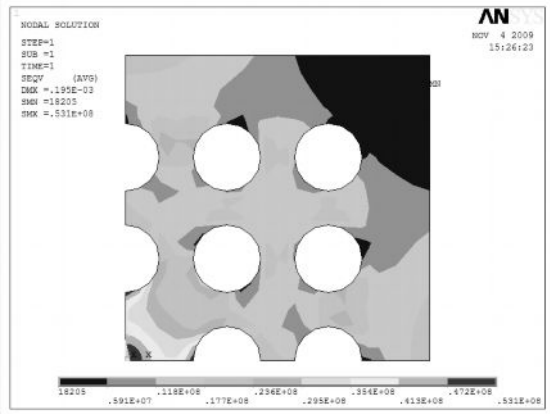
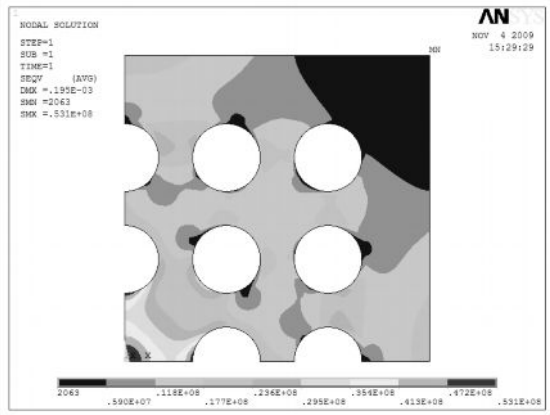


Рисунок 2 – Графики зависимостей параметров δ от β при фиксированных значениях α



$\beta = 0{,}1308$

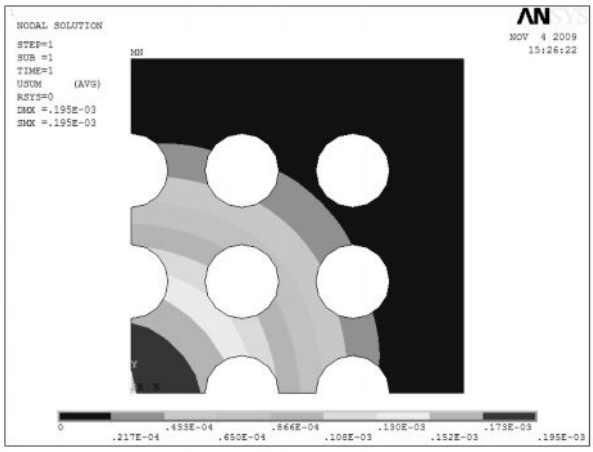


$\beta = 0{,}0374$

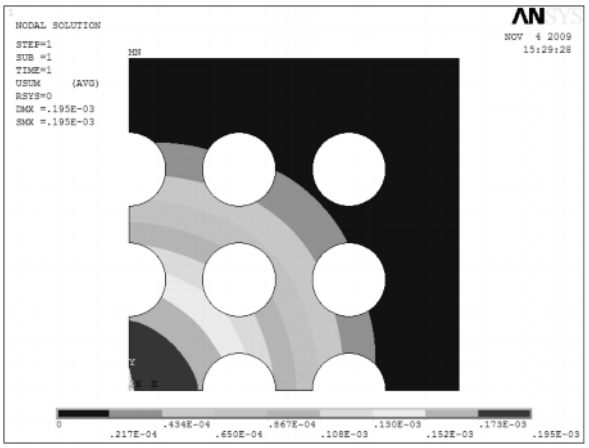
Рисунок 3 – Диаграммы распределений эквивалентных по Мизесу напряжений. Диаметр отверстий 20 мм

Следует заметить, что анализ полученных результатов можно «развернуть» в другую сторону, если при решении задачи для ТРСВ требуется например, определение локальных особенностей решения.

Предложенный подход критерии в дальнейшем планируется широко применять для решения большого множества прикладных задач.



$\beta = 0{,}1308$



$\beta = 0{,}0374$

Рисунок 4 – Диаграммы распределений суммарных перемещений.
Диаметр отверстий 20 мм

Литература: 1. Веретельник Ю.В., Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д. Расчетно-экспериментальный синтез конечно-элементных моделей тел с регулярной системой вырезов // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2009. – № 12. – С.24-50.

Веретельник Ю.В.

ДО ПИТАННЯ ПРО КРИТЕРІЇ ТОЧНОСТІ ЧИСЛОВИХ МОДЕЛЕЙ
ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПРУЖНИХ ТІЛ
З СИСТЕМОЮ РЕГУЛЯРНИХ ВИРІЗІВ

Запропоновано новий підхід до формування парціальних критеріїв якості скінченно-елементніх моделей тіл з регулярною системою вирізів.

Veretelnyk Y.V.

TO QUESTION ABOUT CRITERIA OF NUMERAL MODELS ACCURACY
FOR CHARACTERISTICS DETERMINATION OF ELASTIC BODIES
WITH REGULAR CUTS SYSTEM

New approach is offered to forming of парціальних criteria of quality of скінченно-елементніх models of bodies with the regular system of cuts.

УДК 539.3

Воробьев Ю.С., Чернобрывко М.В.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АДАПТИВНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ

Введение.

При исследовании прочности плит значительный интерес представляет анализ напряженного состояния при воздействии ударно-волновой нагрузки [1]. Такие задачи возникают при анализе прочностной надежности морских платформ и прибрежных защитных сооружений, которые подвергаются воздействиям как гидродинамического,

так и ударно-волнового характера.

Исследовалось два варианта нагружения: воздействие ударной волны избыточного давления в воздушной среде и воздействие гидродинамической нагрузки. В обоих случаях рассматривалась плита длиной 10 м, шириной 3 м и толщиной 0,5 м. Материал плиты характеризуется следующими свойствами: ρ=2400 кг/м^3, ν=0,3, E=104 МПа.

1. Адаптивный конечно-разностный метод.

Как правило, поставленная задача в общем виде решается на основе вариационных методов исследования с использованием метода конечных элементов [2]. Однако, при исследовании конкретных задач особо важно учитывать неравномерность распределения нагрузки как по поверхности плиты, так и во времени. При этом деформационные процессы в плите неоднородны. Зоны упруго-пастических деформаций локализованы, и их границы изменяются во времени.

Решение задачи проводится на основе метода конечных разностей [3] с использованием вложенной прямоугольной сетки [4]. Такой подход позволяет снизить погрешность при линеаризации задачи в локальных зонах упругопластического деформирования [5]. В качестве критерия контроля погрешности по шагу во времени выбираем локальную погрешность решения:

$$e = \|U - u\|, \tag{1}$$

где U – точное, а u – приближенное решения для выбранного момента времени t_{k+1} , при условии, что для предыдущего момента времени t_k эти решения совпадают. При этом получаем для фиксированного t_{k+1} массив локальных погрешностей $e_{\tau,h}$. Контроль величин $e_{\tau,h}$ позволяет путем половинного деления конечно-разностной сетки определять величины $e_{\tau/2,h}$ и $e_{\tau,h/2}$, и тем самым корректировать максимальную погрешность вычислений, согласно (1) .

2. Анализ прочности плиты при воздействии ударной волны в воздушной среде.

Реакция плиты на импульсную нагрузку исследовалась на основе численного эксперимента [6] воздействия фронта ударной волны на плиту. В результате расчетов определялась поверхность избыточного давления, которое воздействует на конструкцию в заданный интервал времени. Дальнейшая обработка результатов позволяет построить поверхность максимальных значений избыточного давления для всей плоскости xy исследуемой плиты (рис. 1).

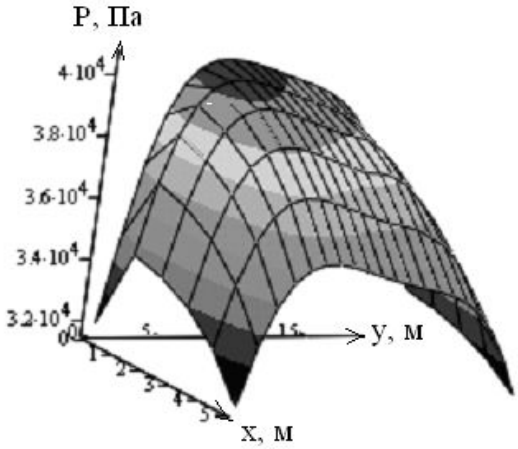


Рисунок 1 – Поверхность избыточного давления

Анализ поверхности, построенной по максимальным значениям избыточного давления на каждую исходную ячейку исследуемой конструкции, позволяет сделать вывод о достаточной гладкости функции P(y, x). В силу этого, для дальнейшего исследования в задаче о прочности и целостности элементов строительного сооружения при ударно-волновом воздействии достаточно определить максимальный элемент поверхности и координаты ячейки приложения этой величины.

Рассматривался случай, когда численное значение максимальной нагрузки соответствовало величине 0,4 атмосферы или 0,4x101325 =40530 Па. Максимальная нагрузка достигалась в точке с координатами (y, x)=(0.25 м, 0.82 м). Рассматривались перемещение (рис. 2) и интенсив-ность напряжений (рис. 3) в заданной точке.

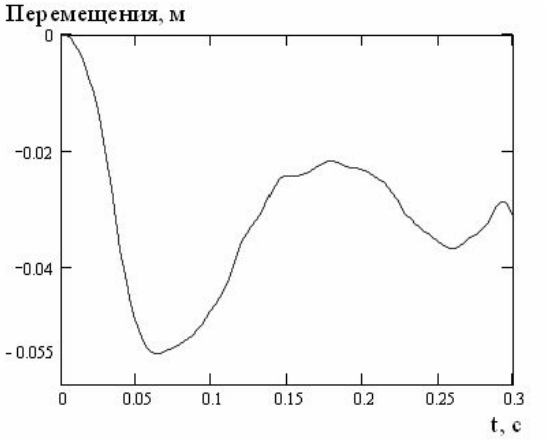


Рисунок 2 – Перемещения при импульсном нагружении

Анализ рис. 2 и 3 позволяет сделать вывод о затухании волнового процесса в плите с течением времени. Однако, максимальная величина интенсивности напряжения, равная 181 МПа, свидетельствует о большой вероятности разрушения конструкции в искомой точке, что может повлиять на целостность плиты вцелом.

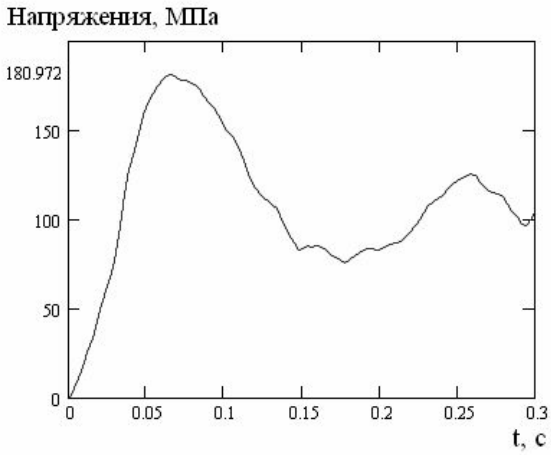


Рисунок 3 – Интенсивность напряжений при импульсном нагружении

3. Анализ прочности плиты при гидродинамическом воздействии.

При исследовании воздействия гидродинамической нагрузки на плиту в качестве нагрузки выбирались экспериментальные данные по накату уединенной волны на вертикальную стенку. В качестве вертикальной стены рассматривалась описанная вы-

ше плита. Результаты эксперимента были получены в рамках данного проекта в работах Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (ИГиЛ), Института вычислительной техники СО РАН (ИВТ) и Кемеровского государственного университета (КемГУ) [7].

На рис. 4 представлены результаты для гидродинамической нагрузки $F/(\rho g h^2)$, действующей на вертикальную стенку, и значения безразмерного гидродинамического давления $P/(\rho g h)$ в угловой точке, где ρ - плотность жидкости, h - глубина жидкости вдали от волны, g - ускорение свободного падения. Уединенная волна с начальной амплитудой $a/h = 0{,}5$ набегает на вертикальную стенку, которая располагалась на расстоянии $x/h = 15$ от начального положения вершины волны. Отметим, что во все моменты времени максимальное значение давления на вертикальной стенке достигается в угловой точке. Кривым 1 и 2 показаны результаты, полученные в ИГиЛ, кривыми 3 и 4 – в КемГУ, кривая 5 показывает распределение гидродинамического давления, полученного в ИВТ (значения для давления в угловой точке не определялись).

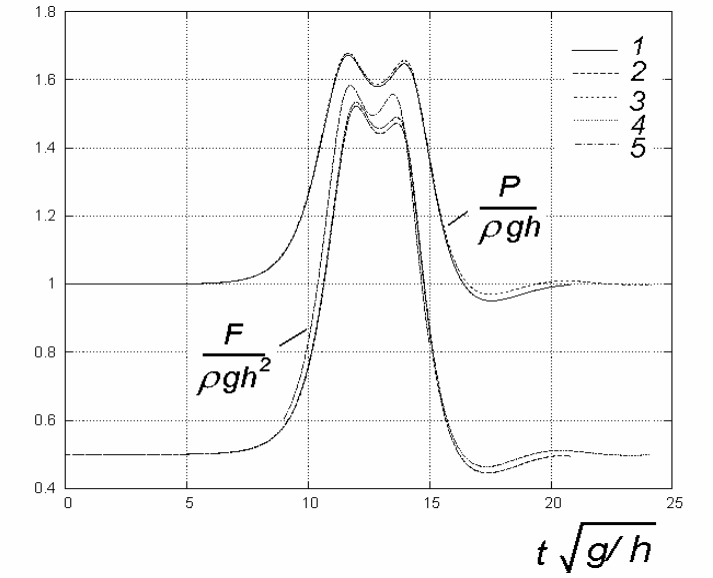


Рисунок 4 – Гидродинамические нагрузки на плиту

Видно, что имеется достаточно хорошее согласие с численными расчетами, выполненными в ИГиЛ СО РАН и КемГУ, как для гидродинамической силы, так и для давления в угловой точке. Значения для гидродинамической силы, полученные в ИВТ СО РАН, несколько отличаются, что может быть связано с погрешностями счета.

Анализ результатов, представленных на рис. 4 позволил определить максимальное расчетное значение гидродинамической нагрузки, зависящее от глубины слоя жидкости. Величина P =16 667h Па использовалась для прочностных расчетов определения напряженно-деформированного состояния плиты. Исследовались перемещения и интенсивности напряжений для плит при h=1 м, h=2 м и h=3 м. Сравнивались максимальные величины.

На рис. 5 и 6 представлены перемещения и интенсивности напряжений для глубины h=1 м.

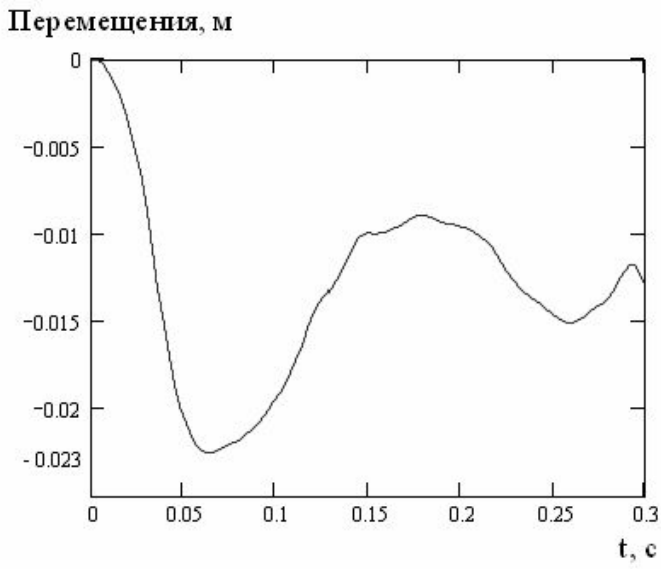


Рисунок 5 – Перемещения при гидродинамической нагрузке для глубины h=1 м

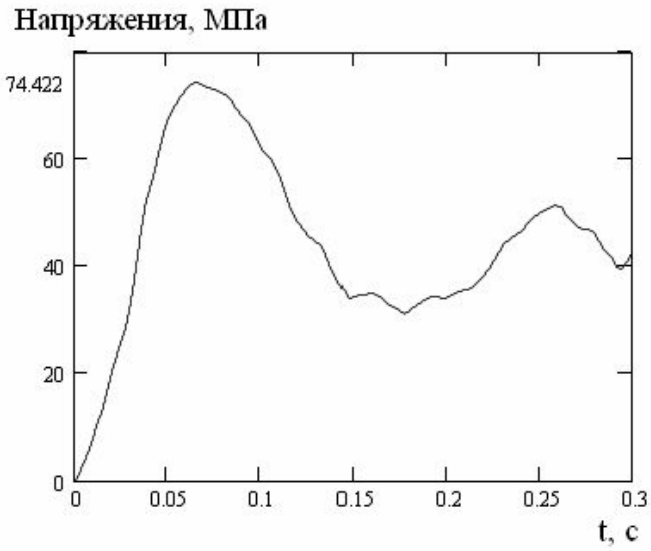


Рисунок 6 – Интенсивность напряжений при гидродинамической нагрузке для глубины h=1 м

Анализ графиков показывает, что для глубины h=1 м величина гидродинамической нагрузки не является критичной. Полученные численные значения величин свидетельствуют о том, что исследуемая плита будет претерпевать упругие деформации и сохранит свою целостность.

На рис. 7 и 8 представлены перемещения и интенсивности напряжений для глубины h=2 м. Анализ графиков показывает, что для глубины h=2 м по сравнению с глубиной h=1 м не только величина гидродинамической нагрузки, а и величины перемещения и интенсивности напряжений увеличились на 50 %. Однако, абсолютные значения этих величин еще недостаточны для разрушения конструкции.

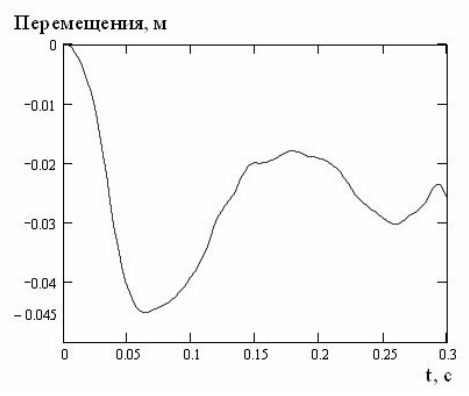


Рисунок 7 – Перемещения при гидродинамической нагрузке для глубины h=2 м

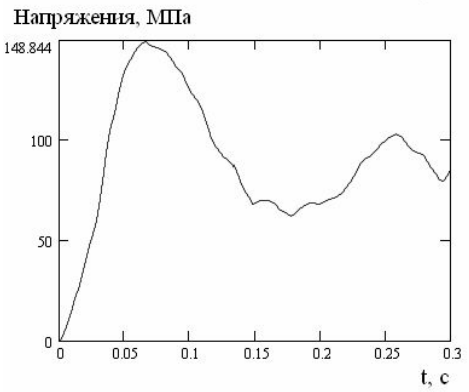


Рисунок 8 – Интенсивность напряжений при гидродинамической нагрузке для глубины h=2 м

На рис. 9 и 10 представлены перемещения и интенсивности напряжений для глубины h=3 м. Анализ графиков показывает, что для глубины h=3 м по сравнению с глубиной h=1 м величины перемещения и интенсивности напряжений увеличились примерно на 34 %, а по сравнению с глубиной h=2 м – на 67 %. Абсолютные значения этих величин превысили значения, полученные при расчете импульсного деформировании плиты, что позволяет сделать вывод о частичном разрушении конструкции.

Таким образом, использование результатов расчетов соисполнителей проекта позволило провести исследования динамики элементов морских сооружений под действием ударно-волновых нагрузок на новом уровне и получить ряд новых результатов.

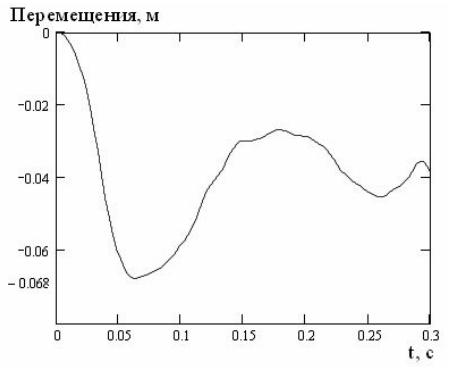


Рисунок 9 – Перемещения при гидродинамической нагрузке для глубины h=3 м

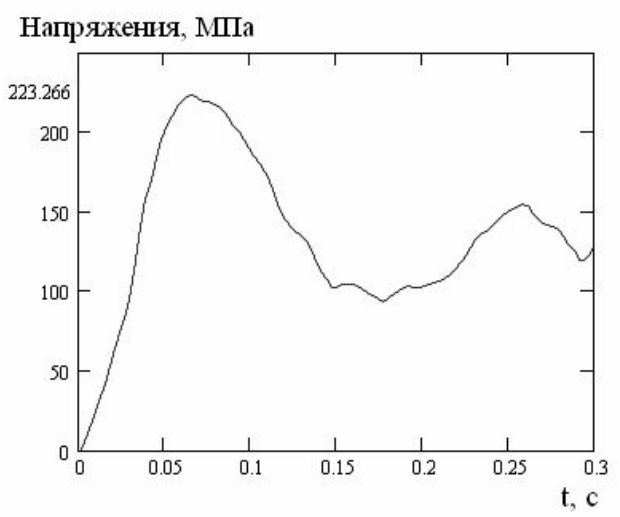


Рисунок 10 – Интенсивность напряжений при гидродинамической нагрузке для глубины h=3 м

Выводы.

Представленная методика позволяет определить напряженно-деформированное состояние плиты под действием реальной ударно-волновой или гидродинамической нагрузки, а также сделать выводы о степени разрушения конструкции. Решение задачи проводится на основе адаптивного конечно-разностного метода.

Работа выполнена при поддержке совместного проекта "Численное моделирование нестационарного взаимодействия сложных упругих конструкций с жидкостью или газом" фундаментальных исследований ученых учреждений НАН Украины и Сибирского отделения РАН.

Литература: 1. Воробьев Ю.С., Чернобрывко М.В., Ярыжко А.В. Динамика оребренных элементов конструкций при ударно-волновом воздействии // Тези додоповідей Міжнар. наук.-техн. конф. «Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій». – Дніпропетровськ, 2007. – С. 246 - 248. 2. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х т.: Т.2.: Пер. С англ. – М.: Мир, 1991. – 552 с. 3. Воробьев Ю.С., Чернобрывко М.В. Об особенностях моделирования ударно-импульсного нагружения оболочек и пластин. Механіка та машинобудування. – 2006.- № 1 - С. 39 - 45. 4. Лук'яненко С.О. Адаптивні обчислювальні методи моделювання об'єктів з розподіленими параметрами. – Київ: Політехніка, 2004. – 234 с. 5. Чернобрывко М.В. О применимости упрощенных математических моделей для расчетов конструкций при импульсном деформировании // Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве. Тр. 11-й МНТК. - Харьков, 2005.- С.264 – 266. 6. Ю.С. Воробьев, М.В. Чернобрывко, Л. Крушка Особенности численного анализа скоростного деформирования элементов конструкций под действием локальных импульсных нагрузок. // IX Konferencja Naukowo-Techniczna «Programy MES w komputerowym wspomaganiu analizy, projektowania i wytwarzania», Warsaw (Poland), 2005.- P.545-551. 7. Стурова И.В. Влияние переменной глубины жидкости на нестационарное поведение упругой пластины, плавающей на мелководье // Проблемы механики сплошных сред и физики взрыва: Тез. докл. Всерос. конф., посвященной 50-летию Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН. – 2007. – С. 158-159.

Воробйов Ю.С., Чернобривко М.В.

МОДЕЛЮВАННЯ ВИСОКОШВИДКІСНИХ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ З ВИКОРИСТАННЯМ АДАПТИВНИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МЕТОДІВ

У роботі досліджується міцність пліт під дією ударної волни зі збитковим тиском у повітряному середовищі та при гідродинамічному навантаженні. Проводиться аналіз напружено-деформованого стану, на підставі якого надаються виводи про пошкодження конструкції. Розрахунки проводяться з використанням адаптивних обчислювальних методів.

Vorobiev Y.S., Chernobryvko M.V.

MODELLING HIGH-SPEED DEFORMATION PROCESSES WITH USE ADAPTIVE COMPUTING METHODS

In work durability of plates under action of a shock wave of superfluous pressure in the air environment and hydrodynamical loading is investigated. The analysis tensely - deformed conditions on the basis of which conclusions about integrity of a design are done is carried out. Calculations are carried out with use of adaptive computing methods.

УДК 531.8:621.747:539.3

Грабовский А.В.

О РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМАХ

Введение. Существующие традиционные аналитические и численные методы исследования динамических процессов в виброударных системах [1-4] используют во многих случаях упрощенные модели для описания динамических систем с ударно-вибрационным возбуждением. Это может приводить к существенным количественным, а иногда и качественным погрешностям при анализе виброударных процессов. В связи с этим в последнее время предложены новые подходы к описанию и самих виброударных машин, и происходящих в них процессов [5-8].

В частности, в диссертации Барчана Е.Н. [8] предложен новый расчетно-экспериментальный метод определения внешних нагрузок в крупнотоннажной виброударной машине с дебалансным приводом. Его суть заключается в том, что вид распределения ударных сил на машину от действия технологической нагрузки во времени, а также величина этих сил определяется в ходе экспериментальных исследований на опытном образце машины. После этого определенные таким образом силы прикладываются к упругой подсистеме «корпус выбивной машины – упругие опоры» для определения закона движения этой подсистемы, а также действующих в ее металлоконструкции напряжений.

Несмотря на всю привлекательность предложенного в [8] метода, его применение ограничено, так как при этом происходит «привязка» к выбивной машине конкретного типа с конкретной структурой и основными параметрами. В случае изменения последних требуется повторное экспериментальное исследование на специально изготовленном опытном образце вибрационной машины (ВМ). В связи с этим затруднено накопление, анализ и обработка экспериментальных данных и формирование обобщенных зависимостей.

В частности, представляет особый интерес моделирования ударно-динамических нагрузок на элементы вибрационной машины с целью определения влияния различных

факторов и параметров (упруго-жесткостные характеристики, вязкость, сухое трение и т.д.) на характер и величину сил при ударном взаимодействии элементов виброударной системы (ВУС). Для решения данной задачи в работе [7] предложен принципиально новый подход. Он базируется на разложении искомой функции силового ударного взаимодействия в ряд по различным параметрам. При варьировании данных параметров меняется и длительность ударного взаимодействия, и распределения сил контактного взаимодействия во времени. Для некоторых случаев это очень важно, например, для оценки напряженно-деформированного состояния, поскольку в данном случае имеет значение максимальная величина данных сил. Собственно задача идентификации этих параметров является основной при расчетно-экспериментальном исследовании вибрационных машин.

Учитывая приведенные выше аргументы, значительную актуальность и важность приобретает задача сравнения результатов численного и экспериментального моделирования динамических процессов в виброударной системе. Решение этой задачи описывается в данной статье на примере взаимодействия технологического груза с вибрационной машиной для выбивки крупных отливок массой до 10^4 кг [8].

1. Постановка задачи. Рассматривается виброударная система, состоящая из вибрационной машины с дебалансным приводом, расположенная на упругих опорах, и технологического груза, циклически совершающего свободный полет и ударное взаимодействие с выбивной машиной [5-8] (рис. 1). Для моделирования сил взаимодействия груза с выбивной машиной (ВМ) используется зависимость [7]

$$F_1 = \sum_{i,j,k=0}^{\infty} \alpha_{ijk} \varphi_i(\varsigma) \psi_j(\dot{\varsigma}) \chi_k(t), \tag{1}$$

где, α_{ijk} – некоторые коэффициенты, φ, ψ, χ – базовые функции в разложении функции F.

Для определения характера распределения F во времени используются данные экспериментальных исследований [6]:

$$F_2 = F_2(t). \tag{2}$$

Тогда ставится задача определения таких α_{ijk}, что несоответствие распределений сил F, полученные численно и экспериментально, минимально:

$$\|F_1(t) - F_2(t)\| \to \min, \tag{3}$$

где $\|F_1(t) - F_2(t)\|$ – некоторая норма, например,

$$\|F_1(t) - F_2(t)\|_1 = \max|F_1(t) - F_2(t)| \tag{4}$$

или

$$\|F_1(t) - F_2(t)\|_2 = \int_0^T |F_1(t) - F_2(t)| dt. \tag{5}$$

Здесь T – период циклического процесса, а время t в (5) отсчитывается от на-

чала очередного цикла.

Для получения экспериментальных данных используются данные исследований [9].

В завершение цикла исследований определенные таким образом силы F прикладываются к корпусу выбивной машины, и определяется его напряженно-деформированное состояние (НДС). Таким образом, в приведенной статье в качестве примера исследуемой конструкции выступает высоконагруженная крупнотоннажная вибрационная машина с дебалансным приводом для выбивки крупного вагонного литья, общая схема которой представлена на рис. 1.

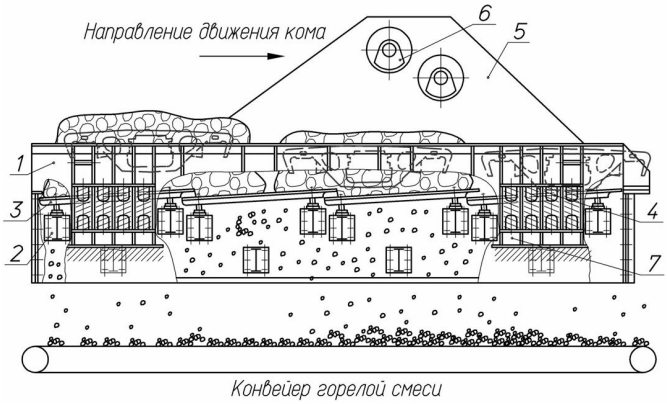


Рисунок 1 – Общая схема исследуемой выбивной машины: 1 – корпус; 2 – подрешетные балки; 3 – решетки колосниковые; 4 – амортизаторы; 5 – стенки дебалансов; 6 – дебалансы; 7 – опора грохота

Исследуемая выбивная машина имеет следующие характеристики: полная масса корпуса – 15960 кг; суммарная жесткость упругих опор – 5280000 Н/м; суммарное демпфирование опор – 127680 Н·с/м; частота вращения дебалансных валов – 960 об./мин; угол между дебалансными валами – 30°; масса одного вала – 405.8 кг; эксцентриситет дебалансного вала – 0.045 м; суммарная масса отливки и кома – 10^4 кг.

2. Численное моделирование динамических процессов в виброударной системе. Основываясь на зависимости для определения внутреннего усилия (1), можно получить следующую математическую модель для исследования динамики поведения виброударной системы, как это было показано ранее [7]. При этом полученная математическая модель на основе выражения для силы (1) является существенно нелинейной [7], причем дополнительную нелинейность вносят характеристики кома, которые входят в математическую модель в виде кусочно-линейных функций для определения сил жесткости и вязкости.

Проведя расчет динамических процессов по предложенной математической модели, можно получить следующие результаты моделирования поведения системы (рис. 2-8) [9].

На рис. 2 приведены перемещения кома и выбивной машины во времени на установившемся режиме. Как видно из графика, амплитуда колебаний выбивной машины при заданных параметрах не превышает 3.5 мм, а амплитуда подбрасывания кома с отливкой – около 3.7 мм.

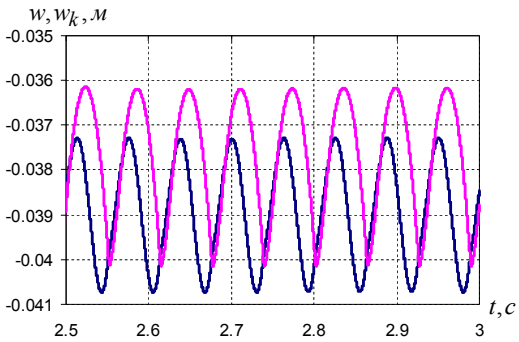


Рисунок 2 – График перемещений центров масс во времени: светлая линия – кома, темная – выбивной машины

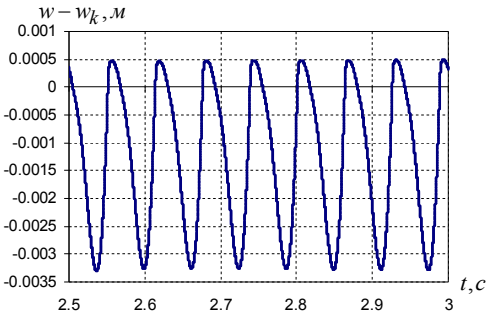


Рисунок 3 – График изменения расстояния между выбивной машиной и комом во времени

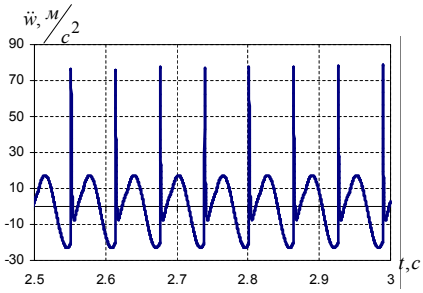


Рисунок 4 – График изменения ускорения выбивной машины во времени

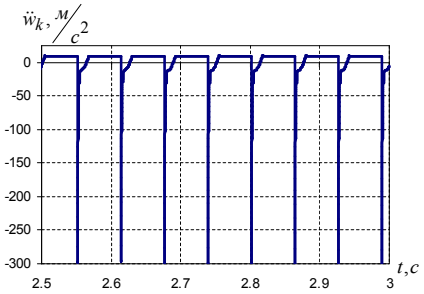


Рисунок 5 – График изменения ускорения кома во времени

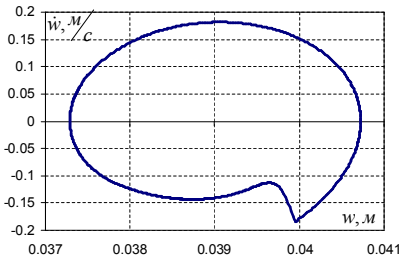


Рисунок 6 – Фазовая диаграмма центра масс выбивной машины

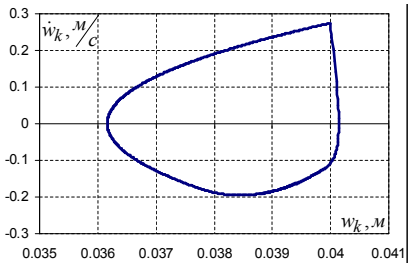


Рисунок 7 – Фазовая диаграмма центра масс кома

На рис. 3 представлено расстояние (высота подбрасывания) между ВМ и комом на установившемся режиме как функция времени. Как видно, она не превышает 3.3 мм, а проникновение кома в тело выбивной машины (смятие кома) не превышает 0.5 мм. На рис. 4 показано изменение ускорения центра масс ВМ во времени. На графике четко видны моменты удара, которые выделяются характерными пиками. Величина пиков не превышает 80 м/с^2.

На рис. 5 показан график изменения центра масс ускорения кома во времени. Как видно из графика, в момент удара ускорения центра масс кома находятся в пределах 300 м/с^2, а в момент свободного полета величина ускорения постоянна (ускорение свободного падения). На рис. 6 показана фазовая диаграмма движения центра масс ВМ. На диаграмме четко виден момент удара, который вносит качественное отличие диаграммы виброударной системы от фазовой диаграммы на холостом ходу. На рис. 7 приведена фазовая диаграмма движения центра масс кома. На диаграмме также виден момент удара, а на рис. 8 показано изменение сил на протяжении одного удара взаимодействия кома с отливкой в нелинейной вязко-упругой смеси.

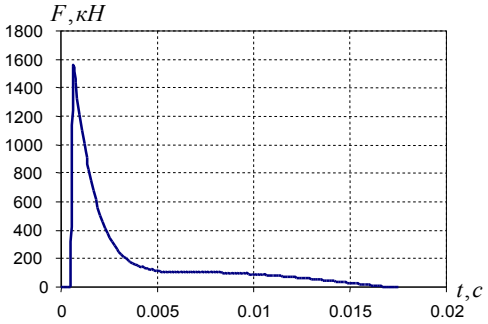


Рисунок 8 – График изменения сил во времени на протяжении одного удара

Таким образом, предложенная математическая модель виброударной системы позволила получить новые результаты поведения кома с отливкой, которые нельзя получить, используя методики, предложенные в работах [8]. Также система «выбивная машина-технологическая нагрузка» была исследована как виброударная, что позволило уточнить результаты исследований, получаемые ранее, например, момент удара относительно синусоидальных колебаний выбивной машины. Это связано с тем, что виброударная система является самоподстраивающейся относительно внутреннего удара.

3. Экспериментальное исследование динамики выбивной машины. На этапе создания и внедрения инерционной выбивной машины с дебалансным приводом для крупного вагонного литья в производство на ЗАО «АзовЭлектроСталь» была проведена серия экспериментальных исследований по исследованию прочности и работоспособности выбивной машины. Главным критерием проектирования этой машины выступала надежность и долговечность работы, поскольку простой этой машины ведет к простою уникальной и дорогостоящей автоматизированной линии, что приводит к большим затратам.

В процессе эксперимента для определения напряжений в корпусе выбивной машины применялся метод электротензометрии с использованием тензорезисторов КФ-5-20-100, тензоусилителя типа 8 АНЧ-23 и портативного компьютера с аналогово-цифровым преобразователем Е-330 [6].

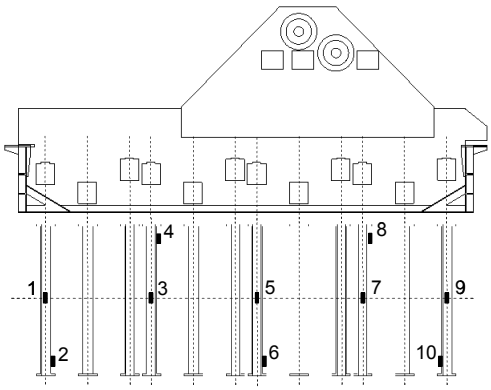


Рисунок 9 – Общая схема установки тензодатчиков
для исследования напряжений [9]

Для исследований была создана опытная выбивная машина. Напряжения в металлоконструкции измерялись при включенном приводе в двух режимах нагружения: на холостом ходу без приложения нагрузки; при нагружении испытательным грузом (три цикла нагружения). Для нагружения использовался груз массой 2,2 т. Регистрация напряжений

выполнялась в процессе прогона испытательного груза по решеткам ВМ, имитирующей цикл выбивки [6].

Общая схема расстановки тензодатчиков представлена на рис. 9. Некоторые осцилограммы, полученные в результате экспериментальных исследований, представлены на рисунках (рис. 10-13).

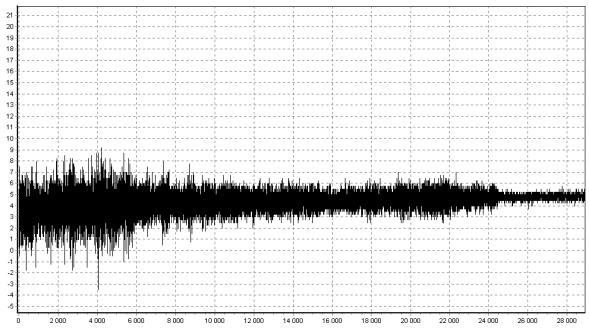


Рисунок 10 – Характер динамических напряжений (МПа) во времени (балка 1, точка 2, 29000 ед. ≈ 1с, интервал времени 0..1с)

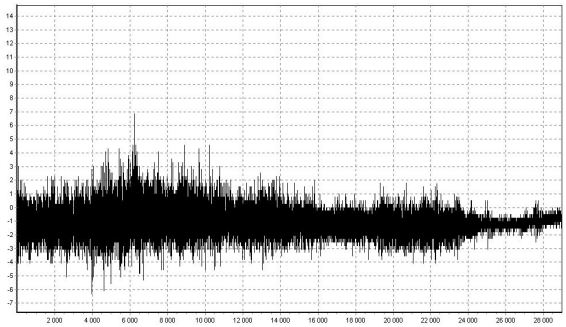


Рисунок11 – Характер динамических напряжений (МПа) во времени (балка 4, точка 4, 29000 ед. ≈ 1с, интервал времени 0..1с)

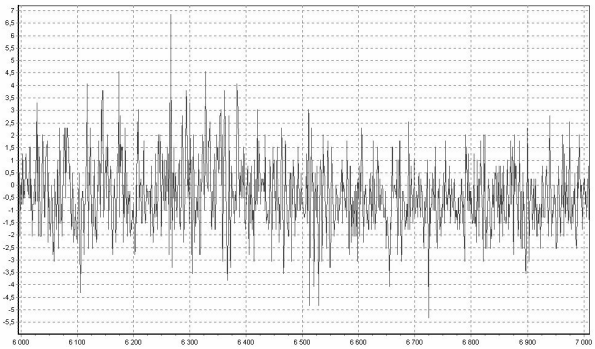


Рисунок 12 – Характер динамических напряжений (МПа) во времени (балка 4, точка 4, 29000 ед. ≈ 1с)

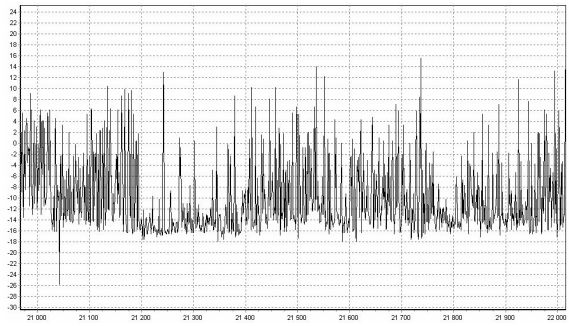


Рисунок 13 – Характер динамических напряжений (МПа) во времени (балка 12, точка 10, 29000 ед. ≈ 1с)

Таким образом, в результате экспериментальных исследований были получены осцилограммы напряжений в различных силовых элементах выбивной машины во времени при проходе тестового груза и на холостом ходу, которые можно сравнить с результатами численных исследований напряженно-деформированного состояния металлоконструкции исследуемой машины.

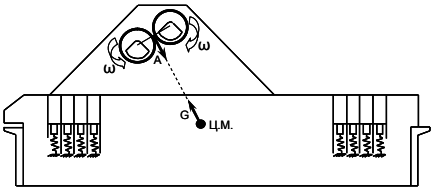


Рисунок 14 – Общая схема расчета для исследования НДС на холостом ходу

4. Определение напряженно-деформированного состояния корпуса выбивной машины. Как уже было отмечено в предыдущих работах [8-11], напряженно-деформированное состояние наиболее рационально исследовать в металлоконструкции

корпуса выбивной машины путем разделения общей расчетной схемы на подмодели, которые характерны холостому и ударному режимам работы. Такое разделение общей расчетной схемы связано со сложностью и громоздкостью реализации общей модели.

Холостой режим в свою очередь также предлагается разделить на подэтапы, то есть исследовать квазистатическую задачу относительно обобщенных координат, в которых компоненты усилия от дебалансных валов действуют так, как это показано на общей схеме (рис. 14).

После проведения конечно-элементных расчетов по исследованию НДС металлоконструкции корпуса выбивной машины было выявлено, что напряжения, возникающие от холостого хода в корпусе, незначительные, при этом они плавно распределяются по элементам корпуса металлоконструкции, поэтому они не сильно влияют на общую прочность корпуса.

Некоторые результаты расчета приведены на следующих рисунках (рис. 15-18). Как видно из приведенных выше картин распределений (см. рис. 15-18), максимальные напряжения не превышают 27 МПа, и даже если их просуммировать, то в самом худшем случае они не превысят 50 МПа, что является приемлемым для такого класса машин.

Следующим этапом исследования прочностных характеристик корпуса выбивной машины является расчет НДС от ударного воздействия. Эту задачу также предлагается решать конечно-элементным подходом, но в динамической постановке, путем приложения одного импульса и исследования вызванных этим импульсом напряжений в корпусе ВМ. Характеристики импульса берутся из динамического расчета (см. рис. 8). Общая расчетная схема приведена на рис. 19.

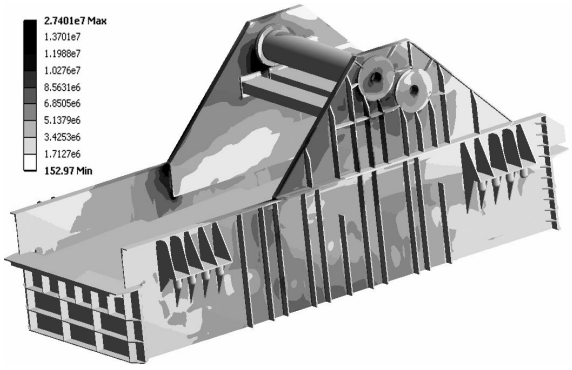


Рисунок 15 – Изменение эквивалентных напряжений по Мизесу для вертикальной обобщенной координаты

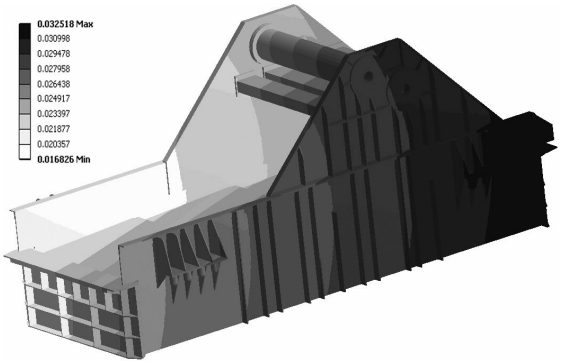


Рисунок 16 – Изменение суммарных перемещений для вертикальной обобщенной координаты

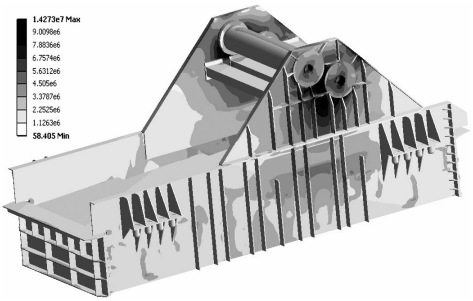


Рисунок 17 – Изменение эквивалентных напряжений по Мизесу для продольной обобщенной координаты

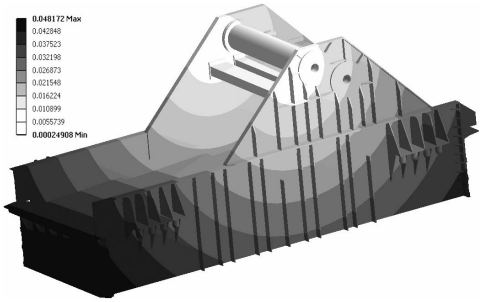


Рисунок 18 – Изменение суммарных перемещений для продольной обобщенной координаты

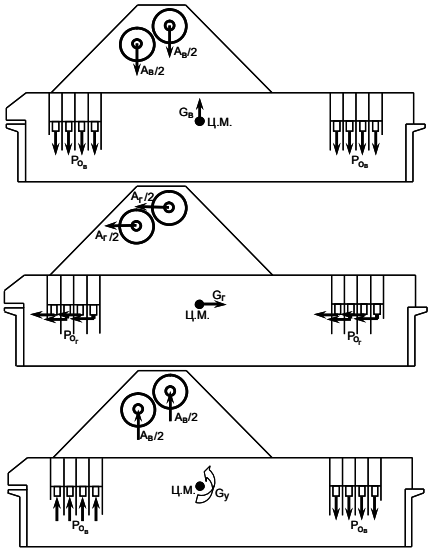
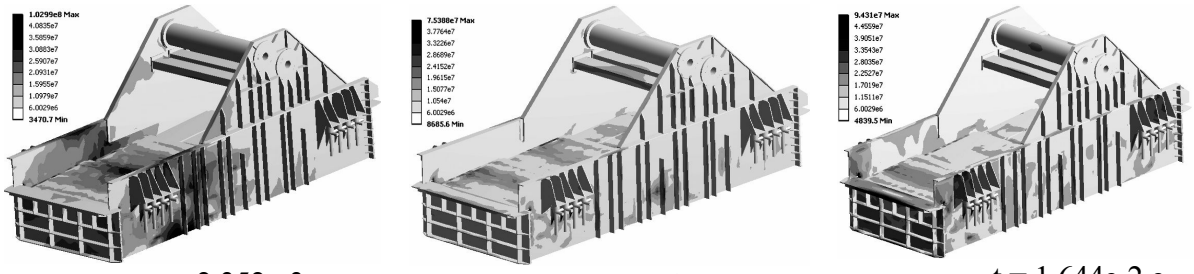


Рисунок 19 – Расчетная схема для ВМ при импульсном нагружении

После проведения серии переходных динамических расчетов было выявлено, что наибольшее влияние на НДС корпуса ВМ оказывает импульсное воздействие от ударной нагрузки. При этом максимальные напряжения в конструкции от импульсного воздействия составляют ≈ 100 МПа, а максимальные напряжения в подрешетной балке находятся также в пределах ≈ 100 МПа. Картины распределения напряжений в элементах конструкции в различные моменты времени приведены на рис. 20 – 22.

Графики изменения напряжений по Мизесу в период времени одного импульса в контрольных точках № 3 и № 4 приведены на рис. 23, 24 соответственно.



t = 2.352e-3 с t = 5.904e-3 с t = 1.644e-2 с

Рисунок 20 – Эквивалентные напряжения по Мизесу в корпусе выбивной машины

5. Анализ результатов. Анализ представленных результатов численных и экспериментальных исследований позволяет заключить, что в целом доминирующими напряжениями в корпусе исследованной машины являются напряжения от ударной нагрузки. В данном случае они в 2-5 раз выше, чем напряжения, вызванные действием усилий от действия дебалансного привода. При этом, хотя зависимость ударного взаимодействия от времени (см. рис. 8) не носит колебательного характера, вызванные ими напряжения носят характер полигармонического колебательного процесса, длящегося дольше, чем само ударное взаимодействие. Таким образом, суммируя гармонически распределенные напряжения от действия дебалансных валов (частота колебаний равна частоте вращения валов), а также поличастотные колебания от сил ударного взаимодействия машины с грузом, получаем некоторый смешанный процесс с резкими пиками-максимумами, что по характеру полностью соответствует экспериментально полученным осциллограммам (см. рис. 10-13).

t = 2.352e-3 с t = 5.904e-3 с t = 1.644e-2 с

Рисунок 21 – Суммарные перемещения в корпусе ВМ в различные моменты времени

t = 2.352e-3 с t = 5.904e-3 с t = 1.644e-2 с

Рисунок 22 – Изменение эквивалентных напряжений в исследуемой подрешетиной балке в различные моменты времени

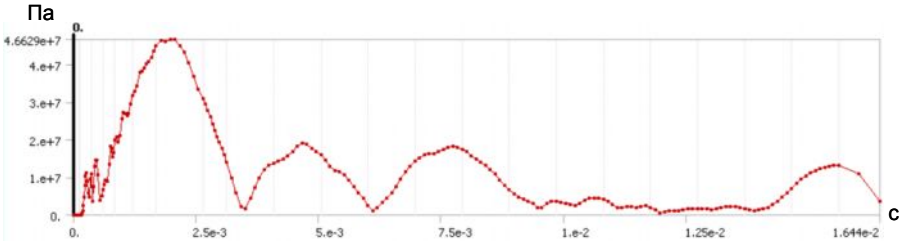


Рисунок 23 – Изменение эквивалентных напряжений во времени в датчике № 3

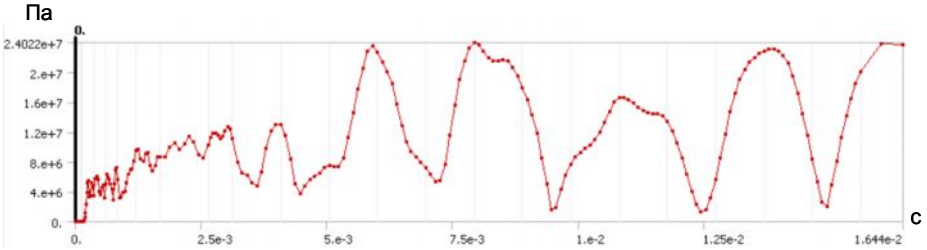


Рисунок 24 – Изменение эквивалентных напряжений во времени в датчике № 4

Таким образом, можно утверждать, что в целом предложенный подход к определению сил ударного взаимодействия в ВУС получил экспериментальное подтверждение по характеру изменения во времени. Дополнительного исследования требует оценка количественного соответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Кроме того, из проведенных исследований следует, что в данном случае наиболее проблемными элементами конструкции являются подрешетные балки, в которых напряжения достигают значительных величин (100 МПа и более) при многоцикловом воздействии.

Заключение. Таким образом, в статье предложен полный цикл исследований для расчетно-экспериментального метода идентификации параметров выбивной машины. Получены обобщенные зависимости для определения сил ударного взаимодействия в виброударной системе. Данные зависимости позволили уточнить расчетную схему для исследования НДС металлоконструкции корпуса ВМ. Благодаря этому получено удовлетворительное соответствие численных и экспериментальных результатов. Исходя из изложенных выше выкладок, предложенный подход является приемлемым для исследования виброударных систем, в частности выбивной машины для крупнотоннажного вагонного литья.

Литература: 1. Горский А.И. Расчет машин и механизмов автоматической линии литейного производства. – М.: Машиностроение, 1978. – 551с. 2. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Под ред. Блехмана И.И. Т. 2: Колебания нелинейных механических систем. – М: Машиностроение, 1979. – 351 с. 3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Под ред. Диментберга Ф.М. и Колесникова К.С. Т. 3: Колебания машин, конструкций и их элементов. – М: Машиностроение, 1980. – 544 с. 4. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Под ред. Лавендела Э.Э. Т. 4: Вибрационные процессы и машины. – М: Машиностроение, 1981. – 510 с. 5. Барчан Е.Н., Ткачук Н.А., Грабовский А.В. Экспериментальное исследование динамических процессов в выбивной машине с дебалансным приводом // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2007. – №3. – С.17-23. 6. Барчан Е.Н., Шкода В.А., Просянок В.В., Грабовский А.В. Экспериментальное исследование динамических процессов в оптимизированной выбивной машине // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. –2007. – №23. – С.26-32. 7. Грабовский А.В. Методы исследования динамики инерционных вибромашин и определение действующих нагрузок

в виброударной системе // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2009. – №12. – С.61-80. 8. Барчан Е.Н. Удосконалення методів розрахунку та конструкції вибивної транспортуючої машини для формувальних ліній крупного литва // Дисс. канд. техн. наук: 05.02.02. – Мариуполь. – 2008. – 178 с. 9. Отчет по хоз. договору №12765 "Разработка математической, геометрической и конечно-элементной модели для исследования динамики и напряженно-деформированного состояния выбивной машины". – 2008 г. 10. Барчан Е.Н., Грабовский А.В. Верификация численных моделей при исследовании выбивной машины с помощью современных САПР // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2008. – №2. – С.8-13. 11. Грабовский А.В., Барчан Е.Н. Исследование динамического поведения и напряженно-деформированного состояния в элементах выбивной машины при динамических быстроизменяющихся процессах // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2008. – №9. – С.29-35.

Грабовський А.В.

ПРО РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ВІБРОУДАРНИХ СИСТЕМАХ

У статті наведений повний цикл розрахунків та дослідження міцності металоконструкції та роботи великотоннажної вибивної машини з дебалансним приводом для великогабаритного вагонного литва. Було досліджено її динамічну поведінку в процесі роботи. Побудовані основні характеристики машини, що складається з абсолютно твердих тіл, показані внутрішні зусилля, що виникають від удару литва з машиною. Проведено експериментальне дослідження машини, отримані осцилограми напружень у різних елементах конструкції. Досліджено напружено-деформований стан за допомогою скінчено-елементного комплексу.

Grabovskiy A.V.

ABOUT COMPUTATIONAL AND EXPERIMENTAL MODELING OF DYNAMIC PROCESSES IN VIBROIMPACT SYSTEMS

In the paper the complete cycle of computations and research of strength of metalware and work of great-tonnage shake-out machine with unbalance drive for the large-size carriage casting is resulted. Its dynamic behavior was investigated in the process of work. Basic descriptions of machine which consists of absolutely solids are built, internal efforts which arise up from the blow of casting with a machine are shown. Experimental research of machine was conducted, oscillograms of tensions were got in the different elements of construction. Also stressed and deformed state was investigated by finite-element complex.

УДК 621.833.031

Приймаков А.Г., Устиненко А.В., Примаков Г.А.

ВЫНОСЛИВОСТЬ КРУПНОГАБАРИТНЫХ ДЕТАЛЕЙ СИЛОВЫХ ВОЛНОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Введение. Актуальность проблемы.

Работоспособность силовых волновых зубчатых передач (СВЗП) определяется выносливостью гибких колес с наружным зубчатым венцом, которые представляют собой металлополимерную конструктивно-ортотропную оболочку (длинную цилиндрическую замкнутую двухслойную) [1, 2].

В последнее время возникает существенная потребность в силовых волновых передачах, состоящих из крупногабаритных гибкого, жесткого колес и генератора волн принудительной или полупринудительной деформации. По статическим данным обследования эксплуатационной надежности металлургического и машиностроительного оборудования и оснастки известно [1-3], что 50...70% деталей и сборочных единиц, являющимися несущими элементами указанных конструкций, выходят из строя по причине усталостных явлений. Последние, как правило, приводят к внезапным аварийным ситуациям, длительным простоям и потерям.

Повышение надежности и ее составляющей – долговечности – при снижении материалоемкости технологического оборудования и приводных систем на стадии проектирования может быть достигнуто либо управлением формой и размерами опасного сечения несущей детали, либо обеспечением заданных величин и постоянства на определенной глубине (толщине) опасного сечения механических, усталостных и прочих эксплуатационных свойств конструкционного материала, в т.ч. и остаточных напряжений, за счет управления технологиями плавки, ковки, термообработки, зубообработки и доводочных операций.

Первый путь реален и организуется на этапе проектирования при помощи современных CAD/CAE-систем, второй (создание конструкционных материалов с заданными свойствами) требует нахождения связи между эксплуатационными показателями, влияющими на общую работоспособность и параметрами технологических операций, хотя бы на макроуровне, что можно установить только на основе экспериментальных исследований.

В настоящее время при конструировании СВЗП материал несущего элемента (гибкого колеса) назначается, исходя из эмпирической (иногда – из расчетной) оценки нагруженности и ответственности гибкого колеса (ГК), а также параметров механических свойств материала ГК. Твердость несущего элемента назначается исходя из марки стали, режима термообработки и габарита ГК. При этом величина достигаемой твердости фиксируется лишь в нескольких точках поверхности, и остается невыясненным вопрос о распределении механических свойств по опасному сечению ГК. Следовательно, ни марка стали, ни твердость не связаны с общей работоспособностью и ресурсом ГК и СВЗП.

На сегодняшний день отсутствуют количественные зависимости, отражающие функциональную или стохастическую связь между механическими свойствами, параметрами легирования и термообработки (макро- и микроструктуры) с конечными эксплуатационными свойствами ГК. При решении краевых задач исследования НДС реологические свойства материала ГК описываются только модулями упругости первого или второго рода и коэффициентом Пуассона, которые структурно-чувствительны к макрохарактеристикам материала ГК и, особенно, к усталостным свойствам крупногабаритных деталей.

Испытания на выносливость материалов колес СВЗП.

Для получения вероятностных (стохастических) диаграмм выносливости материалов СВЗП, определения пределов ограниченной выносливости и количественных соотношений между механическими, структурными и усталостными свойствами материалов несущих элементов СВЗП авторами были выполнены испытания на выносливость. Для гибких колес испытывалась Сталь 40ХНМА, для жестких колес – Сталь 40Х (рекомендованы ГОСТ 23108-78 "Редукторы волновые зубчатые одноступенчатые. Основные параметры для волновых зубчатых редукторов Вз-50…Вз-315").

Для исследования выносливости СВЗП (пары "гибкое колесо - жесткое колесо") на изгиб с кручением, что соответствует реальному нагружению ГК в процессе зацеп-

ления, авторами были проведены циклы испытаний стандартных образцов в соответствии с ГОСТ 25.502-86 и созданном на его основе ДСТУ 25.502-94.

Стандартные образцы изготовлялись из крупногабаритных поковок с наружным диаметром D=1350мм, внутренним диаметром d=550мм и высотой 100мм из вышеуказанных марок сталей. Поковки были изготовлены по техническим условиям рабочих чертежей гибких и жестких колес СВЗП и прошли весь технологический цикл ковки и термообработки на ГП "ФЭД" (г. Харьков). Термообработка зубчатых пар – нормализация+улучшение до твердости *HRC* 28…32, что не исключает возможности приработки зубчатых пар относительно мелкого модуля.

Из слоя металла толщиной 150 мм от поверхности поковки (по диаметру) на продольно-строгальном станке вырезались заготовки круглого сечения для стандартных образцов; из каждой заготовки изготовлялся стандартный образец типа I диаметром 10 мм, длиной 200мм с круговой (сегментной) выточкой диаметром 5,5 мм.

Испытания образцов на изгиб с вращением проводились при симметричном цикле нагружения на испытательных машинах УБМ, технические характеристики которых соответствуют ГОСТ 25.502-86. Перед испытаниями были проверены работа счетчиков числа циклов и показания шкалы нагруженности по результатам показаний приборов трех машин; статистическая обработка результатов измерений подтвердила, что расхождение показаний не превышает 3%. Эта точность измерений достаточна для проведения статистической обработки результатов испытаний выносливости [2, 4]. Базой испытаний $N_б$ служило рекомендованное ГОСТ 25.502-86 значение $N_б=10^7$ циклов; значение предела выносливости σ_{-1} для испытуемых сталей находим по справочной литературе [4-6]. Верхний предел напряжения σ_R не превышал предела текучести σ_T, а нижний уровень соответствовал пределу выносливости σ_{-1} для данной стали. В интервале между этими уровнями брали три значения напряжений (через дискретные интервалы) и на них проводили испытания выносливости по 15 образцов на каждом.

Анализ результатов испытаний.

Статистическая обработка результатов испытаний выносливости, а также корреляционное уравнение распределения долговечности элементов СВЗП осуществлялись по методике Митропольского-Шашина с использованием стандартного пакета из программы MathLab.

Анализ результатов испытаний показал, что на всех уровнях амплитудных напряжений σ_a функции распределения долговечности образцов (N) подчиняются нормальному или нормальному усеченному закону, причем нормальное распределение N фиксируется, когда варьирование рассматриваемой величины происходит под действием большого числа суммирующихся случайных воздействий, квазинезависимых и малых по сравнению со всей суммой этих случайных воздействий. Это означает, что влияние всех технологических факторов на формирование усталостного разрушения образцов равносильно. С другой стороны, сумма всех случайных воздействий и формирует меру поврежденности Д материала ГК, что позволяет говорить о таком же нормальном (или нормальном усеченном) законе распределения величины Д. Установлено также, что когда напряжения σ_a приближаются к пределу выносливости σ_{-1}, то среднее квадратичное отклонение возрастает, что объясняется большим влиянием на потерю выносливости микроструктуры, поверхностных дефектов и микротрещин на низких уровнях нагружения.

Построение полигона выносливости для обоих материалов осуществлялось традиционным способом [2, 3] в логарифмических координатах $\ln N - \ln\sigma_a$ для доверительных интервалов $P(N)$=5; 10; 30; 50; 70; 90; 99,9% с предварительным определением

корреляционной связи логарифмических координат по данным проведенных испытаний выносливости. На рис. 1 показана полигональная вероятностная диаграмма выносливости образцов из Стали 40Х при изгибе с кручением для различных доверительных интервалов (1 – $P(N)$=5%; 2 – $P(N)$=10%; 3 – $P(N)$=30%; 4 – $P(N)$=50%;5 – $P(N)$=70%; 6 – $P(N)$=90%; 7 – $P(N)$=99,9%), а на рис. 2 – то же для Стали 40ХНМА.

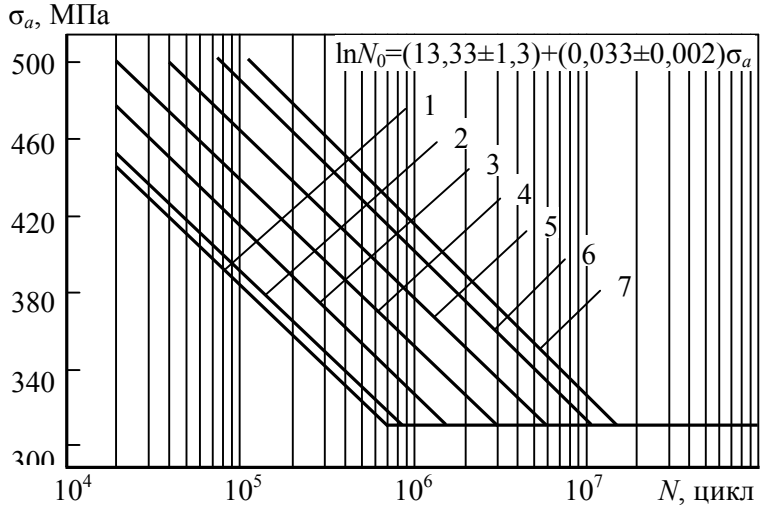


Рисунок 1 - Полигональная диаграмма выносливости образцов из Стали 40Х при изгибе с кручением для различных доверительных интервалов (1-7)

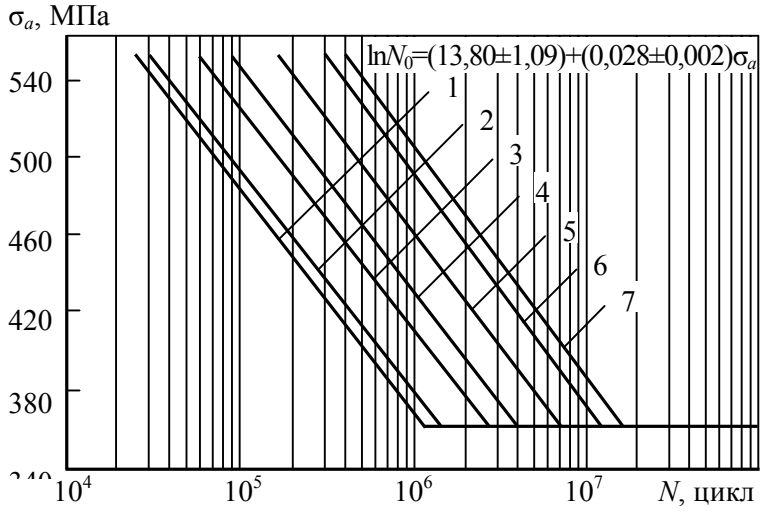


Рисунок 2 - Полигональная диаграмма выносливости образцов из Стали 40ХНМА при изгибе с кручением для различных доверительных интервалов (1-7)

При расчете σ_{-1} неразрушившиеся образцы принимали за образцы с известной долговечностью, что несколько повысило пределы ограниченной выносливости. Точки перелома кривой выносливости N_{0i} получали путем пересечения уравнений регрессии $\ln\sigma_{ai}=f(\ln N_i)$ с пределами ограниченной выносливости.

Функции распределения всех параметров полигонов выносливости – нормальные, но пределам ограниченной выносливости всех марок сталей свойственны отрица-

тельные и существенные показатели асимметрии при несущественном эксцессе. Это обосновывает приближение функции распределения σ_{-1} к логарифмически-нормальной и правомерность ее представления в логарифмических координатах. Коэффициенты вариации σ_{-1} весьма малы и имеют максимальную величину не более 8,2%. Точность параметра σ_{-1} достаточно высокая – доверительные границы в отношении к средней величине изменяются в пределах 3...5%, что еще раз подтверждает объективность существования предела выносливости для любого конструкционного материала. Хотя в результате расчета σ_{-1} с учетом усеченности распределения для стали 40ХНМА предел выносливости понизился с 360 до 340 МПа, но и в этом случае его возможное отклонение не превышает 8,25%.

Абсцисса точки перелома кривой выносливости (N_0) и долговечность на уровне σ_{-1} (N/σ_{-1}), напротив, имеют очень большой разброс: коэффициенты вариации достигают 34 и 82%. Это объясняется большой чувствительностью материала образцов к поверхностным дефектам, включениям и структурной неоднородности (структурной анизотропии). Последние, в свою очередь, определяют время, место зарождения и скорость развития усталостной трещины.

Испытания показали, что в расчетах на выносливость величины предела ограниченной выносливости σ_{-1} следует принимать детерминированными, а параметры долговечности (N_{0i}, N/σ_{-1}) необходимо характеризовать только как существенно статистические величины.

Большие интервалы вариации параметров долговечности являются одной из причин малой надежности прогнозирования ресурса – широкие доверительные интервалы срока службы или количества циклов до разрушения.

Выводы.

1. На образцах, вырезанных из крупногабаритных заготовок для зубчатых пар СВЗП, прошедших весь технологический цикл, аналогичный изготовлению реальных гибких и жестких зубчатых колес, по результатам испытания их на выносливость при изгибе с вращением получены статистические характеристики выносливости СВЗП с оценками точности и надежности самих испытаний.

2. Сравнение со справочными данными выносливости образцов, изготовленных из аналогичных марок сталей, но термически обработанных в малых сечениях, показало, что последние имеют предел выносливости на 12...38% выше, т.е. лишь приближенно отображают крупнозернистую и более чувствительную к нагрузкам структуру металла реальных крупногабаритных деталей СВЗП.

Литература: 1. Поляков Б.И. Усталостные свойства материала крупногабаритных деталей // Оборудование металлургического производства. – 2005. – Вып.5. – С.17–23. 2. Приймаков О.Г. Системне прогнозування працездатності несучих елементів авіаційних конструкцій. – Автореферат дис... докт.техн.наук. – Харків: ІМаш ім. А.М. Підгорного, 2007. – 38с. 3. Жовдак В.А. Прогнозирование ресурса, прочности и надежности элементов машиностроительных конструкций: Учебное пособие. – Харьков: НТУ "ХПИ", 1989. – 95с. 4. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Витривалють конструкційних матеріалів при абразивному зношуваннні. – Харків: Оберіг, 2009. – 383с. 5. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Теорія зносостійкої витривалості та її застосування в машинобудуванні. – Харків: Оберіг, 2009. – 336с. 6. Жовдак В.А., Мищенко И.В. Прогнозирование надежности элементов конструкций с учетом технологических и эксплуатационных факторов. – Харьков: НТУ "ХПИ", 1999. – 119с.

Примаков О.Г., Устиненко О.В., Примаков Г.О.

ВИТРИВАЛІСТЬ ВЕЛИКОГАБАРИТНИХ ДЕТАЛЕЙ
СИЛОВИХ ХВИЛЬОВИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

Проведені випробування на витривалість матеріалів зубчастих коліс силових хвильових передач. Отримані полігональні діаграми витривалості зразків із Сталі 40Х та Сталі 40ХНМА при згині з крученням для різних довірчих інтервалів.

Prijmakov A.G., Ustinenko A.V., Prijmakov G.A.

FATIQUE OF LARGE-GABARIT DETAILS OF POWER WAVE DRIVES

The fatique tests for gears materials of power wave drives are conducted. The polygonal fatique diagrams for Steel 40X and 40XHMA at a bend with turn for different confidence intervals are received.

УДК 539.3

Танченко А.Ю., Ткачук Н.А.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ МАШИН ПРИ ДЕЙСТВИИ КОМПЛЕКСА ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Введение. Большое количество высоконагруженных машин работают в условиях действия комплекса динамических нагрузок – краны, перегружатели, экскаваторы и т.п. Особенностью их конструкции являются: большие габариты, секционно–модульная структура, наличие большого количества разъемных и неразъемных соединений между отдельными секциями. Особенностями нагрузок для таких машин является их динамический характер, многоцикловый закон приложения, а также (во многих случаях) перемещение места приложения нагрузки при выполнении технологической или транспортной операции. Особенностями физико–механических процессов и геометрических элементов данных машин являются их работа в течении длительного времени (срок службы исчисляется десятками лет), в агрессивных средах (вызывающих коррозионный износ) или с абразивными материалами (вызывающими постепенную потерю верхних слоев материала).

В результате на этапе проектирования таких машин приходим к ситуации, когда для обеспечения выполнения критерия работоспособности в течение всего срока службы, увеличения производительности и снижения массы требуется решение задачи синтеза с комплексом критериев и ограничений, причем в качестве задачи анализа состояния необходимо решать задачи определения напряженно-деформированного состояния (НДС), оценки прочности и жесткости для изменяемых областей, при изменяемых механических характеристиках материала, причем все эти процессы взаимосвязанны и взаимовлияющие. Учитывая, что, как правило, исследуемые элементы высоконагруженных машин достаточно сложны по структуре, по форме и велики по размерам, то уже одно единичное решение получаемой задачи анализа состояния является сложной проблемой. Однако на этапе проектирования требуется проводить десятки, сотни и тысячи решений задач анализа, преимущественно численными методами. В связи с этим возникает следующий аспект задачи: организация такого подхода к пре- и постпроцессингу (дорасчетная подготовка и этап вывода и оценки результатов) в численных моделях, который позволяет в автоматизированном режиме формировать пакеты задач анализа, а также в автоматизированном же режиме обрабатывать результаты многовариантных исследований.

В работах Ткачука Н.А., Гусева Ю.Б., Танченко А.Ю. [1,2,3] подобные задачи ставились и решались на основе обобщенного параметрического подхода к описанию физико-механических процессов в сложных и сверхсложных механических системах [4,5,6] применительно к грейферным перегружателям. Однако сама задача анализа формировалась без учета многих важных факторов:

- влияние динамических нагрузок учитывалось только в виде коэффициентов динамичности, т.е. задача решалась в квазистатической постановке без предварительной оценки динамических свойств объекта и характеристик внешних нагрузок;
- влияние эффекта износа оценивалось при равномерном утонении того или иного листа или секции металлоконструкции (в то время как на практике чаще всего он бывает неравномерным по площади отдельных листов);
- не учитывался различный набор механических свойств материала исследуемых конструкций (например, свойства материала сварного шва приравнивались к свойствам основного металла);
- не учитывались различные механизмы исчерпания несущей способности конструкции (вследствие усталости материала при многоцикловом нагружении; из-за накопления повреждаемости в объеме материала; из-за образования трещин);
- не был создан программно-модельный комплекс, в максимальной степени автоматизирующий весь процесс исследований.

Таким образом, возникает актуальная и важная задача совершенствования методов численного моделирования НДС элементов высоконагруженных машин с учетом утонения, снижения механических свойств материалов и с оценкой влияния динамических нагрузок и с анализом дифференцированного влияния всех перечисленных факторов на различные материалы конструкции. При этом требуется интеграция создаваемых моделей в процесс проектирования машин в среде САПР – CAD/CAE/CAM (ССС).

1. Постановка задачи. Рассматривается в общем виде задача синтеза структуры и параметров высоконагруженной машины (задаются массивом обобщенных параметров P_{var}) по критерию

$$I(P^*_{\text{var}}, u, f, t) \to \min , \tag{1}$$

где u – перемещения состояния,

f – внешние нагрузки,

t – время.

На характеристики состояния накладываются ограничения

$$H(u) \le H^*, \tag{2}$$

где H^* – заданные ограничения на характеристики.

Требуется также обеспечить заданные технические характеристики машины:

$$T \ge T^*, \tag{3}$$

где T^* – нижняя граница технических характеристик.

Переменные состояния удовлетворяют уравнению состояния

$$L(u, p, f, t) = 0, \tag{4}$$

где L – оператор задачи (включает уравнения, описывающие НДС, износ, снижение механических свойств материала)

2. Общий подход к решению задачи. Уравнения (1–4) во многом соответствуют задаче, описанной и решенной в [7], однако в данном случае расширено множество учитываемых факторов (см. выше), что существенно усложняет задачу. В связи с этим нельзя применить описанный в [7] подход, поскольку он был нацелен на решение задачи синтеза при использовании упрощенных моделей задач анализа (4) и ограничений (2).

Предлагается новый подход к решению задач анализа (4), основанный на следующих гипотезах и допущениях:

– период собственных колебаний элементов $\tau^{(1)}$ исследуемых машин намного меньше характерного времени изменения эксплуатационной нагрузки $\tau^{(2)}$:

$$\tau^{(1)} << \tau^{(2)}; \tag{5}$$

– характерное время нагружения машины (длительность рабочего цикла) намного меньше характерного времени накопления многоцикловой усталости $\tau^{(3)}$:

$$\tau^{(2)} << \tau^{(3)}; \tag{6}$$

– масштаб времени процесса износа материала $\tau^{(4)}$ намного превышает масштаб времени многоцикловой усталости:

$$\tau^{(3)} << \tau^{(4)}. \tag{7}$$

Неравенства (5-7) образуют цепь неравенств, разделяющую масштабы исследуемых процессов:

$$\tau^{(1)} << \tau^{(2)} << \tau^{(3)} << \tau^{(4)}. \tag{8}$$

Здесь, соответственно, – доли секунд, секунды (минуты), годы, десятилетия.

Данная цепь (8) порождена разными факторами. Первое из неравенств – (5) – является не априори заданным, а достигается в процессе рационального проектирования той или иной машины и является, по сути, разновидностью критерия (2). Второе неравенство – (6) – следует из того, что обычно количество рабочих циклов при эксплуатации проектируемой машины составляет десятки миллионов (т.е. годы эксплуатации). Третье неравенство – (7) – определяется ответственными условиями работы таких машин и, соответственно, высокими нормативными ограничениями (утонение стенок не должно превышать 20–25% от номинального значения за 20–25 лет – обычный нормативный срок службы).

Таким образом, соотношения (8) позволяют использовать известные процедуры усреднения медленно меняющихся параметров во времени (в данном случае можно заменить на их фиксацию в некоторый момент более «медленного» времени). А это, в свою очередь, позволяет построить «пирамиду» процессов, каждый характерный уровень которой соответствует процессу с соответствующим масштабом времени, причем явления с «младшими» («быстрыми») временами зависят от «старших» («медленных») только параметрически. При этом явная обратная зависимость отсутствует, а проявляется только в момент итерационного выполнения ограничений (2), (3). В результате оператор состояния (4) можно «расслоить», представив в виде совокупности операторов L_i, а сам предполагаемый подход, интегрированный в процесс синтеза структуры и параметров проектируемой машины, представим в виде, показанном на рис.1.

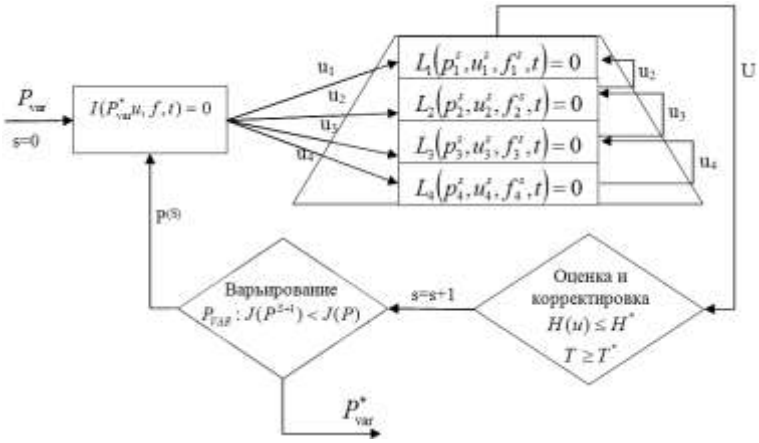


Рисунок 1 – Общая структура исследований

Предлагаемая структура исследований соединяет общность моделирования с идеей «стратификации» операторного описания процесса, соединяющего в себе несколько процессов с разными масштабами времени, а, значит, и с декомпозицией задачи анализа на подзадачи, более простые для решения. Этим самым достигается резкое снижение громоздкости исследуемых расчетных моделей, уменьшение требований к вычислительным ресурсам, однако остается взаимосвязанность и взаимовлияние исследуемых процессов.

Поскольку используемый в работе метод обобщенного параметрического описания предполагается распространить и на этап численного моделирования, то тем самым решается задача интеграции процесса синтеза, проиллюстрированного на рис. 1, в общий процесс проектирования, реализуемый на предприятиях в настоящее время в среде CAD/CAE/CAM – систем. Необходимо заметить, что предлагаемый подход «масштабируем», т.е. может распространится на большое количество «масштабов» $\tau^{(i)}$ без потери общности.

3. Применение предложенного подхода при проектных исследованиях конкретных машин.

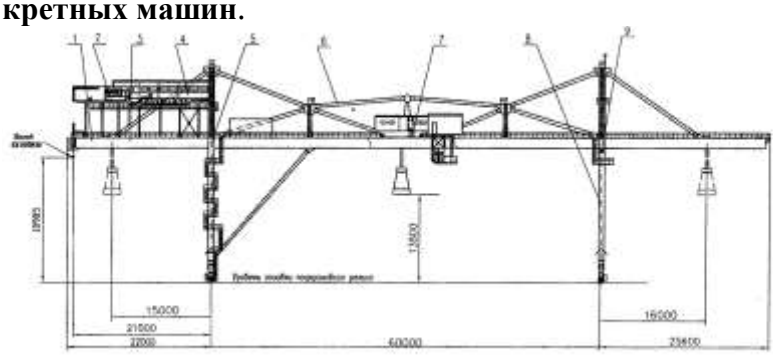


Рисунок 2 – Общий вид перегружателя ПМГ-20 ОАО «ГСКТИ»:
1 – главная балка; 2 – ремонтный кран; 3 – консоль жесткой опоры (ремонтная); 4 – ремонтное помещение; 5 – жесткая опора; 6 – шпренгельная система; 7 – грейферная тележка; 8 – шарнирная опора; 9 – шарнир

Рассмотрим реализацию предложенного подхода на примере исследования НДС спроектированного в ОАО «ГСКТИ», г. Мариуполь, уникального перегружателя ПМГ-20 (рис. 2) [8,9], особенностью эксплуатации которого является наличие всего комплекса факторов, перечисленных выше и определяющих работоспособность, нагрузочную способность и срок службы этой машины – это и высокая динамическая многоцикловая подвижная нагрузка по перемещению грейферной тележки (60т. тележка + 20т. груза) по пролету (60м) с выездом на консоли (15м и 20м) на высоте 15м; причем рабочий цикл происходит в условиях воздействия агрессивной дисперсионной среды (технологический груз – уголь со специфическими добавками), плюс ко всему предъявляются высокие требования по сроку эксплуатации (25 лет). Кроме того, налагаются жесткие ограничения на массово-инерционные характеристики, а также в настоящее время присутствует стремление к уменьшению металлоемкости конструкции.

Мост перегружателя 1 опирается на жесткую 5 и шарнирную 8 опоры, последняя соединена с мостом шарниром 9. На консоли 3 со стороны жесткой опоры 5 расположены ремонтное помещение 4 и ремонтный кран 2. Мост выполнен из двух коробчатых балок, по верхнему поясу которых передвигается грейферная тележка 7, и усилен шпренгельной системой 6.

Рассмотрим некоторые аспекты проблемы.

3.1 Динамические характеристики металлоконструкции перегружателя. Учитывая благоприятный для исследуемой машины характер нагружения в случае превышения низшей собственной частотой частоты возмущающей нагрузки, можно сформулировать следующие подзадачи анализа динамических характеристик металлоконструкции исследуемой машины и синтеза ее параметров по динамическим критериям:

– чувствительность спектра собственных частот колебаний к изменению массогабаритных параметров перегружателя;

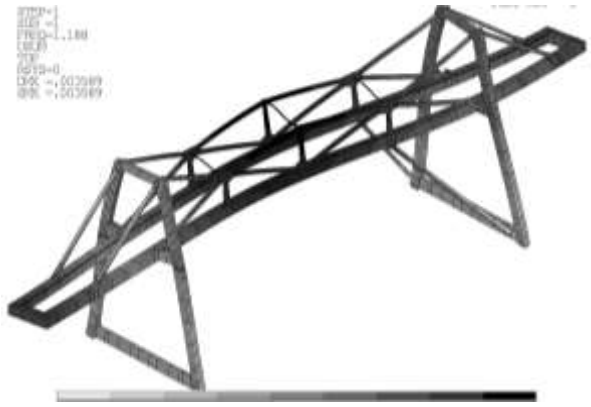
– влияние массы рабочего груза на спектр собственных частот колебаний перегружателя;

– чувствительность спектра собственных частот к изменению структуры перегружателя;

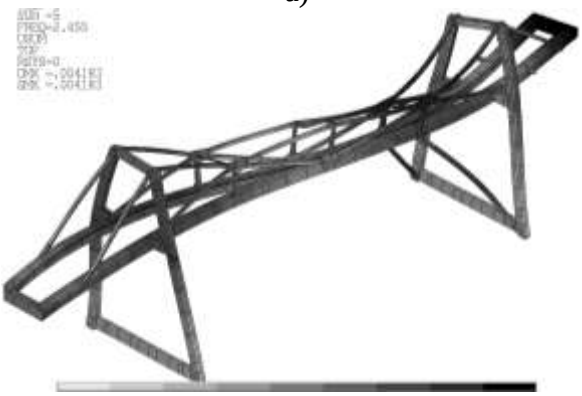
– рекомендации по выбору конструктивных схем и геометрических параметров перегружателя.

3.1.1 Для оценки влияния изменения массогабаритных параметров на спектр собственных частот и собственных форм колебаний были исследованы их зависимости от следующих параметров:

1) варьирование толщин секций мостовых балок в пределах от 50 до 200% от номинальных толщин [10,11];
2) варьирование толщин элементов шпренгельной системы в диапазоне 50–200%;
3) варьирование толщин опор - в тех же пределах;
4) варьирование толщин периферийных и центральных участков (секций) мостовых балок - в тех же пределах;
5) перераспределение толщин (с сохранением общей массы) между мостовыми балками и шпренгельной системой.



а)



б)

Рисунок 3 – Собственные формы колебаний крана перегружателя ПМГ-20:
а) первая собственная форма (1,18 Гц);
б) пятая собственная форма (2,45 Гц)

На рис. 3 – некоторые собственные формы колебаний конструкции при варьировании указанных параметров, на рис. 4 – соответствующие спектры собственных частот. На рис. 4 представлены данные для дискетного набора толщин (50-200%) для первых тридцати значений собственных частот. По вершинам столбцов значений собственных частот можно судить о глобальных изменениях

в системе. Для более наглядной визуализации отличий далее приводится рисунок 5, на котором изображаются значения, выраженные в процентном отношении в отклонении от номинальных (100%).

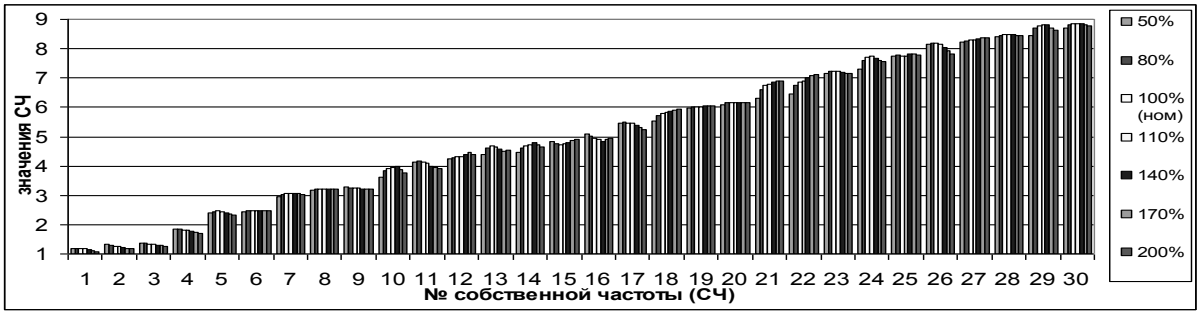


Рисунок 4 – Изменение спектра собственных частот при изменении толщин секций главных балок крана-перегружателя ПМГ-20

Рисунок 5 – Отличие собственных частот от номинальных при изменении толщин секций главных балок крана-перегружателя ПМГ-20

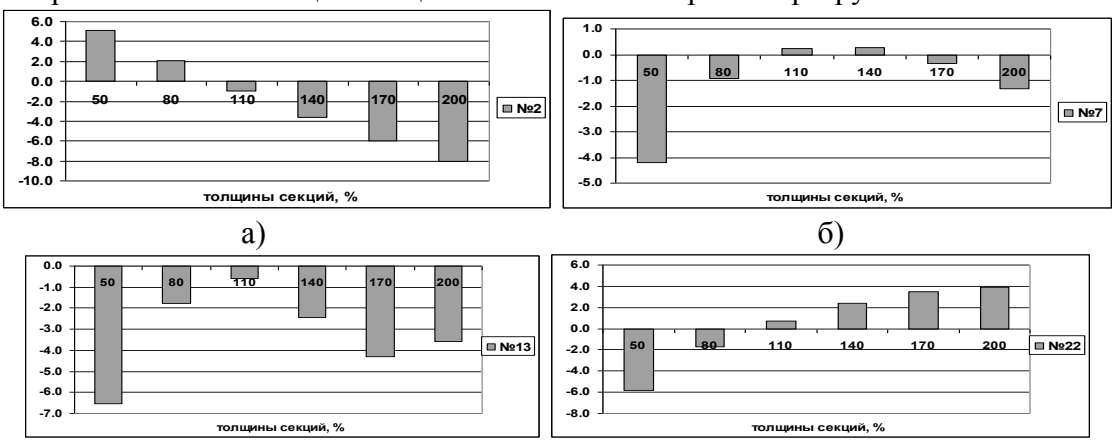


Рисунок 6 – Изменение значений собственных частот при варьировании толщин секций главных балок (а–г – для 2, 7, 13 и 22-ой собственных частот)

На рис. 6 представлен результат изменения собственных частот в результате изменения толщин главных балок на примере нескольких собственных форм.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

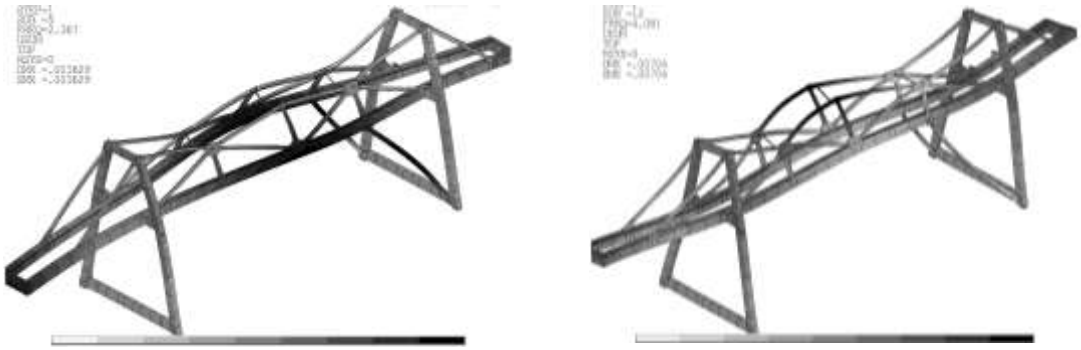
- изменение собственных значений лежит в пределах 5–10%, причем как в сторону уменьшения, так и увеличения;
- нет четко выраженной тенденции к увеличению/уменьшению значений СЧ с утолщением/утонением секций главных балок.

3.1.2 Масса и положение рабочего груза, естественно, сказывается на динамиче-

ских характеристиках всей системы «перегружатель – грейферная тележка», поскольку масса тележки достигает 20% от массы всего крана-перегружателя. В связи с этим исследованы собственные частоты всей системы при пяти положениях тележки (центр пролета, над «жесткой», «шарнирной» опорами, на консолях – рабочей и ремонтной). При этом масса тележки варьировалась от 50 до 200% от номинальной.

На рис. 7 представлены собственные формы колебаний, а на рис. 8 – спектры собственных частот колебаний исследуемой системы.

На рис. 9 приводятся отличия собственных частот при передвижении грейферной тележки в сравнении с СЧ при ее отсутствии. Рисунок 10 демонстрирует изменение собственных частот при различных положеннях грейферной тележки.



а) б)

Рисунок 7 Собственные формы колебаний крана перегружателя ПМГ-20:
а) 5-я собственная форма (2,36 Гц); б) 12 собственная форма (4,08 Гц)

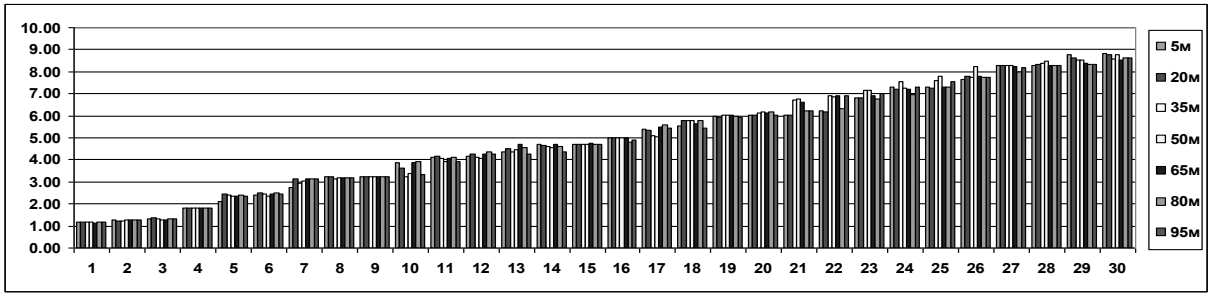


Рисунок 8 – Спектр собственных частот при изменении положения грейферной тележки

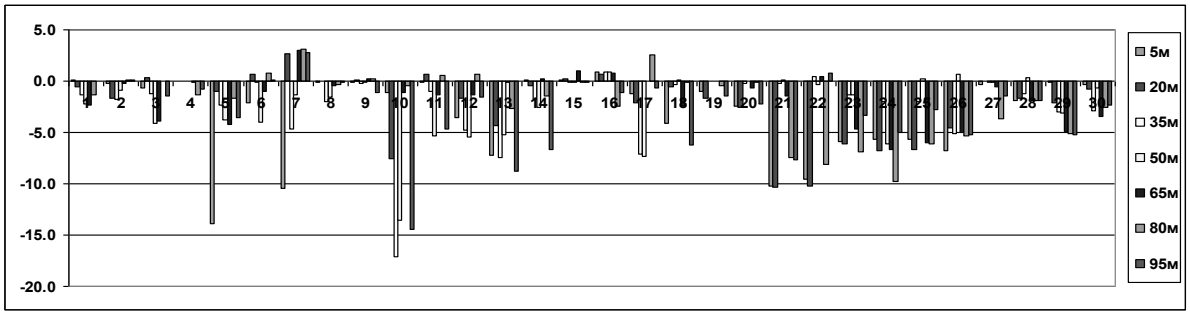


Рисунок 9 – Отличие собственных частот от номинальных, %,
при изменении положения грейферной тележки, м

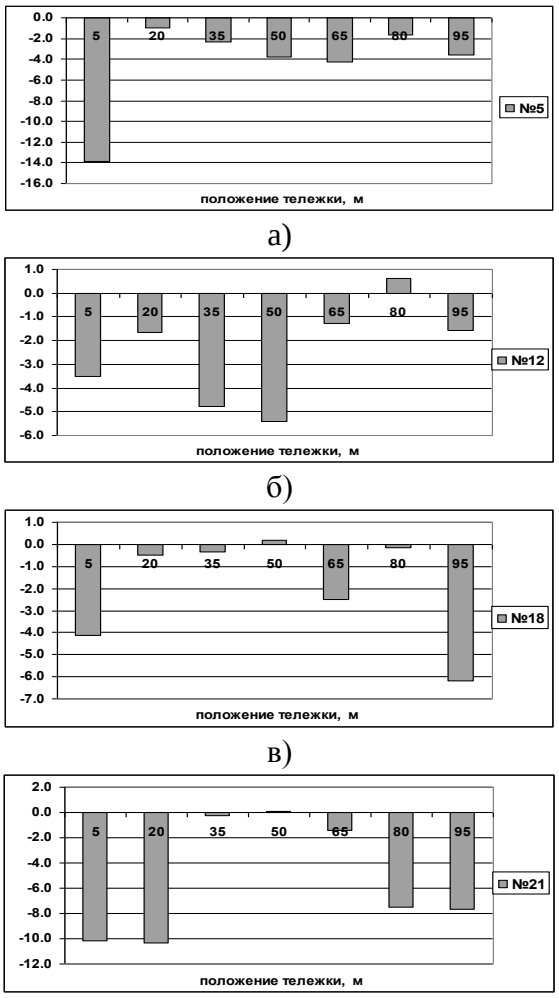


Рисунок 10 – Изменение значений собственных частот при изменении положения грейферной теліжки (а–г – соответственно для 5, 12, 18 и 21 собственных форм)

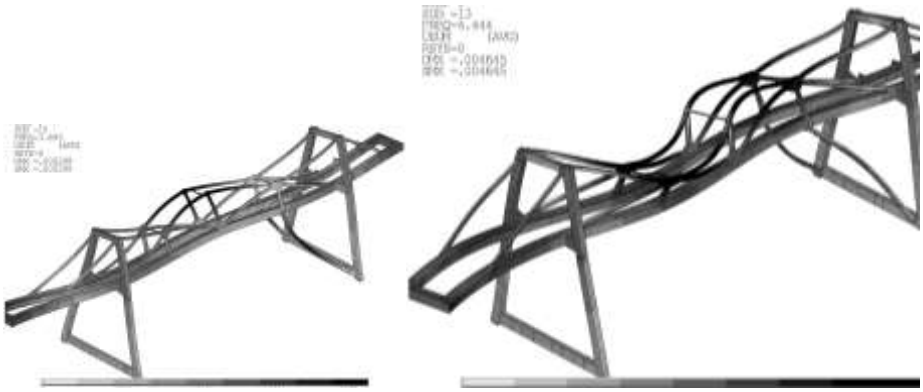
Анализ полученных результатов позволяет заключить:

- диапазон изменений собственных значений от номинальных лежит в пределах 5 (увеличения) и 20% (уменьшения);
- положение грейферной тележки довольно сильно влияет на спектр собственных частот и форм (присутствует миграция собственных форм колебаний)

3.1.3 Для определения влияния силовой структуры на динамические свойства металлоконструкции перегружателя было проведено варьирование шпренгельной системы путем изъятия и добавления подкосов и раскосов в исходную конструкцию-прототип. В качестве прототипа был выбран перегружатель фирмы «FEB FTA», (г. Лейпциг, Германия).

На рис. 11 приводятся собственные формы колебаний, а на рис. 12 – спектры собственных частот колебаний исследуемой системы при варьировании толщин раскосов шпренгельной системы. Процентное отличие значений собственных частот при изменении толщин раскосов по сравнению с номинальными толщинами (100%) представлено на рисунке 13.

На рис. 14 на примере нескольких собственных форм демонстрируется изменение собственных частот при варьировании толщинами раскосов шпренгельной системы.



а) б)

Рисунок 11 – Собственные формы колебаний крана перегружателя ПМГ-20:
а) 5-я собственная форма (2,36 Гц); б) 12 собственная форма (4,08 Гц)

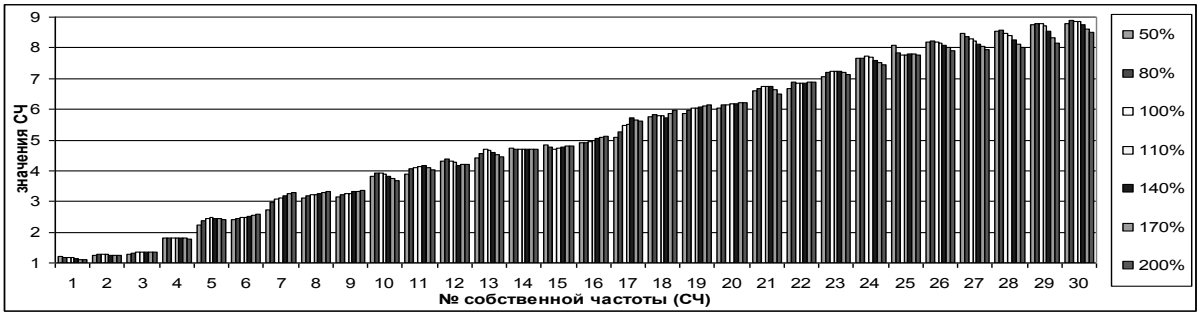
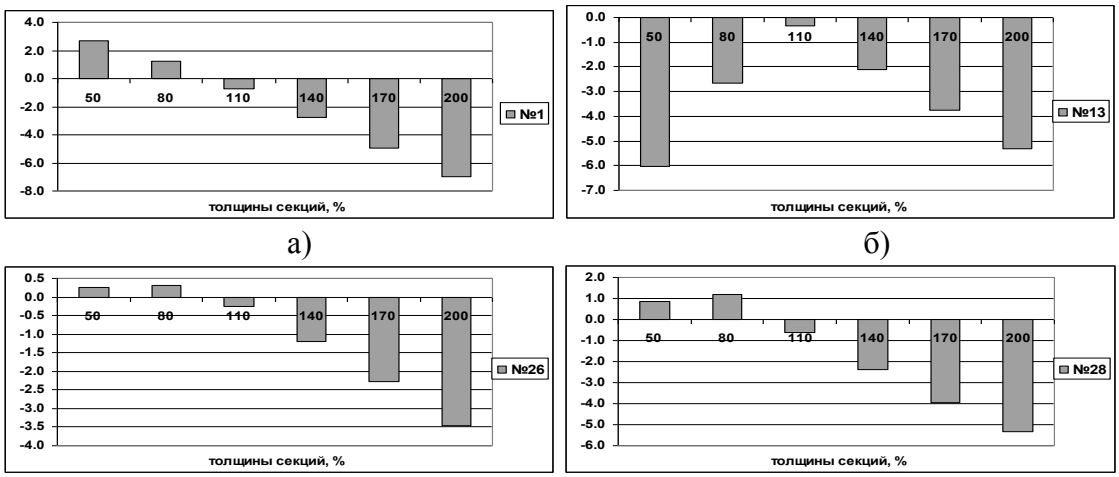


Рисунок 12 – Спектр собственных частот при изменении толщин раскосов шпренгельной системы крана-перегружателя ПМГ-20 в диапазоне 50–200%

Рисунок 13 – Отличие собственных частот от номинальных, % при изменении толщин раскосов шпренгельной системы крана-перегружателя ПМГ-20 в диапазоне 50–200%



а) б)

в) г)

Рисунок 14 – Изменение значений собственных частот при изменении положения грейферной тележки (а–г – соответственно 1, 13, 26 и 28 собственные частоты)

Анализ полученных результатов позволяет выделить следующее:

- диапазон изменений собственных частот от номинальных лежит в пределах -12 % – +8 %;
- присутствует тенденция к уменьшению собственных частот с увеличением толщин раскосов шпренгельной системы.

3.1.4 Естественно, что оптимизацию структуры и параметров металлоконструкции перегружателя необходимо в строгой постановке осуществлять с учетом спектра вынуждающих усилий.

Однако уже предварительный анализ полученных результатов позволяет сформулировать следующие очевидные рекомендации по повышению его собственных частот колебаний:

1). Положительный эффект оказывает усиление шпренгельной системы.

2). Рекомендуется перераспределение массы из основной балки в шпренгельную систему.

3). Достаточно плотный спектр собственных колебаний остается достаточно плотным при всех рассмотренных вариантах изменения конструкции перегружателя.

Таким образом, можно заключить, что рекомендуется ужесточение шпренгельной системы перегружателя путем введения дополнительных раскосов и утолщения ее элементов (даже за счет утонения остальных элементов конструкции). В результате можно рекомендовать в качестве рационального варианта в исходный прототип ввести по две пары дополнительных раскосов, а также перераспределить 20% массы мостовых балок в шпренгельную систему.

3.2 *Влияние утонения силовых элементов конструкции перегружателя.* В работе [8] проведен анализ влияния утонения отдельных секций, раскосов и всей конструкции в целом на НДС. В то же время, как показывает анализ результатов обследования подобных машин [9], утонение разных листов одной и той же секции (и даже отдельных частей одного и того же листа) происходит неравномерно. С целью учета этого фактора в настоящих исследованиях предусмотрены специальные параметры неравномерного утонения в пределах отдельно взятого листа. На рис. 15 представлены характеристики утонения, которое состоит из двух компонент: средней (постоянной по толщине) плюс отклонение, характеризуемое четырьмя узловыми значениями (связаны соотношением $\sum_{i=1}^{4} \delta_i = 0$).

7

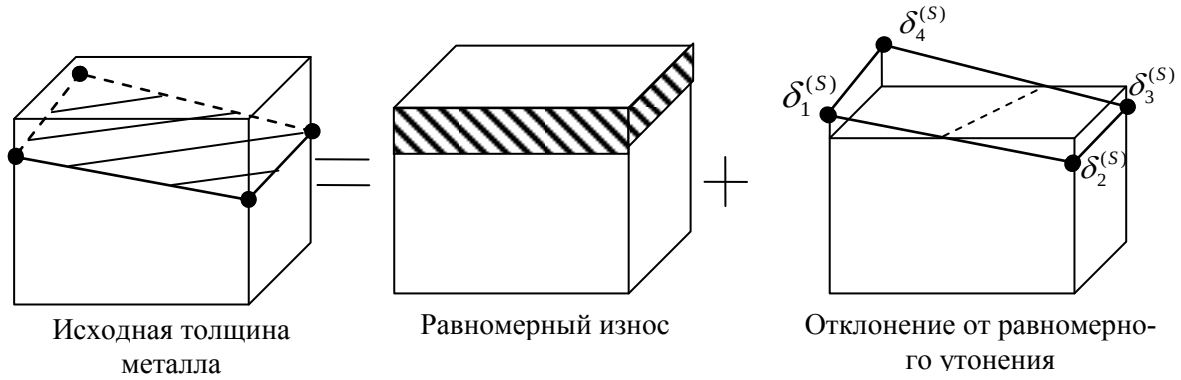
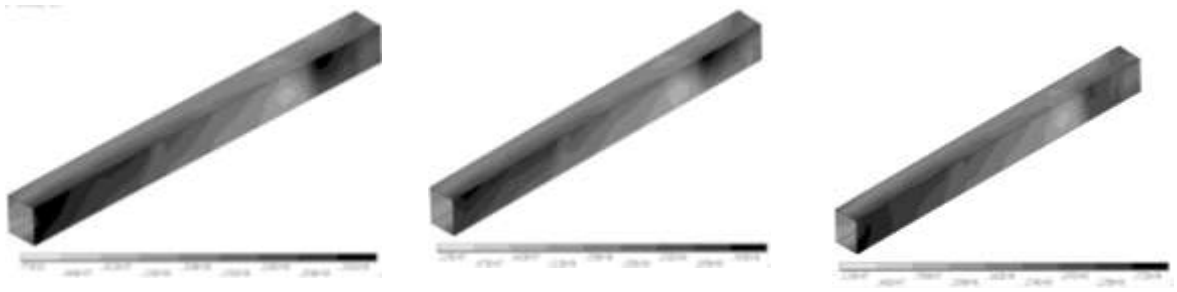


Рисунок 15 – Представление утонения путем разложения на составляющие компоненты

Таким образом, по сравнению с работой [7], получаем, во-первых, возможность индивидуализировать степень износа по отдельным листам, а, кроме того, в пределах каждого листа. Этим самым обеспечивается большая вариативность модели, а, значит, и достоверность и полнота моделирования НДС в зависимости от механизма утонения.

В качестве иллюстрации предложенного подхода представлены результаты расчетов НДС перегружателя (рис. 16) с равномерным утонением листов секции мостовой балки (I), с утонением преимущественно нижних частей боковых листов (II) и, наоборот – верхних (III).

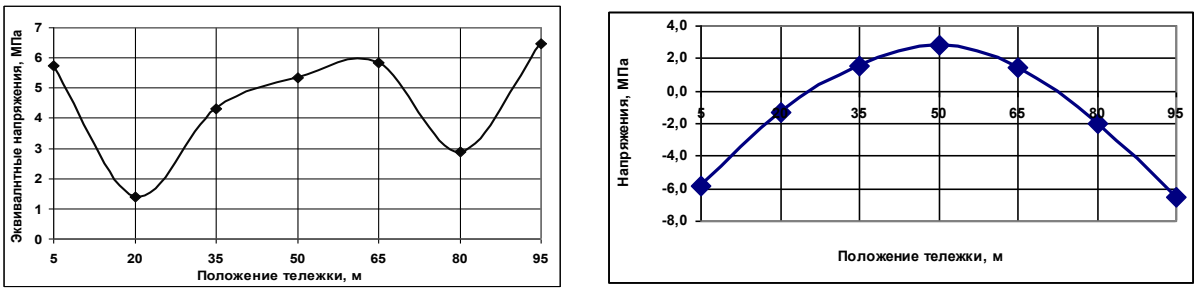


I II III

Рисунок 16 – Эквивалентные напряжения в первой секции главной балки с учетом неравномерности утонения:
I – равномерное утонение боковых листов
II – утонение преимущественно нижних частей боковых листов
III - утонение преимущественно верхних частей боковых листов

На рис. 16 видно, что неравномерность утонения только лишь одной секции носит различный как качественный, так и количественный характер, и достигает отличия 3% во II случае и 6% в III (по сравнению с равномерным (I)).

3.3 Влияние изменения положения перемещаемого груза на НДС основных элементов металлоконструкции перегружателя. Для определения данного влияния была произведена серия расчетов по изменению места приложения нагрузки (моделирование подвижной нагрузки от грейферной тележки). В результате этого были получены зависимости напряжений от положения тележки для различных точек конструкции. На рис. 17 представлены графики изменения напряжений в точке, расположенной в середине пролета главной балки.



а) б)

Рисунок 17 – Зависимость напряжений от места приложения нагрузки (перемещение грейферной тележки) в некоторой точке главной балки расположенной в середине пролета:
а - эквивалентные напряжения, б – продольная компонента напряжений
5м – положение над ремонтной консолью; 20м – положение над жесткой опорой; 50м – середина пролета; 80м – положение над шарнирной опорой; 95м – положение над консолью за шарнирной опорой

Из рисунка 17 видно, что тележка, даже будучи сильно удаленной от места снятия данных (середина пролета главной балки), оказывает существенное (соизмеримое с положением непосредственно над точкой измерения) влияние на напряжения в срединных частях главных балок. Таким образом, материал срединных секций (середина пролета между опорами) оказывается в нагруженном состоянии даже в моменты выезда тележки на консоли, причем имеются периоды спада (положения над опорами), а затем

вторичного нагружения срединных секций. Это влечет за собой цикличность не только от самого характера рабочего процесса (перемещение сыпучего груза), но и в течение одного рабочего цикла.

В реальности рабочий ход характеризуется передвижением не по всему рельсовому полотну, а из положения между опорами (загрузка) в положение за шарнирной опорой (выгрузка). На рис. 18 представлен график зависимости продольной компоненты напряжений от перемещения грейферной тележки в рамках рабочего цикла (нагружение-перемещение-разгрузка-обратный ход).

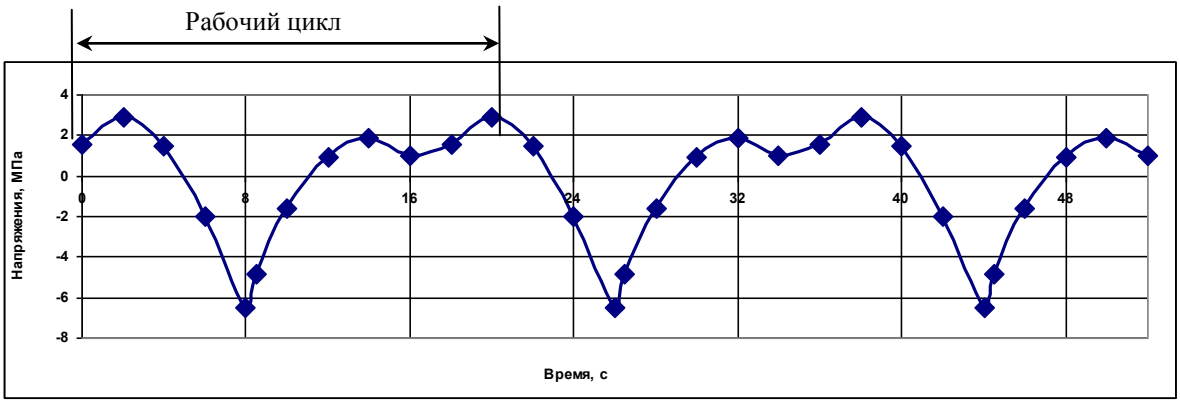


Рисунок 18 – График зависимости напряжений от перемещения тележки при рабочем режиме

Анализируя график на рис. 18, можно наблюдать знакопеременный характер нагружения срединных частей главных балок, причем процесс происходит относительно быстро (секунды), что в свою очередь свидетельствует об интенсивности многоциклового нагружения конструкции с возможным накоплением разного рода повреждаемости, как внутри самого материала, так и структурных элементов.

4. Численная реализация предложенного подхода. Основным механизмом реализации предложенного в работе подхода являются, во-первых, построение специальным образом создаваемых параметрических геометрических, расчетных и конечно-элементных моделей исследуемых конструкций. Во-вторых, требуется создание программного модуля, осуществляющего изменения параметров и перестройку всего множества моделей исследуемого объекта. В-третьих, требуется программно реализованный способ внешней по отношению к базовой CAD/CAE-системе постпроцессорной обработки результатов расчетов. И, в-четвертых, необходим специфический модуль направленного варьирования параметров моделей и организации расчетов в автоматическом режиме. Предъявляемым требованиям удовлетворяет специально созданный программно - аппаратный комплекс, позволяющий в разной степени варьировать входными параметрами, видами расчетов, анализировать выходные данные, а также структурировать результаты серии расчетов. Некоторые его элементы описаны в работах [1–11]. В дальнейшем на этой базе можно построить программно–модельный комплекс с более широкими функциональными возможностями.

Заключение. Несмотря на относительную простоту конструкции и сравнительно небольшую грузоподъемность, в ходе проведения численных экспериментов подтвержден сложный и интенсивный характер изменения напряженно-деформированного состояния. В рамках исследования действия подвижной нагрузки был выявлен знакопеременный характер изменения напряжений в наиболее ответственных элементах ис-

следуемой конструкции – главных балках. Поэтому в дальнейшем планируется дополнительно исследовать влияние данного эффекта на выносливость элементов конструкции данного типа машин. Планируется усовершенствовать разработанный специализированный программно–модельный комплекс и получить новые результаты моделирования НДС элементов высоконагруженных машин.

Литература: . Гусев Ю.Б. К вопросу об исследовании напряженно-деформированного состояния металлоконструкции перегружателя ПМГ–20 // Вестник НТУ „ХПИ”. Тематический выпуск „Машиноведение и САПР”, 2006. – №24. – с.70-75. [2]. Гусев Ю.Б., Литвиненко А.В., Танченко А.Ю. К вопросу моделирования напряженно-деформированного состояния металлоконструкции углеперегружателя // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Транспортное машиностроение, 2007. – №33. – с.41-45. [3]. Гусев Ю.Б., Танченко А.Ю. Обеспечение технического уровня сложных пространственных конструкций на основе моделирования физико-механических процессов на примере обоснования параметров мостового перегружателя // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Машинознавство та САПР, 2008. – №14. – С.34-46. [4]. Чепурной А.Д., Глинин Г.П., Гусев Ю.Б., Пеклич М.М., Барчан Е.Н., Ткачук Н.А. Расчетно-экспериментальный метод определения параметров элементов машиностроительных конструкций // Вестник НТУ „ХПИ”. Тематический выпуск „Машиноведение и САПР”, 2005. – №53. – с.162-176. [5.] Ткачук Н.Н., Гусев Ю.Б., Танченко А.Ю., Васильев А.Ю. Системный подход к проектированию, анализу и синтезу элементов зубчатых передач и транспортных средств на основе взаимного обмена данными между подсистемами // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Наукове фахове видання, Мелитополь, 2006. – вип.36. – с.115-121. [6.] Ткачук Н.А., Головченко В.И., Барчан Е.Н., Гусев Ю.Б., Глинин Г.П. Структура специализированных систем автоматизированного анализа и синтеза сложных механических систем // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, 2007. – №9(115). – частина 1 – с.206-216. [7]. Гусев Ю.Б. Обґрунтування параметрів високонавантажених машин на основі моделювання напруженно-деформованого стану з урахуванням деградації властивостей основних елементів // Автореферат на здобуття наукового ступеня к.т.н. – Маріуполь 2009. – 20с. [8.] Гусев Ю.Б., Танченко А.Ю. К вопросу об оптимальном синтезе элементов мостовых перегружателей // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Машинознавство та САПР, 2008. – №9. – С.43-66. [9.] Гусев Ю.Б. К вопросу о диагностировании состояния металлоконструкции углеперегружателя // Вестник НТУ „ХПИ”. Тематический выпуск „Динамика и прочность машин”, 2007. – №38. – с.50-58. [10.] Гусев Ю.Б., Танченко А.Ю. К вопросу о техническом состоянии кранов-перегружателей // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: Машинознавство та САПР, 2008. – №2. – с.54-70. 1. Гусев Ю.Б. Общий подход к обеспечению долговечности, работоспособности и сохранения нагрузочной способности мостовых перегружателей // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2008. – №3. – С. 39-43.

Танченко А.Ю., Ткачук М.А.

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЕЛЕМЕНТІВ ВЫСОКОНАВАНТАЖЕНИХ МАШИН ПРИ ДІЇ КОМПЛЕКСУ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Стаття присвячена особливостям вирішення проблем на етапі розробки високонавантажених машин. Запропоновано метод врахування важливих чинників. Проведено аналіз впливу цих чинників на напружено- деформований стан машини на прикладі крана-перевантажувача.

Tancheko A.U., Tkachuk N.A.

MODELLING OF THE STRESS AND DEFORMED STATE OF ELEMENTS HEAVYLOAD MACHINERY UNDER ACTION OF THE COMPLEX DYNAMIC LOADINGS

Article is devoted features of the decision of problems at development cycle heavyload machinery. The method of the account important factors is offered. The analysis of influence this factor on the stress and deformed state by example of bridge loaders is carried out.

УДК 539.3

Ткачук М.А., Шеремет В.М., Ткачук Г.В., Грабовський А.В.

РОЗРОБКА НАУКОВИХ ОСНОВ СТВОРЕННЯ СПРИЯТЛИВИХ ПОВЕРХНЕВИХ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНИХ ПОЛІВ НАПРУЖЕНЬ У ВИСОКОНАВАНТАЖЕНИХ ЕЛЕМЕНТАХ МАШИН

Вступ. При розробці принципово нових технологій однією з основних є проблема пошуку оптимального рішення у нечітко визначеному та варійованому просторі чинників, при нечітких критеріях, обмеженнях та власне при невизначених характеристиках самого технологічного процесу. Це стосується також і в першу чергу науково-технічної проблеми розробки ефективних технологій поверхневого зміцнення високонавантажених елементів машин (ВЕМ), що перебувають у рухомому контакті. Як відомо, традиційні технології розв'язання даної проблеми мають цілу низку принципових недоліків, серед яких – накопичення небажаних залишкових деформацій деталі або вузла і неефективне поєднання механічних характеристик матеріалу у поверхневому шарі та у глибині матеріалу, з якого виготовлено елемент, що зміцнюється. Важливо і те, що традиційні технології можуть поліпшуватися в основному тільки за рахунок компромісних, а не оптимізаційних процедур. Вихід з цієї ситуації – відмова від жорсткої регламентації чинників, пошук принципово нових фізико-механічних процесів та оптимізація їх впливу на комплекс критеріїв, що визначають характеристики поверхневого зміцнення ВЕМ. Проте для реалізації даного підходу потрібно, по-перше, розробити теоретичну основу, математичний апарат для багатоваріантного дослідження та оптимізації характеристик стану поверхневого шару в поєднанні зі станом матеріалу на глибині, а, по-друге, власне провести із застосуванням розроблених підходів процес досліджень та синтезу схеми і параметрів нової технології. Для цього потрібно розв'язати наступні нові наукові проблеми та прикладні задачі.

1. Розробка нових теоретико-множинних підходів до генерації математичних, числових та фізичних моделей досліджуваних та створюваних технологій, а також станів зміцнюваних елементів машин, що характеризуються єдиним способом опису, пристосованістю до роботи з нечіткими, поповнюваними та зменшуваними множинами чинників, а також інтегрованістю у сучасні методи наукового дослідження.

2. Реалізація розробленого підходу у комплексній математичній моделі дослідження напружено-деформованого стану (НДС) елементів машин, що перебувають у стані контактної взаємодії.

3. Розробка спеціалізованого програмно-модельного комплексу для числових досліджень НДС тіл складної форми, структури, що природним чином інтегрується у сучасні системи комп'ютерного моделювання.

4. Формування потужного програмно-апаратного комплексу (ПАК), що володіє

здатністю розв'язувати масштабні науково-технічні задачі, які виникають при багатоваріантних дослідженнях фізико-механічних процесів у системах з багатомільйонною кількістю невідомих.

5. Аналіз НДС елементів досліджуваних машин, поверхні яких оброблені за новою технологією зміцнення [1-5], та розробка науково обґрунтованих рекомендацій щодо технологічних режимів запропонованого технологічного процесу.

Оскільки перелічені наукові проблеми і задачі є новими, актуальними і важливими для широкого класу задач, які на даний час стоять перед механікою, технологією машинобудування та машинознавством, то для їх розв'язання були залучені самі передові теоретичні, комп'ютерно-інформаційні та апаратні розробки, системи та засоби.

1. Розробка теоретико-множинного підходу до генерування моделей фізико-механічних процесів і станів складних та надскладних механічних систем. Якщо розглядати проблему розробки нових технологій поверхневого зміцнення високонавантажених елементів машин як одну із складових дослідження, аналізу та синтезу елементів складних та надскладних механічних систем, то можна вичленити загальні риси: з одного боку, наявність великої кількості інструментів досліджень НДС та інших станів та фізико-механічних процесів, а з іншого боку – принципові труднощі, що постають при розв'язанні багатоваріантних задач параметричного або структурного аналізу, а тим більше – синтезу. Варто відзначити, що найбільш потужним методом досліджень реакції складних механічних систем на зовнішні дії є метод скінченних елементів (МСЕ) [6].

МСЕ на даний час досягнув достатньої глибини теоретичного обґрунтування. Він реалізований у вигляді сучасних програмних пакетів (ANSYS, NASTRAN), які володіють широкими функціональними можливостями для побудови скінченно-елементних моделей (СЕМ), для моделювання різноманітних фізико-механічних процесів, а також розвиненими засобами постпроцесінгу. Крім того, засоби скінченно-елементного моделювання інтегруються в системи автоматизованого проектування (Pro/ENGINEER, CATIA, SolidWorks та ін.). Це дозволяє розв'язувати не тільки задачі аналізу НДС, але й окремі задачі синтезу. Зокрема, досить просто організовуються: аналіз чутливості до зміни конструктивних параметрів, параметричний аналіз, параметрична оптимізація. Але можливості аналізу та синтезу вичерпуються, як тільки виникає задача структурного синтезу або побудови оптимізаційних процедур на множинах, що задаються системою складних обмежень та зв'язків [7]. Наступне затруднення – непристосованість існуючих систем комп'ютерного проектування, аналізу та синтезу до оперування з даними, що важко формалізуються. І, нарешті, існує проблема взаємозв'язку в системі „проектант – програмний комплекс". Як правило, для дослідження складних та надскладних механічних систем необхідно залучати висококваліфікованих дослідників, що досконало володіють тим чи іншим програмним продуктом. На практиці ж потрібне оперативне проведення великої кількості досліджень, причому дослідниками, які є фахівцями у загальних питаннях проектування та розробки технологій.

Особливо ситуація загострюється в процесі проектування нових машинобудівних конструкцій та технологій їх зміцнення, коли всі наведені вище обставини діють у сукупності. У [7] описана розробка загального методу опису розрахункових моделей складних та надскладних механічних систем, що природним чином враховують кількісні, якісні, структурні характеристики досліджуваних об'єктів. Крім того, запропонована структура інтегрованої системи автоматизованого аналізу НДС та синтезу складних конструкцій на основі поєднання геометричного, скінченно-елементного моделювання та врахування специфічних особливостей виробів, що проектуються, а також технології, що створюються.

Перша і ключова із означеного переліку задач пропонується до розв'язання із залученням розробленого і описаного у низці статей [7, 8] методу узагальненого параметричного опису при дослідженні характеристик міцності та жорсткості елементів складних

механічних систем. Основна ідея розширеного параметричного підходу полягає в тому, що реалізований у системах CAD/CAM/CAE звичайний параметричний підхід при використанні спеціалізованих модулів може бути розширений. Дійсно, у межах цих модулів зручно організувати не тільки тривіальну параметризацію, але і прийняти як узагальнені параметри, наприклад, структуру розрахункової моделі, конструктивне рішення, тип скінченно-елементної розбивки, способи реалізації сполучення елементів складної механічної системи. При цьому не потрібно створення спеціальної метамови, що формалізує зазначений опис моделі. Для того чи іншого класу конструкції, виходячи з досвіду проектування, виготовлення і дослідження, будується внутрішній алгоритм, що за простим набором вхідних даних здійснює побудову набору інструкцій на мові команд систем CAD/CAM/CAE/PDM високого рівня для створення відповідної моделі [7].

Запропонована схема дає можливість не тільки оперувати з даними, що важко формалізуються, але також враховувати складні системи зв'язків між ними. Це, у свою чергу, дозволяє організувати процедуру цілеспрямованого перебору варіантів досліджуваних об'єктів. Найважливішою особливістю і перевагою запропонованого підходу є нечутливість до типу, вигляду і складу множини узагальнених параметрів P. Таким чином, як узагальнені параметри можуть виступати не тільки кількісні (як у традиційному підході), але і якісні параметри. Крім того, сам склад множини P може бути узагальненим параметром, що варіюється. При цьому важливо те, що при використанні даної технології не потрібна переробка створюваної системи автоматизованого аналізу та синтезу елементів складних механічних систем. Спеціальний модуль вбудовується у вже функціонуючу систему і надає їй нових якостей.

В той же час при цьому виникає інша проблема: в процесі автоматизованого проектування елементів складних та надскладних механічних систем виникають задачі забезпечення достовірності розрахункових схем, вживаних для дослідження їх НДС. Застосування розрахункових схем в МСЕ вимагає як початкових даних знання параметрів скінченно-елементного розбиття досліджуваних об'єктів, граничних умов і навантажень. Точність початкових даних забезпечує високу точність числових результатів. У подальшому при їх використанні в спеціалізованих інтегрованих системах автоматизованого аналізу і синтезу елементів складних механічних систем забезпечується і точність досліджень, і високі характеристики проектованих виробів.

Існуючі на даний час числові методи дослідження НДС, серед яких провідне положення займає МСЕ, не забезпечують лише за рахунок внутрішніх засобів контроль точності результатів моделювання порівняно з поведінкою реальних об'єктів. Актуальною стає задача забезпечення достовірності використовуваних розрахункових схем при числовому дослідженні елементів складних механічних систем. В роботі пропонується використати розрахунково-експериментальний метод (РЕМ) досліджень, при використанні якого як основний результат виступають достовірні і точні розрахункові моделі досліджуваних об'єктів. Він базується на поєднанні можливостей МСЕ і методів експериментальних досліджень [8, 9] та опирається на потенційні можливості узагальненого параметричного опису [7].

Технологія розрахунково-експериментального дослідження елементів складних механічних систем, що пропонується, має характерні наступні особливості [8, 9].

1. Запропонований РЕМ дає можливість організовувати процес розрахунково-експериментальних досліджень, що самокоригується, основним результатом якого є достовірна розрахункова параметрична модель елементів складних механічних систем; усуває протиріччя, що витікає з лінійного характеру процесу досліджень в традиційній їх постановці.

2. Розроблена технологія розрахунково-експериментальних досліджень вбудо-

вується в цикл проектування, дослідження, технологічної підготовки виробництва і виготовлення на вітчизняних підприємствах.

3. Запропонована схема визначення значимих чинників розрахункових моделей елементів складних механічних систем за результатами експериментальних досліджень. Для вивчення впливу конструктивних, технологічних і експлуатаційних параметрів на НДС найбільш навантажених і відповідальних деталей пропонується проводити комплекс експериментальних досліджень, в яких при варіюванні умов визначається реакція досліджуваного об'єкту. При цьому представляється можливою побудова збалансованих розрахункових моделей елементів механічних систем з необхідним рівнем деталізації.

Таким чином, запропоновано узагальнений параметричний метод опису, що дозволяє забезпечити єдиний підхід до проектування і дослідження елементів складних механічних систем та технологій їх зміцнення.

Розроблений напрямок інтенсифікації досліджень покладено в основу для створення сімейств спеціалізованих систем проектування, дослідження і виготовлення елементів машинобудівних конструкцій та методів їх зміцнення. Математична модель теж базується на основі застосування узагальненого параметричного підходу [7, 8], а дискретизація здійснюється методом скінчених елементів [6] з доповненим параметричним описом [7, 8]. При цьому узагальнена математична модель для дослідження міцнісних і жорсткістних характеристик елементів високонавантажених машин, що пропонується, поєднує всі етапи синтезу параметрів технологічного процесу. Задача синтезу розрахункових моделей елементів машин і технології їх зміцнення отримала повну математичну формалізацію. Достовірність розрахункових моделей високонавантажених елементів машин забезпечується поєднанням переваг комплексу аналітичних, числових і експериментальних методів. Цим самим удається замкнути цикл РЕМ, отримавши не лише конкретні результати для конкретної задачі, але також достовірну числову модель.

Таким чином, описаний підхід після формалізації основних етапів досліджень за допомогою відповідного математичного апарату реалізований у вигляді скінченного числа задач Для переходу до розв'язання конкретних задач розроблені методи мають бути реалізовані у вигляді відповідного ПАК (див. нижче). Також отримала математичне формулювання і розв'язана у загальному вигляді задача обґрунтованого вибору параметрів числових моделей досліджуваних елементів і технологій за критеріями міцності, жорсткості і зносостійкості.

2. Програмно-апаратний комплекс «Політехнік-125» для аналізу та синтезу моделей елементів складних механічних систем та технологій. Для сучасного стану числових методів, програмного і апаратного забезпечення для дослідження, аналізу та синтезу елементів складних механічних систем з урахуванням НДС характерні: високий ступінь розвитку математичних моделей для дослідження різних фізико-механічних процесів; наявність формального апарату числового розв'язання виникаючих задач (методи, алгоритми); велика різноманітність програмних пакетів, що потенційно мають "практично необмежені" можливості для розв'язання виникаючих в реальних умовах задач. У той же час спроби побудувати "універсальні" інструментальні засоби для розв'язання задач, що диктуються потребами сучасного машинобудування, наштовхуються на низку обмежень.

Перш за все це обмеження ресурсні. Дійсно, спроби розв'язання задач вищої за середню складності (наприклад, з множиною зон контакту, зв'язані задачі, нестаціонарні динамічні процеси, фізично або геометрично нелінійні процеси деформації, ударна взаємодія) в інтегрованих CAD/CAM/CAE-продуктах або навіть в спеціалізованих CAE-системах вимагають часто таких обсягів ресурсів, які у розпорядженні дослідників відсутні. Це стосується і часу розв'язання, і обсягу оперативної пам'яті, і обсягу дискової пам'яті.

Нижче описаний процес створення спеціалізованого програмно-апаратного комплексу для розрахунково-експериментального дослідження елементів складних механічних систем, що дає змогу переступити ці обмеження. До нього були пред'явлені наступні вимоги: модульний принцип побудови; наявність єдиної бази даних; відкритість архітектури; модифікованість та розширюваність; максимальна автоматизація процесів досліджень; "настроюваність на масштаб" виникаючої задачі.

3. Структура та схема функціонування програмно-апаратного комплексу. Запропонована технологія досліджень реалізована у вигляді спеціалізованого програмно-апаратного комплексу (СПАК) (рис. 1). Використовуючи єдиний формат даних, носії інформації і єдину технологію роботи з інформацією, на основі узагальненого параметричного підходу будується робота з моделями та масивами даних. Цей ПАК розгорнений на базі центру „Тензор" НТУ „ХПІ" [Tensor.kharkiv.com, tenzor@online.kharkiv.ua] і є по суті першим в Україні СПАК з такими можливостями. Він побудований на базі методу узагальненого параметричного опису складних механічних систем, об'єднує спеціалізовані та універсальні програмні модулі. Використання спеціалізованих програмних модулів дозволяє доповнити сучасні потужні комп'ютерні системи проектування і аналізу накопиченим досвідом, знаннями і урахуванням специфіки виробів, що проектуються, а також технологій, що створюються. При цьому об'єднуються тенденції універсалізації, можливостей інтелектуалізації моделей і спеціалізації їх спрямованості.

Рисунок 1 – Загальна схема аналізу та синтезу елементів складних механічних систем

Запропонований підхід поєднує переваги параметричного моделювання, універсальності та урахування специфіки досліджуваних конструкцій, спеціалізованого програмного забезпечення, а також класичного методу скінченних елементів.

При оснащенні створюваного ПАК програмним забезпеченням враховувалися наступні чинники: максимальні функціональні можливості програмного забезпечення; безпроблемність обміну даними; відповідність потреб програмного забезпечення можливостям апаратного забезпечення; можливість використання ліцензійного програмного забезпечення в наукових дослідженнях і навчальному процесі. У зв'язку з цим в склад ПЗ були включені наступні програмні комплекси: Pro/ENGINEER, Nastran, LS-DYNA, SolidWorks та спеціальне програмне забезпечення. Комплексу даних вимог відповідає апаратне забезпечення: обчислювальний комплекс 64-розрядних машин, об'єднаних у кластер „Політехнік-125" з кількостю вузлів 16 (по 4 ядра, пам'ять – 128 Гб); система 2-процесорних вирішувачів на базі процесорів XEON, Pentium та Opteron; система введення графічної інформації в комп'ютер; засоби зберігання великих об'ємів даних на магнітних та оптичних носіях. Створений програмно-апаратний комплекс забезпечує розрахунково-експериментальне дослідження НДС елементів складних механічних систем практично будь-якого ступеня складності в короткі терміни.

Таким чином, розглядаючи і об'єкт опису (елементи деталей і технологій), і інструмент моделювання (CAD/CAM/CAE/PDM-систему), і процес створення цього інструменту з системної точки зору, а також ґрунтуючись на аналізі структури і спрямувань інформаційних процесів і потоків, можна визначити як найбільш значиму розробку на базі запропонованого підходу і математичного апарату спеціалізованих підсистем створення моделей високонавантажених елементів машин і технологій їх зміцнення, природним чином інтегрованих в створювані спеціалізовані інтегровані системи автоматизованого аналізу і синтезу,

а також апаратного забезпечення з широкими можливостями.

Запропонована технологія створення структури спеціалізованих інтегрованих систем автоматизованого аналізу і синтезу може бути застосована для дослідження елементів складних механічних систем різного типу. Запропонований принцип дозволяє проводити побудову метасистем автоматизованого проектування. У даній роботі він застосований для дослідження і відпрацювання технології зміцнення ВЕМ.

4. Аналіз напружено-деформованого стану елементів досліджуваних машин, поверхні яких оброблені за новою технологією зміцнення, що пропонується у роботі, та розробки науково обґрунтованих рекомендацій щодо технологічних режимів запропонованого технологічного процесу. Ґрунтовна теоретична база методу узагальненого параметричного моделювання складних та надскладних механічних систем, що запропонована та реалізована у роботі у вигляді сучасного потужного програмно-апаратного комплексу, дає змогу перейти до постановки та розв'язання власне проблеми дослідження та обґрунтування схем і параметрів технологічних процесів зміцнення поверхонь високонавантажених машин.

Як відомо, проблема зміцнення поверхонь високонавантажених елементів машин за традиційними „об'ємними" або „поверхневими" технологіями приводить до протиріччя між вартістю, енергоємністю, якістю, може призводити до непрацездатності конструкції і т.д. Тому на розвиток цих методів у роботах [1-5] була запропонована принципово нова технологія дискретно-континуального зміцнення поверхневого шару ВЕМ. На рис. 2 наведена схема нанесення зміцнюючих зон (на прикладі опорної частини вала), а на рис. 3 – параметри технологічного процесу.

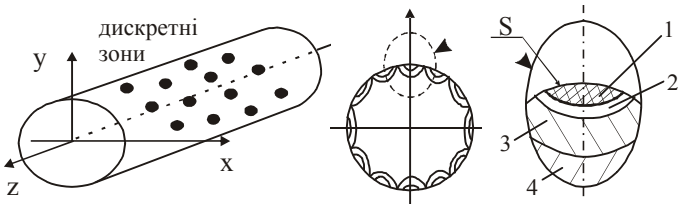


Рисунок 2 – Схема нанесення та характерні зони при дискретно-континуальному зміцненні (S – поверхня зміцнення): 1 – дискретна зона зміцнення – зона «білого металу»; 2, 3 – перехідні зони; 4 – основний матеріал

Як видно з металографічних досліджень [1-5], на поверхні зміцнення *S* (див. рис. 2, 3) в тіло основного металу 4 вкраплюється високолегований метал (1 – дискретна зона зміцнення – ДЗМ – діаметром *d* та глибиною *h*). По товщині далі йде тонка зона „білого металу" (ЗБМ) товщиною *b*, перехідна зона глибиною *H*. Розміщення ДЗМ на поверхні *S* характеризується кроками τ_{xy} в окружному напрямі та τ_z в – в осьовому. При цьому щільність покриття поверхні *S* (так званий коефіцієнт дискретності) визначається залежністю $f = \pi d^2 / 4\tau_{xy}\tau_z$. Властивості матеріалів: $E_i, \nu_i (i = 1,2,3,4)$ – відповід-

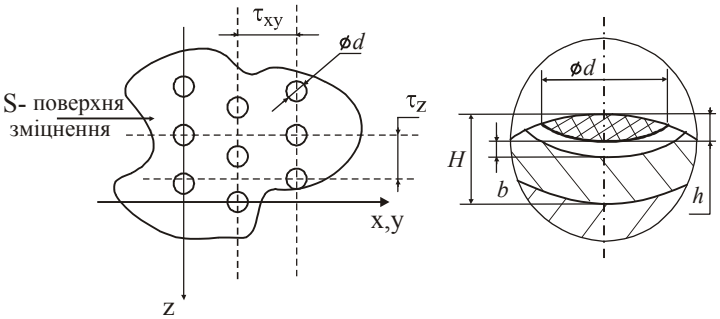


Рисунок 3 – Параметри технологічного процесу

но модулі пружності та коефіцієнти Пуассона (номери відповідають позначенням на рис. 2); аналогічна нумерація для σ_T^i, σ_b^i – границі текучості та границі міцності матеріалів. Таким чином, наочний перелік параметрів технологічного процесу дискретно-континуального зміцнення – $P = \{d, \tau_z, \tau_{xy}, E, \nu, \sigma_T, \sigma_b, h, b, H\}$, де $E, \nu, \sigma_T, \sigma_b$ – це вся сукупність індексованих за номером матеріалу фізико-механічних та механічних властивостей матеріалів.

На першому етапі дослідження визначається характер НДС в області окремої дискретної зони зміцнення. На рис. 4 проілюстрована розрахункова схема для визначення осесиметричної картини НДС в області ДЗЗ, на рис. 5 – скінченно-елементна модель з 1,5 млн. вузлів та 403 тис. елементів, що побудована для проведення досліджень.

Якісні картини компонент НДС при співвідношенні модулів пружності $\alpha_1 = E_1 / E_4 = 1{,}2; \alpha_2 = E_2 / E_4 = 1{,}1; \alpha_3 = E_3 / E_4 = 1{,}0;$ $\beta_1 = \nu_1 / \nu_4 = 1{,}0;$ $\beta_2 = \nu_2 / \nu_4 = 1{,}0;$ $\beta_3 = \nu_3 / \nu_4 = 1{,}0$ наведені на рис. 6. Видно, що профіль деформованої поверхні сприятливий для роботи у процесі контактної взаємодії, оскільки при цьому контактний тиск перерозподіляється, збільшуючись в області легованого матеріалу та зменшуючись при віддаленні від нього. Враховуючи, що мікропрофіль поверхні в області ДЗЗ набагато якісніший, ніж в іншому спряженні (тобто основного матеріалу 4, див. рис. 2), отримуємо ефект не тільки зміцнення, але й покращення умов тертя. Даний ефект, тут названий Δ-ефект, є відносно стабільним при зміні контактного тиску, тобто чим більший тиск, тим більше деформується тіло деталі, тим більший ефект перерозподілу зусиль контактної взаємодії на користь переважного спряження з ДЗЗ.

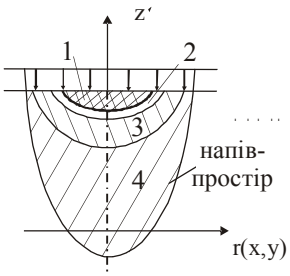


Рисунок 4 – Розрахункова схема для визначення НДС в області окремої ДЗЗ

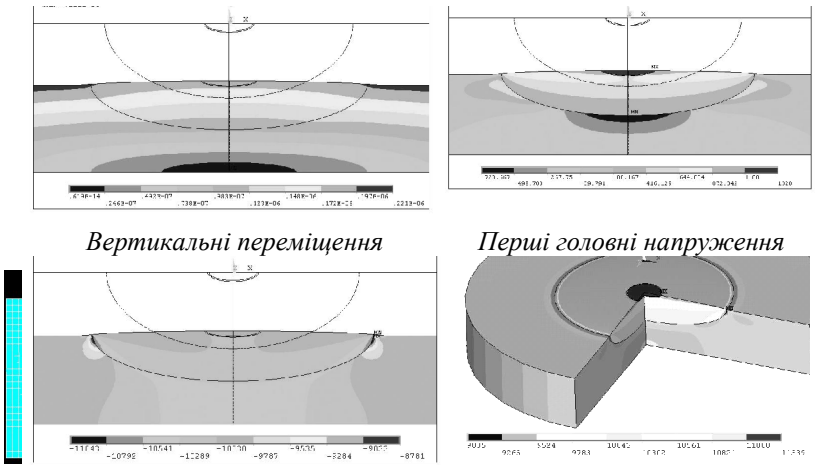


Рисунок 6 – Компоненти НДС в області ДЗЗ

Для аналізу впливу різних факторів на НДС реальних конструкцій, що піддані дискретно-континуальному зміцненню, побудовано просторову СЕМ фрагменту приповерхневої частини опорної частини валу, що підданий дискретно-континуальному зміцненню. Оскільки для повного моделювання опорної частини валу потрібна надто велика (сотні мільйонів ступенів вільності) СЕМ, то було визначено репрезентативну множину ДЗЗ, що входить до складу відповідного секторного вирізу (рис. 7).

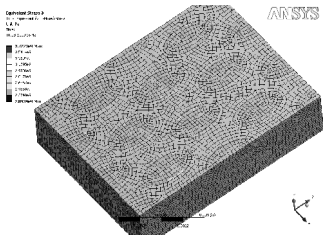


Рисунок 7– СЕМ підповерхневого шару опорної частини валу та еквівалентні напруження за Мізесом

На рис. 8 – типова картина розподілу вертикальних переміщень вздовж відрізку прямої, що проходить через центри ДЗЗ. Видно, що спостерігається та ж картина переміщень, що й у випадку одиничних ДЗЗ, але з періодом

повторення, який дорівнює кроку розміщення дискретних зон зміцнення. Кількість варійованих параметрів P технологічного процесу у даному випадку довільна, сама множина P може бути поповнювана. Це є надзвичайно важливою перевагою запропонованого теоретичного підходу до розв'язання задачі. Крім того, математична модель дозволяє досліджувати всі аспекти НДС, а скінченно-елементна модель відтворює усі переваги запропонованого підходу. Кількість скінченних елементів навіть для окремого секторного вирізу валу досягає кількох мільйонів одиниць ступенів вільності.

Тому для дослідження НДС об'єкту, що представлений на рис. 7, потрібні великі обчислювальні ресурси, які забезпечує створений і описаний раніше програмно-апаратний комплекс. Саме ці обставини дали можливість провести комплекс досліджень, деякі початкові результати яких представлені на рис.8.

Ще більші ресурсні вимоги – при повномасштабному моделюванні макрочастини деталі або деталі повністю. При цьому на перший план виступає проблема різномасштабності зон, що досліджуються: від кількох мікронів до метрів. Для узгодження сіток скінченних елементів потрібно розробити та застосувати спеціальні алгоритми.

Як видно із попереднього порівняльного аналізу одержаних розподілів компонентів НДС, збільшення відносної жорсткості матеріалу зміцнення сприяє підсиленню позитивного впливу виявленого Δ-ефекту зміцнення та збільшення стійкості поверхні S до зношування. Що стосується впливу параметру f, то спостерігається «зона w» ($f^{w} \in [0{,}6;\ 0{,}8]$), при попаданні коефіцієнту дискретності в котрий Δ-ефект найбільш дієвий.

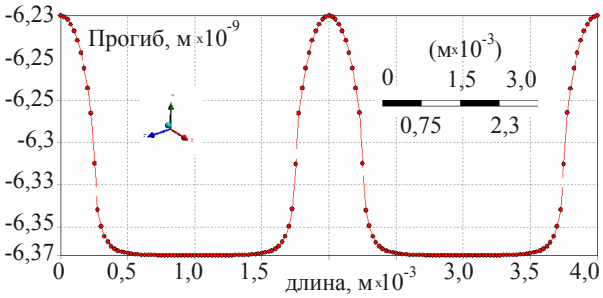


Рисунок 8 – Картина переміщень поверхні деталі

Як показав аналіз напруженого стану опорної частини валу, крім виявленого Δ-ефекту, значення має ще й названий так «σ-ефект». Він полягає в тому, що при сумісному деформуванні розплавленого матеріалу ДЗЗ створюється залишковий напружений стан, який при суперпозиції з напруженим станом від дії тиску P дає ефект зменшення рівня результуючих напружень. Первинний аналіз показує, що найбільший «σ-ефект» досягається в діапазоні $f \in [0{,}5 \div 0{,}8]$. Таким чином, співставлення «Δ-ефекту» та «σ-ефекту» дає змогу визначити рекомендований інтервал параметру дискретності покриття: $f^{*} \in [0{,}65 \div 0{,}75]$.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що в результаті комплексу пробних досліджень обґрунтовані раціональні параметри запропонованого технологічного процесу дискретно-континуального зміцнення високонавантажених елементів машин, механізмів і окремих деталей.

Висновки та рекомендації за результатами досліджень. Описані у роботі нові теоретичні розробки, створені математичні моделі, унікальні програмно-модельні та програмно-апаратні комплекси, а також власне результати числових досліджень дозволяють зробити наступні висновки.

1. Запропоновані у роботі нові теоретичні основи узагальненого параметричного методу моделювання фізико-механічних процесів у складних та надскладних механічних системах створюють потенційні можливості для глибокого аналізу та синтезу нових технологій зміцнення високонавантажених елементів машин різного призначення.

2. Розроблені комплексні математичні та скінченно-елементні моделі характеризуються адаптованістю до аналізу та синтезу принципово нових способів зміцнення елементів високонавантажених машин, що якісно відрізняє їх від побудованих тради-

ційними способами.

3. Крім наукового забезпечення, у роботі проведена їх програмно-модельно-апаратна реалізація, що дало змогу провести комплекс багатоваріантних досліджень зміцнених високонавантажених елементів машин із застосуванням моделей із кількістю ступенів вільності кілька мільйонів.

4. Розроблене теоретико-множинне математичне та програмне забезпечення у процесі досліджень дозволило виявити 2 ефекти, названі «Δ-ефект» та «σ-ефект». Перший з них полягає у позитивному характері зміни деформованого профілю у контакті зміцнюваного елементу машини зі спряженими елементами. Другий ефект полягає у створенні сприятливого залишкового напруженого стану після зміцнення досліджуваного об'єкту із застосуванням нової дискретно-континуальної технології, який після накладення на розподіл робочих напружень створює такий результуючий напружений стан, що значно дальший від небезпечного рівня, ніж для незміцнених деталей машин.

5. Комплексне дослідження НДС високонавантажених елементів машин, зміцнених за допомогою нової запропонованої технології, дало змогу отримати якісні та кількісні залежності деяких параметрів та визначити рекомендовані інтервали для їх вибору.

Таким чином, наукові дослідження та числове моделювання продемонстрували новизну та ефективність підходів та моделей, а також позитивність результатів. В кінцевому результаті при масштабних дослідженнях можуть бути обґрунтовані параметри технології дискретно-континуального зміцнення.

У подальших дослідженнях планується більш детально визначити напружено-деформований стан дискретно зміцнених деталей із застосуванням запропонованого підходу, методів, моделей, алгоритмів та програмно-модельного комплексу, а також розробити обґрунтовані рекомендації щодо вибору параметрів технологічного процесу.

Литература: 1. Гончаров В.Г. Повышение износостойкости коленчатых валов форсированных дизелей большой мощности / В.Г. Гончаров, Э.К. Посвятенко, С.С. Дяченко // Резание и инструмент в технологических системах. – 2009. – Вып. 77. – С. 53–65. 2. Гончаров В.Г. Повышение износостойкости трибосистем / В.Г. Гончаров, Б.В. Савченков // Автомобильный транспорт: Сб. научн. тр. Харьк. нац. авт.-дор. ун-та. – Х., 2003. – Вып.13. – С. 117–119. 3. Гончаров В.Г. Исследование изменения характеристик трения по глубине дискретного слоя / В.Г. Гончаров, А.К. Олейник, Г.Г. Гринченко // Зб. наук. пр. Запорізьк. нац. технич. ун-ту. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2003. – С. 100–101. 4. Влияние режимов дискретного упрочнения на эксплуатационные свойства деталей автомобилей / Б.В. Савченков, В.Г. Гончаров, Н.Г. Александров и [др.]// Автомобильный транспорт: Сб. научн. тр. Харьк. нац. авт.-дор. ун-та. – Х., 2005. – Вып.16. – С. 83–85. 5. Гончаров В.Г. Підвищення ресурсу транспортної техніки удосконаленням технології ремонту колінчастих валів: Автореф. … канд. техн. наук: 05.22.20 / В.Г. Гончаров: Харьк. нац. авт.-дор. ун-т. – Х., 2008. – 19 с. 6. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с. 7. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Чепурной А.Д. и [др.] // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57-79. 8. Параметрические модели элементов сложных систем как основа построения специализированных расчетных схем / Ткачук Н.А., Веретельник Ю.В., Миргородский Ю.Я. и [др.] // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ „ХПІ". – 2004.– № 2, т. 2. – С.79-84. 9. Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Глущенко Е.В., Ткачук Г.В. Решение задач расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем / Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Глущенко Е.В. и [др.] // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ „ХПІ". – 2004.– № 2, т. 2. – С.85-96.

Ткачук М.А., Шеремет В.М., Ткачук Г.В., Грабовський А.В.

РОЗРОБКА НАУКОВИХ ОСНОВ СТВОРЕННЯ СПРИЯТЛИВИХ ПОВЕРХНЕВИХ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНИХ ПОЛІВ НАПРУЖЕНЬ У ВИСОКОНАВАНТАЖЕНИХ ЕЛЕМЕНТАХ МАШИН

У роботі описані нові теоретичні розробки, створені математичні моделі, унікальні програмно-модельні та програмно-апаратні комплекси, а також отримані результати числових досліджень полів напружень при дискретно-континуальному зміцненні деталей машин. Визначено оптимальні параметри технологічного процесу зміцнення.

Tkachuk M.A., Sheremet V.M., Tkachuk G.V., A.V. Grabovskiy

DEVELOPMENT OF SCIENTIFIC PRINCIPLES OF CREATION OF FAVOURABLE SURFACE DISCRETE-CONTINUAL FIELDS OF TENSIONS IN THE HIGH-LOADED ELEMENTS OF MACHINES

In this work the new theoretical developments, mathematical models and unique programmatic-modeling and hardware-software complexes are described, and also the results of numerical researches of tensions fields at the discrete-continual strengthening of machines details are obtained. The optimal parameters of technological process of strengthening are determined.

УДК 539.3

Ткачук А.Н.

ТЕРМОУПРУГИЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Введение. В процессе производства и эксплуатации машин их тонкостенные элементы подвергаются термомеханическим контактным нагрузкам. Часто контактные термоупругие задачи не могут быть решены в несвязанной постановке. На напряженно-деформированное состояние (НДС) влияют температурные деформации. Обратное влияние осуществляется через температурные потоки в зонах контакта, размеры и расположение которых определяются деформированным состоянием. При этом только для отдельных задач удается получить аналитическое решение [1]. В связи с этим актуальность приобретает разработка численных методов расчета связанных термоупругих контактных задач с учетом присущих им особенностей.

К особенностям относится плохая обусловленность исходной задачи. Мембранная, изгибная и поперечная жесткости оболочек отличаются на порядок. Поэтому погрешности аппроксимации поля деформаций внутри конечных элементов (КЭ) приводят к „паразитным” жесткостям. Эффект завышения изгибной жесткости вследствие погрешности аппроксимации деформаций срединной поверхности, поперечного сдвига и обжатия называют мембранным, сдвиговым и поперечным локкингом („заеданием”) соответственно [2]. Кроме того, деформация обжатия и поперечный сдвиг оказывают существенное влияние на размеры зон контакта и распределение контактных давлений [3]. Правильный учет этих деформаций позволяет регуляризовать контактные ограничения с физически обоснованными параметрами.

В связанных (multiphysics) конечных элементах аппроксимация полей должна быть согласована. Чрезмерная степень аппроксимации одного из полей не повышает точность

решения в целом, а лишь увеличивает сложность конечно-элементного анализа. Аппроксимация должна также удовлетворять условиям Ладышевской-Бабушки-Брези (ЛББ) [4], потому что температурное и механическое поля связаны через напряжения. Элементы, нарушающие условие ЛББ, являются неустойчивыми и дают осциллирующие решения.

Поскольку универсальный метод решения этих связанных контактных задач отсутствует, то целью данной работы является построение осесимметричного термоупругого оболочечного конечного элемента на примере цилиндрических оболочек.

Обзор литературы. Существует два основных подхода для формулировки оболочечных конечных элементов. Первый использует „дегенерацию" твердотельных КЭ с учетом гипотез о распределении напряжений или „естественном" деформированном состоянии оболочки (см., например, [5]). Основное преимущество такого КЭ для решения связанных контактных задач состоит в том, что на лицевых поверхностях оболочки размещаются узлы, расположенные в местах, где происходит контакт. Однако существует ряд проблем с локкингом (особенно при утонении элемента).

Второй заключается в использовании метода Галеркина непосредственно к уравнениям той или иной теории оболочек. Для учета деформаций поперечного сдвига и обжатия используются кинематические гипотезы Кирхгофа-Лява [6, 7]. Такой поход позволяет учесть контакт в одной точке срединной поверхности только с одной лицевой поверхности оболочки (рис. 1). Введение дополнительных параметров, отвечающих за обжатие [2], позволяет учесть контакт с обеих лицевых поверхностей (см. рис. 1).

Предлагаемый подход. В данной работе используется уточненная теория термоупругих оболочек [8, 9]. В ней пренебрегается деформацией сдвига, однако учитываются поперечные деформации и распределение температуры по толщине. Поперечная деформация не использует дополнительных параметров, а выражается через контактные давления. Для распределения температуры используется 2 параметра на толщину. Применив метод Галеркина к уравнениям равновесия и теплового баланса, получаем матрицу жесткости конечных элементов.

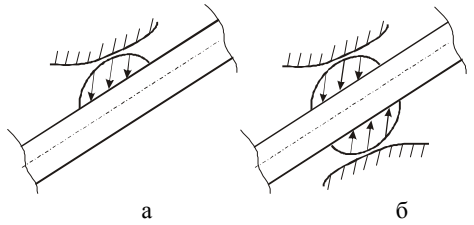


Рисунок 1 – Контакт с одной (а) и двумя (б) лицевыми поверхностями оболочек

Уравнения термоупругого изгиба оболочек. Осесимметричный температурный изгиб цилиндрической оболочки в области, свободной от контакта, имеет вид [1]:

$$Dw^{IV} + Kw = p - D\alpha(1-\nu)(T_2)'' + K\alpha T_1 R, \qquad (1)$$

где $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость; $K = Eh/R^2$ – окружная жесткость; α – коэффициент линейного расширения; p – давление, приведенное к срединной поверхности; T_1 – температура срединной поверхности; T_2 – градиент температуры по толщине; E, ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки.

Уравнение теплопроводности для той же оболочки описывается системой дифференциальных уравнений [9]:

$$\begin{cases} kh(T_1)'' + q^+ + q^- = 0; \\ \dfrac{kh^2}{12}(T_2)'' - kT_2 + \dfrac{q^+ - q^-}{2} = 0. \end{cases} \tag{2}$$

где k – коэффициент теплопроводности; q^+ и q^- – тепловые потоки на лицевых поверхностях, а также предполагает кубическое распределение для деформации ε_z [1].

Уравнения (1) и (2) можно привести к слабому виду:

$$\begin{cases} \int\limits_\Omega (w''D \cdot \delta w'' + wK \cdot \delta w)dx = \int\limits_\Omega [(p - D\alpha(1-\nu)(T_2)'' + K\alpha T_1 R) \cdot \delta w]dx; \\ \int\limits_\Omega kh(T_1)' \cdot \delta(T_1)dx = \int\limits_\Omega (q^+ + q^-) \cdot \delta(T_1)dx; \\ \int\limits_\Omega \left[\left(kh^2/6\right)(T_2)' \cdot \delta(T_2)' + kT_2 \cdot \delta(T_2)\right]dx = \int\limits_\Omega (q^- - q^+) \cdot \delta(T_2)dx. \end{cases} \tag{3}$$

Для дискретизации уравнений (1) и (2) будем создавать КЭ, приведенный на рис. 2. Принятые на нем обозначения: d_1, d_3 – узловые прогибы; d_2, d_4 – углы поворота; θ_1, θ_2 – узловые значения средней температуры; r_1, r_2, r_3 – узловые значения для градиента температуры по толщине.

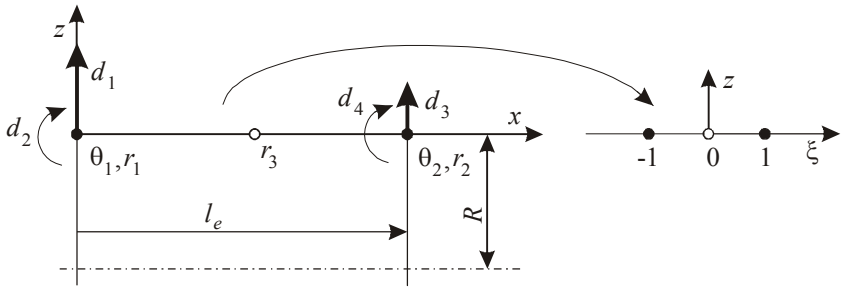
Аппроксимации задаются с помощью выражений:

$$w = \sum_{i=1}^{4} d_i N_i^{(d)}; \; T_1 = \sum_{i=1}^{2} \theta_i N_i^{(\theta)}; \; T_2 = \sum_{i=1}^{2} r_i N_i^{(r)}, \tag{4}$$

или в матричном виде

$$\mathbf{w} = \mathbf{d}^{(T)}\mathbf{N}^{(d)}; \; \mathbf{T}_1 = \mathbf{N}^{(\theta)}\boldsymbol{\theta}; \; \mathbf{T}_2 = \mathbf{N}^{(r)}\mathbf{r}. \tag{5}$$

Рисунок 2 – Геометрия предлагаемого конечного элемента в естественных и собственных координатах



В изопараметрических координатах базисные функции имеют вид:

$$\begin{cases} N_1^{(d)} = (1/4)(1-\xi)^2(2+\xi); \\ N_2^{(d)} = (1/8)l_e(1-\xi)^2(1+\xi); \\ N_3^{(d)} = (1/4)(1+\xi)^2(2-\xi); \\ N_1^{(d)} = (1/8)l_e(1+\xi)^2(1-\xi); \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} N_1^{(\theta)} = (1/2)(1-\xi); \\ N_2^{(\theta)} = (1/2)(1+\xi); \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} N_1^{(r)} = (1/2)(\xi-1)\xi; \\ N_2^{(r)} = (1/2)(1+\xi)\xi; \\ N_3^{(r)} = (1-\xi)(1+\xi), \end{cases} \tag{8}$$

где l_e – длина элемента, ξ – собственная координата КЭ (см. рис. 2).

Подстановка (5) в (3) приводит к матрице жесткости конечных элементов K^e:

$$\mathrm{K}^e = \begin{bmatrix} \mathrm{K}_{dd} & \mathrm{K}_{d\theta} & \mathrm{K}_{dr} \\ 0 & \mathrm{K}_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{K}_{rr} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

где

$$\mathrm{K}_{dd} = \int_{\Omega^e} \left(\left(\mathbf{N}^{(d)}\right)'' D \left(\mathbf{N}^{(d)}\right)'' + \mathbf{N}^{(d)} K \mathbf{N}^{(d)} \right) dx;$$

$$\mathrm{K}_{d\theta} = \int_{\Omega^e} \mathbf{N}^{(d)} K \alpha R \mathbf{N}^{(d)} dx; \; \mathrm{K}_{dr} = -\int_{\Omega^e} \mathbf{N}^{(d)} D \alpha (1-\nu) \left(\mathbf{N}^{(r)}\right)'' dx;$$

$$\mathrm{K}_{\theta\theta} = \int_{\Omega^e} \left(\mathbf{N}^{(\theta)}\right)' kh \left(\mathbf{N}^{(\theta)}\right)' dx; \; \mathrm{K}_{rr} = \int_{\Omega^e} \left(\left(\mathbf{N}^{(r)}\right)' \frac{kh^2}{6} \left(\mathbf{N}^{(r)}\right)' + \mathbf{N}^{(r)} k \mathbf{N}^{(r)} \right) dx.$$

Матрица жесткости K^e является несимметричной, т.к. содержит термоупругие члены $\mathrm{K}_{d\theta}$ и K_{dr} (см. (9)).

Разрешающее уравнение примет вид:

$$\mathrm{K}^e [\mathbf{d} \quad \text{и} \quad \mathbf{r}]^T = [\mathbf{f}_d \;\; \mathbf{f}_\theta \;\; \mathbf{f}_r]^T.$$

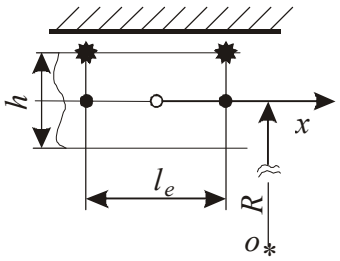


Рис. 3. Точки идентификации контакта на внешней поверхности:
● – узел с переменной $w(x)$; ○ – дополнительный узел с температурной переменной;
✸ – место идентификации контакта

Таким образом, построен связанный конечный элемент для моделирования термоупругих полей в цилиндрических оболочках.

Учет контактных условий. В контакте необходимо удовлетворить температурным и механическим контактным условиям. Применяем эти условия поточечно в точках лицевой поверхности, соответствующих узлам конечных элементов (рис. 3), в которых задается прогиб. Сами контактные условия записываются относительно дискретных значений зазора, контактного давления, температуры и теплового потока в контакте. Дискретные значения определяются из соотношений уточненной теории оболочек [1, 8].

Перемещения на внешней лицевой поверхности представим в виде:

$$w^+ = w + \frac{\nu h^2}{8} \left(\frac{d^2 w}{dx^2} + \alpha T_2 \right) - \frac{13 h p^+}{32 E} + \alpha \left(\frac{3h}{8} T_1 + \frac{23}{96} h^2 T_2 \right). \tag{10}$$

Опустим в дискретном выражении (10) слагаемое $\frac{\nu h^2}{8} \frac{d^2 w}{dx^2}$ в связи с его малостью. Тогда относительно узловых перемещений в i-м узле d_i, θ_i, r_i и узловой контактной реакции λ_i условие контакта принимает вид

$$\begin{cases} d_i^+ = d_i + \alpha\left[\dfrac{3h}{8}\theta_i + \left(\dfrac{23}{96}+\dfrac{\nu}{8}\right)h^2 r_i\right] - \dfrac{13h\lambda_i}{E}; \\ \lambda_i \ge 0,\ d_i^+ - d_i^k \le 0,\ \lambda_i\left(d_i^+ - d_i^k\right) = 0. \end{cases} \tag{11}$$

Температура и поток на внешней лицевой поверхности связаны соотношениями неидеального теплового контакта [1]

$$h_c\left[T_{\text{к}} - \left(T_1 + 0.5hT_2\right)\right] = q^+, \tag{12}$$

где h_c – контактная температурная проводимость, $T_{\text{к}}$ – температура контактируемого тела.

В дискретном виде выражение (12) можно записать как

$$q_i^+ = h_c\left[\theta_i^k - \left(\theta_i + 0.5hr_i\right)\right]. \tag{13}$$

Для того, чтобы не увеличивать размерность задачи, исключим из уравнения контактные реакции λ_i и тепловые потоки q_i^+. Тогда в активных узлах необходимо добавит члены, соответствующие матрице контактной жесткости K_i^T и приведенных контактных сил f_i^T:

$$\mathrm{K}_i^T = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 & 0 & -\dfrac{3\alpha ch}{8} & 0 & -\left(\dfrac{23}{96}+\dfrac{\nu}{8}\right)h^2\alpha c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_c & 0 & 0.5hh_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5hh_c & 0 & 0.25h_c h^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{14}$$

$$f_i^T = \begin{bmatrix} cd_i^k & 0 & 0 & 0 & h_c\theta_i^k & 0 & h_c h\theta_i^k & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{15}$$

где $c = 32E/13h$.

Таким образом, получена матрица контактной жесткости K_i^T, которая является несимметричной и включает связанные термоупругие элементы, и контактная сила f_i^T.

Сборка матрицы жесткости с учетом (14) и (15) дает полную систему уравнений

$$\left\{ \mathrm{K} = \mathop{\mathsf{A}}_{e=1}^{N} \mathrm{K}^e + \mathop{\mathsf{A}}_{\substack{i=1\text{ по} \\ \text{активным} \\ \text{узлам}}}^{T} \mathrm{K}_i^T;\ \mathrm{f} = \mathop{\mathsf{A}}_{e=1}^{N} \mathrm{f}^e + \mathop{\mathsf{A}}_{\substack{i=1\text{ по} \\ \text{активным} \\ \text{узлам}}}^{T} \mathrm{f}_i^T, \right. \tag{16}$$

где A – оператор сборки по элементам.

Результаты численного моделирования. Для проверки правильности предложенного конечного элемента был проведен численный эксперимент. В качестве тестовой взята задача об осесимметричном термоупругом контакте цилиндрической оболочки конечной длины с жестким бандажом с известным аналитическим решением и с решением, полученным с применением другого КЭ [1]. На торцах оболочки задана температура T_0, а температура бандажа – $T_к$. На рис. 4-7 приведены распределение прогиба по всей длине оболочки, приведен прогиб и температура в области бандажа и изгибающий момент, полученный с использованием построенного КЭ, с одной стороны, и аналитического и конечно-элементного решения с применением двумерного осесимметричного элемента, – с другой.

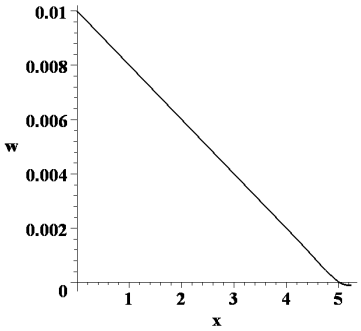


Рисунок 4 – Общий вид прогиба цилиндрической оболочки

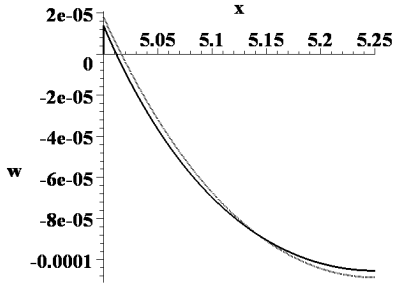


Рисунок 5 – Прогиб цилиндрической оболочки в области контакта

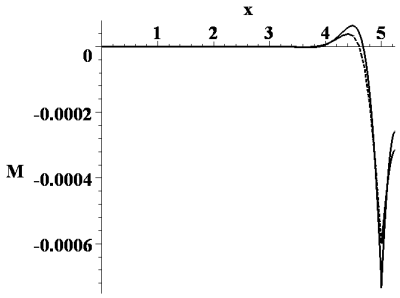


Рисунок 6 – Изгибающий момент цилиндрической оболочки

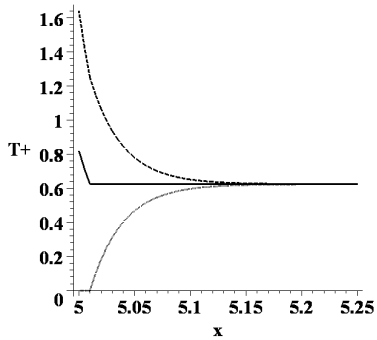


Рисунок 7 – Распределение температуры по длине цилиндрической оболочки

Контакт реализуется вблизи угловых точек бандажа, что согласуется с полученной аналитически картиной. Зона контакта при численном моделировании получилась равной 0.015 м, что с учетом размера элемента (0.005 м) согласуется с аналитическим значением 0.016. Как видно из рисунков, численное решение хорошо согласуется с аналитическим решением.

Выводы. По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Получен новый связанный термоупругий осесимметричный конечный элемент для решения контактный задач цилиндрических оболочек. Учет деформаций обжатия позволил получить физически обоснованные коэффициенты матрицы контактной жесткости, что отличает данный подход к построению конечных элементов от традиционных.

2. Данная связанная постановка приводит к несимметричным матрицам жесткости КЭ.

3. Построенный конечный элемент, в отличие от традиционно используемых КЭ в известных программных комплексах, может напрямую быть использован при решении связанных термоупругих контактных задач, поскольку учитывает (причем на физическом уровне) основные факторы контактного взаимодействия тонкостенных элементов конструкций (поперечное обжатие, связанные условия термомеханического контакта), а также избавлен от „паразитного” влияния эффекта локкинга. Этим самым

создается возможность существенно понизить размерность конечно-элементных моделей (Shell-элементы вместо 3D или 2D) без потери качественных особенностей решения и точности численного моделирования.

В качестве направлений дальнейших исследований можно предложить введение дополнительных параметров для учета обжатия и учет сдвига, а также построение конечных элементов без принятых в статье упрощений.

Предложенную методику можно также применить для получения произвольных конечных элементов тонкостенных конструкций.

Литература: 1. Львов Г.И. Об аналитическом решении термоупругой контактной задачи цилиндрической оболочки с бандажом / Г.И. Львов, А.Н.Ткачук // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: Динамика и прочность машин. – 2009. 2. Nagi El-Abbasi A New Strategy for Treating Frictional Contact in Shell Structures using Variational Inequalities // PhD thesis, University of Toronto, 1999. – 134 p. 3. Львов Г.И., Ткачук А.Н. О влиянии параметров и гипотез деформирования цилиндрической оболочки на зоны контакта с бандажом // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Динамика и прочность машин. – 2006. № 32. – С.98-104. 4. Cannarozzi Agostino Antonio A mixed variational method for linear coupled thermoelastic analysis / Agostino Antonio Cannarozzi, Francesco Ubertini // International Journal of Solids and Structures, 2001. – # 38. – PP. 717–739. 5. Büchter Norbert Three-Dimensional Extension of Nonlinear Shell Formulation Based on the Enhanced Assumed Strain Concept / Norbert Büchter, Ekkehard Ramm, Deane Roehl // Int. Journal of Numerical Methods in Engineering, 1994. – # 37. – PP. 2551-2568. 6. Блох М.Б. К вопросу модели в задачах о контакте тонкостенных тел // Прикладная механика. – 1977. – Том XIII. – Вып. 5. – С. 34-42. 7. Пелех Б.Л., Сухорольский Н.А Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек. – Киев: Наукова думка, 1980. – 216 с. 8. Галиньш А.К. Уточненные уравнения движения термоупругих ортотропных оболочек // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1972. – Вып. 8. – С. 365–392. 9. Григолюк Э.И., Толкачев В.М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. – М.: Машиностроение, 1980. – 411 с.

Ткачук А.М.

ТЕРМОПРУЖНИЙ ОСЕСИМЕТРИЧНИЙ СКІНЧЕННИЙ ЕЛЕМЕНТ ДЛЯ РОЗВ´ЯЗАННЯ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

У статті описано новий зв’язаний термопружний осесиметричний скінченний елемент (СЕ) для розв’язання контактної задачі циліндричних оболонок. Урахування деформацій обтискання дало змогу одержати фізично обґрунтовані коефіцієнти матриці контактної жорсткості. Дана зв’язана постановка приводить до несиметричних матриць жорсткості СЕ. Наведено порівняння результатів аналітичного і числового розв’язання тестових задач.

Tkachuk A.M.

THERMOELASTIC AXIAL-SYMMETRIC FINITE ELEMENT FOR SOLUTION OF CONTACT TASKS OF CYLINDRICAL SHELLS

This paper is dedicated to a coupled thermoelastic axisymmetric finite element suitable for solution of contact problems. Consideration of transversal deformation delivers physically based contact stiffness matrix. This formulation leads to an unsymmetrical system of equations. Comparison between analytical and numerical solution of test problems is presented.

В ПОРЯДКУ ОБГОВОРЕННЯ

УДК 629.1.032

Василенко О.В., Дущенко В.В.

ПЕРСПЕКТ РОЗВИТКУ СИСТЕМ ПІДРЕСОРЮВАННЯ ВІЙСЬКОВИХ ГУСЕНИЧНИХ І КОЛІСНИХ МАШИН

Постановка проблеми. На сьогоднішній день, при проектуванні нових зразків військових гусеничних і колісних машин (ВГКМ) та модернізації застарілої техніки, багато уваги приділяється розробці і удосконаленню сучасних комплексів озброєння, силових установок і трансмісій. Однак, в силу тих чи інших причин, цей процес майже не торкнувся систем підресорювання (СП). Як показали теоретичні дослідження та полігонні і військові випробування, застаріла СП багатьох типів ВГКМ не дозволяє повною мірою реалізовувати їхні можливості, що зросли, завдяки удосконаленню інших систем. Немаловажливими причинами такого стану справ є те, що теоретичні методи, методології і підходи, які застосовувалися при розробці і удосконаленні вузлів СП ВГКМ до останнього часу, застаріли та малоефективні, а технічні рішення (ТР) і фізичні принципи дії (ФПД) вузлів підвіски, що використовуються, вичерпали свій „венчурний” потенціал. Таким чином, актуальною проблемою є обґрунтування, розробка та застосування нових методів, методологій і підходів при створенні перспективних зразків вузлів СП, прогнозування їх розвитку та пошук нових ТР і ФПД. Це забезпечить якісний стрибок у розвитку СП ВГКМ, що, у свою чергу, дозволить ефективно реалізувувати зростаючі можливості нових систем озброєння, силових установок і трансмісії.

Аналіз останніх публікацій. У роботі [1] представлено концептуальний підхід при проектуванні об’єктів бронетанкової техніки, що розглядаються як складна технічна система. Приведено комплексний метод оцінки рівня технічної досконалості і порівняння даних об’єктів та зпрогнозовано тенденції їх розвитку. Велика увага приділена комплексу озброєння та захисту, але СП та її вплив на показники рухомості розглянуто недостатньо повно. У роботі [2] проаналізовано розвиток основних бойових танків за останнє десятиріччя. Зроблено висновки, що покращення характеристик танків йшло не за напрямком розробки нових зразків, а шляхом модернізації і в першу чергу було направлено на підвищення вогневої могутності і захисних характеристик. Метою модернізації силових установок і трансмісії було не скільки забезпечити підвищення мобільних характеристик, скільки бажання зберегти показники рухомості та не допустити їх зниження в зв’язку із збільшенням маси танків. У роботі [3] було озроблено методологію системної оцінки технічного рівня СП ВГКМ для використання при створенні нових поколінь вузлів підвіски. Проведено аналіз критеріїв розвитку і показників якості СП, на підставі якого запропонований головний узагальнений показник її ефективності. У роботах [4,5] відзначається, що на цей час намітилася межа можливостей удосконалювання СП ВГКМ у традиційних напрямках. Для визначення нових перспективних напрямків подальшого розвитку СП було проведено функціонально-фізичний аналіз роботи їхніх складових частин, з'ясовано взаємозв'язки зазначених частин між собою та з об'єктами навколишнього середовища. На основі цього, було побудовано конструктивну та потокову функціональні структури СП ВГКМ і отримано цільне представлення про розглянуту технічну систему на рівні фізичних операцій перетворення вхідних і вихідних потоків енергії, сигналів і речовини та використовуваних

фізико-технічних ефектів.

Ціль досліджень – на основі аналізу нових технологій, матеріалів і ТР, що використовуються при розробці перспективних вузлів підвіски ВГКМ та транспортних засобів (ТЗ) у цілому, зформулювати основні проблеми та засоби їх вирішення і зпрогнозувати перспективні напрямки подальшого розвитку СП ВГКМ.

Аналіз нових технологій, матеріалів і ТР, що використовуються при розробці перспективних вузлів СП ВГКМ та ТЗ у цілому.

1. Перспективні розробки демпфіруючих пристроїв (ДП).

Розвиток сучасних ДП характеризується широким спектром винаходів, які можна поділити на дві великі групи: розробки, що мають нові оригінальні ТР, при збереженні звичайного робочого середовища (робочої рідини у гідравлічних ДП і поверхонь тертя у фрикційних ДП) та розробки, що використовують альтернативне робоче середовище (текучі і тверді состави та матеріали). Мета винаходів – усунути ті чи інші недоліки та придати пристроям, що розглядаються, нові, більш високі якісні показники.

У першій групі винаходів представляють інтерес ДП, в яких характеристики опору залежать не тільки від швидкості і (або) величини переміщення робочого органу, а і від частоти коливань, що демпфіруються. Такі ТР містять, наприклад, грузик, що рухається в осьовому напрямку, за допомогою якого, частково або повністю перекривається радіальний отвір. Таким чином, регулюється ступінь демпфірування, у залежності від частоти вимушених коливань корпусу ТЗ (у разі резонансу демпфірування є найбільшим), що дозволяє підвищити плавність руху та знизити теплову напруженість ДП. Подібні ГА FSD (Frequenz Selektive Dampfung – частотно-селективне демпфірування) вже серійно випускає фірма „Коні”.

Велику кількість винаходів складають ТР, у яких зроблено спробу використати в корисних цілях енергію коливань підресореного корпусу ТЗ, що поглинається ДП. Так, одне з ТР містить акумулюючий резервуар з необхідними клапанами, пов'язаний з масляним баком та ГА. Енергія тиску масла, що створений в акумулюючому резервуарі при роботі ГА, приводить в дію виконавчий механізм. Але не вказано, що це за механізм та з яким к.к.д він буде працювати.

Іншим ТР є застосування так званої „автонакачки”. ГА обладнуються додатковим бачком з робочою рідиною, яка, завдяки коливанням корпусу ТЗ у процесі руху, автоматично підкачується в ГА при завантаженні машини, або зливається назад у бачок при розвантаженні. Тим самим, без електроніки, датчиків, насосів і т.і. підтримується, незалежний від завантаження, кліренс ТЗ. Подібні ГА нової системи „Nivomat” вже випускає фірма „ZF” для 35 моделей сучасних автомобілів.

Широкий класс ДП складають газонаповнені ГА, в конструкцію яких включена порожнина, що містить газ під тиском. Застосування такого газового підпору дозволяє покращити демпфіруючі характеристики ГА, усунути вспінення робочої рідини та використовувати його у якості додаткового пружного елемента (ПЕ) для оптимізації пружної характеристики підвіски.

Серед розробок другої групи, що використовують альтернативне робоче середовище, особливо перспективними є так звані магнітореологічні ГА, яким останнім часом приділяється багато уваги і які отримують широке розповсюдження. Прикладом є ГА „MagneRide” відомої фірми „Delphi Corporation”, що були представлені у 2003 році, які вже серійно застосовуються на декількох моделях автомобілів. Компанією „Millen-Works” розроблено модифікацію автомобіля "Хаммер", де встановлено полуактивну подвіску з магнітореологічними ГА.

В основі роботи таких ДП лежить спроможність спеціальної магнітореологічної (магніточуттевої) робочої рідини міняти свою в’язкість, а від так і зусилля опору, у

залежності від електромагнітного поля, що накладається. Використовується декілька типів такої робочої рідини. У загальному випадку, магнітореологічні рідини складаються з магнітної та (або) немагнітної дисперсійної фази, несучого середовища, стабілізаторів та інших інгредієнтів, що забезпечують їм необхідні фізико-хімічні характеристики та відрізняються ефективністю магнітореологічного ефекту і вартістю, яка може бути досить високою. Магнітореологічна робоча рідина проходить через керуючий елемент – магнітореологічний дросель, який є елементом дроселюючої системи ГА. У загальному випадку це гідроканал, розміщений в індукторі магнітного поля. Електричний струм у витках котушки індуктора створює магнітне поле, яке практично миттєво, за $10^{-7}...10^{-6}$ с, змінює в'язкість робочої рідини в каналі. Пропорційно зміні в'язкості змінюється перепад тиску в дроселі, функцією якого є зусилля опору ГА. Перепад тиску однозначно пов'язаний з величиною електричного керуючого сигналу, що забезпечує необхідне керування характеристикою ГА з швидкодією 0,01с. Це на порядок вище, ніж у традиційних електрогідравлічних пристроїв, що використовуються в керованих ДП ТЗ. Магнітореологічний ефект є простим та ефективним засобом стиковки електричних керуючих сигналів з гідравлічними каналами об'єктів керування. ДП, що використовують магнітореологічний ефект, мають такі переваги, як: високу швидкодію, простоту та технологічність конструкції, відсутність механічних рухомих елементів, високу надійність і стабільність, можливість реалізації будь якого закону керування характеристиками на прямому та зворотному ходах підвіски, безпосереднє керування від бортової ЕОМ при мінімальній кількості проміжних каскадів посилення керуючого сигналу. Недоліками таких ДП є абразивність магнітних текучих середовищ, що приводить до зносу пар тертя, а також досить висока їх вартість.

У великій частині винаходів по перспективним ДП зроблено спробу, в якості робочого середовища, застосувати нові матеріали. Так, робоче середовище може являти собою гомогенну пасту, що складається з тонкодисперсної твердої речовини, термостабильного простого поліглікоеля, складного ефіру поліглікоеля і насиченого складного ефіру карболової кислоти або силіконового масла. Трохи інший склад має робоча рідина, що являє собою пластичну однорідну графітову пасту зі змістом 0,1...8,0% змочувального компонента, 0,1...10% грузлого компонента і 40...70% рідини, обраної із групи, утвореної поліглікоеевим простим ефіром, ароматичним складним ефіром карбоксильної кислоти та аліфатичним складним ефіром карбоксильної кислоти. Також апатентовано варіанти конструкції ДП із середовищем, що демпфірує, у вигляді твердої маси із часток силіконового каучуку, яка стискується. Розглянуті ТР мають на меті, за рахунок застосування нового робочого середовища, підвищити температурну стабільність характеристик ДП і спростити конструкцію його ущільнень.

У розвиток ідеї спрощення ущільнень були запропоновані ТР, що дозволяють обійтися практично без них. Із цією метою робоче середовище виконувалося у вигляді суцільних еластомірних профільованих елементів. Використання в'язкоеластичного середовища часто дозволяє сполучити функції ПЕ і ДП в одному вузлі. Однак, поки що такі ТР знаходять застосування, в основному, лише на порівняно дешевих легкових автомобілях.

Відома конструкція механічного інерційного ДП, що містить два елементи з можливістю відносного переміщення і два інерційних елементи, встановлені з можливістю вільного обертання. Перші елементи зв'язані із другими за допомогою сполучного пристрою так, що при відносному переміщенні перших елементів в одному напрямку буде відбуватися обертання першого інерційного елемента. При відносному переміщенні в іншому напрямку буде обертатися другий інерційний елемент. Інерційні елементи зв'язані між собою механізмом так, що при обертанні одного з них із числом обертів, меншим певного значення, другий елемент приводиться в обертання. При

спробі обертання другого елемента із числом обертів, що перевищують зазначене число, здійснюється гальмування перших двох зазначених елементів. З приведеного опису можна зробити висновок, що подібні ДП не одержали і навряд чи одержать широке поширення в силу складності конструкції і виготовлення, а також великої ваги.

Відомі ТР по рекуперації енергії коливань корпусу ТЗ. ДП містить механізм перетворення зворотно-поступального руху в обертальний, який складається з маховика, пов'язаного з генератором, вертикального різьбового валу, шарнірно зв'язаного з важелем підвіски, та органу, що зв'язує вал з маховиком. Останній виконано у вигляді кілець з різними моментами інерції. Недоліками такої конструкції є велика вага, складність виготовлення та забезпечення раціональних параметрів демпфірування.

Фірми „Контіненталь" і „Монро" розробили газові амортизатори, де замість робочої рідини використовується повітря. Стверджується, що при порівнянних, з ГА, характеристиках, вони набагато легші.

Фірма „Bose" (виробник аудіосистем) розробила і успішно випробувала підвіску BSS (Bose Suspension System), де замість звичайних ДП використовуються лінійні електродвигуни, які гасять коливання кузова автомобіля, споживаючи енергію бортової мережі. Крім того, на деяких режимах, вони працюють як генератори, виробляючи та запасаючи енергію в буферній батареї суперконденсаторів. У результаті підвіска споживає електроенергії на 30% менше, ніж кліматична установка. На думку розроблювачів, така електропідвіска в найближчі роки зможе витиснути звичайні ДП.

2. Перспективні розробки пружних елементів.

Найбільш популярними на цей час ПЕ підвіски ТЗ залишаються пружини, які легше і компактніше від ресор та дешевше від торсіонів. Для забезпечення нелінійної пружної характеристики їх роблять бочкообразними (фасонними) або (і) використовують пруток із змінним перерізом. З такою ж метою, із змінним перерізом виконують і однолистові ресори (автомобіль Фіат-Добло), а в якості матеріалу, для облегшення, використовують армований пластик (автомобіль Вольво-940).

Для танка М-1 (США) було розроблено торсіони з композитних матеріалів, які мали ресурс на рівні звичайних металевих торсіонів і при цьому забезпечували зниження ваги машини на 300кг. Їхнім недоліком була у декілька разів більша вартість.

Відома конструкція гнучкого сталевого колеса (винахідник Л. Малкін), що дозволяє амортизувати удари з боку нерівностей, обгинати їх, тим самим зменшуючи питомий тиск на ґрунт. У відрізку сталевої труби робляться прорізи під кутом до утворюючої, одна – з одного кінця, наступна – з іншого і так далі. „Зуби", що вийшли, мають прямокутний перетин і під навантаженням працюють як торсіони – на скручування. Сталева „шина" монтується на спиці спеціальної конструкції. Отримано патенти і виготовлено дослідні зразки.

Запатентована новітня технологія Tweel концерну „Мішлєн". У колесі з гуми зроблений тільки протектор, що забезпечує зчеплення з дорожнім покриттям. Під ним – пружні спиці, що мають змогу досить сильно деформуватися. Ці спиці, що становлять ноу-хау, на думку розроблювачів, зможуть замінити звичайні ПЕ. На випробуваннях дане колесо, завдяки меншому опору кочення, забезпечило 5% економії палива і уп'ятеро більш високу бокову жорсткість, ніж звичайна шина. Такі колеса вже випускаються для тихохідних екіпажів (навантажувачів, крісел-колясок), а також були представлені на виставці в Детройті у 2005р. на автомобілі Ауді-А4.

Неодноразово було розглянуто доцільність застосування гідропневматичної підвіски (ГПП) на танку. Проведено аналіз потенційних переваг ГПП над торсіонною підвіскою в аспекті забезпечення прогресивної пружної характеристики, більших динамічних ходів підвіски, суміщення в одному вузлі ПЕ і ДП, а також досвіду доводки ГПП серійних військових гусеничних машин (ГМ). Проведений аналіз показав, що за-

стосування ГПП на танках потребує використання ТР, які збільшують габарити і вагу підвіски на 15...20% та знижують надійність СП.

У США було розроблено поршневу гідравлічну підвіску для легких військових ГМ. В якості робочого середовища була використана рідина, що містить кремній. Тиск у підвісці складає до 125МПа. Підвіска розташована зовні машини, діаметр поршня – 50мм, діаметр штока – 37мм. Зміна характеристик підвіски відбувається за допомогою системи регулювання положення корпуса машини.

3. Перспективні розробки направляючих пристроїв, рушія і ходової частини в цілому.

При модернізації сучасних військових ГМ спостерігається постійна тенденція вдосконалення силових установок і трансмісій, яка направлена на збільшення середніх швидкостей руху. Як правило, це призводить до суттєвого збільшення ваги машини, зниження якості підресорювання та виникнення обмежень по СП, що робить неможливим реалізацію потрібних середніх швидкостей. Досвід модернізації СП танків Т-64 і Т-72 показав, що для підвищення якості СП недостатньо звичайних засобів модернізації торсіонних валів та ГА, а необхідне внесення кардинальних змін, як в конструкцію ходової частини, так і конструкцію корпуса машини, що є трудомістким та вартісним процесом.

Аналіз розвитку направляючих пристроїв СП ВГКМ показав, що залежні підвіски на цей час майже повністю витіснені незалежними. Найбільш поширеними є підвіски на здвоєних поперечних або поздовжніх важелях (балансирах) та підвіски типу Мак-Ферсон (стійки, що качаються). Крім цього, на некерованих колесах КМ отримують розповсюдження багатоважельні направляючі пристрої, часто з ефектом підрулювання, які забезпечують оптимальне положення колеса в горизонтальній та вертикальній площинах.

Але найбільший інтерес викликають нетрадиційні ТР, що застосовуються при конструюванні спеціальних ТЗ або розробці прототипів перспективних ТЗ.

У першу чергу, до даного напрямку варто віднести конструкції, у яких робиться спроба вирішення однієї з проблем, що найбільш важко розв'язується і стосується СП ВГКМ. Вона полягає у створенні простого, надійного, працездатного пристрою, який би дозволяв, з одного боку, ефективно гасити коливання корпуса, а з іншого – не розсіював би їхню енергію у вигляді тепла, а повертав би у систему і якимсь чином корисно використовував. Це дозволило б підвищити паливну економічність, бо енергія, що затрачується на коливання корпуса машини, в кінцевому підсумку підводиться від двигуна. Особливо це актуально при руху по розбитих дорогах і на місцевості.

Відома підвіска для всюдихідного ТЗ, що містить пристрої для зниження коливань корпуса. За допомогою цих пристроїв, енергія коливань відбирається і підводиться до системи знову із зрушенням по фазі. Згадані пристрої містять пристрій, що блокує, який керується. Пристрій блокує, щонайменше, один з декількох послідовно включених ПЕ у мертвій точці коливань корпуса ТЗ, залежно від зусилля і/або напрямку, часу, переміщення, швидкості та прискорення. При досягненні корпусом статичного положення, пристрій, що блокує звільняє ПЕ. Таким чином, енергія, що запасена ПЕ, повертається в коливальну систему в момент часу, коли вона найменше сприяє подальшому розгойдуванню корпуса.

Відома експериментальна ГПП танка, особливістю якої є поєднання пневматичного, без розділювача між азотом та робочою рідиною, ПЕ в балансирі з багатодисковим фрикційним амортизатором. Маса вузла підвіски з амортизатором 220кг, без нього – 91кг. Динамічний хід підвіски дорівнює 380мм, статичний – 150мм. Підвіска забезпечує високу плавність хода та знижує діючі зусилля при мінному підриві і наїзді на нерівності на великій швидкості.

Відомі три прототипи ТЗ, що працюють на водні або на електроенергії та мають оригінальну ходову частину. У середині кожного мотор-колеса „Active Wheel” фірми „Мішлєн” розмістились тяговий електродвигун з водяним охолодженням, пружини підвіски, активний електроамортизатор, дискові гальма та електрорульовий привід. Активна електропідвіска повністю усуває клювки кузова при розгонах і гальмуванні та поперечні нахили при поворотах. Демпфірування коливань не відрізняється від традиційної підвіски, а ТЗ мають можливість у широких межах міняти кліренс, присідати на будь-яке колесо і міняти поведінку в повороті.

Аналогічна конструкція мотор-колеса фірми „Siemens” VDO. У середині кожного мотор-колеса, окрім вище згадуваних вузлів, розміщуються електромеханічні гальма, а для демпфірування коливань використовуються соленоїди. Стверджується, що за допомогою комп'ютера вони зможуть забезпечити будь-яку демпфіруючу характеристику.

Необхідно відзначити, що при використанні електричних мотор-коліс збільшуються непідресорені маси, а це погіршує плавність ходу, стійкість і керованість автомобіля. Для зниження їхнього шкідливого впливу фірма „Бріджстоун” розробила динамічний демпфер. Підвішений всередині колеса електромотор коливається в протифазі з коливаннями самого колеса, в результаті, при додаванні, вони взаємно знищуються.

Запатентовано у Швеції і реалізовано у США новий колісний рушій „Ейртрекс” (Airtrax) автонавантажувача „Сайдвіндер” (Sidewinder), що дозволяє машині маневрувати довільним образом і рухатися в будь-якому напрямку. На маточині, під кутом, установлено кілька бочкообразних котків, кожний з яких обертається навколо своєї осі. Напрямок руху цілком залежить від співвідношення кутових швидкостей і напрямку обертання окремих коліс. Замість керма використовується джойстик.

На основі проведеного аналізу можна зробити такі висновки.

1. Розвиток конструкцій підвісок іде у декількох перспективних напрямках, що мають на меті підвищення комфортабельності, керованості та функціональних властивостей ТЗ і, зокрема, ВГКМ. Це оплачується зростанням ваги, високою складністю та вартістю.

2. Пошук нового, того, чи іншого ТР, а тим більше нового ФПД вузла підвіски, відбувається хаотично та навмання, а виявлення перспективних напрямків випадковим. Відсутнє теоретичне обґрунтування цього процесу.

3. Досить часто в інженерів виникає питання: чи настільки нові складні конструкції та їх електронні системи забезпечують кращі характеристики СП, порівняно із звичайними рішеннями, наскільки вони дорожче.

Керування характеристиками СП ТЗ.

На сьогоднішній день відомі керовані пасивні та активні (з додатковим стороннім джерелом енергії) СП ТЗ. Проведено класифікацію і якісний аналіз пасивних підвісок з керуванням характеристиками ПЕ, ДП та регулюванням кліренсу, а також різних варіантів активних підвісок з ПЕ та без них. Зроблено аналіз енерговитрат на привід виконавчих пристроїв активних СП, та шляхи їх зниження.

Відома градація розвитку СП ВГКМ, в залежності від рівня автоматизації керуванням її характеристиками з метою зменшення коливань підресореного корпусу машини, яка містить шість поколінь СП: нерегульовані пасивні СП, підвіски з ручним та автоматизованим керуванням, СП з автоматичним керуванням по динамічним характеристикам коливань корпусу ВГКМ, СП з комплексним автоматичним керуванням та адаптацією до динамічних характеристик джерел збурення (дорожнього профілю та інш.), СП з автоматичним програмуванням керування та внутрішньою діагностикою і, нарешті, СП з системами керування, де реалізована функція самонавчання (штучній ін-

телект). На сучасному етапі розвитку, на рівні ходових макетів військових ГМ вже реалізовано керовані СП III-го (ГМ-133, колишній СРСР) та IV-го (МВТ-70, США) поколінь, а також ведуться роботи над створенням СП з системами керування V-го покоління. Це проекти KPz (ФРН) та FMBT (США). Головними труднощами в практичній реалізації III-го і наступних поколінь є створення виконавчих пристроїв системи керування та велике пікове енергоспоживання активних підвісок, яке складає 30...40% від потужності силової установки.

На цей час проведено аналіз схем активних СП, в залежності від типу зв'язку силового гідроциліндра з підресореним корпусом, на основі якого робиться висновок, що для оцінки ефективності систем керування характеристиками СП багатоопорних машин необхідно використовувати три основних показника динамічних властивостей: точність, швидкодію та енергоспоживання.

Як показав досвід експлуатації основних танків наприкінці XX-го століття, некерована СП практично не обмежувала швидкість руху танкових колон на добовому марші, але необхідність забезпечення ефективної стрільби з ходу, яка, в свою чергу, залежить від якості підресорювання, обмежувала її до значення 6,94м/с (25км/год). Попередні експерименти і розрахунки показали, що введення керованого підресорювання дозволяє суттєво підвищити швидкість руху в бою та точність стрільби з ходу.

Застосування керованої активної підвіски замість звичайних СП є ефективним засобом підвищення точності стабілізації озброєння ВГКМ. Досвід показав, що із стабілізованого стану пушку виводять швидкості поздовжно-кутових коливань, більші за 25…30град/с. При швидкості руху по танковій трасі 6,94...8,33м/с (25…30км/год), час нестабілізованого стану (удари пушки в обмежувачі, перевищення можливостей вертикального приводу стабілізатора по швидкості) складає 25%. Нова активна СП ГМ, що була розроблена і реалізована на ходовому макеті, дала можливість вибору раціональної структури стабілізатора з врахуванням значного зниження окремих складових похибки. Поздовжно-кутові, поперечно-кутові та вертикальні коливання корпуса машини, у діапазоні частот 0,3…3Гц, зменшилися у 3…7 разів, причому максимум ефективності припав на власні частоти серійних СП 0,8…1,2Гц.

Відома пасивна система керування характеристиками ГА, в залежності від трьох доріг різного ступеню важкості. По розрахунковим даним, її застосування дозволить покращити параметри плавності ходу та зменшити теплову напруженість ДП, в наслідок чого підвищиться експлуатаційна швидкість військової ГМ. Розглянуто доцільність введення 3-х позиційного регулювання ГА військової ГМ, який повинен мати окремі характеристики для транспортного, передбойового та бойового режимів руху.

Відома керована механічна підвіска, яка складається з шести моментних гідропідсилювачів з керованими гідрогальмами на 1-му, 2-му та 7-му котках. Підвіска працює від мережі постійного тиску, яка створюється гідроакумулятором та насосом, безпосередньо пов'язаним з двигуном машини. Керування здійснюється в залежності від сигналів гіротахометрів поздовжних і поперечних коливань та акселерометру вертикальних коливань.

Запатентовано конструкції дослідних активних СП ВГКМ, принцип дії яких складається у наступному: потужний гідронасос, що постійно працює від двигуна машини, через чотири гідробустери, які встановлені на крайніх підвісках, за допомогою блока керування, стабілізує корпус машини у просторі по трьом ступеням свободи. На такому принципі розроблено експериментальну активну СП танка М-1А1. У ній чотири крайні гідроамортизатори лопатного типу серійної СП перетворені у сервокеровані двигуни. Їх крутний момент добавляється або віднімається від крутного моменту

торсіонного валу, в залежності від сигналів датчиків кутів нахилу корпуса у повздовжній, поперечній та вертикальній площинах. Є відомості, що на цьому танку може бути застосована ГПП, з керуванням від балістичного обчислювача. Аналогічні роботи по створенню активної СП проводилися і ВНДІ Трансмаш колишнього СРСР. Натурні випробування ходового макету військової ГМ з активною ГПП показали, що амплітуди поздовжньо-кутових коливань не перевищують 1^0 замість $6...10^0$ у серійних машин. Це дозволило знизити збурення на систему керування вогнем у 4...6 разів, що призвело до зниження похибки стабілізації гармати у вертикальній площині у 1,5 рази та покращення умов праці екіпажа у 3 рази. Однак, для широкого впровадження активної СП на ВГКМ необхідно вирішити ряд проблем: створити ГПП, що може працювати як в активному, так і в пасивному режимах, вузли СП повинні бути малогабаритними, надійними та мати необхідний ресурс, а також необхідно забезпечити нечутливість системи керування до затяжних під'йомів та спусків, знизити енерговитрати на її функціонування, нормалізувати тепловий стан вузлів, провести тактико-технічно-економічну оцінку ефективності застосування активної СП, що дозволить вибрати оптимальну конструкцію підвіски для перспективних машин.

Порівняльний динамічний розрахунок ГПП з автоматичною системою керування та звичайної механічної підвіски танка показав, що автоматична система керування забезпечує зниження коливань корпуса на нерівностях до 200мм, при швидкостях руху 10,0...11,11м/с (36...40км/год) до 10 разів, що підвищить середню швидкість руху та точність стрільби з ходу. На більших висотах нерівностей та швидкостях руху ефективність знижується внаслідок енергетичних обмежень.

На відміну від ВГКМ, для яких поки що розроблено лише дослідні зразки пасивних керованих або активних підвісок, на автомобілях такі підвіски, в тих чи інших (часто спрощених) варіантах, вже застосовуються серійно. Це і згадані вище ГА фірми „Коні" з регульованими вручну або автоматично характеристиками, і магнітореологічні ГА "Магнерайд" фірми "Делфай", і ГА „Сенсатрак" фірми „Монро". Крім того, активні підвіски з силовими гідроциліндрами застосовуються на гоночних автомобілях формули 1 фірм „Лотос", „Вільямс" та інш.

Фірма „Сітроен", яка однією з перших почала застосовувати керування характеристиками підвіски на своїх автомобілях, представила на своєму автомобілі моделі С5 ГПП „Hydractive" вже 3-го покоління. Водій задає звичайний або спортивний режим, а електроніка керує жорсткістю підвіски та величиною кліренсу, залежно від швидкості, манери водіння і якості покриття. Гарантійний термін служби нової „Hydractive" – 5 років або 200 тис. км пробігу. Всім бортовим електронним устаткуванням керує система "Мультіплекс".

Представляє інтерес група винаходів, в яких допускається певний вплив на робоче середовище елементів підвіски. До них відноситься регульована пневматична ресора і пристрій для її регулювання та активна підвіска, які описано нижче.

Регульована пневматична ресора має пристрій, що містить резервуар, заповнений текучим середовищем під тиском. У резервуарі розміщені речовина, яка поглинає і речовина, яку поглинають. Поглинаючі властивості першої речовини змінюються залежно від її температури. З резервуаром зв'язані засоби для забезпечення регульованої зміни температури обох речовин. У результаті забезпечується регульована зміна зазначених поглинаючих властивостей, а отже і тиску в резервуарі. Резервуар пов'язаний із пневматичною ресорою, тиск текучого середовища в якій змінюється при зміні тиску текучого середовища в резервуарі.

Даний спосіб регулювання представляється перспективним, тому що дозволяє спростити системи регулювання положення корпуса ТЗ, керування характеристиками підвіски і знизити загальну вагу СП.

В активній підвісці „Active Body Control” фірми „Мерседес-Бенц” на пружину, що знаходиться всередині амортизаторної стойки, діють робочою рідиною під великим тиском, тім самим регулюючи її жорсткість. Управляють гідравлікою два мікропроцесора, аналізуючи дані від 13 датчиків. Стверджується, що система настільки ефективно бореться з кренами, що відпадає необхідність у стабілізаторі поперечної стійкості.

По розгляду керування характеристиками СП ТЗ можна зробити такі висновки.

1. На сьогоднішній день теоретичним і практичним питанням керування характеристиками вузлів СП та створенню працездатних керованих підвісок приділяється велика увага. Тим не менш, керування за допомогою відомих ТР поки що не отримало широкого розповсюдження, як на ТЗ, так і на ВГКМ. Причиною цьому є складність конструкції, її висока вартість, уразливість та недостатня надійність.

2. Перспективним представляється шлях спрощення конструкцій вузлів керованих підвісок за рахунок використання нових альтернативних ТР та ФПД, з наступною можливою розробкою єдиного багатофункціонального робочого середовища ПЕ та ДП.

Аналіз проблем та прогнозування напрямків подальшого розвитку СП ВГКМ.

В останні роки точиться багато розмов про кризисні явища в розвитку бронетанкової техніки, а особливо у танкобудуванні. Вважається, що для їх подолання потрібен перехід від еволюційних змін до якісного скачку по всім головним системам ВГКМ.

Як показали теоретичні і експериментальні дослідження та закордонний досвід, подальший розвиток СП ВГКМ направлений на підвищення енергоємності, при одночасному зниженні ваги, збільшення повного ходу підвіски до 500...550мм, розробку ДП з поглинаючою потужністю 12...15кВТ та їх застосування разом з потужними демпфіруючими підресорниками. Для торсіонних валів необхідно розробити нові марки високоміцних сталей, для ущільнень ДП необхідні нові теплозносостійкі еластоміри. Крім того, необхідно знайти нові засоби формування температурного поля та тепловіддачі від ДП. Повністю ліквідувати негативний вплив коливань корпусу при руху по пересіченій місцевості, забезпечивши ВГКМ нові бойові якості, можна лише за рахунок створення активної керованої СП. Однією з головних проблем ходової частини є недостатній ресурс опорних котків, який складає, в залежності від конструкції, 3500...6000км. Найбільш вагомою причиною цього є нерівномірність завантаження котків уздовж борту, що є наслідком повздовжно-кутових коливань підресореного корпуса машини [6].

Крім того, намітилася тенденція розширення функцій СП. Так, за допомогою системи регулювання положення корпуса машини забезпечується зменшення розмірів ВГКМ, як цілі, та покращення її маскування, збільшуються кути наведення озброєння, забезпечується скорочення часу підготовки машини до повітряного десантування, покращується прохідність та збільшуються можливості подолання перепон.

Подальше удосконалення СП ВГКМ зіштовхується з істотними проблемами, серед яких наступні [7]:

1. Широка різноманітність дорожніх умов і робочих режимів руху, для яких СП повинна мати різні, часто суперечливі, характеристики ПЕ і ДП;

2. Висока теплова напруженість ДП при руху по пересіченій місцевості, що унеможливлює збільшення середньої швидкості руху та знижує економічність;

3. Необхідність реалізації великих динамічних ходів підвіски із прогресивною характеристикою ПЕ, що призводить до ускладнень з компоновкою ходової частини і машини у цілому.

Рішення зазначених проблем іде по трьох напрямках: вибір оптимальних параметрів СП, керування характеристиками СП та використання нових альтернативних ТР і ФПД вузлів СП.

При вдосконалюванні СП шляхом вибору оптимальних параметрів необхідно: по-перше, визначити найбільш характерні дорожні умови і робочі режими руху, для яких проводиться параметрична оптимізація, для того, щоб в інших умовах і на інших режимах, отримані оптимальні параметри забезпечували б ще кращу або, принаймні, не гіршу якість підресорювання; по-друге, формалізувати часткові критерії якості роботи СП, які в більшості випадків є суперечливими, та зформувати на їхній основі узагальнений критерій якості. Дані питання повинні вирішуватися для конкретної ВГКМ із конкретним функціональним призначенням.

Крім цього, досвід показав, що на цей час, удосконалення СП шляхом вибору оптимальних параметрів у багатьох випадках себе вичерпало або дає незначний виграш. Істотно підвищити якість підресорювання можна лише керуючи характеристиками як ПЕ, так і ДП. Керування першими дає можливість зміщати резонанс коливань корпуса, тобто, зі збільшенням швидкості руху, переключатися з "жорсткої" характеристики на "м'яку" і переходити з дорезонансной зони, минаючи резонанс, відразу в зарезонансну, тим самим істотно підвищуючи плавність ходу. Керування характеристиками ДП дозволяє, для одних робочих режимів усунути шкідливий вплив ДП, який викликає збурення коливань, а для інших робочих режимів, здійснити їхнє ефективне гасіння, не доводячи ДП до перегріву.

Додатково до поліпшення плавності ходу і безпеки руху, керування характеристиками СП може підвищити економічність машини, оскільки в ДП, при русі по пересіченій місцевості, губиться до 10% потужності двигуна, хоча в деяких типах керованих СП на їхнє функціонування витрачається до 30...40% цієї потужності.

Необхідно зазначити, що на цей час досі відсутній єдиний погляд на те, як та якими параметрами СП ВГКМ необхідно керувати для досягнення її найбільшої ефективності. Це стосується не тільки питань функціонування СП, а і техніко-економічного обґрунтування доцільності застосування систем керування СП ВГКМ. Тобто, необхідне проведення функціонально-вартісного аналізу цього питання. Саме тому, керування характеристиками СП за допомогою відомих ТР не одержало широкого поширення через складність, дорожнечу, уразливість та недостатню надійність.

Загальні висновки.

1. Подальше вдосконалення СП ТЗ, включаючи і ВГКМ, шляхом конструкторських розробок, що використовують традиційні матеріали і відомі ТР та ФПД, практично себе вичерпало;

2. З'явилися перспективні розробки вузлів СП, які використовують нові технології, матеріали та ТР, але відсутній системний аналіз і теоретичне обґрунтування методології синтезу нових перспективних ТР і ФПД;

3. Нові ТР та застосування нових матеріалів направлене на забезпечення і облегшення керування характеристиками вузлів СП;

4. При проведенні досліджень по підвищенню якості підресорювання, у кращому випадку, застосовується лише параметрична оптимізація, яка, внаслідок обмежень, що накладаються, часто вже не дозволяє на практиці більш-менш значимо поліпшувати якість роботи СП. Практично не розглядаються питання структурної оптимізації (пошуку оптимальних ТР) та синтезу нових ФПД, а існуючі математичні моделі та програмне забезпечення не пристосовані до вирішення цих задач і потребують переробки.

5. Поступово намічається новий перспективний напрямок, який можна охарактеризувати, як створення, на основі досягнень хімії, нового багатофункціонального робочого середовища, що замінить традиційні рідини і поверхні тертя у ДП та метал або

газ, як пружне середовище у ПЕ. До перших кроків у цьому напрямку можна віднести застосування магнітореологічних рідин у ДП та двофазних речовин у ПЕ. Це середовище повинне буде забезпечити декілька істотних позитивних ефектів, таких як:

– зміна у широких межах в'язкості під впливом магнітного поля, що істотно спростить систему керування характеристиками СП (відпаде необхідність у системі регулюючих клапанів та їх електричних або інших приводах);

– регулювання тиску всередині ПЕ шляхом використання речовини, яка поглинає і речовини, яку поглинають, коли процес поглинання першою речовиною другої залежить від температури (це приведе до спрощення системи регулювання положення корпуса, відмови від масляних баків, дозаторів та інш.);

– високу температурну стабільністю характеристик СП, що приведе до відмови від спеціальних систем, які її підтримують.

Таким чином, використання зазначеного багатофункціонального робочого середовища дозволить, за рахунок ліквідації частини вузлів і агрегатів, знизити вагу СП, полегшить керування характеристиками підвіски і регулювання положення корпуса. За рахунок зменшення кількості механічних вузлів підвищиться надійність, що, в кінцевому підсумку, позначиться на підвищенні параметрів плавності ходу, середніх швидкостей руху на місцевості, збільшенні запасу ходу (за рахунок зниження витрат енергії на коливання корпуса) і дозволить створити ВГКМ, що відзначається істотно новими техніко-економічними характеристиками.

Література: 1. Анипко О.Б. Концептуальное проектирование объектов бронетанковой техники / О.Б. Анипко, М.Д. Борисюк, Ю.М. Бусяк. – Харьков: НТУ „ХПИ”, 2008. – 196 с. 2. Веретенников А.И. Совершенствование основных боевых танков за последнее десятилетие / А.И. Веретенников, А.В. Палий // Механіка та машинобудування. – 1999. – №2. – С. 155–162. 3. Дущенко В.В. Критерии развития и показатели качества военных гусеничных и колесных машин; системный подход / В.В. Дущенко // Вестник НТУ «ХПИ», сб. науч. тр. Тематический выпуск: “Автомобиле-и тракторостроение”. – 2006. – №26. – С. 87–94. 4. Дущенко В.В. Функционально-физический анализ и построение конструктивной функциональной структуры систем подрессоривания гусеничних и колесных машин / В.В. Дущенко // Механіка та машинобудування. – 2005. – №1. – С. 140–145. 5. Дущенко В.В. Построение потоковой функциональной структуры систем подрессоривания гусеничных и колесных машин / В.В. Дущенко // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С. 126–135. 6. Направления развития ходовой части ВГМ / Ю.И. Брагин, П.А. Зенькович, Ю.Н. Истомин [и др.] // Вестник бронетанковой техники. – 1989. – №8. – С. 42–46. 7. Проблемы выбора параметров систем подрессоривания транспортных средств и пути их решения: материалы Республ. научно-практич. конф. „Системотехника на автомобильном транспорте” / В.В. Дущенко, С.М. Воронцов. – Харьков: ХАДУ, – 1998. – С. 56–60.

Василенко О.В., Дущенко В.В.

ПЕРСПЕКТИВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ СИСТЕМ ПОДРЕССОРИВАНИЯ ВОЕННЫХ ГУСЕНИЧНЫХ И КОЛЕСНЫХ МАШИН

На основе анализа новых технологий, материалов и технических решений, которые применяются при разработке перспективных узлов подвески военных гусеничных и колесных машин и транспортных средств в целом, сформулированы основные проблемы, способы их решения и спрогнозированы перспективные направления дальнейшего развития систем подрессоривания военных гусеничных и колесных машин.

Vasilenko O.V., Dushchenko V.V.

PERSPECTIVE TENDENCIES OF DEVELOPMENT OF SYSTEMS OF THE CUSHIONING OF MILITARY CATERPILLAR AND WHEEL MACHINES

On the basis of the analysis of new technologies, materials and technical decisions which are applied by development of perspective units of a suspender of military caterpillar and wheel machines and vehicles as a whole, the basic problems, modes of their decision are formulated and perspective directions of the further development of systems of a cushioning of military caterpillar and wheel machines are predicted.

УДК 539.3

Стаховский О.В.

ИНИЦИИРОВАНИЕ ДЕТОНАЦИИ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ

Для решения задачи разминирования минных полей объемным взрывом в работах [1-5] было предложено формировать детонационно-способную смесь в струе отработанных газах силовой установки бронетанковой техники. Данный способ разминирования по сравнению с наиболее дешёвым ручным способом обладает преимуществом по целому ряду основных показателей, таких как стоимость и производительность разминирования, степень безопасности при выполнении работ по разминированию. Например, по стоимости разминирования 1 м^2 минно-взрывного заграждения способ разминирования с применением бронетанковой техники является менее затратным в 5 раз, а по производительности превосходит ручной способ более чем в 100 раз.

В настоящий момент инициирование детонации в топливовоздушном облаке, формируемом в струе отработанных газов танка, реализуется за счет взрыва конденсированных взрывчатых веществ, что приводит к увеличению риска для жизни в процессе выполнения работ по разминированию. В качестве альтернативного метода инициирования детонации возможно применение процесса перехода детонации из детонационной трубы в неограниченное пространство. Установлено, что имеется критический диаметр детонационной трубы, при котором осуществляется дальнейшее развитие детонации в неограниченном объеме [6]. Этот диаметр зависит от размера детонационной ячейки λ и составляет около $(12\div13)\lambda$, а для некоторых смесей и более. Например, в пропано-воздушной смеси стехиометрического состава $\lambda \approx 5{,}4\cdot10^{-2}$ м [6], что требует применение детонационной трубы с диаметром более чем 0,6 м. Следует учесть, что на процесс перехода горения в детонацию необходима длина трубы, равная около 20 диаметрам трубы. В данном примере эта длина составит 12 м. Очевидно, что такие размеры труб приводят к нецелесообразности их применения для инициации детонации в разрабатываемом способе разминирования. Поэтому, требуется выявить условия, при которых возникает детонации, и на их основании выработать требования к системам инициирования детонации.

Инициирование детонации в смеси происходит путем формирования и распространения в ней ударной волны, интенсивности которой достаточно для развития ускоряющейся экзотермической реакции. В качестве «точечных» источников инициирования детонации используют взрывы зарядов взрывчатого вещества (ВВ), взрывы электропроводящей проволоки, ударные волны, получаемые от искровых разрядов. Также, существует метод инициирования, основанный на создании детонации в ограниченном объёме с плоским фронтом ударной волны с дальнейшим её переходом в неограниченное пространство. При этом, происходит перестроение плоского фронта волны в сферический.

Новый метод инициирования детонации в неограниченном пространстве предложен в работе [7], в котором осуществляется увеличение интенсивности ударной волны в процессе её выхода из детонационной трубы за счет электродинамического ускорения газо-плазменного потока за фронтом волны. Данный метод может быть применен в способе взрывного разминирования с помощью бронетехники. Но при этом требуется определение критических параметров инициирования детонации и оптимального режима ускорения потока за фронтом ударной волны в процессе ёё выхода из детонационной трубы.

Критические параметры инициирования детонации

Минимальная энергия, которую необходимо затратить для инициирования детонации в смеси, является определением понятия критической энергии инициации детонации. Критическая энергия в значительной мере зависит от источника инициирования. В результате исследования объёмной мощностью инициирующего источника (определяемая как энергия источника, деленная на объем области энерговыделения и время выделения) получено (рис. 1), что данная величина практически постоянна [8]. Поэтому, с целью уменьшения энергозатрат на инициирование, необходимо увеличивать объемную мощность энерговыделения.

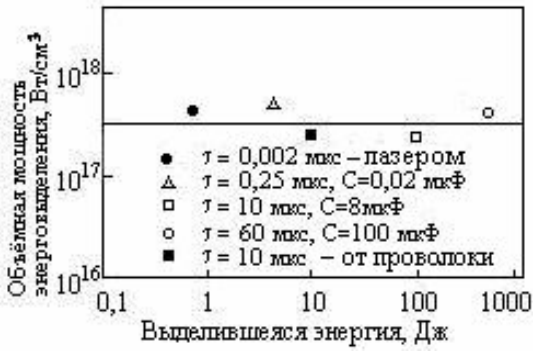


Рисунок 1 - Корреляция между объёмной мощностью инициирующего источника и его энергией при инициировании сферической детонации в стехиометрической ацетиленокислородной смеси (начальное давление 4 кПа) [8]

Но вне зависимости от достигаемой мощности разряда существует минимальная критическая энергия инициирования (рис. 2). Это объясняется наличием предела во времени самовоспламенения горючей смеси за фронтом ударной волны [9].

Рисунок 2 - Зависимость критической энергии инициирования детонации от времени энерговыделения [9]

Согласно [10], источник инициирования должен иметь достаточный запас энергии и обладать временными и пространственными характеристиками энерговыделения, меньшими критических величин. По мнению авторов, для топливовоздушных смесей всем этим условиям лучше всего удовлетворяют заряды взрывчатых веществ. В случае использования тротила, как источника сферической детонации стехиометрической ацетилено-воздушной смеси при нормальных условиях, его критическая масса (минимальная масса ВВ, при которой осуществлялось инициирование детонации) по разным данным составляет от 1,5 до 4,7 г [10]. В перерасчете на энергию инициирования это составляет от 6,3 до 19,8 кДж. Экспериментальные исследования по сферической детонации бензино-воздушных смесей в условиях, близких к нормальным, показали, что для этой смеси, находящейся в стехиометрии, минимальная масса тротила составила не менее 300 г (около 126 кДж) [11]. Для керосино-воздушной смеси эта масса была не меньше 4500 г. Очевидно, что реализовать «точечный» взрыв при помощи электропроводящей проволочки и искры при таких энерговкладах затруднительно. Поэтому, в качестве альтернативного метода инициирования детонации в неограниченном объёме по отношению к методу, где используются ВВ, может служить метод перехода детонации из ограниченного объёма в неограниченный.

Для получения детонационной волны с плоским фронтом используют детонационную трубу. Как правило, она представляет собой трубу, закрытую с одной стороны, и в которой с закрытой стороны установлен источник воспламенения. Труба заполняется детонационно-способной газовой смесью. К инициированию детонации в такой трубе приводит процесс быстрого нарастания давления в области горения из-за ограниченной скорости расширения продуктов реакции в полузакрытом пространстве. В детонационной трубе для инициирования детонации достаточно затратить электрическую энергию, требуемую для появления очага воспламенения. Поэтому, по порядку величины в этом случае энерговклад составляет около десятка мДж. Величина критической энергии инициации детонации на несколько порядков превосходит энергию, необходимую для воспламенения той же смеси.

Явление перехода детонации из ограниченного объёма в неограниченный связывают с гидродинамическим процессом преобразования плоской ударной волны в сферическую.

Исследование возможности инициирования сферической детонации от плоской ударной волны, формируемой в детонационной трубе, сделано в работах [12, 13]. Данное исследование проведено на установке, выполненной по схеме (рис. 3).

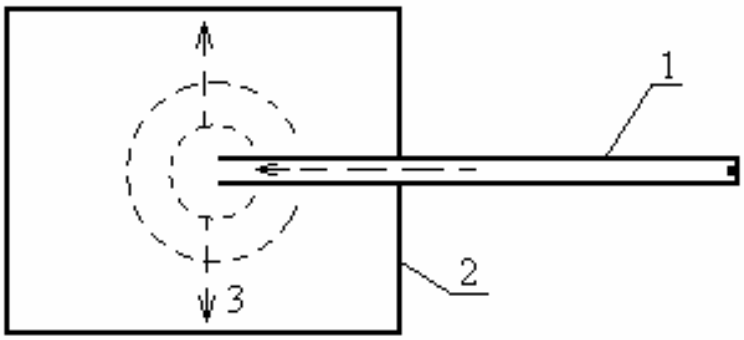


Рисунок 3 - Схема опыта с инициированием сферической детонации плоской детонационной волной в трубе: 1 – детонационная труба, 2 – бомба размером 200×300 мм^2, 3 – ось фоторегистрации [12]

Эксперименты проводились на ацетиленокислородной смеси с разбавлением её азотом. Было установлено, что, в зависимости от отношения N_2/O_2 при фиксированном диаметре детонационной трубы, плоская детонационная волна инициирует или воспламенение, или вызывает сферическую детонацию с незначительной временной задержкой или без неё (рис. 4). При этом, величина задержки составляет порядка нескольких микросекунд. Из результатов эксперимента прослеживается связь диаметра детонационной трубы с размером детонационной ячейки, определяющим детонационную способность смеси. Согласно [6], измеренная длина ячейки λ для смеси ($C_2H_2 + 2{,}5O_2$) равняется 0,3 мм, а для смеси ($C_2H_2 + 2{,}5O_2 + 9{,}5N_2$) - $\lambda = 13{,}6 \pm 1{,}6$ мм. Поэтому, в процессе перестроения плоской детонационной волны в сферическую подпор плоской детонационной волны газодинамическим потоком должен быть таким, чтобы градиент роста термогазодинамических параметров потока за фронтом волны был соизмерим с величиной задержки. А эта величина связана с размером детонационной ячейки.

В случае неизменного состава смеси, но при увеличении диаметра детонационной трубы достигают режим перехода плоской детонации в сферическую. Например, по экспериментальным данным этой же работы [12], при $N_2/O_2 = 1{,}4$ плоская детонационная волна диаметром 17 мм не инициировала сферическую детонацию, а при диаметре 19 мм такое инициирование возникало. Отсюда следует, что динамика ускорения детонационной волны на выходе из детонационной трубы для случая сферического инициирования детонации будет определятся исходя из отношения диметра трубы, при котором осуществляется переход без принудительного ускорения, к диаметру трубы, в котором это ускорение осуществляется.

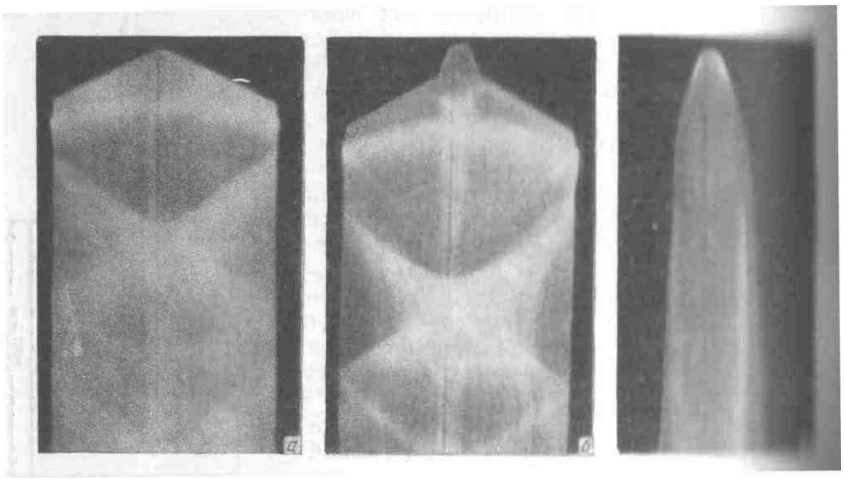


Рисунок 4 - Переход плоской детонационной волны в сферическую в смесях состава ($C_2H_2 + 2{,}5O_2 + xN_2$): а) $x = 0{,}5$; б) $x = 2{,}5$; в) $x = 3{,}25$ [12]

Известно, что в детонационных трубах при выходе волны на установившейся режим её скорость определяется кинетикой химических реакций. Поэтому, для каждого типа смеси, с определенным соотношением окислителя и восстановителя и которая находится в определенных начальных термодинамических условиях, характерна практически фиксированная скорость детонации. В случае отклонения состава смеси от стехиометрического соотношения, скорость детонации в смеси может как возрастать, так и убывать. Подобное влияние на скорость детонации оказывает введение добавок в смесь. Это вызвано тем, что скорость детонационной волны D зависит от температуры $T_{взр}$, достигаемой в газовой среде в результате детонации, и от среднего молекулярного веса $M_{пр}$ продуктов детонации:

$$D = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \cdot \sqrt{\frac{8310\gamma}{M_{пр}} \cdot T_{взр}}, \qquad (1)$$

где γ - показатель адиабаты.

Введение добавок с меньшей молекулярной (атомарной) массой приводит к уменьшению молекулярного веса, что в определенных случаях обеспечивает рост скорости детонации, несмотря на уменьшение температуры $T_{взр.}$ Молекулярный вес молекулы азота $M(N_2) = 28$ незначительно отличается от молекулярного веса молекулы кислорода $M(O_2) = 32$. Поэтому скорость детонации в смесях топлива с воздухом значительно уступает скорости, характерной для смесей такого типа топлива с кислородом. Как результат, в технологических процессах в настоящее время нашли наибольшее распространение топливно-кислородные детонационные смеси.

За счет электродинамического ускорения газового потока за фронтом ударной волны можно увеличить скорость выхода волны из детонационной трубы. Это приведет к изменению динамики истечения, что позволит инициировать сферическую детонацию с труб малого диаметра.

Следует отметить, что идея применять ударное воздействие, возникающее от электродинамически ускоренной плазмы, для инициирования детонации предложена в работе [14]. Устройство состоит из параллельных рельсовых электродов 2,3, к которым подключен источник 4 электродвижущей силы (ЭДС) (рис 5). Инициирование детонации с помощью данного устройства осуществляется следующим образом. В результате короткого замыкания, которое осуществляется возле концов рельсовых электродов со стороны подключения источника ЭДС, образуется плазменная перемычка 5. Воздействие магнитного поля, которое возникает во время протекания электрического тока по рельсовым электродам, на ток, который течет по плазменной перемычке, приводит к появлению силы, ведущей к ускорению плазмы вдоль рельсовых электродов. В результате столкновения ускоренной плазмы с детонационно-способным веществом 1 возникает инициирование детонации.

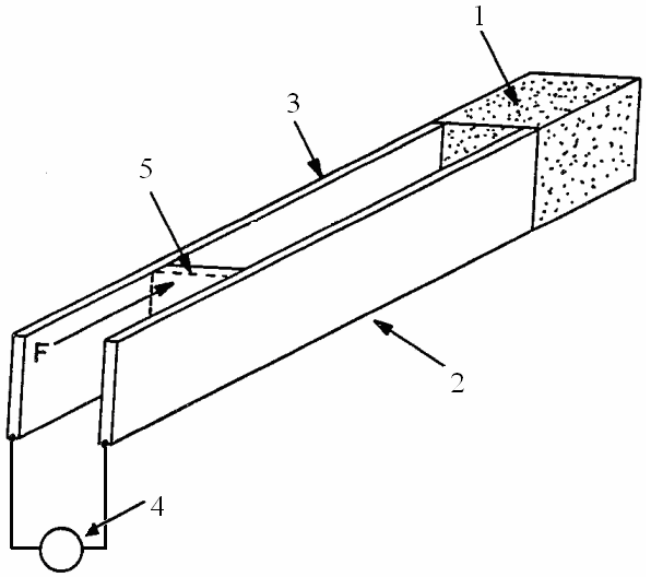


Рисунок 5 - Схема устройства для инициирования детонации в конденсированных взрывчатых веществах [14]

Следует отметить, что механизм инициирования детонации в твердых и газообразных взрывчатых веществах несколько отличается. Например, в пористых бризант-

ных ВВ под воздействием недостаточно интенсивной ударной волны может произойти только воспламенение в результате адиабатического сжатия воздушных включений. Разогрев воздуха в возникающих «горячих» точках может привести к взрыву. Инициирование детонации в газовых смесях, находящихся в неограниченном объёме, по такому механизму не происходит. Поэтому для инициирования необходимо создание детонационных волн со сферическим фронтом и с необходимым порогом интенсивности. Вместе с тем, электродинамический метод получения ударных волн заслуживает внимания.

На процесс инициирования детонации оказывают влияние пространственные и временные характеристики энерговыделения. Согласно [15], энергия инициирования многофронтовой детонации E пропорциональна энергии инициирования детонации в отдельной элементарной ячейке E_0:

$$E = n_* E_0, \tag{2}$$

где n_* - коэффициент пропорциональности, характеризующий минимальное число микровзрывов, которые способны совместно возбудить многофронтовую волну.

Считается, что источником инициирования детонации в элементарной ячейке служит соударение поперечных волн. Каждое соударение играет роль микровзрыва с энергией, определяемой для сферического случая по формуле [15]:

$$E_0 = 0{,}26\rho_0 D_0^2 b^3, \tag{3}$$

где ρ_0 - исходная плотность смеси, D_0 - скорость детонационной волны Чемпена-Жуге, b - продольный размер элементарной ячейки.

Для определения численного значения предложено использовать экспериментальные данные по распространению детонационной волны в резко расширяющихся каналах. Условия инициирования сферической детонации с помощью детонационной трубы характеризуется параметром d_*/a, где d_* – критический диаметр трубы, при котором возникает инициирование, a - поперечный размер элементарной детонационной ячейки. На основании этого параметра определяется критическое число микровзрывов по формуле [15]:

$$n_* = \pi/2\cdot(d_*/a). \tag{4}$$

Таким образом, зная параметры исходной смеси и характерные для данного состава смеси детонационные параметры, а также пользуясь формулой (4), возможно определить размер области пространства, через которую должна пройти ударная волна необходимой интенсивности.

В данной работе [15] получено, что критическое число микровзрывов для ацетилено-воздушной смеси укладывается при радиусе сферы, равной не менее $R_* \sim 4b$. При этом, время движения взрывной волны до радиуса R_* должно быть не менее характерного времени t_*.

Произведем расчет размера области V, при взрыве которой возникает сферическая детонация в ацетилено-воздушной среде. Размеры ячейки в данной смеси стехиометрического состава при н.у. равняются: b = 18 мм, $a = 0{,}6b$ = 10,8 мм. Параметр d_*/a = 24. По формуле (4) получим n_* = 37. Объем элементарной ячейки составит $V_0 = 18\cdot 10{,}8^2$ = 2099 мм^3. Отсюда, V = 14696 мм^3.

Зная энергию инициирования многофронтовой детонации, и рассчитав энергию ударной волны, которая приведет к микровзрывам при её развитии из трубы с диамет-

ром, меньшим критического, возможно определить минимальную энергию, которую необходимо вложить за счет электродинамического ускорения ударной волны, для инициирования сферической детонации.

В случае инициирования детонации в слабо детонирующих смесях, формула (2) требует корректировки [16]. На основании экспериментальных исследований по инициированию детонации в бензино-воздушных смесей с помощью взрыва конденсированных ВВ и с помощью взрыва полусферы с пропано-воздушной смесью, установлено, что критическая энергия инициирования сферической детонации рассчитывается по формуле [16]:

$$E_c = P_0 R_c^3, \tag{5}$$

где P_0 – начальное давление в смеси, R_c - критический радиус, который на котором должна пройти волна необходимой интенсивности.

Величина критического радиуса определяется экспериментально, с учетом параметров источника инициирования. Например, в бензино-воздушной смеси при н.у. в случае инициирования с помощью ВВ R_c = 2,75 м, а облаком пропано-воздушной смеси - R_c = 5,17 м. Соответственно, критическая энергия инициирования детонации оказывается почти в 7 раз выше. При этом, соотношение E_c/R_c^3 остается постоянным. Это соотношение характеризует объёмную мощность энерговыделения.

Выводы

На основе анализа литературы выявлено оказывают влияние пространственных и временные характеристик выделения энергии на критическую энергию инициирования сферической детонации. Установлено, что с целью уменьшения энерговлада на электродинамическое ускорение ударной волны при инициировании сферической детонации необходимо осуществить её доускорение на период прохождения волной критического радиуса..

Литература: 1. Сиротенко А.М., Довбня А.М., Стаховський О.В., Коритченко К.В. Застосування бронетанкової техніки для розмінування мінних полів об’ємним вибухом // Механіка та машинобудування. – 2006. - №1. – С.178-188. 2. Сиротенко А.Н., Довбня А.Н., Стаховский О.В., Корытченко К.В. Создание детонационно-способной смеси в газовой струе с приложением для разминирования минных полей // Механіка та машинобудування. – 2006. - №1. – С.166-177. 3. Патент України на винахід № 78083 від 21.02.2005 МПК[7]: F41H11/12 Спосіб розмінування мінно-вибухових загороджень / Сиротенко А.М., Янчик О.Г., Стаховський О.В., Коритченко К.В., Ларин О.Ю. 4. Серпухов А.В., Сиротенко А.Н., Стаховський О.В., Корытченко К.В. Технические средства разминирования минных полей взрывным способом // Механіка та машинобудування, Харків: ХПІ. – 2007. - №1. – С.48-55. 5. Серпухов О.В. Спеціальне обладнання до бронетанкової техніки для розширення колійних проходів у мінно-вибухових загородженнях // Системи обробки інформації, Харків: ХУПС. – 2008. – С. 6. Нетлетон М. Детонация в газах: [монография] / Нетлетон М.; пер. с англ. – М.: «Мир», 1989. – 278, [1] с. 7. Стаховский О.В., Корытченко К.В., Угрюмов М.Л., Скоб Ю.А. Способ инициирования детонации в неограниченном пространстве // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Харків: Харківський університет повітряних сил імені Івана Кожедуба, 2008. – Випуск 2 (69). – С. 105 – 107. 8. Бейкер У., Кокс П., Уэстайн П. Взрывные явления. Оценка и последствия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986.- Т.1.- 319с. 9. Knystautas R., Lee J.H. On effective energy for direct initiation of gaseous detonations // Combustion and flame. – 1976. – Vol.27. – P.221-228. 10. Васильев А.А., Григорьев В.В. Крити-

ческие условия распространения газовой детонации в резкорасширяющихся каналах // Физика горения и взрыва. – 1980. - №4. –С.117-125. 11. Alekseev V.I., Dorofeev S.B., Sidorov V.P., Chaivanov B.B. Experimental study of large-scale unconfined fuel spray detonation / Progress in astronautics and aeronautics. – 1993. - № 154. – С.95-104. 12. Зельдович Я.Б., Когарко С.М., Симонов Н.Н. Экспериментальное исследование сферической детонации // Журнал технической физики. – 1956. - Т.26, № 8. - С.1744-1759. 13. Соколик А.С. Самовоспламенение, пламя и детонация в газах. – М.: АН СССР, 1960. – 428с. 14. Patent USA No 4621577, Int. Cl.[4] F42B 3/14. Miniature plasma accelerating detonator and method of detonating insensitive materials / Jr. R. W. Bickes, M. R. Kopczewski, A. C. Schwarz. – 15p. 15. Васильев А.А., Григорьев В.В. Критические условия распространения газовой детонации в резкорасширяющихся каналах // Физика горения и взрыва. – 1980. - №4. –С.117-125. 16. Alekseev V.I., Dorofeev S.B., Sidorov V.P. Direct initiation of detonation in unconfined gasoline sprays / Shock waves. – 1996. - № 6. – С.67-71.

Стаховський О.В

ІНІЦІЮВАННЯ ДЕТОНАЦІЇ У НЕОБМЕЖЕНОМУ ОБ’ЄМІ

Шляхом огляду науково-технічних джерел виявлені критичні параметри ініціювання детонації у необмеженому об’ємі. З’ясовано вплив просторових і часових характеристик виділення енергії на критичну енергію ініціювання сферичної детонації.

Stahovskiy O.V.

INITIATION OF DETONATION IN UNCONFINED VOLUME

By the review of scientific and technical sources the critical parameters of detonation initiation are searched out in an unconfined volume. Influence of spatial and time features of energy deposition on critical energy of initiation of spherical detonation is found out.